

# 고정지점 포물선 아치의 면내 좌굴강도

## In-plane buckling strength of fixed parabolic arch

문 지 호<sup>1)</sup>                      윤 기 용<sup>2)†</sup>                      조 영 래<sup>3)</sup>                      이 학 은<sup>4)</sup>  
*Moon, Ji Ho*                      *Yoon, Ki Yong*                      *Cho, Yong Rae*                      *Lee, Hak Eun*

**요약** : 면외로 적절히 구속되어 있는 아치의 극한강도는 소성 휨모멘트와 면내 좌굴강도에 의하여 극한강도가 결정된다. 본 연구는 압축력을 받는 고정지점 포물선 아치의 면내 좌굴거동과 강도에 관한 연구를 수행하고, 압축력과 휨모멘트를 받는 고정지점 포물선 아치로 연구를 확장하였다. 본 연구 결과 한계 세장비를 제안하여 아치의 좌굴모드를 구분하는 방법을 제안하였으며, 직선기둥의 좌굴곡선을 이용하여 압축력을 받는 고정지점 포물선 아치의 극한하중을 평가하였다. 마지막으로 직선 부재의 보-기둥 연성식을 수정하여 고정지점을 갖는 포물선 아치에 적용하였다.

**ABSTRACT** : If arches are braced by lateral restraints, the ultimate strength of arches is determined by in-plane buckling and plastic bending collapse. This paper is conducted to investigate the in-plane nonlinear elastic and inelastic buckling behavior and the strength of fixed parabolic arches in uniform compression, as well as to study arch behaviors against non-uniform in-plane compression and bending. As shown by the results, the limit slenderness ratio is suggested to classify the buckling mode. Buckling strengths of fixed parabolic arches under uniform compression are evaluated using buckling curve for a straight column. Finally, an interaction equation for arches under combined axial compression and bending action is proposed.

**핵심용어** : 아치, 좌굴, 비탄성 해석, 면내 극한강도

**KEYWORD** : arch, buckling, inelastic analysis, ultimate in-plane strength

### 1. 서론

본 연구는 고정지점을 갖는 포물선 아치의 면내 좌굴 거동과 강도에 대하여 연구를 수행하였다. 휨모멘트와 압축력을 동시에 받는 면외 거동이 구속된 아치의 경우, 작용하는 압축력과 휨모멘트의 비율에 따라 소성 휨모멘트에 의한 휨 파괴와 압축력에 의한 좌굴로 의하여 파괴 양상이 결정된다. 본 연구의 주요한 목적은 이러한 휨모멘트와 압축력을 동시에 발생시키는 일반적인 하중에 관하여 휨 파괴와 좌굴에 의한 파괴의 연성식을 제안하는데 있다.

아치의 탄성 좌굴에 관한 연구는 Timoshenko and Gere (1961)와 Austin (1971, 1976)외에 여러 연구자들에 의하여 연구 되었으나, 이러한 이론은 고전 좌굴 이론으로서 좌굴

발생 시 전좌굴 변위와 같은 비선형성이 고려되지 않아 깊은 아치에만 적용이 가능하다. 이 밖에 Kang and Yoo (1994)에 의하여도 아치의 탄성좌굴에 관한 연구가 수행 되었다. Pi and Bradford (2002)는 전좌굴 변형의 영향이 낮은 아치의 경우 무시할 수 없을 정도로 크며, 고전 좌굴 이론은 낮은 아치의 좌굴강도를 과대평가한다고 하였으며, Pi and Bradford (2002)는 전좌굴 변위가 고려된 낮은 원형 아치의 좌굴강도식을 제안하였다. 문지호 외 (2005)는 유한 요소 해석을 통하여 고정지점 포물선 아치의 낮은 아치와 깊은 아치를 구분할 수 있는 한계 세장비를 제안하였다.

휨모멘트와 압축력을 동시에 받는 아치 리브의 강도에 관한 기존에 수행된 연구는 다음과 같다. Pi and Trahair (1999)는 양단힌지를 갖는 원형 아치에 관하여 유한 요소 해석을 수

1) 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사 과정(deadalive@korea.ac.kr)  
2) 교신저자, 정회원, 선문대학교 토목공학과 교수 공학박사  
(Tel. 041-530-2326, Fax. 041-530-2926, E-mail:kyoon@sunmoon.ac.kr)  
3) 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사 과정(shalom0728@korea.ac.kr)  
4) 정회원, 고려대학교 사회환경시스템공학과 교수 공학박사(helee@korea.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2006년 12월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

행하여 연성식을 제안 하였으며, Pi and Bradford (2004)는 고정지점을 갖는 원형 아치의 연성식을 제안하였다.

Verstappen et al (1998)은 일반 하중을 받는 깊은 원형 아치에 관하여 DIN 18 800 설계 기준과 NEN 6771, NEN 6770 설계 기준의 적합성에 관하여 연구를 수행하였다. Kuranishi and Yabuki (1997)는 포물선 아치의 면내 좌굴 강도에 관한 연구를 수행하였다. 하지만 이들의 결과는 라이즈비 0.1~0.3에 국한되어 있으며, 깊은 아치에만 적용되는 한계를 가지고 있다.

이와같이 원형 아치의 경우 휨모멘트와 압축력이 동시에 작용하는 일반 하중에 관하여 많은 연구가 수행 되었으나, 포물선 아치의 경우 면내 좌굴강도에 관한 연구가 미비한 실정이다. 본 연구에서는 단면의 잔류응력과 초기변형을 모두 고려한 비선형 유한 요소 해석을 이용하여 고정지점을 갖는 포물선 아치의 극한강도에 관한 연구를 수행하였다. 연구 결과 순수 압축력을 받는 포물선 아치의 경우는 단면의 세장비와 라이즈비에 따라 좌굴 모드가 결정되며, 낮은 아치와 깊은 아치를 구분할 수 있는 한계세장비를 제안 하였다. 이밖에 기존의 도로교 설계기준 (2002)의 기둥에 관한 좌굴 곡선을 이용하여 순수 압축력에 저항하는 고정지점 포물선 아치의 좌굴강도를 평가하는 방법을 제안하였으며, 휨모멘트와 압축력이 동시에 작용하는 고정지점 포물선 아치에 대하여 광범위한 유한 요소 해석을 통하여 압축력-휨모멘트 연성곡선을 제안하였다.

## 2. 유한요소해석결과

본 연구에서 사용한 유한 요소해석 프로그램은 범용 유한 요소 프로그램인 ABAQUS (2001)이다. 해석에 사용된 요소는 B32요소로서 3절점을 갖는 보요소이다. 해석에 사용된 단면은 박스 단면으로, 해석 모델은 그림 1과 같다. 그림 1에서  $L$ 은 아치의 지간을 나타내며,  $h$ 는 아치의 라이즈,  $S$ 는 아치의 길이를 나타낸다. 모든 해석 모델의 지간 길이( $L$ )는 10m로 고정하였으며, 50개의 보요소를 사용하였다.

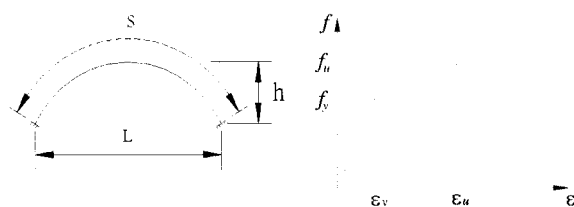


그림 1. 해석 모델의 제원과 재료 모델

아치의 극한강도를 구하기 위하여 기하 비선형 및 재료 비

선형도 고려되었으며, 그림 1과 같은 응력 변형률 곡선이 사용되었다. 그림 1에서  $E=210000\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $f_y=250\text{MPa}$ ,  $f_u=400\text{MPa}$ 이다. 그림 2는 해석에 사용된 잔류응력의 분포와 아치의 초기변형을 나타낸다. 해석 모델에 사용된 초기변형의 최대치  $e$ 는  $S/600$ 이다.

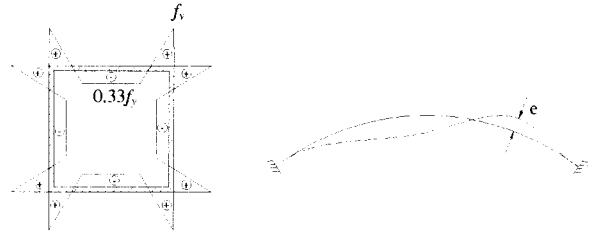


그림 2. 해석에 사용된 잔류응력과 초기변형 형상

해석 모델의 검증은 Schreyer & Masur (1966)의 엄밀해와 Sinke (1977)의 실험 결과를 이용하여 검증 하였다.(문지호 외, 2005)

압축력을 받는 고정 지점 포물선 아치의 비선형 거동을 조사하기 위하여 75개의 유한 요소 해석 모델이 사용되었으며, 압축력을 받는 아치의 극한 하중을 산정하기 위하여 잔류응력과 초기변형이 포함된 105개의 유한 요소 모델이 사용되었다. 또한 압축력과 휨모멘트를 동시에 받는 아치의 연성식을 결정하기 위하여 382개의 유한 요소 모델에 대하여 해석을 수행 하였다.

### 2.1 압축력을 받는 고정 지점 포물선 아치

포물선 아치가 그림 3과 같이 수직 등분포 하중에 저항하는 경우 아치 단면에는 압축력만 작용하게 된다. 이와 같이 압축력을 받는 아치는 세장비( $S/r$ )와 라이즈비( $h/L$ )에 따라 대칭좌굴(Symmetric buckling) 혹은 비대칭 좌굴(Asymmetric buckling)이 발생한다. 원형 아치의 경우 Pi and Bradford (2002)에 의하여 아치의 좌굴 모드를 결정할 수 있는 한계 세장비가 제안되었다. 하지만 포물선 아치의 경우 아치의 좌굴 모드를 결정할 수 있는 방법이 전무하다. 본 연구에서는 기하 비선형 해석을 이용하여 고정 지점 포물선 아치의 한계 세장비를 제안하였다.

식 (1)은 압축력을 받는 아치의 고전 좌굴이론을 이용한 탄성 임계좌굴 압축력의 식을 나타낸다. 식 (1)에서  $E$ 는 탄성계수,  $I$ 는 단면 2차모멘트,  $S$ 는 아치의 길이,  $\beta$ 는 아치의 라이즈비에 따라 결정되는 좌굴계수를 나타낸다.  $\beta$ 의 값은 Eurocode 3(2003)에서 발췌하였으며, 라이즈비에 따른 값은 표 1과 같다.



그림 3. 압축력을 받는 아치의 좌굴 형상

$$N_{cr}^e = \frac{\pi^2 EI}{(\beta S)^2} \quad (1)$$

표 1. 라이즈비에따른 좌굴계수

$h/L$	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.3	0.4	0.5
$\beta$	0.344	0.338	0.333	0.322	0.317	0.294	0.283	0.278

식 (1)은 고전 좌굴 이론으로 전좌굴 변위와 같은 비선형을 고려하고 있지 않다. 기본적으로 식 (1)이 적용되는 아치를 깊은 아치라고 하며, 비대칭 좌굴이 발생하게 된다. 따라서 낮은 아치의 경우 좌굴을 발생시키는 임계 압축력은 식 (1)과 차이를 보이게 된다. 본 연구에서는 라이즈비와 아치의 세장비의 영향을 동시에 고려할 수 있는 새로운 변수를 제안 하였으며, 식 (2)와 같다. 식 (2)에서  $r$ 은  $\sqrt{I/A}$ 와 같이 정의된다.

$$\text{Modified } S/r \text{ or } \bar{S}/r = (h/L) \times (S/r) \quad (2)$$

그림 4는 라이즈비( $h/L$ ) 0.05~0.2에 대한 기하 비선형 해석 결과를 나타낸다. 이 그림에서  $x$ 축은 식 (2)에서 정의한 수정된 세장비( $\bar{S}/r$ )이며,  $y$ 축은  $N_{FEM}/N_{cr}^e$  으로 유한 요소 해석 결과로 얻은 좌굴 발생 시 압축력과 고전 좌굴 이론인 식 (1)로 계산된 임계 좌굴 압축력의 비를 나타낸다. 그림 4에서 알 수 있듯이  $\bar{S}/r$ 이 큰 경우  $N_{FEM}/N_{cr}^e$ 의 비는 1을 나타내고 있다. 이는  $\bar{S}/r$ 이 큰 경우 식 (1)이 아치의 좌굴강도를 적절히 평가할 수 있음을 알 수 있다. 반면에 어떤 특정한  $\bar{S}/r$  값을 기점으로 하여  $N_{FEM}/N_{cr}^e$ 의 비가 급격히 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 식(1)의 임계 좌굴 압축력이 유한 요소 해석 결과 보다 큰 것을 의미한다. 극단적으로 유한 요소해석에 의한 값이 식 (1)의 40%에 머무는 경우도 존재 한다.

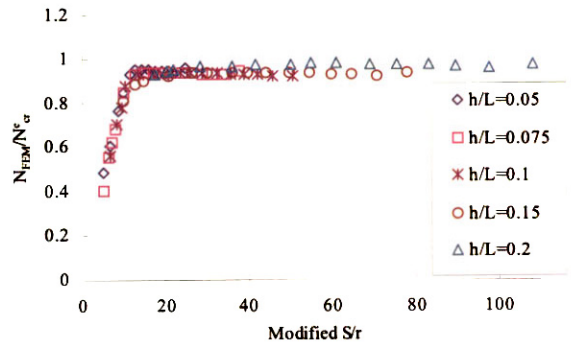


그림 4.  $\bar{S}/r$ 와  $N_{FEM}/N_{cr}^e$ 의 관계

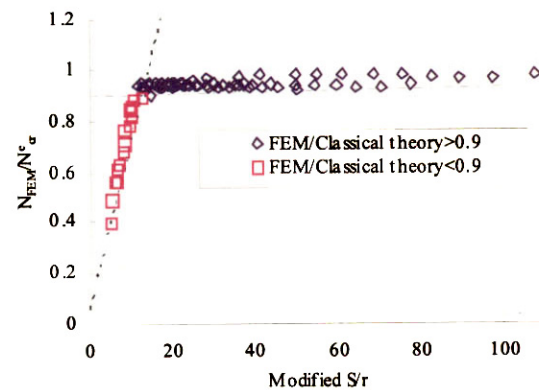


그림 5.  $\bar{S}/r$ 와  $N_{FEM}/N_{cr}^e$ 의 관계 (95% 하한치)

그림 5는 그림 4의 해석 결과를  $N_{FEM}/N_{cr}^e$ 의 비가 0.9 이상인 경우와 그렇지 않은 경우로 분류한 그림이다. 그림 5에서 점선은 각각 그룹의 95% 하한치를 나타내는 선으로 이 두 직선의 교점을 계산하여 그 값을 고전 좌굴 이론이 적용될 수 있는 한계 세장비로 정의하였다. 본 연구에서 계산된 두 직선의 교점은 12.8이다. 즉,  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 큰 경우는 식 (1)이 아치의 임계 좌굴 압축력을 10% 이내의 오차를 가지고 예측할 수 있는 경우이며,  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 작은 경우는 그렇지 않은 경우이다.

그림 6은 각각 라이즈비에 따른  $\bar{S}/r$ 이 12.8 전후의 해석 모델에 대한 좌굴 형상을 나타낸 그림이다. 이 그림에 나타나듯이 라이즈비에 상관없이  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 큰 경우는 비대칭 좌굴이 발생하고  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 작은 경우는 아치 크라운의 수평 처짐이 거의 발생하지 않는 대칭 좌굴의 형상이 나타나고 있다.

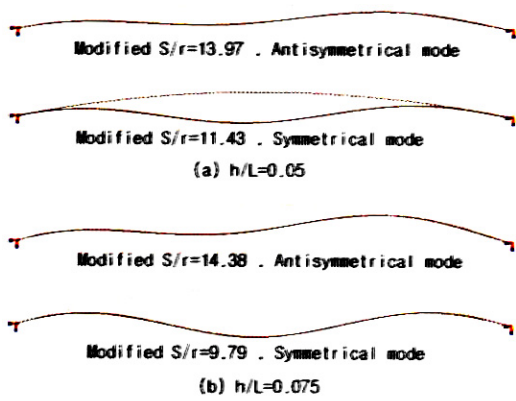


그림 6.  $\bar{S}/r$ 에 따른 좌굴 형상

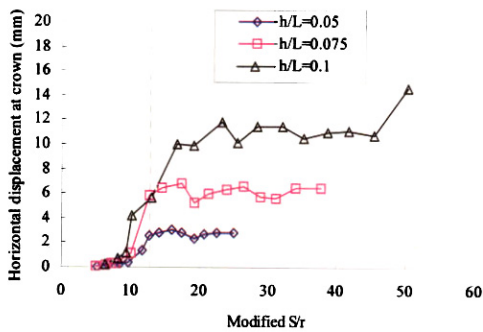


그림 7.  $\bar{S}/r$ 에 따른 아치 크라운의 수평 처짐

그림 7은 해석 모델의  $\bar{S}/r$ 에 따른 아치 크라운의 수평 처짐을 나타낸 그림이다. 일반적으로 대칭 좌굴이 발생하는 경우 아치 크라운의 수평처짐은 무시할 정도로 작게 발생한다. 그림 7에서 점선은 위의 그림 5에서 결정된 한계 세장비  $\bar{S}/r = 12.8$ 을 나타내는 선이다. 이 그림에서  $\bar{S}/r = 12.8$ 을 경계로 하여 좌굴 발생 시 나타나는 수평처짐이 급속히 변하는 것을 확인할 수 있다. 즉  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 큰 경우는 아치 크라운의 수평처짐이 크게 발생하며, 아치는 비대칭 좌굴 모드에 의하여 파괴된다. 하지만  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 작은 경우는 이와 반대로 대칭 좌굴에 의하여 좌굴이 발생한다. 이러한 사실로 아치의 좌굴 모드는  $\bar{S}/r$ 에 따라 결정되며, 고정 지점을 갖는 포물선 아치의 경우 그 한계 값은 12.8이라는 것을 알 수 있다.

이상의 기하 비선형해석의 결과를 요약하면 다음과 같다.  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 큰 경우는 고전 좌굴이론이 잘 적용되며, 아치의 좌굴모드는 비대칭 좌굴모드이다. 하지만  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 작은 경우는 아치는 낮은 아치가 되며, 고전 좌굴이론이 아치의 임계 좌굴 압축력을 과대평가한다. 또한 아치의 좌굴 모드는 대칭좌굴 모드이다.

압축력을 받는 고정 지점 포물선 아치의 극한 하중을 결정하기 위하여 기하 비선형과 재료 비선형이 고려된 유한 요소 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 응력-변형률 관계, 잔류응력의 분포, 가정된 초기변형의 모양은 앞에 설명한 바와 같다. 해석 모델의 지간도 앞의 모델과 같이 10m로 고정하였으며, 0.05~0.5에 해당하는 라이즈비에 관하여 해석을 수행하였다.

그림 8은 비탄성 유한 요소 해석 결과를 나타낸다. 이 그림에서  $x$ 축은 좌굴계수  $\lambda$ 로써 식 (3)과 같이 정의된다. 식(3)에서  $N_{cr}^e$ 는 식(1)에서 구해진 탄성 임계 좌굴 압축력이며,  $N_y$ 는 아치 단면의 면적과 항복 응력을 곱한 값이다.  $y$ 축은  $N_{max}/N_y$ 이며,  $N_{max}$ 는 해석에서 나타난 가장 큰 압축력을 나타낸다. 마지막으로 그림 8에 나타난 실선은 도로교 설계기준 (2002)에서 규정하고 있는 직선 기둥에 관한 좌굴 곡선이다.

$$\lambda = \sqrt{\frac{N_y}{N_{cr}^e}}, \quad N_y = A \times f_y \quad (3)$$

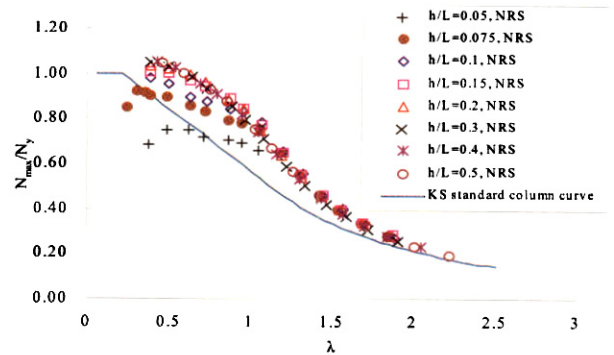


그림 8.  $\lambda$ 와  $N_{max}/N_y$ 의 관계

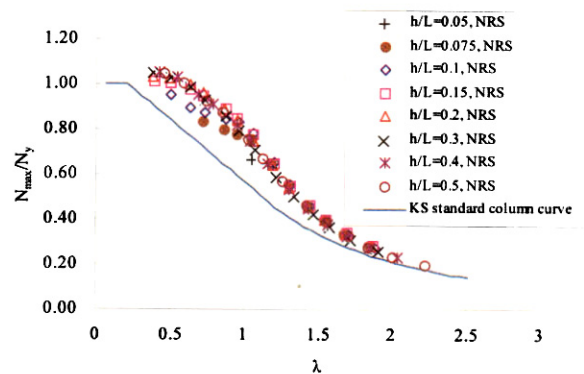


그림 9.  $\lambda$ 와  $N_{max}/N_y$ 의 관계 ( $\bar{S}/r < 12.8$ )

그림 8에 나타나듯이 라이즈비( $h/L$ )가 작고 좌굴계수( $\lambda$ )

가 작은 경우를 제외하고는 모든 경우에 대하여 좌굴 곡선은 압축력을 받는 고정지점 포물선 아치의 좌굴강도를 안전측으로 예측하고 있다. 좌굴 곡선 아래에 위치하고 있는 해석 결과는 낮은 아치에 관한 해석 결과로 식 (1)이 탄성 좌굴강도를 과대 평가하여 이러한 결과가 발생한 것으로 판단된다. 그림 9는  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 큰 해석 모델에 대한 비탄성 결과를 나타낸 그림이다. 이 그림에서 모든 해석 결과는 실선보다 위에 위치하고 있는 것을 알 수 있으며, 이러한 사실로 직선 기둥의 좌굴 곡선은 깊은 아치에 적용될 수 있다는 것을 알 수 있다.

그림 8과 9에 나타난 해석 결과는 잔류응력과 초기변형이 포함되어 있지 않은 해석 결과이다. 구조물의 극한강도를 결정하기 위하여는 잔류응력과 초기변형에 의한 강도 저감 효과를 반드시 고려하여야 한다. 그림 10은 라이즈비 0.2의 해석 결과를 이용하여 잔류응력과 초기변형의 효과를 나타낸 그림이다.

그림 10에서 알 수 있듯이 잔류응력과 초기변형에 의하여 좌굴강도가 감소하는 것을 볼 수 있다. 하지만 잔류응력의 경우, 탄성 좌굴 범위에서의 좌굴강도 감소 효과는 아주 미미한 것을 알 수 있다. 반대로 초기변형에 의한 좌굴강도 저감은 전 구간에서 걸쳐 상당히 크게 발생하는 것을 알 수 있다.

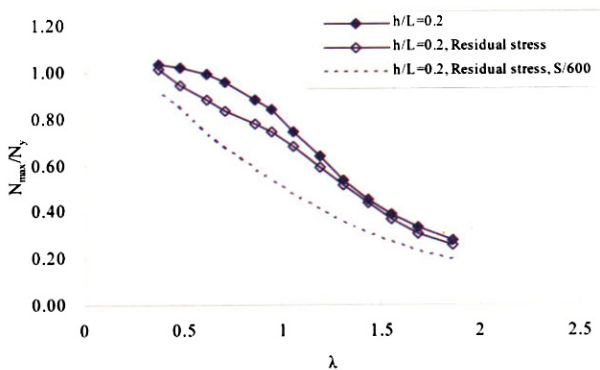


그림 10. 잔류응력과 초기변형의 영향

그림 11은  $\bar{S}/r > 12.8$ 인 해석 모델에 관하여 잔류응력 및 초기변형을 입력하여 해석한 결과를 나타낸다. 해석 결과와 좌굴 곡선의 모양이 아주 유사한 것을 알 수 있다. 대부분의 해석 결과가 실선 아래에 위치하는 것을 알 수 있다. 이러한 이유는 초기변형으로 인하여 좌굴강도가 크게 감소하였기 때문이다. 하지만 좌굴 곡선과의 차이는 최대 10% 미만으로 좌굴 곡선이 고정지점 포물선 아치의 좌굴강도를 적절하게 평가하고 있는 것으로 판단된다. 따라서  $\bar{S}/r > 12.8$ 인 깊은 아치의 경우 식 (3)을 이용하여 좌굴계수( $\lambda$ )를 결정하면 기존의 기둥의 좌굴 곡선을 이용하여 압축력을 받는 고정지점 포물선 아치의 좌굴강도를 결정할 수 있다.

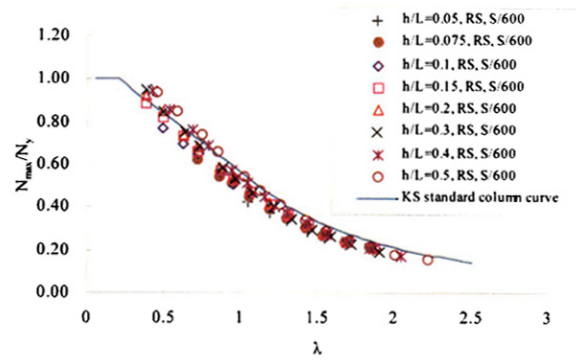


그림 11.  $\lambda$ 와  $N_{max}/N_y$ 의 관계 ( $\bar{S}/r > 12.8$ , 잔류응력, 초기변형 포함)

## 2.2. 압축력과 휨모멘트를 동시에 받는 포물선 아치

앞의 연구에서는 순수 압축력을 받는 아치의 면내좌굴강도에 대하여 연구를 수행 하였다. 하지만 실제 아치 구조물의 경우 순수 압축력을 받는 경우는 아주 드물다. 따라서 압축력과 휨모멘트를 동시에 받는 경우에 대한 극한강도를 평가 하여야 한다. 본 연구에서는 여러 가지 압축력과 휨 모멘트의 조합을 만들기 위하여 그림 12와 같이 5가지의 하중에 대해 해석을 수행 하였다. 해석 모델에 사용된 재료 물성치 및 제원, 잔류응력 및 초기변형은 2.1절의 압축력을 받는 고정지점 포물선 아치와 동일하다. 라이즈비 0.1~0.5에 대한  $\bar{S}/r > 12.8$  이상인 깊은 아치에 대하여 유한 요소 해석을 수행 하였으며, 총 382개의 해석 모델을 만들었다.

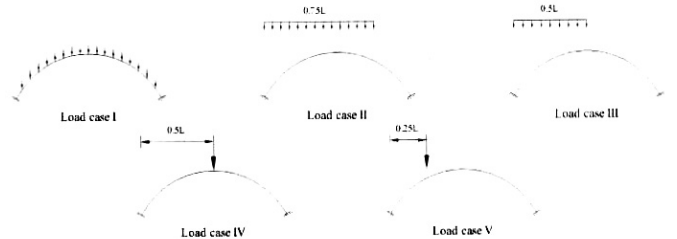


그림 12. 하중 조건

그림 13은 잔류응력과 초기변형이 모두 고려된 해석 모델의 해석 결과를 나타낸다. 이 그림에서  $x$ 축의  $M_{max}/M_P$ 는 단면의 소성 휨모멘트와 해석 결과 나타난 최대 휨모멘트와의 비를 나타내며,  $y$ 축의  $N_{max}/N_{cr}$ 은 식 (3)과 좌굴 곡선을 이용하여 계산된 순수 압축력이 작용하는 경우의 좌굴 하중과 해석으로 계산된 최대 압축력과의 비를 나타낸다. 하중 조건 1과 같이 아치를 따라 작용하는 하중의 경우 압축력의 분포는 순수 압축력만 작용할 경우의 좌굴강도  $N_{cr}$ 의 60~100%의 분포를 보이고 있는 것을 알 수 있다. 이외는 대조적으로 하중 조건 3, 4,



5의 경우는 극한 하중 시 발생하는 압축력은  $N_{cr}$ 의 10~40%이며, 휨모멘트는 소성 휨모멘트와 유사한 값을 보이고 있다.

그림 14는 하중 조건 1에 관한 해석 결과를  $\bar{S}/r$ 에 대하여 나타낸 그림이다. 이 그림에서 RS는 잔류응력을 포함하고 있는 해석을 의미하며, S/600은 그림 3과 같이 초기변형이 최대치가 아치 길이의 1/600인 초기변형이 고려된 해석을 의미한다. 이 그림을 통하여 잔류응력과 초기변형이 좌굴발생시 발생하는 압축력과 휨모멘트에 대한 영향을 살펴볼 수 있다. 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중이 아치에 작용하는 경우 잔류응력에 의하여 좌굴발생시 나타나는 압축력의 감소가 발생하나 그 양은 그리 크지 않은 것을 알 수 있다. 초기변형에 따른 압축력의 감소는  $\bar{S}/r$ 이 작아질수록 크게 발생하는 것을 그림 14에서 확인할 수 있다. 또한  $\bar{S}/r$ 이 작아질수록 좌굴발생시 압축력의 비율이 증가하는 것을 확인할 수 있으며 반대로  $\bar{S}/r$ 이 커질수록 좌굴 발생 시 압축력과 휨 모멘트의 비율이 유사하게 변화하였다.

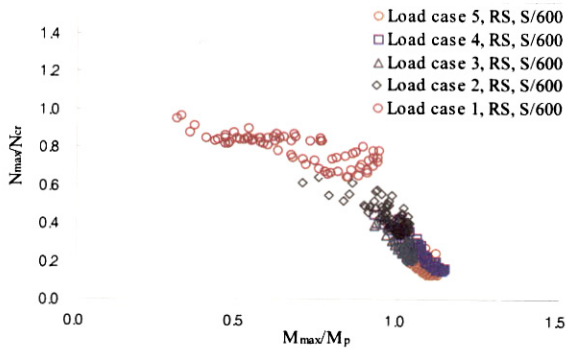


그림 13.  $M_{max}/M_p$ 와  $N_{max}/N_{cr}$ 의 관계

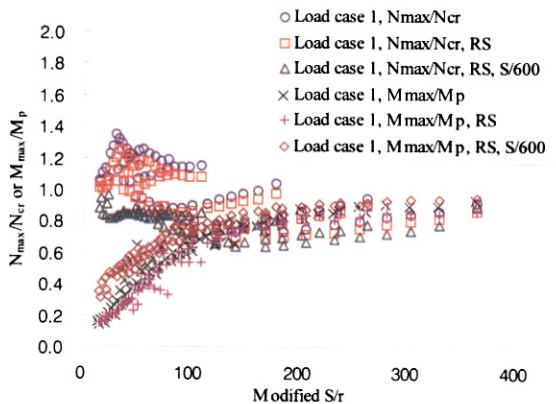


그림 14.  $\bar{S}/r$ 에 따른 축력과 휨모멘트의 변화(하중조건 1)

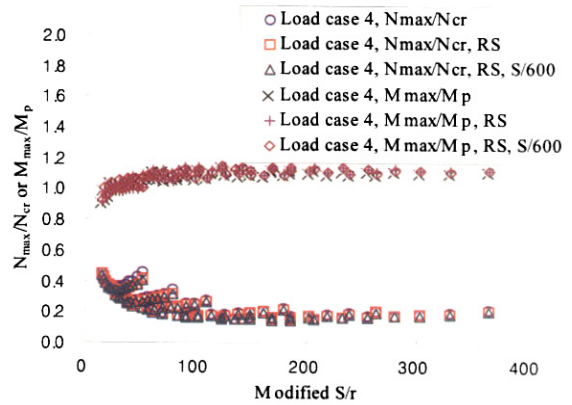


그림 15.  $\bar{S}/r$ 에 따른 축력과 휨모멘트의 변화(하중조건 4)

그림 15는 하중조건 4에 관한 해석결과를 나타낸 그림이다. 이 그림에서는 하중조건 1과는 달리  $\bar{S}/r$ 에 따라 좌굴발생시 압축력과 휨모멘트의 비가 거의 일정한 것을 알 수 있다. 그림 15를 통하여 하중 4와 같은 경우는 휨에 의한 영향이 큰 것을 알 수 있다.

그림 13~15에 나타난  $N_{max}$ 와  $M_{max}$ 는 비탄성 해석을 통하여 계산된 값이다. 실제 설계에서 잔류응력과 초기변형이 포함된 비탄성 해석을 수행하여 부재력을 계산한다는 것은 어려운 일이며, 시간이 많이 필요한 일이다. 따라서 이러한  $N_{max}$ 와  $M_{max}$ 를 이와 대응되는 1차 탄성 해석의 부재력으로 변환하여야 실제 설계에 도움이 될 수 있다. 본 연구에서는  $N_{max}$ 와  $M_{max}$ 를 이와 대응되는 1차 해석의 값으로 환산하기 위하여 잔류응력과 초기변형이 포함된 비탄성 해석을 통하여 좌굴 하중을 결정하고 이 하중을 이용하여 1차 탄성 해석을 수행하여 압축력과 휨모멘트를 계산하였으며, 각각  $N^*$ 와  $M^*$ 로 정의 하였다. 1차 탄성 해석으로 결정된 휨모멘트의 경우  $P-\Delta$  효과로 인한 휨모멘트 확대효과를 고려하기 위하여 휨모멘트 확대계수( $\delta$ )를 사용하였다. 확대계수를 사용한 휨모멘트는  $M^{**}$ 로 정의하였으며, 식 (4)와 같다.  $\delta$ 가 1.4보다 커지는 큰 경우는 기하 비선형 해석을 이용하여  $N^*$ 와  $M^{**}$ 를 결정하는 것이 바람직하다.

$$M^{**} = \delta \times M^*, \quad \delta = 1 / (1 - N^* / N_{cr}^e) \quad (4)$$

$$\frac{N^*}{N_{cr}} + \frac{M^{**}}{(\alpha_m M_p)} < 1 \quad (5)$$

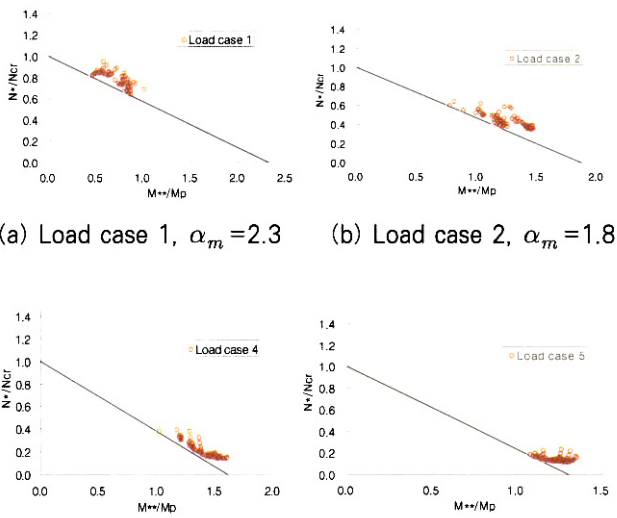


그림 16. 하중조건에 따른  $\alpha_m$

표 2. 하중 조건에 따른  $\alpha_m$

	LD 1	LD 2	LD 3	LD 4	LD 5
$\alpha_m$	2.3	1.8	1.5	1.6	1.3

본 연구에서는 직선의 보-기둥 연성식을 수정하여 식 (5)와 같이 고정 지점 포물선 아치의 면내 좌굴강도를 평가하였다. 식 (5)에서  $N_{cr}$ 은 식(3)과 직선의 좌굴 곡선을 이용하여 계산된 압축력을 받는 아치의 임계 압축력이며,  $M_p$ 는 소성 휨모멘트를 나타낸다.  $N^*$ 와  $M^{**}$ 는 1차 탄성 해석과 식(4)를 이용하여 결정된 압축력과 휨모멘트를 나타낸다. 마지막으로  $\alpha_m$ 은 압축력과 휨모멘트의 비에 따라 결정되는 상수이다. 그림 16은 하중 조건에 따른  $\alpha_m$ 을 나타낸다. 여기서  $\alpha_m$ 을 결정하기 위하여 각 하중조건에 따라  $N^*/N_{cr}$ 과  $M^{**}/M_p$ 의 합이 최소가 되는 점을 이용하여 직선 회귀분석을 수행하였다. 본 연구에서 나타난 하중 조건에 따른  $\alpha_m$ 은 표 2와 같다.

그림 17은 제안식과 해석 결과를 나타낸 그림이다. 이 그림에서  $\alpha_m$ 은 각각 하중 조건에 따라 표2에 나타난 값을 사용하였다. 그림 17에서 제안식이 모든 해석 결과보다 아래에 위치하는 것을 볼 수 있으며, 제안식이 고정 지점 포물선 아치의 좌굴강도에 대한 하한치를 주는 것을 볼 수 있다.

실제 설계에서 하중 조건에 따라 다른  $\alpha_m$ 의 값을 사용하는 것은 번거로운 일이므로 안전측으로 가장 작은  $\alpha_m$  값을 사용하는 것이 바람직하다고 판단되며, 그림 18은 제안된  $\alpha_m$  값 중 가장 작은 1.3을 이용하여 해석 결과를 나타낸 것이다. 이 그림에서도 제안식은 모든 해석 결과에 관하여 고정

지점 포물선 아치의 좌굴강도를 안전측으로 예측하는 것을 볼 수 있다. 이러한 사실을 종합하여 볼 때 압축력과 휨 모멘트를 동시에 받는 고정 지점 포물선 아치의 면내 좌굴강도를 평가하기 위하여는 식(5)와  $\alpha_m = 1.3$ 을 사용하는 것이 바람직하다.

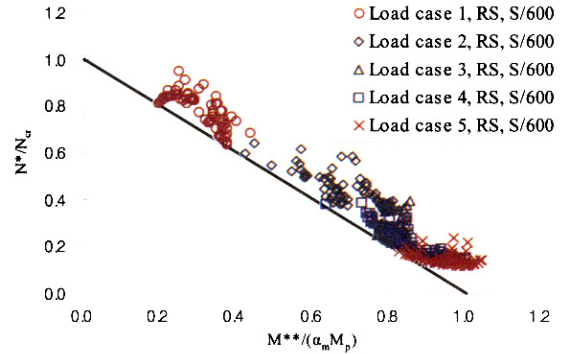


그림 17. 제안식과 해석 결과의 비교

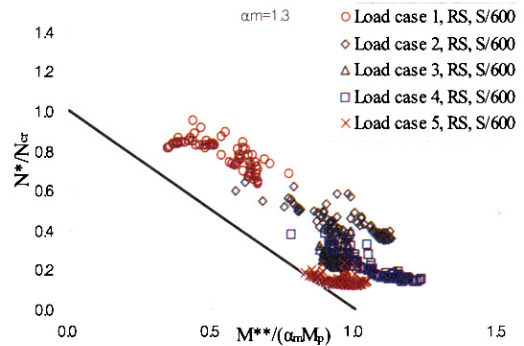


그림 18. 제안식과 해석 결과의 비교 ( $\alpha_m = 1.3$ )

현재 도로교 설계기준에는 아치를 압축력과 휨모멘트를 지지하는 부재로 설계하도록 규정되어있으며, 설계기준은 식 (6)과 같다. 현재 본 연구에서는 면내거동만 고려하고 있으므로 식 (6)은 면외거동에 관한 부분이 제외되었다. 식 (6)에서  $f_c$ 는 축방향력에 의한 압축응력을 나타내며,  $f_{ca}$ 는 축방향의 허용응력,  $f_b$ 는 휨모멘트에 의한 압축응력,  $f_{bc}$ 는 허용휨압축응력,  $f_E$ 는 오일러 좌굴응력을 나타낸다.

$$\frac{f_c}{f_{ca}} + \frac{C_m f_b}{f_{bc} \left(1 - \frac{f_c}{f_E}\right)} \quad (6)$$

식 (6)의 경우 허용응력 설계법에 기반을 두고 있기 때문에 본 연구에서 제안된 식 (4), (5)와 직접적인 비교는 힘들다.

하지만 두 식이 유사한 것을 알 수 있다. 식 (6)에서  $1/(1 - f_c/f_E)$ 는 식 (4)의 휨모멘트 확대계수  $\delta$ 와 같다. 식 (5)에서  $\alpha_m$ 은 식 (6)의  $1/C_m$ 과 같은 계수이다. 본 연구 결과  $\alpha_m$ 은 1.3~2.3의 값을 가지는 것에 비하여  $1/C_m$ 은 1~2.5의 값을 갖게 된다.

### 3. 제안식의 검증

앞의 연구에서는 압축력과 휨모멘트를 동시에 받는 아치의 면내 좌굴강도를 평가하기 위하여 직선 기둥의 보-기둥의 연성식을 수정한 식을 제안하였다. 이러한 제안식은 그림 12와 같이 제한된 하중 조건의 해석 결과를 이용하여 얻어졌다. 따라서 제안식을 보다 일반적인 하중에 관하여 검증할 필요가 있다. 본 연구에서는 그림 19와 같은 하중을 이용하여 제안식의 적정성을 검증하였다.

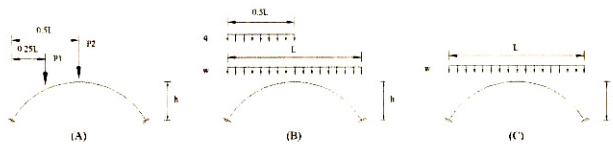


그림 19. 제안식 검증에 사용된 하중 조건

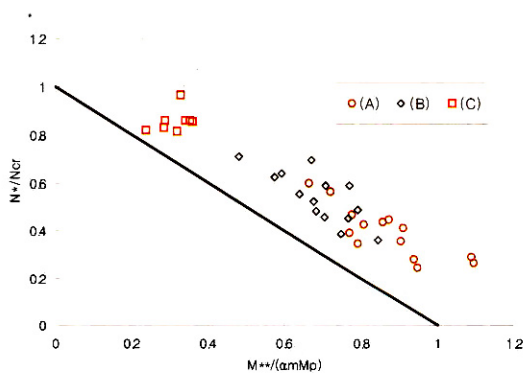


그림 20. 제안식과 검증 모델의 해석 결과 비교

그림 19의 (a)의 하중은 아치 지간의 25%와 50%에 집중하중이 작용하는 하중이며, 하중  $P_1/P_2$ 의 비는 1과 0.5에 관하여 해석을 수행하였다. (b)하중은 아치 지간전체에 작용하는 등분포 하중과 아치 지간 반에 작용하는 등분포 하중의 조합이며, 하중  $q/w$ 의 비는 1과 2에 관하여 해석을 수행하였다. (c)하중은 아치 지간에 걸쳐 작용하는 등분포 하중을 나타낸다. 검증 모델에 사용된 재료 모델은 앞의 그림1과 같으며, 잔류응력과, 초기변형을 모두 고려하여 해석을 수행하였다. 검증모델에 사용된 초기변형의 최대값은 아치 길이의 1/600이

다. 그림 20은 검증 모델의 해석 결과를 나타낸 그림이다. 그림 20에 나타난 직선은 식(5)에 제안된 식이며,  $\alpha_m$ 은 1.3을 이용하였다. 검증 모델의 해석 결과는 모두 제안식의 위에 위치하는 것을 확인할 수 있으며, 제안식이 고정지점을 갖는 포물선 아치의 면내 좌굴강도를 적절히 평가하고 있는 것을 확인할 수 있다.

Sinke(1977)는 실험연구를 통하여 포물선 아치의 면내좌굴 거동에 관한 연구를 수행하였다. Sinke는 그림 19의 (b)와 같은 하중에 관하여 실험을 수행하였으며, 하중  $q/w$ 의 비는 0.02, 0.2, 0.5, 1이다. Sinke가 수행한 포물선아치 및 강재의 제원은 표 3과 같다.

표 3. Sinke 실험체의 제원

$L$ (mm)	$h$ (mm)	$A$ (mm <sup>2</sup> )	$I$ (mm <sup>4</sup> )	$E$ (MPa)	$f_y$ (MPa)
1020	170	188.1	5658.7	203840	288.1

실험 결과 하중  $q/w$ 의 비 0.02, 0.2, 0.5, 1에 따른 좌굴강도는  $w=529.83, 374.22, 241.49, 155.51$  N/mm로 나타났다. 위의 결과를 이용하여 제안식의 타당성을 검증 하였다. 결과는 그림 21과 같이 나타났으며, 제안식이 좌굴강도를 안전측으로 나타내는 것을 확인할 수 있다. Sinke의 실험의 경우 잔류응력의 영향은 포함되어 있으나, 초기변형이 고려되지 않았기 때문에 식 (5)가 좌굴강도를 약 30~40%정도 크게 안전측으로 나타내었다.

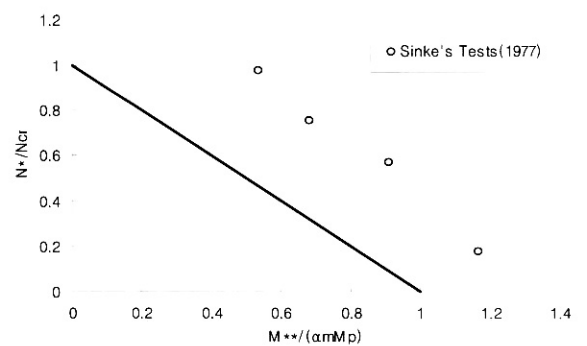


그림 21. Sinke의 실험 결과를 이용한 제안식의 검증

### 4. 결론

본 연구는 유한 요소 해석을 이용하여 고정지점을 갖는 포물선 아치의 면내거동 및 강도에 관한 연구를 수행하였다. 압축력을 받는 고정지점 포물선 아치의 탄성거동에 대한 연구를



수행하였으며, 비탄성 해석을 이용하여 압축력을 받는 아치의 좌굴강도에 관한 연구를 수행하였다. 마지막으로 압축력과 휨모멘트가 동시에 작용하는 고정지점 포물선 아치에 관한 연구를 수행하여 연성 좌굴식을 제안하였다.

압축력이 작용하는 고정 지점 포물선 아치의 해석 결과는 다음과 같다.

- (1)  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 큰 경우는 고전 좌굴 이론과 해석 결과 나타난 좌굴발생시 압축력이 10% 오차 이내로 일치하였으며, 비대칭 좌굴이 발생하였다. 하지만  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 작은 경우는 낮은 아치가 되며, 고전 좌굴 이론은 아치의 좌굴강도를 과대평가 하였다.  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 작은 경우의 좌굴 모드는 대칭 좌굴모드가 발생하였다.
- (2) 비탄성 해석 결과, 잔류응력의 영향은 탄성 좌굴 구간에서는 미미하게 발생하였으나, 초기변형에 의한 좌굴강도 저감 효과는 모든 해석 결과에서 크게 발생 하였다.
- (3) 직선 기둥의 좌굴 곡선은  $\bar{S}/r$ 이 12.8보다 큰 고정지점을 갖는 포물선 아치의 좌굴강도를 적절하게 평가하였다. 하지만 초기변형이  $S/600$ 보다 큰 경우는 좌굴 곡선은 아치의 좌굴강도를 10% 이상 과대평가 할 것으로 판단된다.

압축력과 휨모멘트가 동시에 작용하는 고정 지점 포물선 아치의 해석 결과는 다음과 같다.

- (1) 잔류응력이 좌굴발생시 나타나는 압축력에 미치는 영향은 모든 하중조건에서 적었으며, 초기변형의 경우 하중 조건 1과 같이 좌굴발생시 압축력의 비가 상대적으로 클 때 초기변형에 따른 압축력의 감소가 크게 발생 하였다.
- (2) 여러 하중조건에 대해 고정지점 포물선 아치의 연성좌굴 식을 제안하였으며, 유한 요소해석과 실험결과를 이용하여 검증 하였다.

### 감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사 드립니다.

### 참 고 문 헌

- 도로교 설계 기준(2002), 건설 교통부
- 문지호, 윤기용, 김성훈, 이학은(2005), 압축력을 받는 포물선 아치 리브의 좌굴 강도, 대한토목학회정기학술대회 논문집, pp. 2188~2191
- 문지호, 윤기용, 김성훈, 이학은(2005), 수직 등분포 하중을 받는 고정 지점 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 강도, 한국강구조학회 논문집, 제17권 4호, pp. 439~447
- ABAQUS standard user's manual version 6.2(2001), Hibbit, Karsson and Sorensen Inc.
- Austin, W. J.(1971), In-plane bending and buckling of arches, *J Struct Div*, ASCE, Vol. 97, No. ST5, pp. 1575-1592.
- Austin, W. J. and Ross, T. J.(1976), Elastic buckling of arches under symmetrical loading, *J Struct Div*, ASCE, Vol. 102, No. ST5, pp. 1085~1095.
- Eurocode. Design of steel structure(2003). European committee for standardization
- Kang, Y. J., Yoo, C. H.(1994) Thin-walled curved beams. II: analytical solutions for buckling of arches. *J. Eng. Mech.* ASCE Vol. 120, No. 10, pp. 2102~2125.
- Kuranishi and Yabuki (1979), Some numerical estimations of ultimate in-plane strength of two-hinged steel arches. *Proc. JSCE* Vol. 287, pp.155~158.
- Pi, Y.-L., M. A. Bradford and B. Uy(2002). In-plane stability of arches. *Int J Solids Struct*, Vol. 39, No. 2, pp. 105~125.
- Pi, Y.-L. and Trahair N.S.(1999), In-plane buckling and design of steel arches, *J Struct Eng*, ASCE, Vol. 125, No. 11, pp. 1291~1298.
- Pi, Y.-L. and M. A. Bradford.(2004), In-plane strength and design of fixed steel I-section arches, *Engineering Structure*, Vol. 26, pp. 291~301.
- Schreyer, H. and Masur, E.(1966), Buckling of shallow arch. *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 92, No. 4, pp. 1~20.
- Sinke, T., Zui, H., Namita, Y.(1977), Analysis and experiment on in-plane load carrying capacity of arches. *Proc. JSCE*, Vol. 263, pp. 11~23 (In

Japanese)

Timosheko, S. P., Gere, J. M.(1961), Theory of elastic stability. 2nd Ed. McGraw-Hill Book Co., Inc.

Verstappen, I., Snijder, H. H., Bijlaard, F. S. K., and Steenbergen, H. M. G. M.(1998), Design rules for

steel arches-In-plane stability. *J. Constructional Steel Res.*, Oxford, U. K. Vol. 46, No. 1-3, pp. 125~126

(접수일자 : 2006. 2. 9 / 심사일 2006. 3. 3 /  
심사완료일 2006. 5. 4)