지하 교각 기초의 온도균열 제어를 위한 수화열 해석 연구

A Study of the Thermal Analysis for the Crack Control of Underground Pier Footing

> 박 원 태^{*} Park, Weon-Tae

Abstract

Lately, massive concrete structures are increasingly built. In such massive structures, the heat of hydration of mass concrete causes thermal cracks. To avoid thermal crack, methods widely acceptable for practical use are pre-cooling, pipe cooling and control of placing height. Thermal stress analysis is performed to find the way of controlling the thermal crack of pier footing mat in this paper. The footing mat model for the analysis is $12m\times14m$ area and 3m height. The analysis results are compared with method of control of lift height and method of pipe cooling. The analysis results show that thermal crack can be removed by method of placing control and pipe cooling at footing mat placed on the ground.

요 지

최근들어 매스콘크리트 구조물의 시공이 증가 추세에 있다. 이러한 매스콘크리트는 수화열상승으로 온도균열이 발생할 수 있다. 온도균열을 방지하기 위하여 일반적으로 프리 쿨링, 파이프 쿨링 및 타설높이를 제한하는 방법이 사용된다. 본 연구에서는 교각 기초의 온도균열을 방지하기 위하여 열응력 검토를 실시하였으며, 이때 기초는 $12m\times14m$ 의 면적과 3m 높이를 가지는 것을 모델로 하였다. 타설 높이를 제한하는 방법과 파이프 쿨링에 의한 해석결과를 비교 검토 하였다. 온도응력를 해석한 결과 지반위에 타설한 기초 매트는 타설높이를 제한하는 방법과 파이프쿨링 방법에 의해 균열을 제어할 수 있다.

Keywords: Control of Placing Height, Pre-cooling, Pipe Cooling

핵심 용어: 타설높이, 프리 쿨링, 파이프 쿨링

E-mail: pwtae@kongju.ac.kr 041-550-0294

^{*} 정회원, 공주대학교 건설환경공학부 교수, 공학박사

[•] 본 논문에 대한 토의를 2006년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 2006년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

콘크리트 구조물 중 단면이 큰 매스콘크리트의 경우는 초기재령에서 발생하는 많은 수화열이 내부에 축적됨으로써 구조물 내에 잔류응력 및 내외부 구속에 의한 균열발생의 가능성이 높게 된다. 특히 장대교량의기초 구조물과 교각 구조물을 비롯하여 콘크리트 댐구조물 원자력 발전소의 대규모 기초구조물 해양 항만구조물 지하공간의 기초 구조물의 시공에 있어서는 짧은 기간 안에 많은 양의 콘크리트를 타설하게 되므로수화열의 발생은 필연적으로 외부로의 열전달이 잘 이루어지지 않고 내부에 축적되어 과도한 열응력을 발생시키고 이로 인하여 시공 초기 단계에서 균열이 발생되는 경우가 많이 있다. 이러한 균열은 구조물의 내력수밀성 및 미관을 해치게 되며 장기적으로 구조물의내구성의 저하를 초래하기 때문에 철저한 대책이 요구된다

매스콘크리트에서 온도상승 시에는 단면내의 온도차에 의해 발생하는 내부구속응력이 주로 문제가 되지만 최대온도에 도달한 후 온도하강시에는 외부구속과 내 부구속에 의한 두 가지의 응력이 겹쳐진 복합응력이 문제가 된다.

일반적으로 콘크리트의 온도균열은 상대적으로 부재 치수가 큰 구조물에서 발생하는데 외부구속이 강한 벽 체 구조물의 경우는 단면의 폭이 비교적 크지 않더라 도 큰 구속도로 인하여 균열발생의 가능성이 매우 크 다. 매스콘크리트 구조물의 치수는 구조형식 사용재료 시공조건에 따라 다르지만 대략 슬래브는 80cm이상 이고 하단이 구속되어있는 벽체는 두께 50cm이상으 로 본다.

본 연구에서는 교각 기초의 수화열에 의한 균열을 제어하기 위하여 가장 일반적인 크기의 기초매트를 대상으로 콘크리트의 수화열에 의한 온도와 온도응력및 균열발생의 가능성을 검토하고 수화열에 의한 균열을 제어하기 위한 방안에 대하여 고찰하였다. 이때 교각기초는 지반에 의해 구속되는 경우에 대하여 파이프쿨링을 하지 않고 전체를 한번에 타설한 경우와 타설높이를 1.5m씩 나누어 타설한 경우 및 쿨링 파이프目.5m 간격으로 1단만 배치한 경우와 쿨링 파이프를

1m 간격으로 2단을 배치하고 콘크리트를 한번에 친경우에 대하여 검토하였다

2. 수화열에 의한 열전달 및 열응력 해석

국내에서의 매스콘크리트의 수화열에 대한 수치해석 연구로서 크리프와 각 요소의 온도에 따른 탄성계수를 적용한 유한요소법과 온도 크리프 건조수축과 재령을 함께 고려한 유한요소 프로그램이 개발되었다. (1)~(5) 그리고 매스콘크리트의 응력해석에 앞서 선행되어야할 온도 해석패키지가 개발되었다. 본 연구에서는 콘크리트 부재의 온도 및 온도응력의 해석을 위해 MiDAS/CIVIL 6.1.1 프로그램에 의한 유한요소해석 기법을 사용하여 수화열과 온도응력을 해석 하였다. (7)

콘크리트의 배합은 중용열포틀랜드 시멘트를 사용한 배합으로 가정하였으며 타설 시의 기온과 콘크리트온 도는 봄가을 및 여름의 경우 각각 20°C와 30°C로 보고 콘크리트 표준시방서를 참고하여 콘크리트의 열적특성 및 사용재질을 Table 1과 같이 가정하였다.

Table 1 Material and thermal properties

Part Property		Lower foundation	Subsoil
Specific heat (J/KN °C)		106.713	85,370.4
Density(KN/m³)		22.56	16.24
Rate of heat conduction (J/m hr °C)		9,627.8	7,116.2
Convection coefficient	Exposed to atmosphere	12	12
	Steel form	12	-
Ambient temperature(°C)		20,30	-
Casting temperature (°C)		20,30	-
91day compressive strength (KN/m²)		23,563	-
Compressive strength gain coefficients		a=4.5, b=0.95	
91day modulus of elasticity(KN/m²)		2.2751 ×10 ⁷	1.0×10 ⁶
Thermal expansion coefficient		1.0×10 ⁻⁵	1.0×10 ⁻⁵
Poisson's ratio		0.18	0.2
Unit cement content(KN/m³)		32,000	-
Heat source function coefficients		k=41, a=0.759	-

2.1 열전달해석을 위한 유한요소 정식화^{(1)~(7)}

식(1)은 열전달해석에 사용되는 기본평형방정식이고, 해석결과는 각 시간별 절점온도가 된다.(1)~(7)

$$CT + (K+H)T = F_g + F_b + F_g$$
 (1)

여기서.

$$C = [\int \rho c N_i N_j dx dy dz]$$

$$K = \left[\int_{v} \left[K_{xx} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \right] + K_{zz} \frac{\partial N_{i}}{\partial z} \frac{\partial N_{i}}{\partial z} \left[dx dy dz \right]$$

$$H = [\int hN_iN_jdS_h]$$

$$F_q = \int N_i Q dx dy dz$$

$$F_h = \int h T_s N_i dS_h$$

$$F_q = \int qN_i dS_q$$

여기서.

ρ: 밀도, C: 비열,

 K_{rr}, K_{vv}, K_{zz} : 열전도률, h: 대류계수,

Q: 발열량, q: 열속

2.2 열응력해석을 위한 유한요소 정식화(1)~(7)

열전달해석에서 얻어진 절점온도분포와 시간과 온도에 따른 재질의 변화, 시간에 따른 건조수축, 시간과 응력에 따른 크리프를 고려하여 매스콘크리트의 각 단계별 응력을 계산한다. 응력해석에 사용되는 주요개념과 고려되는 사항는 다음과 같다.^{(1)~(7)}

2.2.1 온도와 시간에 의한 등가재령, 적산온도

콘크리트의 경화과정에서 발생하는 재질특성의 변화 는 온도와 시간의 함수형태로 나타나게 된다. 이러한 현상을 반영하기 위해 등가재령과 적산온도라는 개념을 사용하였다. 등가재령은 CEB-FIP MODEL CODE를 사용하였고, 숙성도 이론에 근거한 적산온도는 Ohzagi식을 사용하였다.

CEB-FIP MODEL CODE에서의 등가재령

$$t_{eq} = \sum_{i=0}^{n} t_{i} \left\{ 13.56 - \frac{4000}{273 + T(t_{i})/T_{0}} \right\}$$
 (2)

여기서,

 t_{eq} : 등가재령(days)

 t_i : 각 해석단계에서의 시간간격(days)

 $T(t_i)$: 각 해석단계에서의 온도(°C)

 $T_0 = 1$

Ohzagi식에 의한 적산온도(7)

$$M = \sum_{i=1}^{n} t_i \cdot \beta \cdot \{ T(t_i) + 10 \}$$
 (3)

여기서.

 $\beta = 0.0003 \{ T(t_i) + 10 \}^2 + 0.006 \{ T(t_i) + 10 \} + 0.55$

M : 적산온도(°C-days)

 t_i : 각 해석단계에서의 시간간격(days)

 $T(t_i)$: 각 해석단계에서의 온도($^{\circ}$ C)

2.2.2 등가재령과 적산온도를 사용한 콘크리트의 압축강도 계산방법

식(4a)~식(6)은 각각 콘크리트 표준시방서, ACI CODE, CEB-FIP MODEL CODE에서 제안하고 있으며, 본 연구의 수치해석에서는 콘크리트 표준시방서 제안식을 사용하였다.

콘크리트표준시방서(6)

$$F_{cu}(t) = \frac{t}{a + bt_{ea}} F_{cu}(91)$$
 (4a)

$$F_{st}(t) = c\sqrt{F_{cu}(t)} \tag{4b}$$

여기서.

 $F_{cv}(t)$: 재령t에서압축강도(KN/m²)

 $F_{sp}(t)$: 재령t에서 인장강도(KN/m²)

a, b: 시멘트종류에 따른 계수

 $F_{cr}(91)$: 재령91에서 압축강도(KN/m²)

중용용 포틀랜드시멘트: a=6.2, b=0.93

ACL CODE(7)

$$F_{cu}(t) = \frac{t}{a + bt_{ea}} F_{cu}(91) \tag{5}$$

여기서.

 $F_{cu}(t)$: 재령t에서 압축강도(KN/m²)

a, b: 시멘트종류에 따른 계수

 $F_{cu}(91)$: 재령91에서 압축강도(KN/m²)

중용용 포틀랜드 시멘트: a=6.2, b=0.93

CEB-FIP MODEL CODE(7)

$$F_{cu}(t) = \exp\left\{s\left[1 - \left(\frac{28}{t_{ed}/t_1}\right)^{1/2}\right]\right\}F_{cu}(28)$$
(6)

여기서.

s: 시멘트 종류에 따른 계수,

 $F_{cu}(28)$: 28압축강도, t_1 : 1 days

Ohzagi식(7)

$$F_{cu}(t) = F_{cu}(28) \cdot y$$
 (7)

여기서,

 $y = ax^2 + bx + c$

 $x = 2.389 \ln \left(\frac{M}{3.5} \right) - 1.0$

a, b, c : 콘크리트 종류에 따른 계수,

 $F_{cu}(28)$: 28일 압축강도

2.2.3 탄성계수 및 단열온도 상승곡선 본 연구에서 사용한 탄성계수는 콘크리트 표준시방 서 제안식인 식(8)을 사용하였다

탄성계수⁽⁶⁾

$$E_e(t) = \psi(t) \times 15,000 \sqrt{F_{cu}(t)}$$
 (8)

여기서.

 $E_o(t)$: 재령t에서의 유효탄성계수(KN/m²)

 $\psi(t)$: 온도상승시 크리프영향이 커짐에 따른 탄성

계수에 대한 보정계수

재령 3일까지 : $\psi(t) = 0.73$ 재령 5일이후 : $\psi(t) = 1.0$

 $F_{cr}(t)$: 재령t에서 압축강도 추정(KN/m²)

단열온도 상승곡선⁽⁶⁾

콘크리트 단열온도 상승특성은 콘크리트를 친후 콘 크리트 내부의 온도변화를 해석하기 위한 기본적인 정 수이며, 일반적으로 식(9)을 사용하여 구한다. 콘크리 트 표준시방서의 단열온도상승식은 다음과 같다.⁽¹⁰⁾

$$Q(t) = Q_{\infty}(1 - e^{-rt}) \tag{9}$$

여기서,

 Q_{∞} : 최종단열온도 상승량

r : 온도상승속도에 관한 계수

t: 재령(일)

Q(t): 재령t일에서의 단열온도 상승량($^{\circ}$ C)

3. 해석결과

수치해석 예로 교각 기초의 모델은 Fig. 1과 같은 1/4모델을 사용하여 해석을 수행하였으며, 12m imes 14m의 넓이와 높이 3m의 크기를 가지는 기초매트를 검토 대상으로 하였으며 파이프 쿨링을 실시하지 않고 전체를 한번에 타설한 경우와 높이를 1.5m씩 나누어 타설한 경우, 쿨링 파이프를 1.5m간격으로 1단만 배치한 경우 및 쿨링 파이프를 1m간격으로 1단만 배치한 고 콘크리트를 한번에 친 경우의 온도해석 지점 및 온도응력 해석지점을 나타낸 것이다.

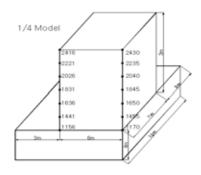


Fig. 1 Heat of hydration 1/4 model

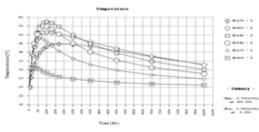
3.1 수화열해석결과

Fig. 2와 Fig. 3은 파이프 쿨링을 하지 않은 교각기초에 대하여는 타설높이를 각각 3m와 1.5m로 하였을 때의 온도해석 결과를 나타낸 결과이다. Fig. 2에서 전체를 한번에 타설하여 타설높이를 3m로 한 경우봄과 가을에는 최고 온도의 발생 시기가 콘크리트 타설후 약 100시간이 경과하였을 때 부재의 중심부에서발생하며 이때의 온도 58°C는 정도로 예상된다 여름철의 경우에도 최고온도의 발생시기와 그 위치는 같으며 최고온도는 68°C에 이를 것으로 예상된다.

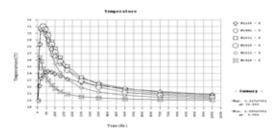
타설높이를 1.5m로 나누어 타설하였을 때의 온도해석 결과인 Fig. 3에서는 최고온도의 발생기시가 부재중심부에서는 약 50시간경과 후이며, 부재 중심부에서의 온도는 봄 가을과 여름의 경우 각각 49°C와 59°C로 추정되어 타설높이를 3m로 한 경우에 비하여 최고온도는 약 10°C저하되는 것으로 나타났다.

Fig. 4는 쿨링 파이프를 1단으로 배치한 경우의 온도해석 결과를 나타낸 것이다. 봄과 가을의 경우 최고온도의 발생시기는 외곽부에서는 타설후 약 30시간이후에 발생한 것으로 예상되며, 중심부에는 콘크리트타설후 약 100시간 이후에 발생한 것으로 예상되된다. 부재의 중심부에서 최고온도는 약 53°C로 예상된다. 여름의 경우도 같은 시기에 최고온도에 도달하며중심부에서의 최고온도는 약 55.5°C로 예상되어 결국파이프쿨링을 실시하는 경우 콘크리트 온도를 봄 가을에는 약 5°C 정도 감소시킬 수 있으며, 여름에는 약 13°C 정도 감소시킬 수 있는 것으로 해석되었다.

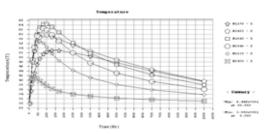
Fig. 5는 쿨링 파이프를 2단으로 배치한 경우의 온 도해석 결과를 나타낸 것이다.



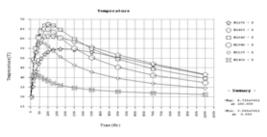
node1170 - node2430



node1156 - node2416 (a) spring & autumn



node1170 - node 2430



node 1156 - node 2416 (b) summer

Fig. 2 Temperature time history curves (non-pipe cooling, 3m lift)

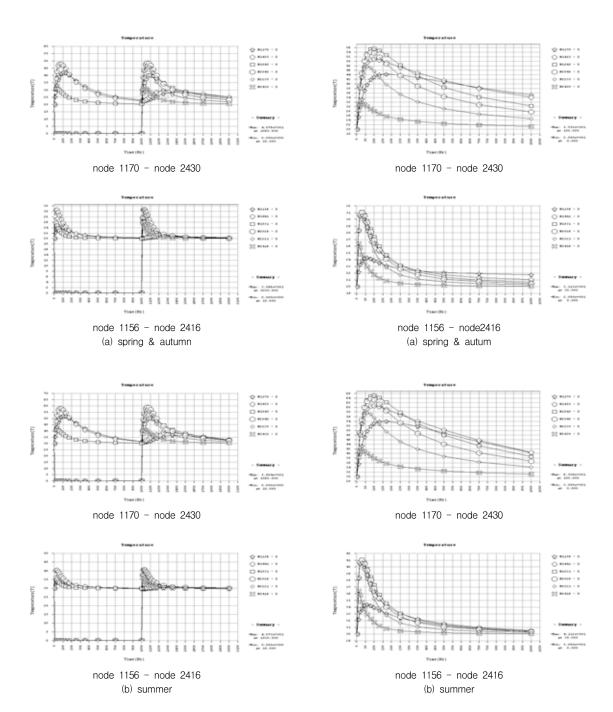


Fig. 3 Temperature time history curves (construction stages, 1.5m lift)

Fig. 4 Temperature time history curves (number of pipe cooling : 1)

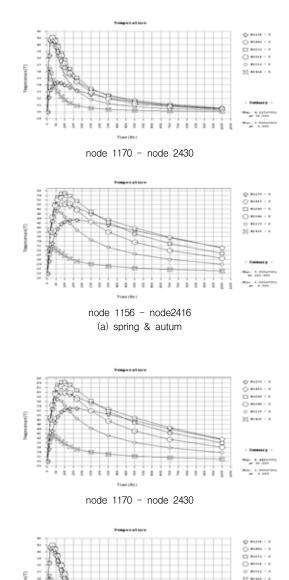


Fig. 5 Temperature time history curves (number of pipe cooling : 2)

node 1156 - node 2416

(b) summer

봄과 가을의 경우 최고 온도의 발생시기는 콘크리트 타설후 약 100시간 이후에 발생한 것으로 예상되며 부재의 중심부에서 최고온도는 약 52°C로 예상된다. 여름의 경우도 같은 시기에 최고온도에 도달하며 중심 부에서의 최고온도는 약 54.5°C예상되어 결국 파이프 쿨링을 실시하는 경우 콘크리트 온도를 봄 가을에는 약 6°C 정도 감소시킬 수 있으며, 여름에는 약 14°C 정도 감소시킬 수 있는 것으로 해석되었다. 일반적 으로 콘크리트의 최고온도와 대기온도와의 차이가 20°C 이하인 경우에는 균열이 발생할 가능성이 적 고, 온도차가 30℃ 이상인 경우에는 균열이 발생할 가능성이 많은 것으로 보고 되고 있다.⁽⁸⁾ 이상의 온 도해석결과를 보면 타설높이를 3m에서 1.5m로 낮게 하거나 파이프 쿨링 만으로 교각기초의 열응력에 의한 균열제어가 가능한지를 명확히 하기는 어렵고 온도응 력의 해석결과에 의해 이를 평가하는 것이 필요하다고 판단된다.

3.2 온도응력 해석결과

3.2.1 파이프쿨링을 실시하지 않고 전체를 한번에 타설한 경우의 응력

파이프 쿨링을 실시하지 않고 타설높이를 3m로 하였을 때의 온도응력 해석결과로서 Fig. 6은 지반에 기초 매트를 타설한 경우에 대한 해석결과를 나타낸 것이다. 봄과 가을에 지반에 기초 매트를 타설하였을때 온도응력의 발생은 최고온도 도달이후부터 인장응력이 증가하며 콘크리트 타설후 약 6일 후부터 부재 외곽에서의 균열발생이 예상 된다 여름철의 온도응력의 발생은 최고온도 도달이후부터 인장응력이 증가하며, 콘크리트 타설 후 약 8일 이후부터 부재의 외곽에서의 균열발생이 예상된다 봄가을의 경우와 비교하면 외부의온도가 높은 관계로 내외부의 온도차가 적어지므로 온도응력의 감소효과가 있으나 양생시 주의를 기울이지않을 경우 급속한 수분증발에 의한 표면 균열이 발생할 우려가 높다.

결국 타설높이를 3m로 하며 파이프 쿨링을 실시하지 않는 본 예의 기초매트는 계절에 관계없이 균열발생의 가능성이 높은 것으로 해석되었다.

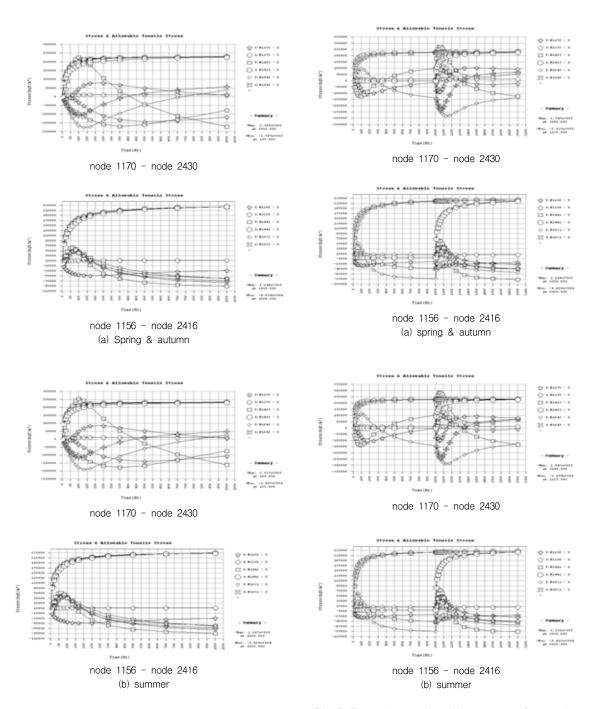


Fig. 6 Thermal stress time history curves (non pipe Fig. 7 Thermal cooling)

Fig. 7 Thermal stress time history curves (construction stages, 1.5m lift)

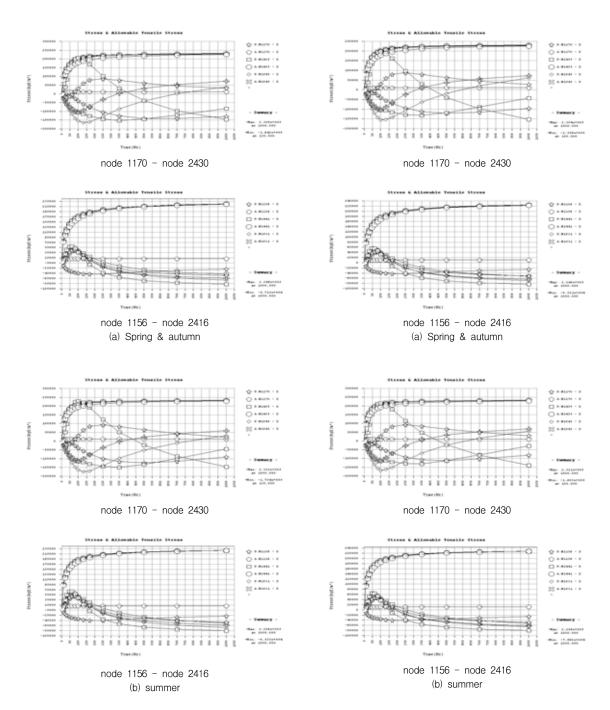


Fig. 8 Thermal stress time history curves (number of pipe cooling: 1)

Fig. 9 Thermal stress time history curves (number of pipe cooling : 2)

3.2.2 파이프 쿨링을 실시하지 않고 2회로 나누어 타설한 경우의 온도응력

Fig. 7은 지반에 기초매트를 타설한 경우에 대한 온도응력 해석결과이며 파이프 쿨링을 실시하지 않고 타설높이를 1.5m로 분할 타설 하였을 때에 대한 결과이다. 2차타설된 콘크리트의 온도상승으로 인한 체적증가로 2차타설후 초기에 콘크리트1차타설 경계면인 절점(1831)에서 인장응력이 발생하고 있다.

전 재령에서 온도응력이 콘크리트의 인장강도를 하 회하는 것으로 나타나 타설높이를 1.5m로 하고 기초 매트를 지반위에 타설한 경우에는 온도균열이 발생하 지 않을 것으로 예상된다.

3.2.3 쿨링 파이프를 설치하는 경우의 온도응력

Fig. 8은 쿨링 파이프를 1단으로 설치경우의 온도 응력 해석결과이며, Fig. 9은 쿨링 파이프를 2단으로 설치경우의 온도응력 해석결과이다.

인장응력이 전재령에서 콘크리트의 인장강도보다 작기 때문에 온도균열은 발생하지 않을 것으로 판단된다.

4. 결 론

교각기초의 수화열에 의한 균열을 제어하기 위한 방안을 고찰하기 위하여 12m×14m의 넓이와 높이 3m의 크기를 가지는 기초매트를 대상으로 콘크리트의 수화열에 의한 온도 및 온도응력을 검토한 결과를 요약하면 다음과 같다

- 1) 타설높이를 3m로 하여 콘크리트를 타설 한 경우 부재중심부에서 최고온도의 발 생시기는 콘크리트 타설 후 약 100시간 이 경과하였을 때이며, 이때 의 온도의 봄과 가을에는 58°C 여름철은 68°C에 이를 것으로 예상된다.
 - 타설높이를 1.5m로 분활타설하였을 때는 최고온 도의 발생시기가 타설 후 약 2일 경과 후이며, 타 설높이를 3m로 한 경우에 비하여 최고 온도는 약 9°C 저하되는 것으로 나타났다.
- 2) 쿨링 파이프를 배치한 경우 봄과 가을의 경우 최고 온도의 발생시기는 콘크리트 타설후 약 100시간 이후로 예상되며 부 재의 중심부에서의 최고온도

는 1단배치 인 경우 약 54도로 예상되고, 2단배치인 경우에는 약 52°C 로 예상되고, 여름의 경우도 같은 시기에 최고온도에 도달하 며 중심부의초고온도는 1단배치인 경 우에는 약 55°C로 예상되고, 2단배치인 경우에는 약 54°C로 예상된다. 따라서 파이프 쿨링을 실시하는 경우 봄 가을 에는 1단배치인 경우에는약 5°C 정도 감소시킬 수 있으며, 2단배치인 경우에 는 약 6°C 정도 감소시킬 수 있는 것으로 예상된다.

여름에는 1단배치인 경우에는 약 13°C 정도 감소 시킬 수 있으며, 2단배치인 경우에는 약 14°C 정 도 감소시킬 수 있는 것으로 나타났다.

- 3) 파이프쿨링을 실시하지 않고 타설높이를 3m로 하여 지반에 기초매트를 타설하였을 때 봄과 가을에는 콘크리트 타설후 약 150시간 이후부터, 여름철에는 콘크리트 타설후 약 180시간 이후부터 부재의 외곽에서 균열발생이 예상된다.
- 4) 타설높이를 1.5m로 분할 타설하고 기초 매트를 지반 위에 타설하는 경우에는 온도균열이 발생하 지 않을 것으로 예상 된다.
- 5) 쿨링 파이프를 1단, 2단으로 설치하였을 때, 기초 매트위에 타설한 경우는 인장 응력 이 전 재령에 서 콘크리트의 인장 강도보다 작기 때문에 온도균 열은 발생 하지 않을 것으로 예상된다.

참고문헌

- 김진근, 이종대, "크리프를 고려한 매스 콘크리트의 수화열에 대한 온도응력해석", 대한토목학회논문집, 제14 권 제4호,1994, pp.771~781.
- 오병환, 유성원, "철근콘크리트 지하박스 구조물의 수화 열 온도균열제어를 위한 해석 및 적정 시공기법연구", 대한토목학회논문집, 제19권 제I-4호, 1999, pp. 457~467.
- 오병환, 백신원, 조양희 "매스콘크리트 구조의 열응력 해석에서의 크리프 및 건조수축효과", 대한토목학회논 문집, 제15권 제I호, 1995, pp.97~106.
- 4. 백신원, "매스콘크리트 구조의 온도분포 및 열응력에 관한 이론 및 실험연구," 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 1994, pp.118~120.
- 5. 신희범, "FEM에 의한 Mass Concrete 구조물의 온도

- 해석 소프트웨어 개발," 대한토목학회 학술발표대회 논 문집(I), 1994, pp.143~146.
- 6. 건설교통부, "콘크리트 표준시방서", 1996.
- 7. 강영주외 57인, "Midas Civil User's M- anual Volume III", MIDAS Information Technology Co., Ltd., 2003.
- 8. 최재진, "교대기초의 온도균열 제어에 관한 연구," 천안 공업대학논문집, 제27 집, 2003, pp.295~302.
- 9. K.J.Bathe, "Finite Element Procedures", PrenticeHall, 1975, pp.50~75.
- William Weaver, Jr,Paul R. Johnston, "Finite Element Analysis", Prentice-Hall, Inc. 1984, pp.103~141.
- 11. Kenneth H. Huebner, "Finite Element Method

- for Engineers", John Wiley & Sons, 1975, pp.123 \sim 191.
- 12. Zienkiewicz, O.C. and Talyor, R.L., "The Finite Element Method: Basic Fo-rmulatin and Linear Problems", Vol I, McGraw-Hill, New York. 1989.
- 13. Zienkiewicz, O.C. and Talyor, R.L., "The Finite Element Method: Basic Fo-rmulatin and Linear Problems", Vol | | , McGraw-Hill, New York. 1990.
- E. Hinton & D.R.J. Owen, "Finite El-ement Programming", Academic Press, 1977, pp.68

 94.

(접수일자: 2005년 4월 18일)