기계류부품 신뢰성보증을 위한 2단계 시험방식 설계

권영일*†

* 청주대학교 산업공학과

A Two-stage Reliability Demonstration Test for Mechanical Components

Young Il Kwon*†

* Department of Industrial Engineering, Cheongju University

Key Words : Reliability Demonstration, Two-stage Test, Weibull Distribution, Zero Failure Test, Zero or One Failure Test

Abstract

In the fields of mechanical reliability application, “zero” or “zero or one” failure tests are most commonly used for demonstrating reliability of a product since they reduce test duration and/or sample size compared to other test methods that guarantees the same reliability of a product with a given confidence level or consumer's risk. The test duration of the “zero or one” failure test is longer than that of “zero” failure test but it has advantage of smaller producer's risk. In this paper a two-stage test is developed that compromises the “zero” and “zero or one” failure tests. The properties of the proposed two-stage test are investigated and the three test methods are compared using a numerical example.

1. 서 론

제품이나 부품의 신뢰성 평가를 위한 수명시험에서 흔히 겪는 문제의 하나는 관측되는 고장 데이터 수가 매우 적거나 무고장인 경우가 자주 발생한다는 점이다. 특히 자동차, 중장비, 산업용 등 기계류 부품 중에는 대형, 고가의 장비가 많고 수명시험에 소요되는 비용(시험장비, 에너지 사용료 등)도 다른 전자나 소형 전기부품 등에 비해 월등히 높은 경우가 대부분이다. 따라서 총 시험비용과 시간의 제약으로 불가피하게 소수의 시료만으로 한정된 시간 동안에 시험을 종료해야 하는 상황이 발생한다. 그 결과 관측되는 고장 수도 극히 적거나 무고장 상태에서 시험이 종료된다.

따라서 기계류 부품의 시험현장에서 신뢰성 평가나 보증을 위해 가장 널리 사용되는 시험방식 중의 하나가 무고장 시험방식(zero failure test)이다. 무고장 시험방식이 선호되는 이유는 요구수명을 주어진 신뢰수준으로 보장하는 시험방식들 중에서 적용이 비교적 수월하며, 상대적으로 시험기간이나 시료수를 줄일 수 있다는 점 때문이다. 한편 무고장 시험의 경우 시험시간이나 시료 수는 절감되나 생산자위험(producer's risk)이 높아진다는 단점이 있다.

지금까지 연구된 대표적인 신뢰성보증 시험 규격이나 방식으로는 지수분포에 대한 Quality Control and Reliability Handbook 108, MIL-STD-690, MIL-STD-781 등이 있으며, 와이블 분포에 대한 방식으로는 미 국방성의 Quality control and reliability *technical reports*인 TR-3(1961), TR-4(1962), TR-6(1963)을 비롯하여 Fertig and Mann (1980)의 정수중단에 의한 샘플링 검사방식, 그리고 와이블 및 대수정규분포에 적용할 수 있는 Schneider (1989)의 연구결과 등이 있다. 그리고 비용모델에

† 교신저자 yikwon@cju.ac.kr

근거한 경제적인 샘플링 검사방식들이 Kwon(1993, 1996), Bai and Kwon(1993) 등에 의해 연구되었다. 본 연구에서 다루고 있는 무고장 또는 매우 적은 고장자료에 의한 신뢰성평가 및 신뢰성보증 시험들로는 Abernethy(2000), Nelson(1985), Yan and Herfat(2004)에 의한 연구결과들이 있으며, 유압기계류부품에 대한 신뢰성 평가방법인 Method to Access the Reliability of Hydraulic Components가 ISO TC 131(2005)에서 개발이 거의 완성되어 있는 상태이다. 이 ISO 기술규격에서는 신뢰성 보증을 위한 시험방식으로 "zero" failure test와 "zero or one" failure test가 제시되어 있다.

본 연구에서는 자동차를 비롯하여 산업용, 건설용 중장비 등 기계류 부품의 수명분포로 널리 사용되는 와이블 분포에 의한 2단계 시험방식을 제안하였다. 보증시험방식은 MIL-STD-690C 에서와 같은 소비자위험 보증방식(신뢰수준 CL=1-소비자위험)을 사용하였다. 무고장 시험의 경우, 시험을 의뢰하는 입장에서는 고장이 하나라도 발생하면 불합격 된다는 부담감을 가질 수 있으며 생산자 위험이 커진다는 단점도 가지고 있다. 한편 무고장 시험에 비해 생산자 위험이 감소하는 1개의 고장을 허용하는 시험방식도 사용되고 있으나 무고장 시험방식에 비해 전체 시험기간이 크게 증가하게 된다. 본 연구에서는 이러한 문제를 보완한 2단계 시험방식을 설계하였다. 보증하고자 하는 목표 신뢰성을 훨씬 초과하거나 크게 미달되는 제품들은 조기에(1단계에서) 합격 또는 불합격될 수 있도록 하고 그렇지 않은 경우는 2단계까지 시험을 연장하여 최종 판정을 하는 방식이다. 제안된 2단계 시험방식의 시험시간, OC 곡선 등 시험특성을 조사하고 예제를 통해 무고장 시험방식 및 고장수 1개를 허용하는 방식과 비교하였다.

2. 2단계 시험방식의 설계

2.1 보증수명과 형상모수에 대한 가정

여기서는 수명이 와이블 분포를 따르는 경우 B_{10} 수명 또는 특성수명 (characteristic life) θ 를 주어진 신뢰수준 CL로 보증하는 시험방식을 설계한다. 일반적으로 와이블 분포의 형상모수값 β는 대상부품 별로 과거의 경험이나 시험자료로부터 구할 수 있는 경우가 많다. 특히 시료수가 적거나 고장이 거의 관측되지 않는 상황에서 형상모수값 β가 미지인 경우의 와이블 분석은 그 결과의 불확실성(uncertainty)이 크고 분석자체가 불가능한 경우도 있다. 이러한 경우 시험부품의 특성이나 과거 경험으로부터 도출된 형상모수 값의 추정치를 사용하는 것이 불확실성을 크게 감소시키는 것으로 알려져 있다 (Abernethy, 2000). 따라서 본 연구에서는 형상모수 β 값을 알고 있다고 가정한다. 기계류 부품의 고장모드별 와이블 분포 형상모수 β 값에 대한 자료가 Bloch and Geitner(1997) 및 Barringer and Associates(2001) 등에 제시되어 있다.

2.2 시험절차와 합격기준

본 연구에서 제안하는 2단계 시험방식의 절차와 합격기준은 다음과 같다.

1. n개 시료로 동시에 시험을 시작한다.
2. 시간 t_1까지 시험한다. t_1까지 고장수를 $N(t_1)$이라 할 때
   1) $N(t_1)=0$이면 합격
   2) $N(t_1)=1$이면 $t_2(t_2>t_1)$까지 시험 계속
   3) $N(t_1)\geq 2$이면 불합격
3. 위의 2)의 경우 t_2까지의 고장수를 $N(t_2)$라 할 때
   1) $N(t_2)=1$이면 합격
   2) $N(t_2)\geq 2$이면 불합격

단, 시험 중 고장 난 시료는 새것으로 교체하지 않는다(비교체시험).

2.3 시험방식 설계

1단계 t_1에서의 합격확률을 PA_1, 2단계 t_2에서의 합격확률을 PA_2라 하면 총 합격확률은

$$PA=PA_1+PA_2 \qquad (1)$$

이다. 2.1절의 가정 하에서는 $N(t_1)$과 $N(t_2)-N(t_1)$은 서로 독립이며 각각 다음의 이항분포를 따른다.

$$N(t_1)\sim b\left(n,\ 1-e^{-\frac{t_1^\beta}{\theta^\beta}}\right) \qquad (2)$$

$$N(t_2)-N(t_1)\sim b\left(n-1,\ 1-e^{-\frac{t_2^\beta-t_1^\beta}{\theta^\beta}}\right) \tag{3}$$

따라서 2.2절의 시험절차 및 합격기준에 의해 PA_1 및 PA_2는 다음과 같이 구해진다.

$$PA_1 = Pr\{N(t_1)=0\} = e^{-\frac{nt_1^\beta}{\theta^\beta}} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} PA_2 &= Pr\{N(t_1)=1\} \\ &\quad \times Pr\{N(t_2)=1 \mid N(t_1)=1\} \\ &= Pr\{N(t_1)=1\} \\ &\quad \times Pr\{N(t_2)-N(t_1)=0 \mid N(t_1)=1\} \\ &= n(1-e^{-\frac{t_1^\beta}{\theta^\beta}})e^{-\frac{(n-1)t_2^\beta}{\theta^\beta}}. \end{aligned} \tag{5}$$

위의 합격확률 식을 이용하여 B_{10} 수명 또는 특성수명 θ를 주어진 신뢰수준 CL로 보증하는 시험방식을 다음과 같이 설계 한다.

1) 보증수명인 B_{10} 수명(또는 특성수명 θ_0)을 갖는 시험대상부품에 대해

   - 1단계 합격비율 = π,
   - 2단계 합격비율 = $1-\pi$

   를 정한다. (예 : π = 0.7, $1-\pi$ = 0.3)

2) 주어진 보증수명을 갖는 제품에 대해

$$PA_1=(1-CL)\pi,\ PA_2=(1-CL)(1-\pi)$$

   를 만족하는 t_1, t_2를 구한다. 그 결과는 다음과 같다.

$$t_1=\theta_0\left[\frac{\{-\ln((1-CL)\pi)\}}{n}\right]^{\frac{1}{\beta}} \tag{6}$$

$$t_2=\theta_0\left[\frac{\ln\left\{\frac{n(1-e^{-(\frac{t_1}{\theta_0})^\beta})}{(1-CL)(1-\pi)}\right\}}{n-1}\right]^{\frac{1}{\beta}} \tag{7}$$

여기서 θ_0는 보증하고자 하는 B_{10} 수명에 등가되는 특성수명 또는 척도모수로서 다음과 같다.

$$\theta_0=\frac{B_{10}}{[-\ln 0.9]^{1/\beta}}. \tag{8}$$

한편 2단계 시험에서 보증수명을 주어진 신뢰수준으로 보증하는 경우, 시험시간 t_1, t_2는 시료수 n과 1단계 합격비율 π의 영향을 받는다. 만약 주어진 기간 내에 시험을 종료해야 하는 경우와 같이 시험시간에 제약이 있는 경우, 시료수와 π를 조절함으로서 제약조건을 만족하는 시험방식을 선정할 수 있을 것이다.

3. 설계 사례

수명이 형상모수값이 $\beta=1.5$인 와이블 분포를 따르는 부품에 대해 $n=10$개의 시료로 다음의 수명을 보증하는 시험방식을 생각해보자.

- 보증수명 $B_{10}=1{,}000$시간
- 신뢰수준 $CL=0.9$

이때 B_{10}=1,000시간에 등가되는 척도모수는 다음과 같다.

$$\theta_0=\frac{B_{10}}{[-\ln 0.9]^{1/\beta}}=4{,}482.8$$

3.1 무고장(zero-failure) 시험방식

크기 n의 샘플로 동시에 시험을 진행할 때 시간 t에서의 불신도를 $F(t)$, 신뢰도를 $R(t)$이라 하면, t까지의 고장 수는 모수가 n, $F(t)$인 이항분포를 따른다. 따라서 합격확률 PA는 다음과 같다.

$$PA=\sum_{x=0}^{0}\binom{n}{x}F(t)^x R(t)^{n-x}=R(t)^n \tag{9}$$

보증하고자 하는 척도모수가 θ_0일 때의 불신도 및 신뢰도를 각각 $F_0(t)$, $R_0(t)$라 두면 신뢰수준 CL (소비자 위험 = $1-CL$)을 만족하는 시험시간 t는 다음의 관계식으로부터 구해진다.

$$1-CL=\sum_{x=0}^{0}\binom{n}{x}F_0(t)^x R_0(t)^{n-x}=R_0(t)^n \tag{10}$$

에서

$$R_0(t)=(1-CL)^{\frac{1}{n}}. \tag{11}$$

수명이 형상모수가 β인 와이블 분포를 따를 경우

$$R_0(t)=e^{-(\frac{t}{\theta_0})^\beta}=(1-CL)^{\frac{1}{n}} \tag{12}$$

이므로

$$t=\theta_0\left(\frac{-\ln(1-CL)}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{13}$$

이 된다. 여기서 B_{10} 수명과 척도모수 θ_0의 관계 식 (8)을 이용하면, 보증수명 B_{10}=1,000시간을 신뢰수준 CL=0.9로 보증하는 무고장 시험시간은 다음과 같이 구해진다.

$$t=B_{10}\left[\frac{\ln(1-CL)}{n\times\ln(1-0.1)}\right]^{1/\beta}=1,684\text{시간}.$$

즉, 10개의 시료로 1,684시간 동안 시험하여 고장이 없어야 보증수명 B_{10}=1,000시간을 신뢰수준 90%로 보증할 수 있다.

3.2 Zero or one failure test

3.1절과 동일한 상황에서 고장을 1개까지 허용하는 경우 합격확률 PA는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} PA &= \sum_{x=0}^{1}\binom{n}{x}F(t)^x R(t)^{n-x} \\ &= R(t)^n + nF(t)R(t)^{n-1} \end{aligned} \tag{14}$$

보증하고자 하는 척도모수가 θ_0일 때 신뢰수준 CL을 만족하는 시험시간 t는 다음의 관계식으로부터 구해진다.

$$1-CL=R_0(t)^n+nF_0(t)R_0(t)^{n-1} \tag{15}$$

식 (12)에서 우측 항은 0에서 1까지의 값을 갖는 t의 단조증가함수임을 알 수 있고 따라서 식 (12)를 만족하는 유일한 t가 존재한다. 이 결과를 이용하여 보증수명 B_{10}=1,000시간을 신뢰수준 CL=0.9로 보증하는 시험시간 t를 식 (12)로부터 구하면 t=2,477 시간이 된다. 10개의 시료로 동시에 시험하여 2,477 시간동안 고장이 1개 이하가 발생하면 합격, 즉 보증수명 B_{10}=1,000시간을 신뢰수준 90%로 보증하며, 그렇지 않으면 불합격이다.

3.3 2단계 시험방식

π=0.7, $1-\pi$=0.3으로 둘 때 동일한 수명을 보증하는 2단계시험방식의 t_1 및 t_2는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$t_1=\theta_0\left[\frac{\{-\ln((1-CL)\pi)\}}{n}\right]^{\frac{1}{\beta}}=1,853.8\text{시간}$$

$$t_2=\theta_0\left[\frac{\ln\left\{\dfrac{n(1-e^{-(\frac{t_1}{\theta_0})^\beta})}{(1-CL)(1-\pi)}\right\}}{n-1}\right]^{\frac{1}{\beta}}=2,762.8\text{시간}$$

따라서 2단계 시험절차 및 합격판정기준은 다음과 같다.

<1단계> n=10개 시료로 시험을 시작한다.

1) t_1=1,854시간까지 무고장이면 합격이다.
1) t_1까지 2개 이상의 고장이 발생하면 불합격이다.
1) t_1까지 1개의 고장이 발생하면 판정을 보류하고 2단계 시험을 계속한다.

<2단계> t_2=2,763시간까지 시험을 계속한다.

1) t_2까지 더 이상 고장이 발생하지 않으면(총 고장수 = 1) 합격이다.
1) t_2까지 고장이 1개라도 발생하면(총 고장수 2개 이상) 불합격이다.

4. 각 시험방식의 OC 곡선

여기서는 수명이 형상모수값이 β=1.5인 와이블 분포를 따르는 경우에 대해, 주어진 수명(B_{10} 또는 θ_0)을 신뢰수준 90%로 보증하는 각 시험방식의 OC 곡선을 비교해 보기로 한다. 2단계 시험방식의 설계에서 π = 0.7, $1-\pi$ = 0.3을 사용하였다.

보증수명 B_{10}, θ_0와 시험대상부품의 실제수명 $B_{10}*$, θ_0*의 비율을 d라 할 때, 즉

$$d=\frac{B_{10}*}{B_{10}}=\frac{\theta_0*}{\theta_0} \tag{11}$$

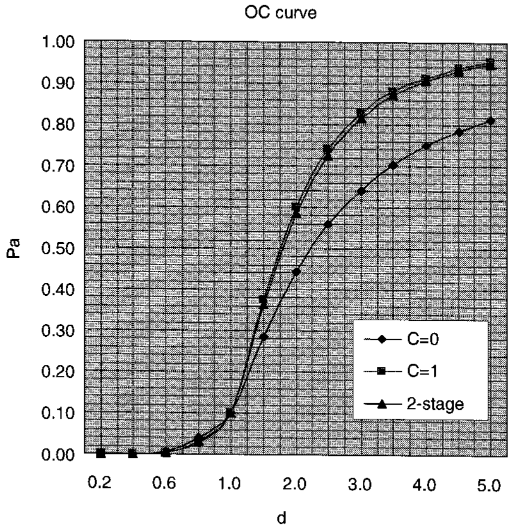
일때, d 값에 따른 세 가지 시험방식들의 합격확률과 OC 곡선이 각각 <표 1>과 <그림 1>에 주어져 있다.

그림에서 2단계 시험방식의 OC 곡선은 “zero or one failure”(C=1)방식과 거의 동일하며 무고장 시험방식(C=0)에 비해 판별력이 우수함을 볼 수 있다.

특히 보증수명에 비해 실제수명이 길수록(신뢰도가 높은 부품일수록) 2단계 방식이 무고장 시험방식에 비해 생산자 위험이 크게 감소하는 것으로 나타난다. 또한 보증수명에 미달하는 제품의 경우 ($d<1.0$) 소비자 위험 역시 2단계 방식이 더 감소함을 볼 수 있다.

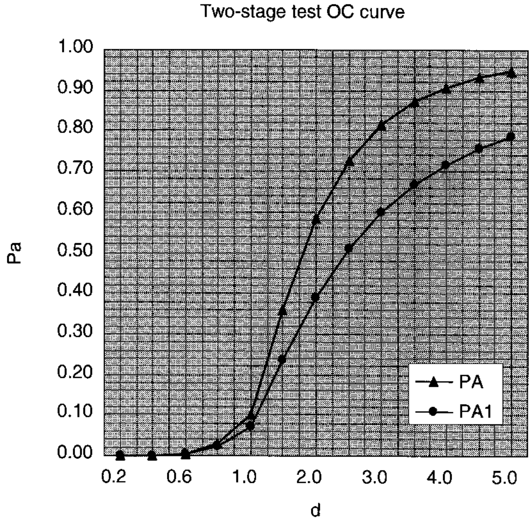
<표 1> 각 시험방식의 합격확률 비교

d	합격확률 PA		
	Zero failure	Zero or one failure	Two stage
0.2	0.0000	0.0000	0.0000
0.4	0.0001	0.0000	0.0000
0.6	0.0071	0.0022	0.0036
0.8	0.0400	0.0281	0.0314
1	0.1000	0.1000	0.1000
1.5	0.2855	0.3748	0.3611
2	0.4430	0.5999	0.5830
2.5	0.5585	0.7412	0.7265
3	0.6420	0.8268	0.8152
3.5	0.7035	0.8798	0.8709
4	0.7499	0.9137	0.9069
4.5	0.7857	0.9363	0.9310
5	0.8139	0.9517	0.9475



<그림 1> 시험방식들의 OC곡선

참고로 2단계 시험방식에서 1단계 합격확률 PA_1과 전체 합격확률 PA가 <그림 2>에 주어져 있다. 여기서의 세 가지 시험방식은 모두 동일한 시료수 n개로 동시에 시험을 시작하고 고장이 나도 시료를 교체하지 않는 비교체 시험방식을 고려하였다. 신뢰성 보증시험의 설계에 있어서 본 연구에서 도출된 결과를 활용하여 시료수와 시험시간의 관계, 시험대상 제품의 신뢰도 수준, 생산자위험, 시험비용 및 시험시간의 제약 등을 고려하여 이들 세 가지 시험방식을 선택적으로 적용할 수 있을 것이다.



<그림 2> 2단계 시험방식의 OC곡선

5. 결 론

본 연구에서는 기계류 제품이나 부품의 신뢰성 보증을 위해 현장에서 널리 사용되고 있는 무고장 합격기준에 의한 수명시험방식의 대안으로서 2단계 수명시험방식을 제안하였다. 동일한 수명을 동일한 신뢰수준으로 보증하는 경우, 2단계 시험방식은 무고장 시험방식에 비해 시험시간은 다소 증가하나, 전반적인 판별력의 증가와 함께 생산자위험이 크게 감소되는 것으로 나타났다. 여기서 개발된 시험방식은 기계류부품 이외에도 고가이거나 높은 시험비용이 소요되어 시료 수와 시험기간을 단축해야 하는 전기, 전자, 화학소재나 부품 등의 시험에도 적용 될 수 있다. 한편 시험현장에서 시험시간의 단축을 위해 시험대상부품에 대해 사용조건보다 더 높은 스트레스(온도, 진동, RPM, 전류, 전압, 압력 등)를 적용하여 시험하는 가속수명시험(accelerated life test)

이 요구되는 경우가 많다. 이 경우 주로 가속시험조건과 사용조건에서의 수명(B_{10}, $MTTF$)의 비율인 가속계수(acceleration factor)를 활용하여 시험방식을 설계한다. 베어링, 밸브, 스프링, 기어 및 펌프를 비롯한 주요 기계류 부품에 대해 적용되는 스트레스에 대한 가속계수 산출 자료를 Naval Surface Warfare Center(1998)에서 제공하고 있다. 본 연구에서 제시된 신뢰성 보증시험을 가속수명시험으로 실시할 경우, 가속시험조건에서의 시험시간은 사용조건에서 도출된 시험시간을 가속계수로 나누어 줌으로써 구할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] KIMM 신뢰성평가센터(2001), 「기계류부품 신뢰성 인증시험 규격」, 한국기계연구원.

[2] Abernethy R. B.(2000), *The New Weibull Handbook*.

[3] Bai, D.S. and Kwon, Y. I.(1993), "Economic Designs of Life Test Sampling Plans for Repairable Products", *Engineering Optimization*, Vol. 20, pp. 287-302.

[4] Barringer and Associates(2001), *Weibull Database*, http://www.barringer1.com.

[5] Bloch, H. P. and Geitner, F. K.(1997), *Machinery Failure Analysis and Troubleshooting*, Gulf Publishing Company, Houston, Texas.

[6] Fertig, K. W. and Mann, N. R.(1980), "Life Test Sampling Plans for Two Parameter Weibull Population", *Technometrics*, Vol. 22, pp. 165-177.

[7] ISO TC 131/SC 8/WG 11(2005), *Hydraulic Fluid Power - Method to Access the Reliability of Hydraulic Components - Part 1 : General Procedures and Calculation Methods*, Working Draft, ISO 2005.

[8] Kwon, Y. I.(1996), "A Bayesian Life Test Sampling Plan for Product with Weibull Lifetime Distribution Sold under Warranty", *Reliability Eng. and System Safety*, Vol. 53, No. 1, pp. 61-66.

[9] Kwon, Y. I.(1996), "A Bayesian Life Test Sampling Plan for Non-repairable Products Sold under Warranty", *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 13, No. 5, pp. 40-49.

[10] Kwon, Y. I.(1993), "An Economic Life Test Sampling Plans for Repairable Products with Exponential Inter-failure Time Distribution", *Journal of the Korean Society for Quality Control*, Vol. 21, No. 1, pp. 108-120.

[11] MIL-STD-690C(1993), *Failure Rate Sampling Plans and Procedures*, U.S. Dept. of Defense, Washing D.C.

[12] MIL-STD-781D(1986), *Reliability Design Qualification and Acceptance Test : Exponential Distribution*, U.S. Dept. of Defense, Washing D.C.

[13] Naval Surface Warfare Center(1998), *Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical Equipment*, Logistics Engineering Technology Branch, Carderock Division, NSWC.

[14] Nelson W.(1985), "Weibull Analysis of Reliability Data with Few or No Failures", *Journal of Quality Technology*, Vol. 17, No. 3, pp. 140-146.

[15] *Quality Control and Reliability Handbook 108*(1960), U.S. Dept. of Defense, Washington D.C.

[16] Schneider, H.(1989), "Failure Censored Variable Sampling plans for Lognormal and Weibull Distributions", *Technometrics*, Vol. 31, pp. 199-206.

[17] TR-3(1961), *Sampling Procedures and Tables for Life and Reliability Testing Based on Weibull Distribution* (*Mean Life Criterion*), Quality Control and Reliability Technical Report, U.S. Dept. of Defense, Washing D.C.

[18] TR-4(1962), *Sampling Procedures and Tables for Life and Reliability Testing Based on Weibull Distribution* (*Hazard Rate

Criterion), Quality Control and Reliability Technical Report, U.S. Dept. of Defense, Washing D.C.

[19] TR-6(1963), *Sampling Procedures and Tables for Life and Reliability Testing Based on Weibull Distribution* (*Reliable Life Criterion*), Quality Control and Reliability Technical Report, U.S. Dept. of Defense, Washing D.C.

[20] Yan W. and Herfat, A. T.(2004), "Design Criteria Evaluation Using Field Test Data and Reliability Test Improvement Based on Statistical Analysis", *IEEE RAMS 2004*, pp. 168-172.