

# Tuned Mass Damper(TMD)를 이용한 구조물의 Linear Quadratic Gaussian(LQG) 하이브리드 진동제어

LQG Hybrid Vibration Control of a Structure Using TMD

이진호\*                      이상범\*\*

Lee, Jin-Ho                  Lee, Sang-Beom

## Abstract

The purpose of this study is to investigate the effectiveness of a LQG Hybrid controller to suppress the earthquake disturbance for the building structure. The ground acceleration of N-S component of El-Centro earthquake was scaled to confirm that the building behaved within the elastic range. The tuned mass damper(TMD) on the top floor regulated by LQG algorithm was designed to control the floor displacements. The displacement responses of the hybrid control were compared with those obtained from an active control along with a passive control. The results showed that the LQG hybrid control used approximately 50% less input forces than an active control to satisfy the performance criteria.

## 요 지

본 연구는 지진동을 받는 구조물의 응답을 제어하기 위한 하이브리드 LQG 기법의 효율성을 조사하는 것이 목적이다. 입력 기진력은 엘센트로 지진이며 지반 가속도를 적절히 조절하여 구조물이 탄성 범위내에서 거동하도록 하였다. 수동 제어 장치로서 최상층에 설계된 TMD는 LQG 제어 알고리즘에 의해 통제되며 능동 제어기와 함께 하이브리드 제어 시스템을 이룬다. 이 기법을 통해 제어된 변위 응답을 비교한 결과 순수하게 능동 제어를 한 경우에 비해 훨씬 작은 크기의 입력으로도 변위를 제어할 수 있었으며 센서의 위치는 최상층에 부착하는 것이 가장 효과적인 것으로 나타났다.

**Keywords :** TMD, Passive control, Active Control, Linear Quadratic Gaussian(LQG), Kalman Filter

**핵심 용어 :** TMD, 하이브리드 제진, 능동제어, Linear Quadratic Gaussian(LQG) 제어

\* 정희원, 동의대학교 건축공학과 교수

\*\* 정희원, 동의대학교 건축공학과 교수

E-mail : jhl@deu.ac.kr 010-9785-8848

• 본 논문에 대한 토의를 2006년 8월 31일까지 학회로 보내주시면 2006년 11월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

### 1.1 연구의 배경 및 목적

현대의 건물은 구조 기술력의 향상, 건설 재료의 개발 및 시공 기술의 발달과 인구의 도시 집중화 현상 및 대지의 한정성 등 여러 요인에 의하여 고층화 및 경량화되는 추세에 있다. 이처럼 건물이 고층화됨에 따라 강성이 감소되어 바람이나 지진 같은 횡 하중에 의해 과도하게 진동하는 현상이 발생한다.<sup>(1)</sup> 이러한 진동문제에 대한 대안으로서 제어장치를 구조물에 설치하는 방안이 차세대 진동제어방법으로 주목을 받고 있다. 진동제어를 분류하는 한 가지 방법으로 외부에서의 에너지 투입여부에 따라서 크게 수동적 제진과 능동적 제진으로 나눌 수 있다. 먼저 수동적 제진은 외부에서의 에너지 도입이 필요 없는 장점이 있는 반면, 시스템의 1차 모드에만 동조됨에 따라 고차모드에 대한 영향에 적절히 대처할 수 없는 점과 제진대상의 특성변화에 따라 제진 효과가 크게 퇴화될 수 있는 단점이 있다. 능동적 제진은 구조가 간단하고 우수한 제진효과를 보이는 반면 제진을 위해 필요한 모든 에너지가 외부에서 공급되어야 한다는 단점을 지닌다. 이 밖에 또 다른 제진법으로 하이브리드 제진은 수동적 제진장치에 능동적 요소를 결합시킨 형태의 제진법이다. 수동적 요소가 제진의 일부분을 담당하여, 외부에서 공급되는 에너지를 줄일 수 있고, 수동적 제진의 단점을 능동적 요소가 보완할 수 있는 장점이 가진다.<sup>(2)</sup> 본 연구는 하이브리드 제진 방법을 이용하여 EI-Centro 지진외란에 대한 건물의 진동 제어 시스템 설계 및 그 효율성에 관한 연구를 목표로 한다.

### 1.2 연구의 방법 및 절차

본 연구의 제진 대상은 4층의 철골구조물로서, 구조물의 동특성을 정의하기 위해 4개의 자유도를 가진 집중질량 시스템으로 단순화하고 질량, 강성 및 감쇠행렬들을 구했다. 시스템에 가해지는 외력은 EI-Centro로써 지반가속도를 적절히 스케일 조정하였다.

구조물의 응답을 제어하기 위하여 하이브리드 제어

시스템을 설계할 때 수동 제어 부분은 TMD를 이용하며, 능동 제어 부분은 최적추정 및 최적제어 이론에 입각한 LQG 제어론을 적용하여 설계하였다.<sup>(3)</sup>

제어의 효율성을 조사하기 위해 제어 대상에 TMD를 설치한 수동 제어와 비제어된 경우를 시뮬레이션을 통해 비교하고, TMD가 설치된 수동 제어와 여기에 LQG 능동제어도 함께 적용된 하이브리드 제어의 응답특성도 비교하였다. 또한, TMD를 이용하지 않고 4층에 직접 제어입력을 가하는 순수 능동 경우와 하이브리드 경우에 대해서도 그 결과를 비교해 보았다.

## 2. 시스템 모델링

### 2.1 시스템의 운동방정식

연구 대상으로 선정한 구조물<sup>(4)</sup>은 4층짜리 전형적인 철골프레임 구조로써 기준층의 구조평면도 및 단면도를 Fig. 1 및 Fig. 2와 같이 가정한다.

골조에 사용된 모든 철골 보들은 H-600×200×11×17, 그리고 각 기둥들은 H-300×300×10×15의 형강을 사용한다고 가정하였다. 지붕층 및 기준층의 고정하중은 각각 430kg/m<sup>2</sup>, 280kg/m<sup>2</sup>으로 가정하였다.

구조물의 동적 응답을 구하기 위해 Fig. 2와 같이 집중질량 시스템(lumped mass system)으로 모델링하였다. 여기서  $k$  와  $c$  는 횡력에 대한 구조물의 스프링상수 및 감쇠계수이다.

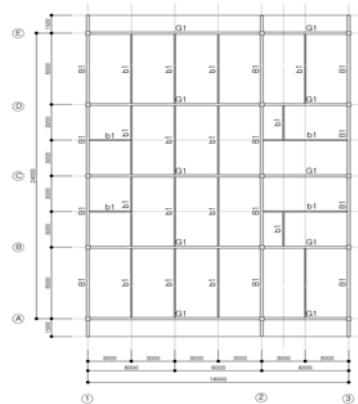


Fig. 1 기준층 구조평면도

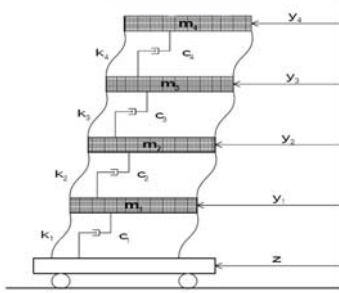


Fig. 2 집중질량 모델

집중질량 시스템이 지반가속도  $\ddot{z}(t)$ 인 지진에 의해 교란될 때의 운동방정식은 다음의 식 (1)과 같다.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -M\ddot{z} \quad (1)$$

여기서  $M, C, K$ 는 각각 시스템의 질량, 감쇠, 강성행렬이고,  $I = [1, 1, 1, 1]^T$ 이다. 그리고  $x_i = y_i - z$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ 는 상대변위이고,  $z$ 는 지반의 절대변위,  $y_i$ 는 각 층의 절대변위를 나타낸다. 질량행렬  $M$ 은 다음과 같이 산정되었으며 이때 기둥의 질량은 각층에서 층고의 1/2 씩 상하로 분배시켰다.

$$M = \begin{bmatrix} 123.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 123.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 123.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 189.8 \end{bmatrix}$$

한편, 강성행렬  $K$ 는 다음과 같이 산정되었다.

$$K = 10^5 \times \begin{bmatrix} 3.4856 & -2.0463 & 0.33415 & -0.03005 \\ -2.0463 & 3.4822 & -2.0277 & 0.29005 \\ 0.33415 & -2.0277 & 3.3705 & -1.639 \\ -0.03005 & 0.29005 & -1.639 & 1.3719 \end{bmatrix}$$

시스템의 감쇠행렬  $C$ (kg·sec/cm)는 감쇠비  $\zeta$ 를 3%로 가정하여 비례 감쇠<sup>(5)</sup>로 구하였으며 다음과 같다.

$$C = \begin{bmatrix} 609.646 & -327.408 & 53.464 & -4.808 \\ -327.408 & 609.102 & -324.432 & 46.408 \\ 53.464 & -324.432 & 591.23 & -262.24 \\ -4.808 & 46.408 & -262.24 & 299.414 \end{bmatrix}$$

## 2.2 시스템의 상태공간 방정식

식 (1)에서 행렬  $x$  및  $\dot{x}$ 의 요소를  $x_1 = X_1, \dots, x_4 = X_4$ ,

$\dot{x}_1 = X_5, \dots, \dot{x}_4 = X_8$ 로 치환하면 식 (2)와 같이 정리된다.

$$\dot{X} = AX + BU - D\ddot{z} \quad (2)$$

이때  $\dot{X}, X, U$ 는  $[\dot{X}_1 \ \dot{X}_2 \ \dots \ \dot{X}_8]^T$ ,  $[X_1 \ X_2 \ \dots \ X_8]^T$ ,  $[u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_4(t)]^T$ 이고 상태 및 제어행렬  $A, B$ 와  $D$ 는 다음과 같다. 단,  $u_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )는 제어입력이 가해지지 않기 때문에 0이다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_{11}}{m_{11}} & \frac{-k_{12}}{m_{11}} & \frac{-k_{13}}{m_{11}} & \frac{-k_{14}}{m_{11}} & \frac{-c_{11}}{m_{11}} & \frac{-c_{12}}{m_{11}} & \frac{-c_{13}}{m_{11}} & \frac{-c_{14}}{m_{11}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-k_{41}}{m_{44}} & \frac{-k_{42}}{m_{44}} & \frac{-k_{43}}{m_{44}} & \frac{-k_{44}}{m_{44}} & \frac{-c_{41}}{m_{44}} & \frac{-c_{42}}{m_{44}} & \frac{-c_{43}}{m_{44}} & \frac{-c_{44}}{m_{44}} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_{33}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_{44}} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

## 2.3 상태공간방정식의 해

초기조건이  $x(0) = \xi$ 인 일반적인 다변수 선형 시불변 시스템은 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)을 Laplace 변환하면

$$x(s) = (s - A)^{-1}x(0) + (s - A)^{-1}Bu(s)$$

이고 라플라스 역변환하여 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$x(t) = e^{At}\xi + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (4)$$

단,  $e^{At} = \sum_{i=0}^{n-1} A^i \alpha_i(t)$

이며, 모드해석에 의한 경우

$$e^{At} = \sum_{i=0}^n e^{\lambda_i t} v_i w_i^T \quad (5)$$

로 구해진다.  $v_i$  와  $w_i$  는 우측 및 좌측 고유벡터이다.  $\lambda_i$ 가  $v_i, w_i$ 에 대응하는 행렬  $A$ 의 고유값일 때

$$Av_i = \lambda_i v_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$w_i^T A = \lambda_i w_i^T, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

을 의미한다.

식 (3)은  $\dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{k=1}^m b_k u_k(t)$ 와 같으므로

식 (4)과 (5)를 이용하면 모드해석에 의한 해는 다음의 식 (6)과 같이 정리된다.

$$x(t) = \sum_{i=1}^n (w_i^T \xi) v_i e^{\lambda_i t} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m v_i (w_i^T b_k) \int_0^t e^{\lambda_i(t-\tau)} u_k(\tau) d\tau \quad (6)$$

$w_i^T \xi$ 는 시스템의 초기상태  $\xi$ 가  $i$ 번째 모드를 여기(excitation)하는 정도, 그리고  $w_i^T b_k$ 는  $k$ 번째 제어기  $i$ 번째 모드에 영향을 주는 정도를 나타낸다.<sup>(3)</sup>

### 2.4 가제어성, 안정가능성 및 가관측성

식 (6)에서 첫째항은 입력제어와 무관하므로 모든 모드에 대해 시스템이 제어가능하기위한 조건은  $w_i^T b_k \neq 0$  또는 상태공간방정식의 행렬

$M_c = [ B \ AB \ A^2 B \ \dots \ A^{n-1} B ]$ 의 랭크(rank)가 시스템 차수와 같으면 되는데  $M_c$ 의 랭크를 구한 결과 8이 되어 시스템의 차수와 같으므로 모든 모드에 대해 제어가능하다. 시스템이 모든 모드에 대해 제어가능하므로 자동적으로 이 시스템은 안정하다. 시스템의 가관측 가능성을 조사하기 위해

$M_0 = [ C^T \ A^T C^T \ A^{2T} C^T \ \dots \ A^{n-1T} C^T ]$ 의 랭크를 산정한 결과 8로 되어 이 시스템은 관측가능하다.

## 3. 제진시스템 설계

### 3.1 수동 제진의 설계

수동 제진시스템인 TMD는 진동에 가장 큰 영향을 주는 1차 모드만을 제어대상으로 하여 1차 모드에 관련된 유효모드질량을 찾아 다음과 같은 정점이론을 이용하여 설계되었다. Fig. 3에서 볼 수 있듯이, 시스템에 TMD를 부착했을 경우 주파수응답은 감쇠비  $\zeta$ 에 무관하게 지나가는 점(P, Q)이 있다.

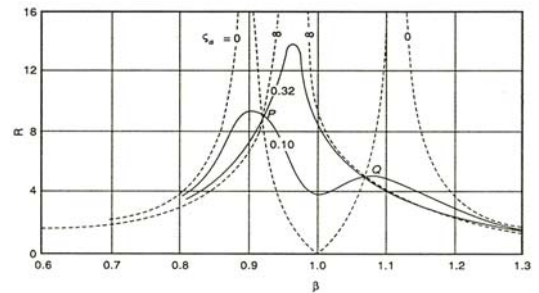


Fig. 3  $\beta(w/w_s)$ 에 따른 증폭계수

이러한 P, Q점을 정점이라고 하고, 정점을 목표로 제진장치를 설계하는 개념을 정점이론이라 한다. 이 점들의 높이는 어느 한쪽이 낮아지면 다른 쪽은 반드시 높게 되는 성질이 있다. 그러므로 양자의 높이를 같게 하고, 나아가 이 정점 부근에서 진폭배율( $y_1/y_{st}$ )이 최대가 되는 조건을 TMD의 최적설계조건으로 정하게 된다. 이에 따른 최적동조,  $\alpha_{opt}$ 와 최랑감쇠,  $\zeta_{opt}$ 의 조건식은 다음과 같이 주어진다.<sup>(2)</sup>

$$\alpha_{opt} = \frac{\sqrt{(k/m)}}{\sqrt{(K/M)}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (7)$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} = \frac{c}{2m\sqrt{k/m}} \quad (8)$$

여기서,  $M, K$ 는 구조물의 질량 및 강성이고  $m, c, k$ 는 TMD의 파라메타이다. 그리고  $\mu$ 는 구조물의 질량과 TMD의 질량비이며 감쇠가 미미하므로 무시하면 식 (7)와 식 (8)에서 알 수 있듯이 수동적 제진 성능은 오로지 제진대상과 TMD의 질량비  $\mu$ 에 의해서 정해진

다는 것을 알 수 있다. 그러나 하나의 TMD는 시스템의 1차 모드에만 동조되므로 고차 모드의 영향에 대처할 수 없는 문제점이 있어 능동 제어를 부가해 보았다.

### 3.2 능동 제진의 설계

능동제진을 위한 LQG제어시스템은 Fig. 4처럼 구조물의 응답을 센서를 통해 감지하고 상태변수를 추정하는 Kalman Filter와 이러한 상태변수를 바탕으로 최적의 제어력을 산정하는 LQR제어를 결합시킨 것이다.

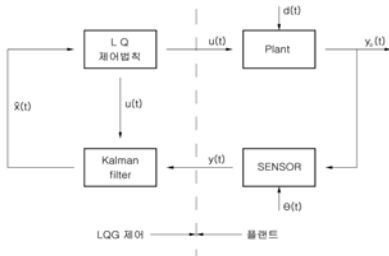


Fig. 4 LQG 제어시스템의 구조

#### 3.2.1 LQR 알고리즘

다음과 같은 상태공간 방정식을 생각해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \quad (9)$$

이때 LQR에 의한 최적제어 목적은 식 (9)의 구속 조건 하에서 다음과 같이 주어지는 성능지수 (Performance index)를 최소화하는 입력을 구하는 것이며 Fig. 5와 같은 구조로 주어진다.

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (10)$$

여기서  $Q, R$ 은 상태 및 제어 가중행렬(weighting matrix)이다. 이제 Hamiltonian  $H$ 를

$H = x^T Qx + u^T R u + \lambda^T (Ax + Bu)$ 라 정의하고 최적제어를 구하기 위해  $\partial H / \partial u = 0$  하면 다음과 같은

입력이 구해진다.

$$u(t) = -R^{-1}B^T \lambda(t) \quad (11)$$

그리고 제어법칙을 구하기 위해  $\lambda(t) = Sx(t)$ 라 정의하면 식 (11)에 의해 시스템의 피드백 제어 법칙은 다음과 같이 주어진다.

$$u = -Gx(t) \quad (12)$$

여기서 최소화 이득행렬  $G$ 는  $R^{-1}B^T Sx$ 이고,  $S$ 는 제어 대수 Riccati식(Control Algebraic Riccati Equation : CARE) 인 다음 식의 유일한 해이다.

$$SA + A^T S + Q - SBR^{-1}B^T S = 0 \quad (13)$$

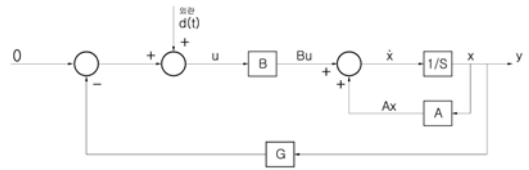


Fig. 5 LQR 블록선도

#### 3.2.2 Kalman Filter

LQR만 적용하여 제진할 경우에는 구조물의 상태변수를 모두 예측해야 하며 실제로는 비경제적인 제어법이 된다. 이와 같은 제약에 대한 대안으로 관측기를 이용하여 출력 피드백 제어시스템을 설계하는 Kalman Filter 제어 알고리즘을 적용하였다. 다음과 같은 시스템의 상태공간방정식을 정의해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) + Ld(t) \\ y &= Cx(t) + \theta(t) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $L$ 은 외란입력행렬이고  $d$ 는 외란으로서 강도  $\varepsilon$ 인 0-평균 백색잡음, 그리고  $\theta$ 는 센서잡음으로서 강도  $\theta$ 인 0-평균 백색잡음으로 가정한다. Kalman Filter 문제는 측정된 출력  $y(t)$ 로부터 상태벡터  $x(t)$ 를 최적으로 추정된 상태추정오차  $\hat{x}(t)$ 를 찾는 문제이다.  $\hat{x}(t)$ 를 구하기 위하여 상태추정오차  $\tilde{x}(t)$ 를 정의하면  $\tilde{x}(t) \equiv x(t) - \hat{x}(t)$ 이다. 정상상태에서 상태추정오차

$\hat{x}$ 의 평균  $E\{\tilde{x}(t)\}$ 는 0이나 상호분산행렬  $P(=E\{\tilde{x}(t)\tilde{x}^T(t)\})$ 는 0이 아니다. 최적의 상태추정벡터  $\hat{x}(t)$ 를 구하려면 가능한 한 상태추정오차의 상호분산행렬  $P$ 를 작게 해야 한다. 이를 위해 최소화시켜야 할 가격함수  $J$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$J = E\{[x - \hat{x}][x - \hat{x}]^T\} = E[\tilde{x} \cdot \tilde{x}^T] \quad (18)$$

한편, Kalman Filter에 대한 방정식은 Fig. 6에 의해 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + H[y(t) - C\hat{x}(t)] \\ &= (A - HC)\hat{x} + Bu(t) + Hy(t) \end{aligned} \quad (19)$$

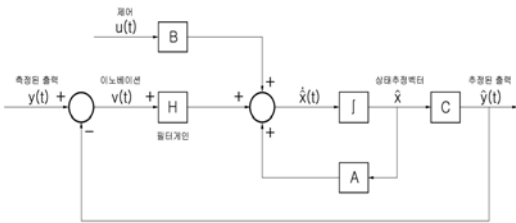


Fig. 6 Kalman filter 구조 블록선도

여기서 필터게인행렬  $H$ 를 계산하려면, 다음처럼 식 (17)과 (19)를 이용한 상태추정오차의 상호분산식이 필요하다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - HC)\tilde{x}(t) + Ld(t) - H\theta(t) \quad (20)$$

식 (20)을 시간변화를  $\dot{P} = E\{\dot{\tilde{x}}\tilde{x}^T + \tilde{x}\dot{\tilde{x}}^T\}$ 로 나타내어 정리하면 상태추정오차의 상호분산행렬과 필터 게인 행렬  $H$ 를 다음과 같이 얻을 수 있고 식 (21)을 가능한 작게 유지하는 것이 Kalman Filter의 설계목적이다.

$$\dot{P} = AP + PA^T + LEL^T - PC^T\Theta^{-1}CP \quad (21)$$

$$H = PC^T\Theta^{-1} \quad (22)$$

그리고 정상상태에서 상태추정오차의 상호분산식의 해, 즉  $\dot{P}=0$ 일 때의 해를 구하는 식을 필터대수 Riccati 식(Filter Algebraic Riccati Equation ; FARE)

이라고 부르며 다음과 같이 주어진다.

$$AP + PA^T + LEL^T - PC^T\Theta^{-1}CP = 0 \quad (23)$$

LQG제어기 구조는 Kalman Filter와 LQR이 결합된 형태를 가리킨다. 즉, Fig. 7처럼 제어대상인 구조물이 외란에 의해 교란될 때 그 상태를 측정하여 Kalman Filter의 필터 게인 행렬  $H$ 와 LQR의 제어 게인 행렬  $G$ 로써 산정된 제어입력을 투입하여 제진하는 방식이다.

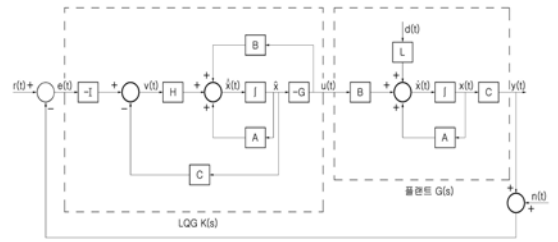


Fig. 7 LQG 제어시스템의 블록선도

결국, Fig. 7로 주어지는 LQG 제어기에 대한 상태공간방정식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BG \\ HC & A - BG - HC \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & L & 0 \\ -H & 0 & H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r(t) \\ d(t) \\ n(t) \end{Bmatrix} \quad (24)$$

LQG 제어시스템을 이용한 폐루프 제어시스템의 공칭안정도가 보장되기 위해서는 식 (20)으로 표현되는  $2n$ 차 시스템의 고유값의 실수부가 다음과 같이 음수이어야 한다.

$$Re \lambda_i [A_{CL}] < 0; i = 1, 2, \dots, 2n \quad (25)$$

여기서

$$A_{CL} = \begin{bmatrix} A & -BG \\ HC & A - BG - HC \end{bmatrix}$$

#### 4. 제어 응답 특성

본 연구에서 적용한 제어기의 설계사양은 최상층의 횡변위(roof drift)가 건물고의 0.2% 보

다 작도록 하는데 있다고 가정했다. 따라서 4층의 변위  $\leq 2.7\text{cm}$ 가 되도록 상태변수들을 제어해보았다. 구조물에 인가되는 외란입력으로 23초 동안 0.1초로 분할된 El-Centro 지진의 남-북 성분 디지털 기록을 적용하였다. 지진의 최대 지반 가속도는 약  $0.35g$  이므로 건물의 자중 549 ton 에 의해 산정된 정적 밀면 전단력을 기준으로 하여 지진 입력 데이터를 0.709배로 스케일 조정하였다.

먼저, Fig. 8과 같이 TMD가 제진대상에 설치된 하이브리드 제어시스템에 관한 새로운 상태공간방정식을 유도해보았다. 그리고 TMD를 구조물의 1차 모드에 동조시키기 위해 모드해석법을 수행하여 질량행렬  $M$ , 감쇠행렬  $C$  및 강성행렬  $K$ 를 각 모드별 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬로 변환하여 1차 모드에 관련된 값들을 산정하였다.

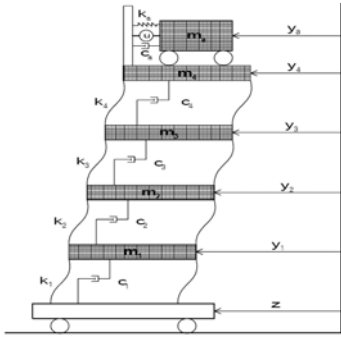


Fig. 8 TMD가 설치된 집중질량 모델

물리 좌표계에서의 변위 벡터  $x$ 에 대한 식 (1)을 모드 좌표계에서의 변위 벡터  $\xi$ 에 대한 운동방정식으로 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_m \ddot{\xi} + C_m \dot{\xi} + K_m \xi = -E_m \ddot{z} \quad (26)$$

여기서,  $x = \Phi \xi$  이다. 한편, 식 (26)의 각 계수행렬들은 다음과 같이 주어진다.

$$M_m = \Phi^T M \Phi = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0.0505 & 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 1.6441 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.3836 & -0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0329 \end{bmatrix}$$

$$C_m = \Phi^T C \Phi = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0.4558 & 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 7.9711 & -0.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & 0.6967 & 0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0183 \end{bmatrix}$$

$$K_m = \Phi^T K \Phi = 10^5 \times \begin{bmatrix} 27.157 & 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 454.928 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 33.449 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.290 \end{bmatrix}$$

$$E_m = \Phi^T M I = \begin{bmatrix} -40.8497 \\ 494.0541 \\ -455.4563 \\ -400.5454 \end{bmatrix}$$

TMD가 제어대상의 1차 모드에 동조하도록 식 (26)에 포함시키면 식 (26)는 다음과 같이 변환된다.

$$M_a \ddot{\xi} + C_a \dot{\xi} + K_a \xi = E_a \ddot{z} + F_a u \quad (27)$$

이때, 계수행렬들은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$M_a = \begin{bmatrix} M_m & 0_{4 \times 1} \\ 0_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix}, \quad C_a = \begin{bmatrix} C_m & c_1 \\ c_2 & c_3 \end{bmatrix},$$

$$K_a = \begin{bmatrix} K_m & k_1 \\ k_2 & k_3 \end{bmatrix}, \quad c_1 = [0 \ 0 \ 0 \ -c_a]^T,$$

$$c_2 = [0 \ 0 \ 0 \ \frac{-C_{m44}}{M_{m44}}], \quad c_3 = [\frac{1}{M_{m44}} + \frac{1}{m_a}] c_a,$$

$$k_1 = [0 \ 0 \ 0 \ -k_a]^T, \quad k_2 = [0 \ 0 \ 0 \ \frac{-K_{m44}}{M_{m44}}]^T,$$

$$k_3 = [\frac{1}{M_{m44}} + \frac{1}{m_a}] k_a, \quad E_a = \begin{bmatrix} E_m & -E_{m41} \\ 0 & M_{m44} \end{bmatrix}^T,$$

$$F_a = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 - (\frac{1}{M_{m44}} + \frac{1}{m_a}) \end{bmatrix}^T$$

안,  $m_a$ 는 TMD의 질량을 가리킨다.

운동방정식 (27)을 이제 상태공간방정식으로 바꾸면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = A_a x + B_a u - D_a \ddot{z} \quad (28)$$

여기서 상태 행렬  $A_a$ , 제어입력 행렬  $B_a$ , 외란입력 행렬  $D_a$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_a^{-1} K_a & -M_a^{-1} C_a \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} 0 \\ M_a^{-1} F_a \end{bmatrix}, \quad D_a = \begin{bmatrix} 0 \\ M_a^{-1} E_a \end{bmatrix}$$

그리고 출력변수는 물리좌표계에서 전층의 변위와

TMD의 스트로크로 정한다. 상태변수  $x$ 는 모드 좌표 계에서의 변위벡터이므로 출력행렬  $C_a$ 는 모드행렬  $\Phi$ 를 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$y = C_a x \quad (29)$$

여기서,

$$C_a = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & \phi_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \phi_{43} & \phi_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{이며,}$$

$\phi_{ij}$   $i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3, 4$ 는 모드행렬  $\Phi$ 의 각 요소들이다.

#### 4.1 수동적 제어시스템의 응답 특성

TMD의 제원은 상술한 설계절차에 따라 1차 모드에 동조되도록 설계하였다. TMD의 질량은 질량비  $\mu$ 를 0.01로 하여 1차 모드질량  $329.0\text{kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}$ 의 1%인

$3.29\text{kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}$ 로 설계하였고 스프링 상수는 최적 동조의 이론에 의해  $272.62\text{kg}/\text{cm}$ 로, 감쇠계수는 최적 감쇠의 이론에 의해  $3.65\text{kg}\cdot\text{sec}/\text{cm}$ 로 설계되었다.

Fig. 9는 1층의 횡 변위에 대한 응답을 나타낸 것으로 비제진시 최대변위가 2.34cm에서 1.61cm로 줄어들어 제진효과를 보이고 있다.

Fig. 10은 2층의 대한 횡 변위로 비제진시 최대변위가 4.79cm에서 3.28cm로 감소된 모습이다.

Fig. 11은 3층에 대한 횡 변위로 비제진시 최대변위가 6.75cm에서 4.60cm로 감소되었음을 알 수 있다.

Fig. 12는 4층에 대한 횡 변위로 비제진시 최대변위가 8.00cm에서 5.44cm로 감소된 모습이다. Fig. 13은 수동 제진시 TMD의 스트로크 선도로서 최대 30cm 정도의 복동거리를 나타내고 있다.

이와 같이 4층의 최대변위가 8.0cm에서 TMD만의 수동 제진에 의해 5.44cm로 줄어들어 설계사양을 벗어나고 있는 있으나 상당한 제진이 이루어짐을 알 수 있다.

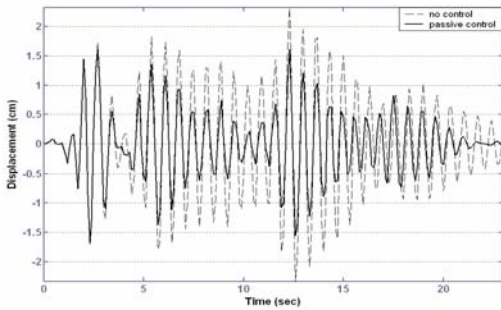


Fig. 9 비 제진과 수동 제진(TMD ONLY)응답, 1층

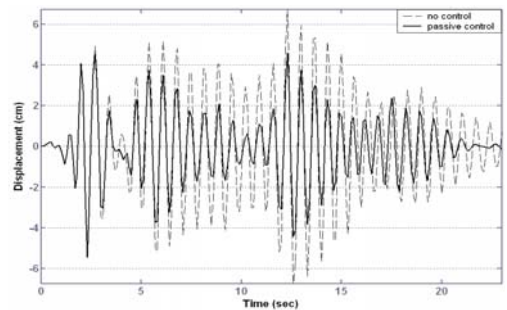


Fig. 11 비 제진과 수동 제진(TMD ONLY)응답, 3층

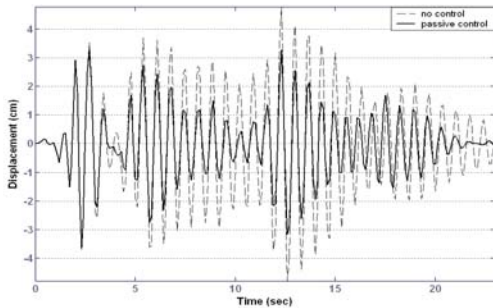


Fig. 10 비 제진과 수동 제진(TMD ONLY)응답, 2층

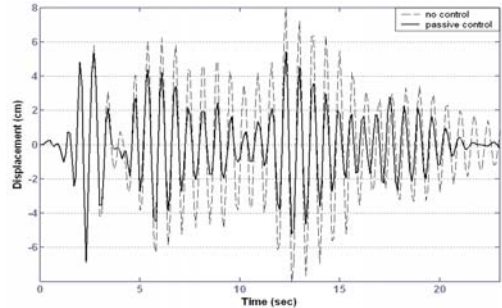


Fig. 12 비 제진과 수동 제진(TMD ONLY)응답, 4층



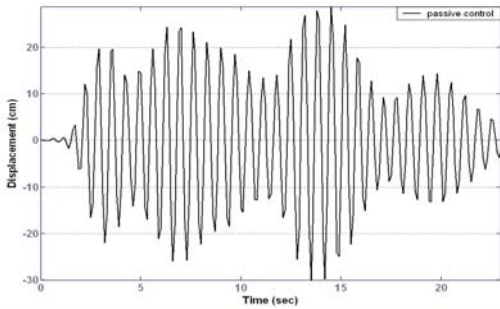


Fig. 13 수동 제진의 경우에 TMD의 스트로크 선도

#### 4.2 하이브리드 제진시스템의 응답 특성

LQG 제어시스템의 설계파라미터인 제어 게인 행렬  $G$ 와 필터 게인 행렬  $H$ 를 산정하기 위한 제어가중행렬  $R$ , 상태가중행렬  $Q$ , 센서잡음강도  $\Theta$  및 외란강도가 중행렬  $\Sigma$ 는 시행착오를 거쳐 다음과 같이 선정되었다.

$$R = 0.001$$

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 250000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = 0.001$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 300000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

따라서 제어 게인 행렬  $G$ 와 필터 게인 행렬  $H$ 는 다음과 같다.

$$G = 10^4 \times [ -0.0025 \quad -0.0018 \quad -0.0174 \quad 1.5210 \quad 0.0000 \\ -0.0003 \quad -0.0002 \quad -0.0016 \quad 0.0083 \quad -0.0029 ]$$

$$H = 10^4 \times [ 0.0024 \quad -0.0066 \quad -0.0008 \quad 0.0815 \quad 0.0018 \\ -0.3190 \quad -1.4751 \quad -0.1123 \quad 1.5108 \quad 0.2265 ]^T$$

Fig. 14는 1층의 횡 변위에 대한 응답으로 수동 제진시 최대변위는 1.61cm, 능동 제진시 0.799cm이었다. 그리고 LQG 하이브리드 제진의 경우에는 최대변위가 0.808cm로 나타났다. Fig. 15는 2층의 횡 변위에 대한 응답으로 수동 제진시 최대변위는 3.28cm, 능동 제진시 1.60cm이었다. 그리고 LQG 하이브리드 제진의 경우에는 최대변위가 1.62cm로 나타났다. Fig. 16은 3층의 횡 변위에 대한 응답으로 수동 제진시 최대변위는 4.60cm, 능동 제진의 경우에는 2.21cm이다. 그리고 LQG 하이브리드 제진의 경우에는 최대변위가 2.24cm로 나타났다.

Fig. 17은 4층의 횡 변위에 대한 응답으로 수동 제진시 최대변위는 5.44cm, 능동적 제진의 경우에는 최대변위가 2.61cm이었다. 그리고 LQG 하이브리드 제진의 경우에는 최대변위가 2.63cm로 나타났다. 따라서 최상층의 변위가  $x_4 \leq 2.7\text{cm}$ 로 되어 설계 사양을 만족하고 있는 모습이다.

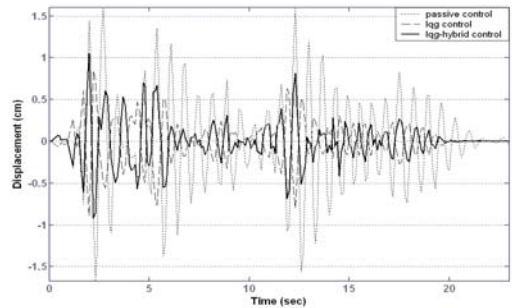


Fig. 14 수동, 능동 및 하이브리드 제진 응답, 1층

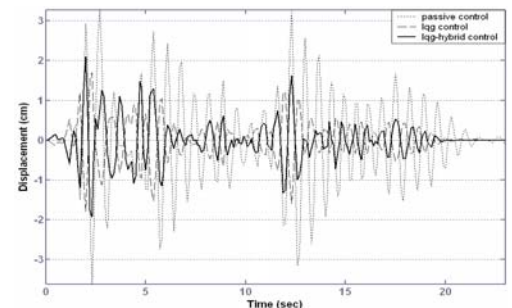


Fig. 15 수동, 능동 및 하이브리드 제진 응답, 2층

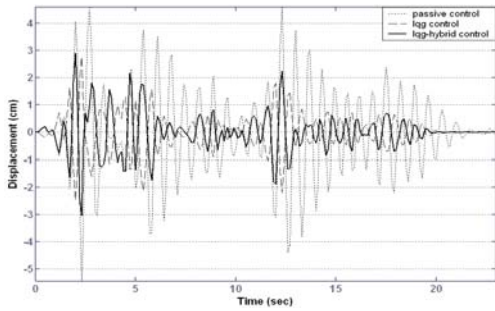


Fig. 16 수동, 능동 및 하이브리드 제진 응답, 3층

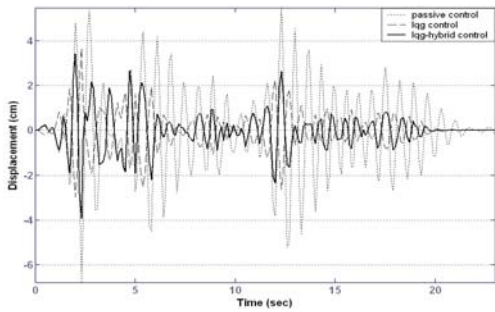


Fig. 17 수동, 능동 및 하이브리드 제진 응답, 4층

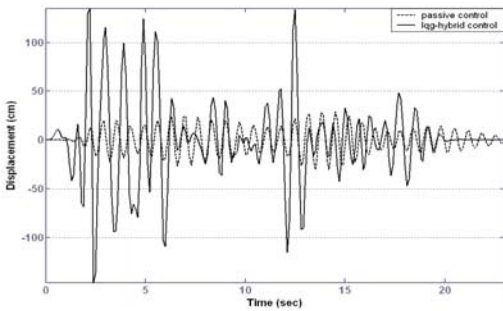


Fig. 18 수동 및 하이브리드 제진의 경우에 TMD 스트로크선도

Fig. 18은 수동 제진과 LQG 하이브리드 제진의 경우, TMD의 스트로크 선도를 비교해 본 그림이다. 하이브리드 제진의 경우, 외부에서 제어 입력이 투입되므로 수동 제진의 경우보다 훨씬 큰 134cm 정도의 복동거리를 나타내고 있다.

Fig. 19는 LQG 하이브리드 제진의 경우에 TMD에 가해진 제어입력 값이다. 제어입력이 2.3초 근방에서 최대 23 ton 까지 나오는 이유는 입력지진의 지반

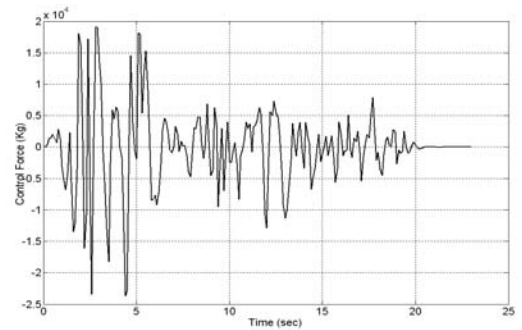


Fig. 19 하이브리드 제진의 경우에 투입된 제어입력선도

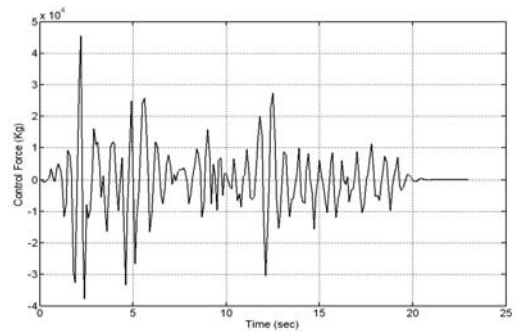


Fig. 20 능동 제진에 투입된 제어입력선도

가속도가 그 근방에서 급격히 변화하기 때문이며 시간이 지나면서 적은 입력으로서 제진됨을 알 수 있다. Fig. 20은 TMD가 설치되지 않은 구조물에 능동 제진만으로 4층 바닥에 제어 입력을 주어 제진한 경우의 제어 입력으로써 45ton 정도의 크기를 갖게 된다.

따라서 수동 제진보다 능동 제진의 경우에 변위가 줄어들어 제진효과가 뚜렷하며 능동 제진과 하이브리드 제진의 경우에 최상층의 최대변위가 각각 2.61cm, 2.63cm로 비슷하게 설계사양을 만족하고 있다. 그러나 제어 입력은 능동 제진만 한 경우의 45ton 보다 하이브리드 제진을 하였을 때 23ton으로서 약 50%정도 감소되어 하이브리드 제진의 제어 효율이 능동 제진에 비해 우수함을 확인할 수 있었다.

## 5. 결 론

본 연구를 통해 TMD, LQG 제어알고리즘 및 Kalman

Filter를 적용한 하이브리드 제진효과와 타당성을 조사해 본 결과, 다음과 같이 결론을 지을 수 있었다.

- 1) TMD만으로 제진한 경우, 최대변위가 5.44cm로 제어되어 하이브리드 제진 시스템에 동력이 공급되지 않는 비상시에도 상당한 제진이 가능하다고 판단되었다.
- 2) TMD를 이용한 제진은 1차 모드에만 동조됨에 따라 고차모드에 대한 영향을 적절히 대처할 수 없으므로 능동 제진을 추가 보완한 LQG 하이브리드 제진법을 이용하면 변위를 더욱 효과적으로 제어할 수 있음을 확인할 수 있었다.
- 3) LQG 하이브리드 제진은 4층에 직접 제어입력을 가한 LQ 능동 제어보다 50%가 적은 제어입력으로도 비슷한 제진성능을 가지는 것을 알 수 있었다. 따라서 순수 능동 제진 방식이 안고 있는 과도한 에너지의 사용이란 문제점을 해결하기 위한 한 방편으로 LQG 하이브리드 제어 기법이 적용될 수 있다고 판단되었다.

이상으로 본 연구의 결론을 서술하였고, 연구의 결과를 실험적으로 검증하는 것을 향후 과제로 남긴다.

## 참고문헌

1. 민경원, '수동 동조 질량 감쇠장치를 이용한 고층건물의 진동 특성', 대한건축학회논문집 8권 4호 (통권42호).
2. 背戸一登, "振動の制御", 防衛大學校, 機械工學教室
3. 김종식, '선형 제어시스템 공학', 청문각 1998.
4. 이진호, '지진동을 받는 구조물에 능동 질량 제어기를 채용한 로버스트(H-infinity) 제진에 관한 연구', 대한건축학회논문집, pp. 11~17, 18권 11호 (통권169호)
5. Anil K. Chopra, 'Dynamics of Structure : Theory and Applications to Earthquake Engineering', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
6. Soong, T.T., Dargush, G.F., 1997, Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering, John Wiley & Sons, pp. 227~279.
7. 최연옥, '현대제어이론의 기초', 청문각 2002.
8. 이진호, 황이철 '건축 구조물의 능동 제진에 있어 ILQ 제어 알고리즘의 유용성에 관한 연구', 대한건축학회논문집 구조계 18권 1호 (통권159호).
9. 민경원, 김진구, 김성춘, 정 란, '가중함수에 따른 능동제어 알고리즘의 비교 연구', 한국전산구조공학회 논문집 제 14권 제 2호 (2001. 6.).
10. 이진호, '구조동력학 기본이론', 도서출판 골드 2003.
11. 이진호, '구조능동제어론', 탐구문화사 2000.

(접수일자 : 2005년 11월 25일)