

# 다절점 케이블요소를 이용한 외부 긴장된 강구조 시스템의 기하학적 비선형해석

Geometric nonlinear analysis of steel structures

with external pretension using the multi-noded cable element

이 준 석<sup>1)</sup> · 김 문 영<sup>2)†</sup> · 한 만 엽<sup>3)</sup> · 김 성 보<sup>4)</sup> · 김 낙 경<sup>5)</sup>

Lee, Jun Seok Kim, Moon Young Han, Man Yop Kim, Sung Bo Kim, Nak Kyung

요 약: 본 논문에서는 선행논문(김 등, 2005)을 확장하여 다절점 케이블요소를 포함하는 보-기둥 요소의 기하학적 비선형성에 대해서 논의하기로 한다. 먼저 이를 위해서 Hermitian 다항식을 형상함수로 채택하고 보-기둥요소의 2차 효과를 포함하는 접선강도행렬에 다절점 케이블-트러스 요소에 대한 접선강도 행렬을 추가하여 전체좌표계에 대한 접선강도행렬을 구성하고 하중증분법에 의한 유한요소 해석과정을 제시한다. 이렇게 새로이 개발된 다절점 케이블-트러스 요소를 포함하는 뼈대 구조물의 기하학적 비선형성과 그 타당성을 검증하기 위하여 IPS(Innovative Prestressed Support) 시스템의 기하학적 비선형 해석을 실시하고 이의 결과를 선형탄성해석의 결과와 비교한다.

ABSTRACT: In this paper, a geometric nonlinear analysis procedure of the beam-column element including multi-noded cable element in extension of companion paper (Kim et al., 2005) is presented. First, a stiffness matrix was derived about the beam-column element that considers the second effect of the initial force supposing the curved shape at each time-step, with Hermitian polynomials as the shape function. Second, the multi-noded cable element was also subjected to the tangent stiffness matrix. To verify the geometric nonlinearity of this newly developed multi-noded cable-truss element, the Innovative Prestressed Support (IPS) system using this theory was analysed by geometric nonlinear method and the results were compared with those produced by linear analysis.

핵심용어: 슬라이딩, 비선형 다절점 케이블 요소, IPS 시스템, 비선형해석

KEYWORDS: sliding, nonlinear multi-noded cable element, IPS system, non-linear analysis

## 1. 서론

케이블 및 PC강선에 의해 외부긴장된 구조물의 경우 실용성이 최근에 산업전반에 걸쳐 확인되고 있다. 이는 기존의 내부긴장된 PSC구조물에 비해서 그 시공성이 간편하고 해석절차 및 보수 보강의 편의성에 의한 것으로서 국내에서도 다양한 시공실적 사례 및 연구결과를 살펴 볼 수 있다. 이러한 PSC공법의 경우 부착되지 않는 PC강선을 포함하는 PSC거더의 거동이 부착된 교량의 거동과 거의 유사한 것으로 밝혀지고

(Ramos et al., 1996), 콘크리트로 타설되기 전 거더의 내부에 장착하는 PC강선의 방법과는 반대로 Virloguex(Virloguex, 1990)과 Rao(Rao et al., 1996) 등에 의해 거더의 외부에 PC강선을 장착하는 기법이 부식 등의 위험으로부터 장점이 크다는 것이 밝혀지는 등 관련연구가 활발히 진행되고 있다. 최근에는 이러한 비부착성 케이블로 지지된 구조물의 선형탄성 해석 알고리즘에 의한 구조물의 해석(김 등, 2005) 등이 수행되기도 하였다. 본 논문에서는 선행논문(김 등, 2005)의 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블 요소의 선형해석 알고리즘을 확장하여 케이블 부재의 기하학적 비선형성을 고려하고, 김문

1) 성균관대학교, 건설환경시스템공학과, 박사과정(junsok73@skku.edu)

2) 교신저자, 정희원, 성균관대학교 건설환경시스템공학과 교수, 공학박사  
(Tel : 031-290-7514, Fax : 031-290-7548, E-mail : kmye@skku.ac.kr)

3) 정희원, 아주대학교 토목설계공학과 교수, 공학박사(myhan@madang.ajou.ac.kr)

4) 정희원, 충북대학교 토목공학과 교수, 공학박사(sbkim@chungbuk.ac.kr)

5) 정희원, 성균관대학교 건축 조경 및 토목환경공학부 교수, 공학박사(nkkim@skku.edu)

본 논문에 대한 토의를 2007년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

영 등(김 등, 1990) 등이 제시한 공간트러스 구조물의 기하학적 비선형 유한요소해석의 방법을 비선형 해석의 기본 방법으로 채택하였다. 본 연구에서는 절점에서의 슬라이딩을 허용함으로써 케이블 전구간 일정 장력을 유지하며 기하비선형성이 고려되는 비부착성 케이블요소의 개발과 그 검증을 목적으로 한다. 검증을 위한 수단으로써 최근 일반적인 건축 및 토목 구조물에 그 적용성이 확장되고 있는 IPS(Innovative Prestressed Support)(한 등, 2005) 시스템에 적용하여 그 결과를 분석하였다. 다절점 케이블요소의 접선강도행렬을 얻기 위한 기본 가정은 다음과 같다.

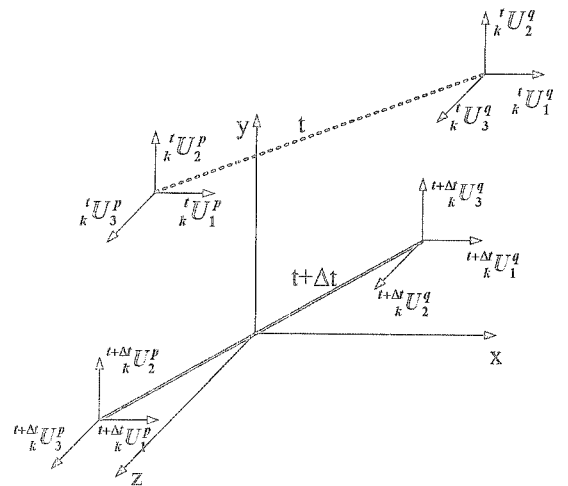
1. 전 구간에 걸쳐서 케이블 단면은 일정하고 선형탄성거동을 보인다.
2. 케이블의 휨강성은 충분히 작아서 무시한다.
3. 다절점으로 연결되는 케이블부재의 절점사이의 초기 및 변형된 형상은 직선이다.
4. 케이블부재의 방향이 꺾이는 절점구간에서 마찰은 무시한다.

## 2. 다절점 케이블-트러스 요소의 비선형 유한요소 정식화 및 해석알고리즘

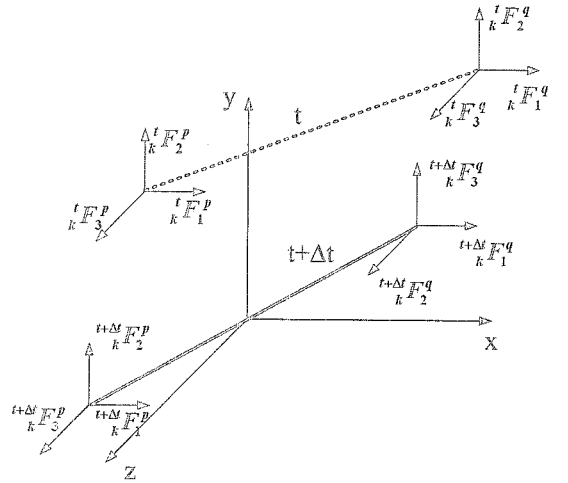
본 장에서는 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블-트러스 요소의 접선강도행렬을 유도하고 이를 이용하여 기하학적 비선형 알고리즘을 수행하는 방법에 대해서 논한다.

### 2.1 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블-트러스 요소의 접선강도행렬의 유도

본 절에서는 장력이 전체 케이블 구간에 걸쳐 일정하게 작용하는 케이블요소의 탄성강도 및 기하강도 행렬을 포함하는 접선강도행렬의 유도과정을 제시한다. 그림 1은 전체좌표계에서 정의된 재단변위벡터와 재단력벡터를 표시한 것이며, 이때 시간  $t$ 에서  $k$ 번째 케이블 요소의 길이가  ${}^t_k L$ 이고 축력이  ${}^t P$ 인 상태에서 재단증분변위벡터( $\Delta_k U_1^p, \Delta_k U_2^p, \Delta_k U_3^p, \Delta_k U_1^q, \Delta_k U_2^q, \Delta_k U_3^q$ )로 인하여 시간  $t + \Delta t$ 의 상태에서 요소의 길이는  ${}^{t+\Delta t}_k L$ 로, 축력은  ${}^{t+\Delta t} P$ 로 변위를 일으킨 모습을 나타내고 있다.



(a) 재단변위 벡터



(b) 재단력 벡터

그림 1. 케이블 재단변위 및 재단력 벡터

이때 사용되는 변수들의 왼쪽 윗첨자는 하중단계를, 왼쪽 아랫첨자는 케이블 요소를, 오른쪽 윗첨자는 부재 양단의 절점을, 그리고 오른쪽 아랫첨자는 공간좌표계에서 변수들의 벡터 성분들을 나타낸다.

시간  $t$ 에서 케이블의 좌표성분들과 축력들은 이미 알고 있다고 가정하고, 시간  $t$ 와  $t + \Delta t$ 사이의 재단력 증분벡터는 식 (1)과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta {}^{t+\Delta t}_k F_i^q = -{}^{t+\Delta t}_k V_i \Delta P - ({}^{t+\Delta t}_k V_i - {}^t_k V_i) {}^t P \quad (1a)$$

$$\Delta {}^{t+\Delta t}_k F_i^p = {}^{t+\Delta t}_k V_i \Delta P + ({}^{t+\Delta t}_k V_i - {}^t_k V_i) {}^t P, \quad i=1, 2, 3... \quad (1b)$$

여기서,

$$\Delta P = {}^{t+\Delta t}P - {}^tP = EA \cdot \frac{{}^{t+\Delta t}L - {}^tL}{L} \quad (2)$$

$${}^tL = \sum_{k=1}^n {}^tL_k = \sum_{k=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^3 ({}^tX_i^q - {}^tX_i^p)^2} \quad (3)$$

$${}^{t+\Delta t}L = \sum_{k=1}^n {}^{t+\Delta t}L_k = \sum_{k=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^3 ({}^tX_i^q - {}^tX_i^p + \Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p)^2} \quad (4)$$

$${}^tV_i = \frac{({}^tX_i^q - {}^tX_i^p)}{{}^tL} \quad (5)$$

$${}^{t+\Delta t}V_i = \frac{({}^tX_i^q - {}^tX_i^p + \Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p)}{{}^{t+\Delta t}L}, \quad n = \text{총 케이블수} \quad (6)$$

식(5)와 식(6)의  ${}^tV_i$ 와  ${}^{t+\Delta t}V_i$ 는 시간  $t$ 와  $t + \Delta t$ 에서 전체좌표계에 대한 트러스 부재의 방향코사인 벡터의 성분들을 나타낸다. 한편,  ${}^{t+\Delta t}L$ 을 재단증분변위에 대해서 Taylor 전개를 행하면 다음 식 (7)을 얻을 수 있다.

$${}^{t+\Delta t}L_k = {}^tL_k + \sum_{j=1}^3 {}^tV_j \Delta_k U_j^q - \sum_{j=1}^3 {}^tV_j \Delta_k U_j^p \quad (7)$$

따라서, 식(2)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\Delta P = \frac{EA}{L} ({}^{t+\Delta t}L - {}^tL) = \frac{EA}{L} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^tV_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \quad (8)$$

한편, 식(7)을 식(6)에 대입하고 고차항을 무시하면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$${}^{t+\Delta t}V_i = {}^tV_i + \frac{\Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p}{{}^tL} - \frac{{}^tV_i}{L} \sum_{j=1}^3 {}^tV_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \quad (9)$$

이제 식(2)와 식(9)를 식(1)에 대입하면 다음 식(10)과 같이 재단력 증분벡터에 관한 최종 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Delta {}^{t+\Delta t}F_i^q = & -\frac{EA}{L} {}^tV_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^tV_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \\ & - \frac{tP}{L} \left[ \Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p - \frac{kL}{L} {}^tV_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^tV_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \right] \end{aligned} \quad (10a)$$

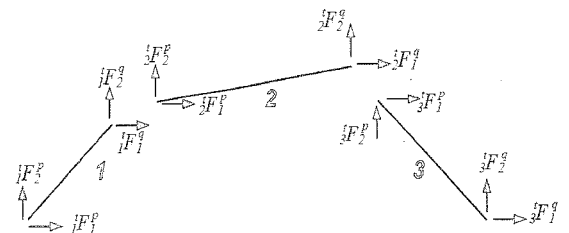
$$\begin{aligned} \Delta {}^{t+\Delta t}F_i^q = & \frac{EA}{L} {}^tV_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^tV_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \\ & + \frac{tP}{L} \left[ \Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p - \frac{kL}{L} {}^tV_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^tV_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \right] \end{aligned} \quad (10b)$$

식 (10)을 이용하여 다절점 케이블요소의 전체좌표계에 대한 접선강도행렬을 구성하기 위해서 각 케이블 단위요소별 p단 및 q단의 절점벡터를 전체좌표계에 대한 단일 케이블의 벡터로 치환할 필요가 있다. 여기서 오른쪽 위첨자에 p단과 q단의 표시를 없앤 것은 다절점 케이블요소를 표시하고, 왼쪽아래첨자는 다절점 케이블 내의 절점번호를 표시한다. 이때 그림 2를 참조하면 다절점 케이블요소 내부 절점의 절점력 및 재단변위 벡터는 각각 직선 케이블부재의 재단력, 재단변위벡터와 식 (11)의 관계식이 성립함을 알 수 있다.

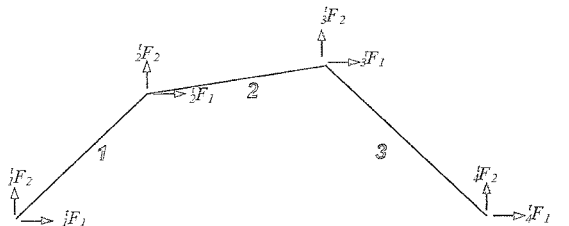
$$\begin{aligned} {}^tF_1 &= {}^tF_1^p \\ {}_{k+1}{}^tF_i &= {}^tF_k^q + {}_{k+1}{}^tF_i^p, \quad \text{for } k=1, 2, \dots, n-1 \\ {}_{n+1}{}^tF_i &= {}^tF_n^q \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} {}^tU_1 &= {}^tU_1^p, \\ {}^tU_k &= {}_{k-1}{}^tU_i^q, \quad \text{for } k=2, \dots, n \\ {}_{n+1}{}^tU_i &= {}^tU_n^q \end{aligned} \quad (11b)$$

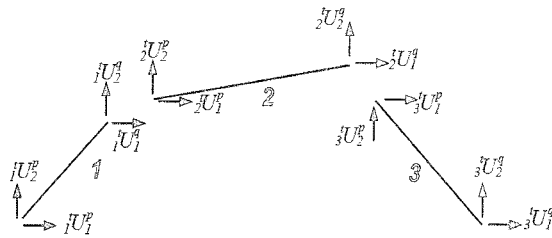
여기서, 다절점 케이블요소 내부절점의 절점력은 해당 절점과 만나는 직선 케이블부재의 절점력의 합으로 표시되는 것에 유의해야한다.



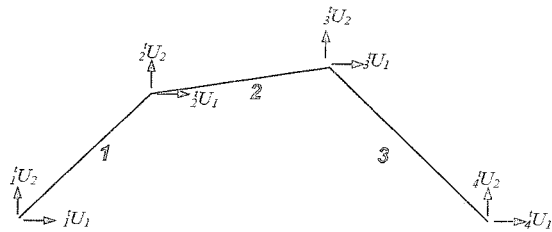
(a) 분리된 직선케이블의 절점력



(b) 4절점 케이블의 절점력



(c) 분리된 직선케이블의 절점변위



(d) 4절점 케이블의 절점변위

그림 2. 분리된 직선케이블과 4절점 케이블요소의 절점력과 절점변위의 관계

식 (10)과 (11)로부터 다절점 케이블의 전체 좌표계에 대한 강성도 행렬  $K_C = K_{CE} + K_{CG}$ 를 유도할 수 있으며, 보요소를 포함한 전체 구조물의 강성도 행렬은 식 (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta F = K_T \cdot \Delta U \quad (12)$$

여기서  $K_T = K_E + K_G + K_C$ 이고,  $K_E$ ,  $K_G$ ,  $K_{CE}$  및  $K_{CG}$ 는 각각 Hermitial 형상함수를 채택한 보요소의 탄성 및 기하강도 행렬, 다절점 케이블요소의 탄성강도 행렬 및 기하강도 행렬로써 2절점 케이블 요소의  $K_{CE}$  및  $K_{CG}$ 에 대한 구체적인 계산결과는 식 (13) 및 식 (14)와 같다.

$$K_{CE} = \frac{E_c A_c}{kL} \begin{bmatrix} {}^t_k V_1^2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_1^2 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 \\ & {}^t_k V_2^2 & {}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & -{}^t_k V_2^2 & -{}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 \\ & & {}^t_k V_3^2 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_3^2 \\ & & & {}^t_k V_1^2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 \\ \text{symm.} & & & & {}^t_k V_2^2 & {}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 \\ & & & & & {}^t_k V_3^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$K_{CG} = \frac{tP}{tL} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & -1 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ \text{symm.} & & & & 1 & 0 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{tP}{tL^2} \begin{bmatrix} {}^t_k V_1^2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_1^2 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 \\ & {}^t_k V_2^2 & {}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & -{}^t_k V_2^2 & -{}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 \\ & & {}^t_k V_3^2 & -{}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 & -{}^t_k V_3^2 \\ & & & {}^t_k V_1^2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_2 & {}^t_k V_1 \cdot {}^t_k V_3 \\ \text{symm.} & & & & {}^t_k V_2^2 & {}^t_k V_2 \cdot {}^t_k V_3 \\ & & & & & {}^t_k V_3^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

## 2.2 하중증분법에 의한 기하학적 비선형 해석방법

비선형 유한요소해석방법은 기존의 방법(김문영, 1990)을 따른다. 이를 간략히 기술하면 다음과 같다.

본 연구에서는 Newton-Raphson 방법을 사용하였으며 구

조물은 비례하중을 받는다고 가정하였다. 이를 위해서 하중증분법에 의한 해석방법을 적용하였으며, 시간  $t$ 와  $t + \Delta t$ 시간 사이의 하중파라미터의 증분  $\Delta \lambda (= {}^{t+\Delta t} \lambda - {}^t \lambda)$ 에 대응하는 변위증분벡터  $\Delta U (= {}^{t+\Delta t} U - {}^t U)$ 를 산정하기 위한 기본 증분방정식은 다음과 같다.

$${}^t K_T^{(i)} \cdot \Delta U^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \lambda \cdot R - {}^{t+\Delta t} F^{(i-1)}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

$${}^{t+\Delta t} U^{(i)} = {}^{t+\Delta t} U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)} \quad (16)$$

초기조건 :  ${}^{t+\Delta t} U^{(0)} = {}^t U, \quad {}^{t+\Delta t} F^{(0)} = {}^t F$

여기서,  ${}^t K_T^{(i)}$ 는  $i$ 번째 반복계산시 구조물의 접선강도 행렬

을 나타내고,  $R$ 은 하중성분들의 비율을 나타내는 하중벡터를 의미한다.  ${}^{t+\Delta t} F$ 는 부재내력에서 기인하는 절점력벡터이고  ${}^t U$ 는 변위벡터,  $\Delta U^{(i)}$ 는 증분변위벡터를 나타낸다.

해석순서는 초기 케이블 긴장력  $P$ 에 의한 기하학적 비선형성을 고려한 해석이 수행하여 평형상태를 찾고, 이후 긴장력  $P$ 를 제외한 나머지 외력에 의해서 2차적인 기하비선형 해석을 수행한다. 이를 상세히 나타내면 다음 그림 3과 같다.

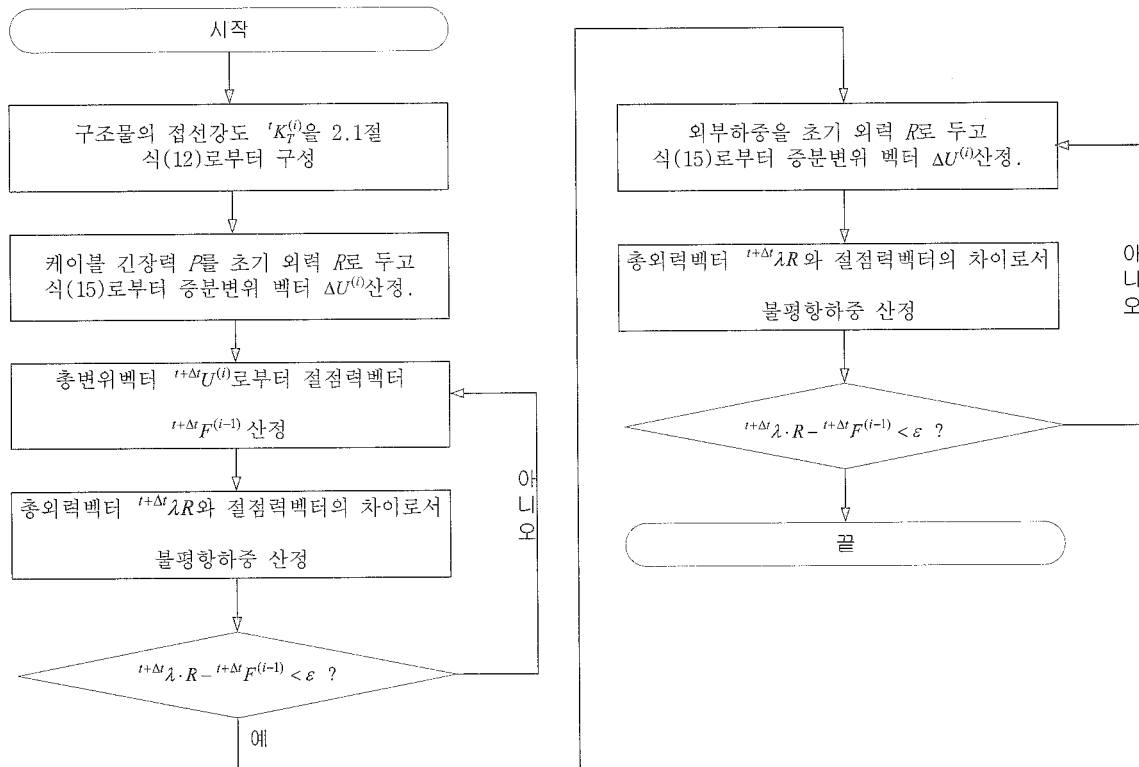


그림 3. 전체 해석 순서도

### 3. 해석예

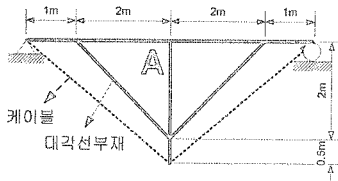
본 장에서는 2장에서 제시한 내용에 관한 비선형해석 프로그램을 개발하여 그 결과를 선형해석의 결과와 비교분석하였다. 이때 선형해석의 경우 범용유한요소 프로그램인 ABAQUS를 이용하여 초기 긴장력에 의한 변화를 분석하였으며, 보요소의 경우 Euler-Bernoulli의 B23을, 케이블 부재의 경우 T3D2의 트러스 요소를 이용하였고 외부하중에 의한 해석결과는 선행논문(김 등, 2005)을 참조하였다. 해석에 사용된 재료 및 단면의 물성치는 다음과 같다.

$$E=2.1 \times 10^5 \text{MPa}, \quad A=0.01198 \text{m}^2, \quad I=0.000204 \text{m}^4, \\ E_c A_c=1649.33 \text{MN}$$

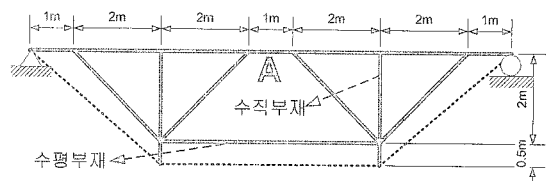
여기서  $E, A, I, E_c A_c$ 는 보요소의 탄성계수, 단면적, 단면2차 모멘트, 단일 케이블요소의 축강성을 각각 의미한다.

#### 3.1 해석의 범위

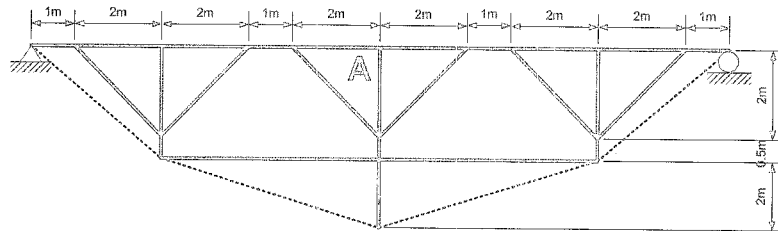
IPS 시스템의 안정성에 큰 역할을 담당하는 가로부재의 존재 여부에 따라서 가로부재가 있는 경우 시스템 A(그림 4), 가로부재가 없는 경우를 System B(그림 5)로 하여 두가지 경우에 대해서 해석을 실시하였다. 이때 1-POST 시스템의 경우 수평부재가 존재하지 않으므로 특별히 시스템 A로 통일하여 명명하고, 따라서 시스템 A의 경우 1-POST~5-POST, 시스템 B의 경우 2-POST ~ 5-POST까지로 범위를 정하였다.



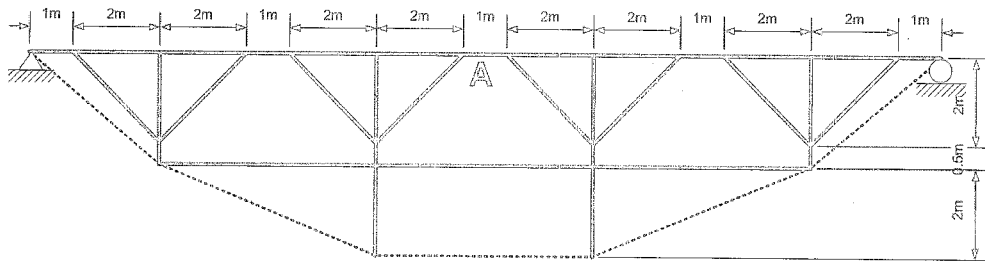
(a) 1-POST 시스템(Lb=6m)



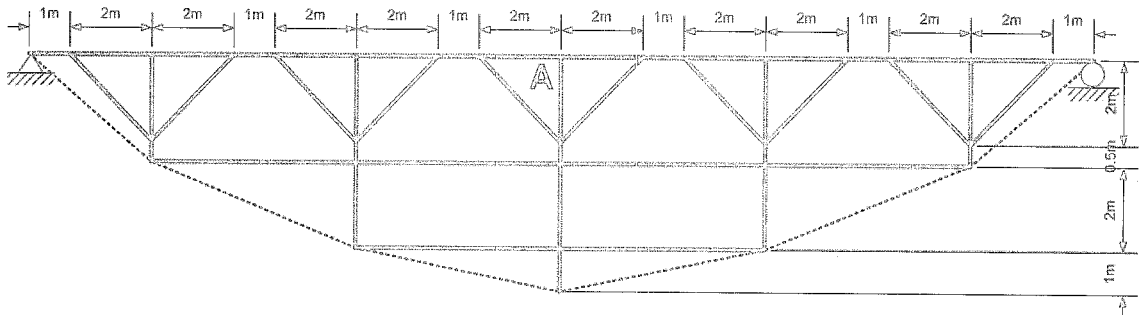
(b) 2-POST 시스템(Lb=11m)



(c) 3-POST 시스템(Lb=16m)

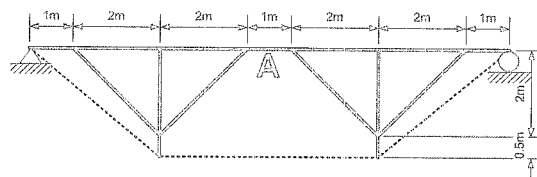


(d) 4-POST 시스템(Lb=21m)

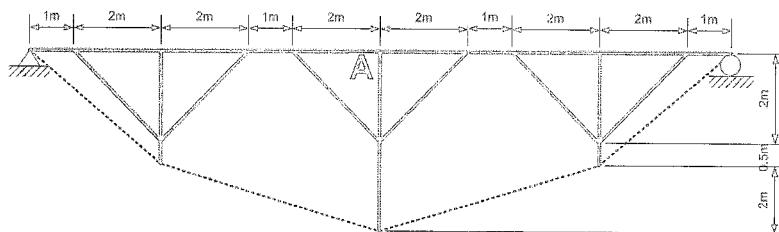


(e) 5-POST 시스템(Lb=26m)

그림 4. 시스템 A (실선 : 보-기둥 요소, 점선 : 다절점 케이블요소, Lb : 지간장)



(a) 2-POST 시스템(Lb=11m)



(b) 3-POST 시스템(Lb=16m)

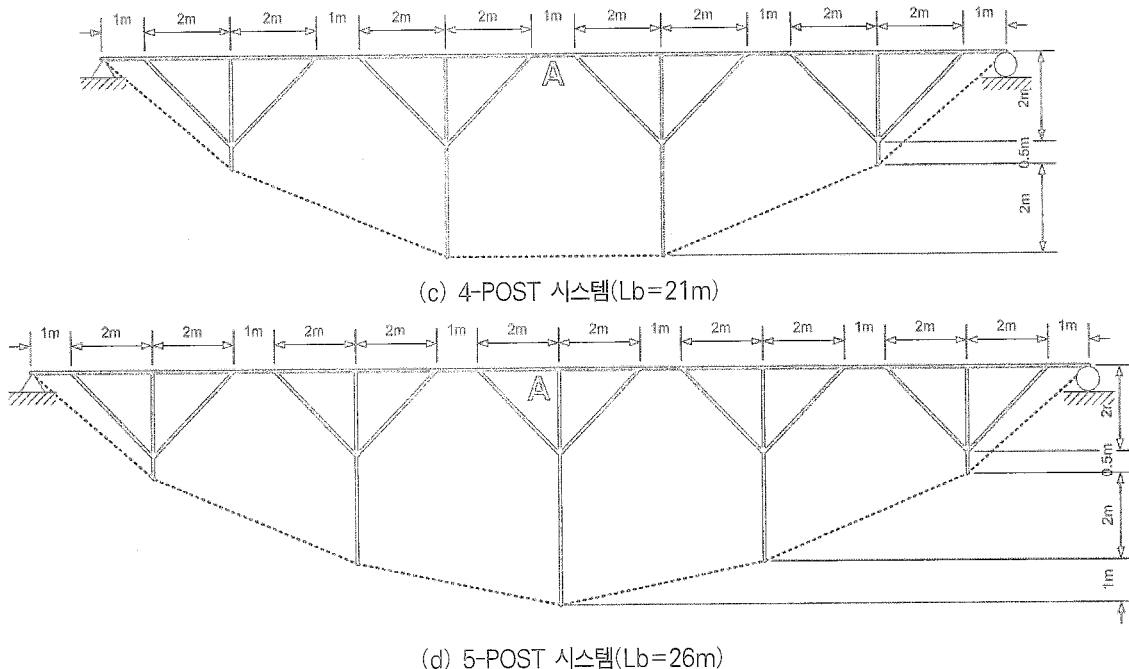


그림 5. 시스템 B (실선 : 보-기둥 요소, 점선 : 다절점 케이블요소, Lb : 지간장)

IPS 시스템의 특성상 그림 6(a)와 같은 등분포하중 및 이의 특수한 경우에 해당되는 그림 5(b)의 편심분포하중이 일반적으로 고려되며, 본 논문에서는 이 두 가지 하중형태에 따라서 그림 4와 그림 5에서 표시한 A지점의 수직변위( $\Delta U_A$ )와 케이블에 발생하는 장력의 변화량( $\Delta X$ )을 관측하였으며 구체적인 외부하중의 형태는 그림 6과 같다.

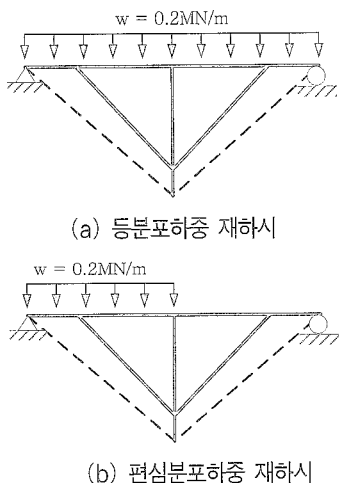


그림 6. 1-POST IPS시스템의 외부하중 w의 형태 (2~5 POST시스템도 유사)

한편, 초기 케이블 장력을 포함하는 선형해석의 경우 그림 7과 같이 3가지의 단계를 거쳐서 비선형 해석결과와 비교할 수 있다. 여기서 단계 1은 초기 케이블 장력이 도입된 상태, 단계 2는 외부하중이 도입된 상태이고, 단계 3은 단계 1과 단계 2

를 선형중첩한 것으로써 비선형 해석시에는 단계 1의 평형상태를 찾은 이후 단계3의 최종 하중단계를 찾는다.

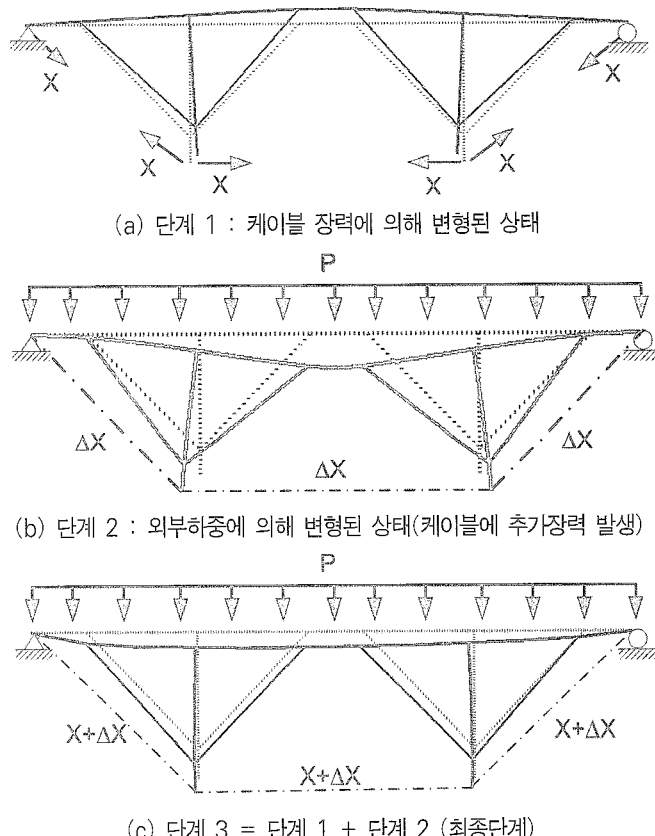


그림 7. 선형하중 X를 받는 다절점 케이블 구조물의 해석단계

### 3.2 해석결과

#### 3.2.1 시스템 A

표 1은 케이블에 선행하중 1MN이 걸려 있을 경우 외부하중으로써 등분포하중 0.2MN/m가 발생했을 경우 시스템 A의 선형해석 및 비선형해석의 결과를 비교한 것이다. 표에서 알 수 있듯이, 지간길이가 길수록  $\Delta U_A$ 의 변화량에 대한 선형/비선형의 차이가 약 1.3007~13.318%로 커지고 있음을 알 수 있다. 이때 선형/비선형의 최대차이가 최대지간길이인 5-POST( $L_b=26m$ )에서 발생하지 않고 4-POST( $L_b=21m$ )에서 발생하는데, 이는 4-POST의 A지점에서의 수직부재가 없음으로 인해서 비선형성이 좀 더 큰 것에 기인하는 것으로 판단된다. 또한 장력의 변화량  $\Delta X$ 는 선형/비선형 해석의 차이가 최소 0.1138%, 최대 0.3322%로 비교적 작는데, 이는 케이블에 걸린 긴장력으로 인해 구조물의 강성이 크게 증가하고 이후 외부하중이 가해짐으로 선형/비선형 사이에 큰 차이가 발생하지 않는 것으로 판단된다.

한편 동일한 시스템에서 편심분포하중을 받는 경우에 대한 결과를 표 2에 요약하였으며, 전체적으로 외부하중의 크기가 등분포하중을 받는 경우의 1/2에 해당하는 경우이므로 선형/비선형 해석시의 결과차이가 등분포하중을 받는 경우보다 작아 짐을 알 수 있다.

표 1. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 A, X=1MN, 등분포하중=0.2MN/m, 비교(%) = (비선형해석결과 - 선형해석결과)/비선형해석결과x100)

변화량	해석방법	1-POST	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
$\Delta U_A$ (cm)	선형해석	1.0320	0.7268	0.8123	-0.5103	-2.1875
	비선형해석	1.0456	0.7404	0.8804	-0.5887	-2.3972
	비교(%)	1.3007	1.8368	7.7351	13.318	8.7477
$\Delta X$ (MN)	선형해석	0.58825	0.97519	1.5599	2.1815	2.9222
	비선형해석	0.58892	0.97786	1.5651	2.1853	2.9301
	비교(%)	0.1138	0.2730	0.3322	0.1739	0.2696

표 2. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 A, X=1MN, 편심분포하중=0.2MN/m, 비교(%) = (비선형해석결과 - 선형해석결과)/비선형해석결과x100)

변화량	해석방법	1-POST	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
$\Delta U_A$ (cm)	선형해석	1.1996	1.1608	1.9259	1.7450	1.5873
	비선형해석	1.2118	1.1728	1.9662	1.7143	1.6251
	비교(%)	1.0068	1.0232	2.0496	-1.7908	2.3260
$\Delta X$ (MN)	선형해석	0.29413	0.54155	0.77997	1.0908	1.4611
	비선형해석	0.29414	0.54239	0.78094	1.0909	1.4619
	비교(%)	0.0034	0.1549	0.1242	0.0092	0.0547

#### 3.2.2 시스템 B

시스템 B의 경우는 시스템 A에서 가로부재를 제거한 상태로써, 전체 구조물의 휨강성이 크게 줄어든 경우라 할 수 있다. 따라서 A지점에서의 수직변위가 시스템 A에 비해서 상당히 크게 발생하며, 장력의 변화량도 시스템 A에 비해서 비교적 크게 발생하고 있음을 알 수 있다. 표3은 초기 케이블에 선행하중 1MN, 지간 상부에 등분포하중 0.2MN/m를 받는 시스템 B의 선형/비선형 해석의 결과를 비교한 것이다. 표에서 알 수 있듯이, 지간길이가 길수록  $\Delta U_A$ 의 변화량에 대한 선형/비선형의 차이가 1.4368~3.9674%로 줄어들고 있음을 알 수 있다. 이는 초기 선행하중이 구조물의 변위를 지배함으로써 선형/비선형해석의 결과에 큰 차이가 발생하지 않고, 지간길이가 클수록 초기 선행하중에 의한 수직변위가 더욱더 커지는 것에 기인한다. 또한 장력의 변화량은 시스템 A의 경우 선형/비선형 해석간 큰 차이가 없던 것에 반해, 시스템 B의 경우 최대 -7.0246%(선형해석의 결과가 더 큼)의 차이가 발생하고 있으며, 이는 시스템 A에서 최대 0.3322%인 것에 비해서 약 20배가량 차이가 나는 것으로 확인된다. 한편 시스템 B에 대해서 편심분포하중을 받는 경우에 대한 결과를 표 4에 요약하였다.

표 3. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 B, X=1MN, 등분포하중=0.2MN/m, 비교(%) = (비선형해석결과 - 선형해석결과)/비선형해석결과x100)

변화량	해석방법	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
$\Delta U_A$ (cm)	선형해석	25.488	70.734	159.47	270.96
	비선형해석	26.541	72.595	164.35	274.91
	비교(%)	3.9674	2.5635	2.9693	1.4368
$\Delta X$ (MN)	선형해석	1.1116	1.7652	2.5265	3.3564
	비선형해석	1.0748	1.7076	2.4058	3.1361
	비교(%)	-3.4239	-3.3732	-5.0170	-7.0246

표 4. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 B, X=1MN, 편심분포하중=0.2MN/m, 비교(%) = (비선형해석결과 - 선형해석결과)/비선형해석결과x100)

변화량	해석방법	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
$\Delta U_A$ (cm)	선형해석	26.019	71.907	161.086	274.279
	비선형해석	27.030	73.650	165.267	276.861
	비교(%)	3.7403	2.3666	2.5298	0.9326
$\Delta X$ (MN)	선형해석	0.59674	0.88261	1.26325	1.67818
	비선형해석	0.57686	0.85378	1.20368	1.57458
	비교(%)	-3.4462	-3.3767	-4.9490	-6.5795



## 4. 결론

본 논문에서는 선행논문(김문영, 2005)에서 제시한, 슬라이딩을 허용하여 케이블 전체구간에서 장력이 일정한 다절점 케이블요소의 선형해석알고리즘을 개선하여 비선형해석알고리즘을 제시하였다. 이를 위해서 3차원 다절점 케이블 요소의 기하강도 및 탄성강도 행렬을 Hermitian 다항식을 형상함수로 채택한 보-기둥 요소와 결합하여 유한요소해석 프로그램을 개발하였다. 선형해석결과와 본 논문에서 제시한 비선형해석결과를 비교하여 본 논문의 신뢰성을 입증하고자 9가지의 IPS 시스템을 해석대상으로 정하여 가로부재가 있을 경우 시스템 A, 없을 경우를 시스템 B로 하여 해석하였고, 하중형태로는 초기 케이블 장력과 외부 활하중으로써 등분포하중 및 편심분포하중을 사용하였다. 해석결과 IPS 시스템에서 수평부재의 유무에 따라서 전체 강성에 큰 차이가 있으며, 주부재의 수직처짐  $\Delta U_A$ 의 경우 선형과 비선형해석의 결과가 최대 13.318%의 차이를 보여주고 있다. 따라서 IPS시스템의 경우 보다 신뢰성 있는 결과를 얻기 위해서는 비선형해석을 수행함이 적절하다고 판단된다.

## 감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

## 참고 문헌

- 김문영, 이준석, 한만엽, 김성보, 김낙경, "슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소", 한국구조학회논문집, 제 4권 17호, 2005, pp. 449-459
- 김문영, 장승필, "공간 트러스 구조물의 기하학적 비선형 유한요소해석", 한국강구조학회 논문집, 제 2권, 2호, 1990, pp. 164-174
- 한만엽, 김성보, 김문영, 김낙경, 지태석, "혁신적 프리스트레스트 가시설(IPS)공법에 적용되는 띠장의 설계 및 해석" 전산구조학회, 제 18권, 1호, 2005, pp. 79-91
- Virlogeux, M. P., "Nonlinear Analysis of Externally Prestressed Structures", Proceedings of the FIP Symposium, Jerusalem, Setp. 4-9, 1990 pp. 318-340
- Ramos, G. and Aparicio, A. C., "Ultimate Analysis of Monolithic and Segmental Externally Prestressed Concrete Bridges", ASCE, The Journal of Bridge Engineering, Vol. 1, No. 1, 1996, pp. 10-17
- Rao, P. S. and Mathew, G., "Behavior of Externally Prestressed Concrete Beams with Multiple Deviators", ACI, Structural Journal, Vol. 93, No. 4, 1996, pp. 387-396

(접수일자 : 2006. 3. 24 / 심사일 2006. 5. 2 /  
심사완료일 2006. 9. 28)