

# 컴퓨터 알고리즘에 의한 표면온도와 레이저 열전도에 관한 연구

이영욱\*

## 목 차

- I. 서론
  - II. 레이저 광 특성과 열적 상호관계
  - III. 온도 계산 알고리즘의 구현결과 고찰
  - IV. 결론
- 참고문헌  
Abstract

## I. 서론

광 의학에서는 기본적으로 자외선, 가시광선(청색, 녹색 및 적색 등) 및 적외선 등의 빛을 인체의 피부조직에 전달(Propagation)하여 여러 가지 진단과 치료용으로 사용하고 있다. 비정상세포 또는 악성세포(암) 등의 여러 가지 진단과 치료에는 주로 레이저 광을 이용하며 모두 레이저 조사 (Irradiation)시 피부에 미치는 영향에 바탕을 두고 있다. 일반적으로 레이저 광에 의한 진단과 치료는 특히 현대의학의 발달과 더불어 단기간에 출력 파장과 에너지를 달리하여 해당 레이저 특성을 갖는 고 에너지의 레이저 빔을 사용함으로써 절개수술 방법에 대처할 수 있고 수술 부위의 회복에도 매우 효과적이어서 각광을 받고 있다. 광 효과에 따른 치료목적의 적용에는 피부

조직 색소체의 광 에너지의 흡수를 포함하는 특수 또는 비 특수 광 물리 및 광화학의 변화를 그 기본원리로 하고 있다. 어느 경우든 공간적 또는 시간적 광 분포특성이 중요하게 다루어지며 피부 조직의 비정상세포 또는 악성세포의 진단과 치료에 있어서 광 분포특성은 필수적으로 피부조직에 관한 광 특성에 의하여 결정된다.

그림 1은 현재 많이 사용하고 있는 여러 가지 상용 레이저의 파장에 따른 피부조직 투과특성을 나타낸다. x축은 현재 많이 사용되고 있는 레이저의 파장을 나타내며 이들 레이저 중 어비엄-야그(Er-YAG) 레이저, 루비(RUBY) 레이저 및 엑시머(Excimer) 레이저는 펄스 레이저(Pulsed Laser)를 나타낸다. y축은 피부조직의 예측 투과 깊이를 나타낸다.

\* 세명대학교 컴퓨터학부 부교수

피부조직 투과깊이(mm)

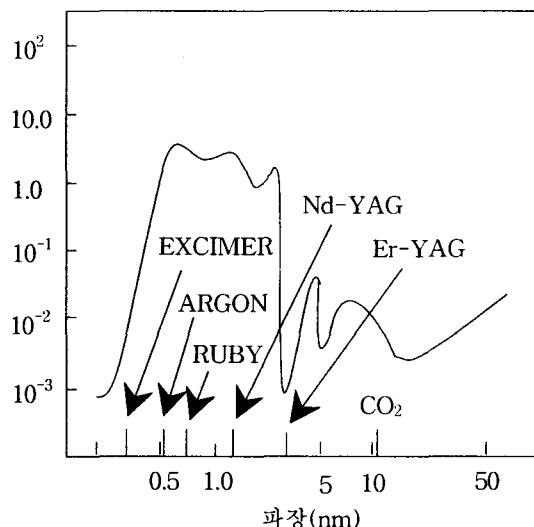


그림 1. 레이저 조사 파장과 피부조직 투과도

Fig. 1. Tissue Penetration to Laser Wavelength on Irradiation

피부조직에 관한 광 분포특성은 맥스웰의 방정식(Maxwell's Equation)에 의하여 유전체를 통과하는 전자기파의 전달이나 볼쓰만 방정식(Boltzmann Equation)에 의하여 표현된 이산적 광전자의 전달특성에 의하여 기술될 수 있다. 이러한 광 분포 특성들은 종폭도와 위상을 갖는 광 간섭, 광굴절, 광 반사 등의 파장 의존 현상이나 국부적 에너지 흐름에 관한 전달특성 등을 고려하고 있다. 그러나 일반적으로 국부적 에너지 흐름에 관한 전달특성을 고려하는 연구들이 더 많이 진행되고 있다.<sup>(1)</sup> 후자의 이러한 관련 광 특성은 가시광 또는 근적외선 등을 사용하는 경우에 동질의 흡수 및 분산 특성을 갖는 피부조직 경계면에서의 광 에너지 흡수계수, 분산계수 및 미분산계수 등을 포함한다. 그림 2는 동질 특성을 갖는 물질에 레이저 광 조사(Irradiation)시 발생할 수 있는 피부조직 반응에 대한 블록 다이어그램을 나타내고 있다.

본 연구에서는 동질의 흡수 및 반사 특성을 갖는 물질에 주어진 조건하에서 레이저 조사(Laser Irradiation)시 나타나는 경계면에서의 온도와 투과 깊이를 계산하고 그 상관관계를 밝힘으로써 레이저 치료의 적용 가능성을 제시하였다. 향후 이러한 연구결과는 각 레이저의 종류에 따라 그 특성을 달리할 것으로 예측되며 이에 관한 많은 연구들이 진행 중에 있다.<sup>(3)</sup> 본 논문의 제1장은 서론으로 레이저 치료 시 레이저 조사에 의해 나타나는 광 분포특성과 발생현상을 언급하고 제2장에서는 레이저 광 특성과 열적 상호관계를 다루었으며 제3장에서는 주어진 조건하에서 레이저 조사 시 컴퓨터 알고리즘에 의한 실행 결과, 경계면에서의 온도와 투과 깊이 및 레이저 조사된 물질간의 흡수계수와 조사시간 등에 따른 상호관계를 다루었다. 제4장은 결론부분을 보여주고 있다.

## II. 레이저 광 특성과 열적 상호 관계

### 2.1. 열전도 특성

일반적으로 동질특성을 갖는 피부조직 등에 레이저 조사 시 그림 2와 같이 레이저와 피부조직 간에 열적 반응에 의한 상호작용이 발생하게 된다. 조사된(Irradiated) 레이저의 열 발생률은 Beer의 흡수법칙(beer's Law)에 기초하고 있다. 발생된 열은 동질성을 갖는 물질에서 열 분산에 의하여 에너지를 갖는 레이저 빔의 감쇄를 가져오게 되며 지수 함수적으로 감소하게 된다.(그림 3) 그림 2로부터 알 수 있는 바와 같이 레이저 광이 조사되면 해당 물질의 광학 특성과 레이저

파장에 따라 분산과 흡수현상이 발생하고 흡수된 에너지는 온도를 발생시키는 열로 변환된다. 온도가 높아지면 해당 물질인 피부조직 등은 열적 손상을 입게 되고 온도가 더욱 높아지면 융제(Ablation) 현상이 발생하게 된다. 그러나, 취급

시 여러 가지 고려하여야 할 점이 많다. 즉, 레이저의 해당 물질에 대한 상호작용에 관한 분석에 있어서 해당 물질에 대한 광학 특성, 해당 물질의 광 분포 특성과 흡수 현상, 열역학적 특성과 융제(Ablation) 등이다.

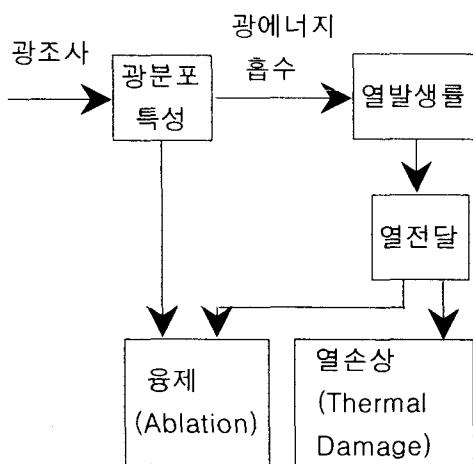


그림 2. 레이저 광의 피부조직 반응에 관한 블록 다이어그램

Fig. 2. Block Diagram of Laser Light Response on Tissue

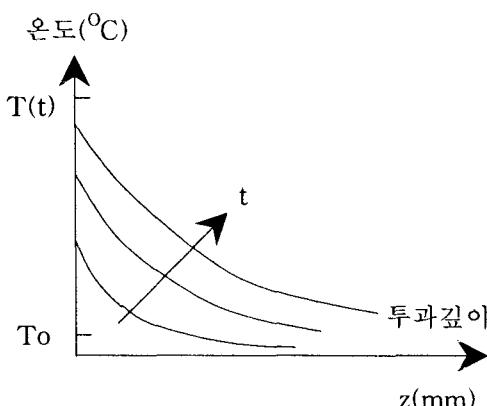


그림 3. 항 표면온도에서의 시간변화에 따른 분석

Fig. 3. Analysis to the Time Variation at the Constant Surface Temperature

## 2.2. 항 표면온도 및 항 열 유속 (Flux) 유지 시 특성 비교

### 2.2.1. 항 표면 온도의 경우 시간변화에 따른 분석

레이저 조사에 의한 열 유속(Heat Flux) 인가 시간이 어느 초기 시점에서부터 변화한다고 가정하는 경우, 레이저 조사(Irradiation)시 해당물질의 표면에서 발생하는 현상은 시간 종속적이라고 볼 수 있다. 투과깊이로 표현되는 공간좌표  $z$ 에 대한 열방정식의 표현은 두개의 경계 조건을 갖는 열 유속 2차 방정식을 고려하여야 한다. 이 경우 시간에 관하여는 초기 조건 ( $z = 0$ )만 고려 하므로 1차 방정식으로 표현된다. 일정한 표면 온도( $T_s$ )가 유지된다고 가정하는 경우 열전달특성은 위치와 시간 성분의 함수( $T_{(z,t)}$ )로 온도분포 특성을 갖는다. 무한한 고체물질의 경우 이러한 물질 표면에 레이저 조사(Laser Irradiation) 등에 의하여 어떤 조건의 변화가 발생하면, 물질 내부에 열전도 현상이 발생하여 1차원으로 고려되는 열전도현상이 발생하게 된다. 무한한 고체물질 내에서의 온도변화와 열전달 방정식에 관한 관련 해는 Dirichlet의 경계조건(Dirichlet's Boundary Condition)을 적용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_{(0,t)} = T_0 \quad \dots \quad (1)$$

$$\frac{T_{(z,t)} - T_s}{T_o - T_s} = \operatorname{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \quad \dots \dots (2)$$

$$q_{s(t)} = -k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}$$

$$\frac{k(T_s - T_o)}{\sqrt{\pi at}} \quad \dots \dots (3)$$

여기서,  $T$ 는 온도를 나타내며  $T_o$ 는 초기온도 ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_s$ 는 표면온도 ( $^{\circ}\text{C}$ )를 나타내며  $z$ 는 투과깊이 (mm),  $t$ 는 시간(s),  $q_s$ 는 표면에서의 열 유속 (Heat Flux),  $k$ 는 열전도율 (joule/cm · s ·  $^{\circ}\text{C}$ )을 나타낸다.  $a$ 는 분산율 ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )을 나타내며 식 (2)의  $\operatorname{erf}()$  함수는 error 함수를 나타낸다. 위 방정식의 해는 그림 4와 같이 그래프로 나타낼 수 있다. 그림 4에서 알 수 있는 바와 같이 error 함수는  $z = 0$  (투과깊이)에서 0이므로  $T_{(0,t)} = T_s$  및  $T_{(\infty,t)} = T_o$ 로 된다. 시간  $t$ 가 증가함에 따라 온도는 감소성을 갖고 증가하게 되며 투과깊이  $z$ 가 증가하면 온도는 감소함을 알 수 있다.

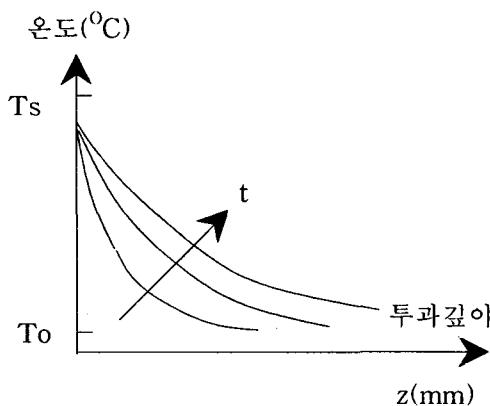


그림 4. 항 열 유속에서의 시간변화에 따른 분석

Fig. 4. Analysis to the Time Variation at the Constant Surface Temperature

## 2.2.2. 항 열 유속의 경우 시간변화에 따른 분석

항 표면온도의 경우와 마찬가지로 레이저 조사(Irradiation)시 해당물질의 표면에서 발생하는 현상은 시간 종속적이라고 볼 수 있고 투과깊이로 표현되는 공간좌표  $z$ 에 대한 열방정식의 표현은 두개의 경계 조건을 갖는 열 유속 2차 방정식을 고려하여야 하며 시간에 관하여는 역시 초기 조건 ( $z = 0$ )만 고려하므로 1차 방정식으로 표현된다. 일정한 표면 온도( $T_s$ )가 유지된다고 가정하는 경우 열전달특성은 초기에 해당 물질의 내부는 표면 조건에 의하여 영향을 받지 않는다고 가정하는 경우 항 표면온도에서와 마찬가지로 위치와 시간의 함수로서 온도분포측성을 갖게 되고 해당 물질의 표면에서 일정한 열 유속(Heat Flux)이 유지되면 투과깊이와 온도와의 관계는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad \dots \dots (1)$$

무한한 고체물질의 온도분포인 경우 Neumann의 경계조건(Neumann's Boundary Condition)을 고려한 식 (1)의 해는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$q_{(0,t)} = q_s \quad \dots \dots (2)$$

$$T_{(z,t)} - T_o =$$

$$\frac{2q_s(at/\pi)^{1/2}}{k} \exp(-z^2/4at)$$

$$-(q_s z/k) \operatorname{erfc}(z/2\sqrt{at}) \quad \dots \dots (3)$$

여기서,  $T$ 는 온도를 나타내며  $T_0$ 는 초기온도 ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_{(z,t)}$ 는 해당위치와 시점에서의 온도( $^{\circ}\text{C}$ )를 나타내며  $z$ 는 투과깊이(mm),  $t$ 는 시간(s),  $q_s$ 는 표면에서의 열 유속(Heat Flux),  $k$ 는 열전도율 (joule/cm · s ·  $^{\circ}\text{C}$ )을 나타낸다.  $a$ 는 분산율 ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )을 나타내며 식 (3)의 erfc( ) 함수는 error 보정함수를 나타낸다. 위 방정식의 해는 그림 3과 같이 그래프로 나타낼 수 있다. 그림 3에서 알 수 있는 바와 같이  $z = 0$ 에서의 초기값은 서로 다르게 나타나고 투과깊이  $z$ 가 증가할 때, 온도는 감소하는 것을 알 수 있다. 그러나 시간이 증가함에 따라 온도도 높아짐을 알 수 있다. 열 유속(Heat Flux)은 다음 식과 같이 Fourier의 법칙(Fourier's Law)에 의하여 표면에서의 온도 변화와 관련이 있음을 알 수 있다.

$$q_{z(0)} = -k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad \text{----- (4)}$$

### III. 온도 계산 알고리즘의 구현 결과 고찰

항 열 유속(Constant heat Flux) 유지 시와 레이저 인가 시 물질표면에서의 위치와 시간변화에 따른 온도 계산 알고리즘을 구현하였으며 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

(1) 어떤 투과깊이에서의 온도는 시간  $t$ 가 경과함에 따라 증가하였다.(그림 5 및 그림 8)

(2) 분산율  $a$ 가 증가하면( $a = 10, 100, 1000$ ) 어떤 주어진 시간에서의 온도는 항 열 유속의 경우 온도는 변하지 않았지만 레이저의 경우는 조금 증가하였다.(그림 7 및 그림 8)

(3) 일반적으로 레이저에 의한 온도변화는 항 열 유속의 경우와 비교하여 매우 낮은 편이다. (그림 6 및 그림 8)

(4) 항 열 유속(Heat Flux)에서의 온도는 지수 함수적 패턴으로 감소하지만 레이저의 경우는 매우 적은 변화를 갖고 선형적으로 감소하였다. (그림 5 및 그림 7과 그림 6 및 그림 8 비교)

(5) 항 열 유속(Constant Heat Flux)에 의한 온도는 다음 식에 의하여 계산되었다.

$$T_{(z,t)} = T_0 + \frac{2q_s(at/\pi)^{1/2}}{k} \exp(-z^2/4at) - (q_sz/k)\operatorname{erfc}(z/2\sqrt{at}) \quad \text{----- (5)}$$

(6) 레이저에 의한 온도는 식 (3)과 마찬가지로 다음식 (6)과 같이 구하였다.

$$T_{(z,t)} = T_0 + \frac{2q_s(at/\pi)^{1/2}}{k} \exp(-z^2/4at) - (q_sz/k)\operatorname{erfc}(z/2\sqrt{at}) \quad \text{----- (6)}$$

(7) 컴퓨터 알고리즘에 의한 계산 결과, 항 열 유속(Heat Flux)의 경우와 레이저의 경우 시간의 변화와 분산율에 관한 온도변화는 다음 그림 5, 6, 7 및 8과 같다.

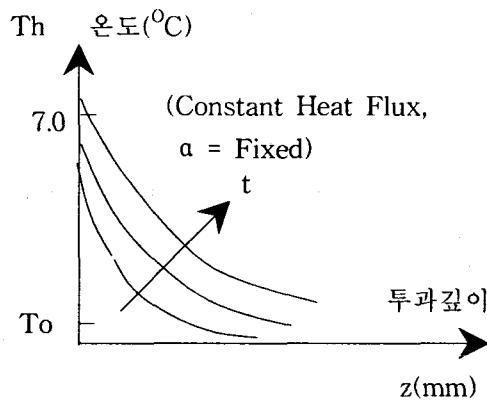


그림 5. 열 유속과  $\alpha$ 가 일정한 경우  
시간변화에 따른 온도 대 투과깊이

Fig. 5. Temperature vs Penetration to the Time Variation at the Constant Heat Flux and  $\alpha$

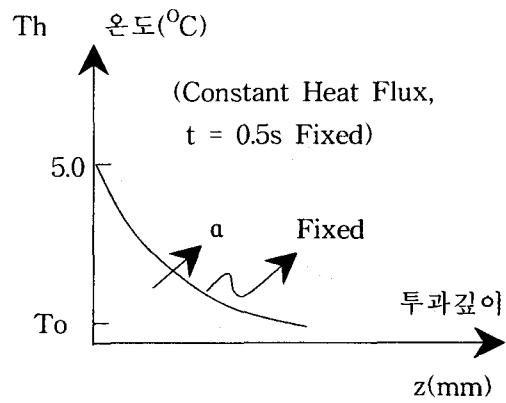


그림 7. 열 유속과  $t$ 가 0.5s로 일정한 경우  
온도 대 투과깊이

Fig. 7. Temperature vs Penetration to the Variation of  $\alpha$  at the Constant Heat Flux and  $t = 0.5\text{s}$

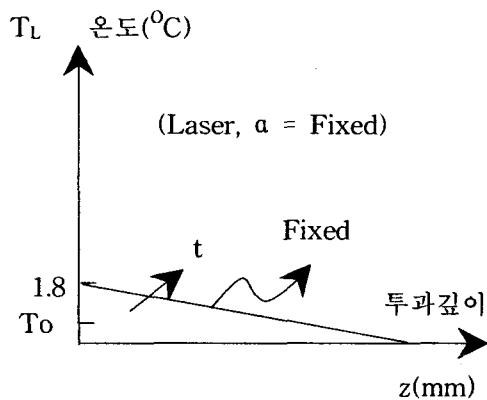


그림 6. 레이저 조사 시  $\alpha$ 가 일정한 경우  
시간변화에 따른 온도 대 투과깊이

Fig. 6. Temperature vs Penetration to the Time Variation at Constant  $\alpha$   
on Irradiating of Laser

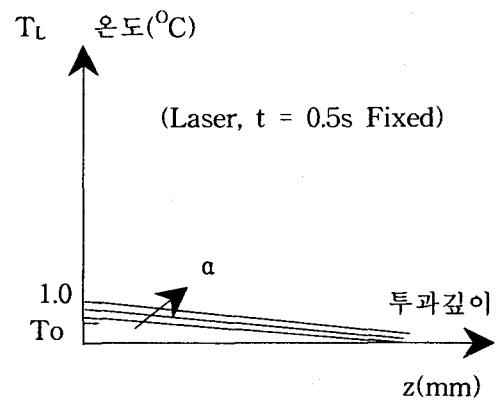


그림 8. 레이저 조사 시  $t=0.5\text{s}$ 로 일정한 경우  
 $\alpha$  변화에 따른 온도 대 투과깊이

Fig. 8. Temperature vs Penetration to the Variation of  $\alpha$  at  $t = 0.5\text{s}$   
on Irradiating of Laser

## IV. 결론

의학용 또는 산업용으로 그 가치를 인정받고 있는 레이저 응용분야는 전자공학, 광학 및 열역학과 밀접한 관련이 있는 분야로 레이저는 여러 가지 레이저의 파장에 따라 고 에너지의 파워를 이용할 수 있어서 짧은 기간에 고효율을 낼 수 있는 문명의 이기 중의 하나이다. 특히 현대 의학의 응용분야에서는 이러한 레이저의 특성을 이용하여 수술에 대처할 수 있는 이점뿐만 아니라 암 또는 비정상세포의 치료분야에서 각광을 받고 있다.

레이저 조사(Laser Irradiation) 시 발생하는 현상을 열역학적으로 정밀하게 분석하는 것은 복잡하지만 부분적으로 또는 관심부분에 광학적 이론과 열역학적 이론 및 기술 등을 적용하면 어느 정도 연구 목적과 거의 유사한 특성을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 유한한 고체물질에 레이저 조사(Laser Irradiation) 시 발생할 수 있는 현상을 열역학적으로 접근하여 레이저 조사에 의한 시간과 분산율( $\alpha$ )의 변화에 따른 온도변화와 투과깊이 등을 컴퓨터 알고리즘에 의하여 계산함으로써 레이저 치료에 대한 가능성을 제시하였다.

컴퓨터 알고리즘에 의한 계산 결과, 일정한 열 유속(Constant Heat Flux)과 분산율에서 시간의 변화에 따른 온도변화는 초기에 서로 상이한 온도에서 지수 함수적으로 감소하지만 시간의 경과에 따라 다소 온도가 상승하였으며(그림 5) 일정한 열 유속(Constant Heat Flux)과 주어진 시간에서는 분산율의 변화에 온도는 감소하였지만 분산율의 증가에는 변화하지 않는 것으로 나타났다.(그림7) 투과깊이는 전반적으로 증가하였다. 따라서 항 열 유속의 경우, 온도는 전반적으로 시간과 분산율의 증가에 따라 지수 함수적으로

감소하지만 시간의 경과에 따라 조금 증가하며 분산율의 증가와는 무관함을 알 수 있다.

한편, 레이저 조사의 경우 일정한 분산율에서 온도는 시간의 경과에 따라 선형적으로 감소하지만 온도에는 변화가 없는 것으로 나타났으며(그림 6), 주어진 시간에서 온도가 선형적으로 감소하지만 분산율의 증가에 따라 다소 온도가 증가하는 것을 알 수 있다.(그림 8) 투과깊이도 항 열 유속의 경우와 마찬가지로 전반적으로 증가하였다. 따라서 레이저 조사의 경우는 시간의 경과에 따라 온도가 상승하지 않고 분산율의 증가에 따라 온도가 선형적으로 다소 증가함을 알 수 있다.

향후 치료 목적에 따라 여러 가지 파장의 레이저들에 관한 열역학적 접근은 물론 실제 인간의 피부조직과 유사한 생체조직 또는 피부조직에 관한 실험을 통하여 레이저의 특성을 응용함으로써 더욱 레이저 치료에 기틀을 마련하는 것이 필요하다고 판단된다.

## 참고문헌

- 1) S. Rastegar and M. Motamedi, A theoretical analysis of dynamic variation of temperature dependent optical properties in the response of laser irradiated tissue, *SPIE Laser-Tissue Interaction, 1202*, 1990, pp. 253-259.
- 2) Arthur C. Guyton, *Textbook of medical physiology*, W.B. Saunders Co., 1986.
- 3) A.J. Welch, J.A. Pearce, et al, Heat generation in laser irradiated tissue, *Transactions of the ASME, Vol.111*, 1989, pp. 62-68.

- 4) G. Yoon, A.J. Welch, M.J.C. van Gemert and M. Motamedi, The theoretical effect of laser light scattering in a biological medium, *LIA ICALEO*, 43, 1984, pp. 105-110.
- 5) Steven L. Jacques and Scott A. Prahl, Modeling optical and thermal distributions in tissue during laser irradiation, *Lasers in Surgery and Medicine*, 6, 1987, pp. 494-503.
- 6) J.A. Pearce, Thermodynamic principles of laser-tissue interaction, *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 12(3), 1990, pp. 1108-1110.
- 7) Martin J.C. van Germert and A.J. Welch, Clinical use of laser-tissue interactions, *IEEE in Medicine and Biology Magazine*, 1989, pp. 10-13.
- 8) B.C. Wilson, Modelling and measurements of light propagation in tissue for diagnostic and therapeutic applications, *Laser Systems for Photobiology and Photomedicine*, Plenum Press, N.Y. and London, 1991, pp. 13-27.

## Study on the Surface Temperature and Laser Heat Conduction by the Computer Algorithm

Young-Wook Lee\*

### Abstract

This study deals with the computing the temperature change of surface to the increment of time and diffusivity, the heat flux during irradiation of laser. In addition, the computer algorithm for computing the penetration change of the corresponding surface irradiated is developed.

The result of this study shows the possibility to treatment of cancer, abnormal cell and biological tissue during irradiation of laser.

Key Words : Laser Irradiation, Temperature, Penetration, Heat Flux, Diffusivity.

---

\* Professor, Dept. of Computer, Semyung University