

< 논문 >

## 폴리머 용액에서의 각운동량 전달에 관한 연구

김재원<sup>†</sup> · 안은영\* · 오정수\*\*

(2005년 8월 1일 접수, 2005년 12월 21일 심사완료)

### Study on Angular Momentum Transfer in Polymer Solutions

Jae Won Kim, Eun Young Ahn and Jung Su Oh

**Key Words:** Shear Front(전단 경계면), Spin-Up(스핀-업), Angular Momentum(각 운동량), Polymer Solution(폴리머 용액), Apparent Viscosity(겉보기점도)

#### Abstract

This investigation deals with the spin-up flows in a circular container of aspect ratio, 2.0. Shear front is generated in the transient spin-up process and propagating from the side wall to the central axis in a rotating container. Propagation of the shear front to the axis in a rotating container means the region acquires an angular momentum transfer from the solid walls. Propagating speed of the shear front depends on the apparent viscosity of polymer solution. Two kinds of polymer solutions are considered as a working fluid: one is CMC and the other is CTAB solution. CMC solution has larger apparent viscosity than that of water, and CTAB shows varying apparent viscosities depending on the applied shear rates. Transient and spatial variations of the apparent viscosities of the present polymer solutions (CTAB and CMC) cause different speeds of the propagating shear front. In practice, CMC solution that has larger values of apparent viscosity than that of water always shows rapid approach to the steady state in comparison of the behavior of the flows with water. However, for the CTAB solution, the speed of the propagating of the shear front changes with the local magnitude of its apparent viscosity. Consequently, the prediction of Wedemeyer's model quantitatively agrees with the present experimental results.

#### 1. 서 론

회전하는 축 대칭 용기 내부에서의 유체 유동은 단순한 실험 모델로 구성되면서도 그 응용범위가 매우 다양하다. 구체적으로 유체기계의 회전체 사이의 유동, 지구 표면과 대기권 사이의 유동 등에 대한 수학적 또는 실험 모델로서 축 대칭 용기 내부의 유동은 중요한 의미를 갖는다.<sup>(1-3)</sup> 본 연구에서 고려하는 유동장은 종횡비(aspect ratio)가 2.0으로 고정된 원통 용기 내부에 점성유체가 채워져 있고 단지 용기만의 갑작스런 회전에 의해

유발되는 용기 내부의 과도 유동(transient flow)에 대해 실험적으로 접근하고자 한다. 본 연구의 유동장에 관련된 연구는 Batchelor<sup>(4)</sup>에 의해 제기된 이래로 매우 다양한 연구가 실험적,<sup>(5)</sup> 근사적<sup>(6)</sup>으로 또는 수치적으로<sup>(7-9)</sup> 연구 되었으며, 이에 관한 팔목할 만한 연구는 1964년 Wedemeyer<sup>(10)</sup>에 의해 체계적으로 제시되었다. 특히 Wedemeyer는 시간(t)에 따른 과도 유동의 과정을 묘사할 수 있는 전단경계면(shear front)의 과도 위치를 정의할 수 있는 근사식을 지수함수 표현으로 정의하여 해당 분야 연구의 중요한 근거를 마련하였다. 전단경계면은 회전하는 고체 면으로부터의 각 운동량(angular momentum)전달의 공간적 범위를 규정하는 물리 경계면으로 Greenspan<sup>(11)</sup>과 Wedemeyer에 의해 실험적 및 해석적으로 보고되었다. 따라서 스핀-업(spin-up)으로 규정되는 과도 유동장에서

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 선문대학교 기계공학과  
E-mail : jwk@sunmoon.ac.kr  
TEL : (041)530-2337 FAX : (041)530-2986

\* 천안대학교 정보통신공학부

\*\* 선문대학교 대학원 기계 및 제어공학과

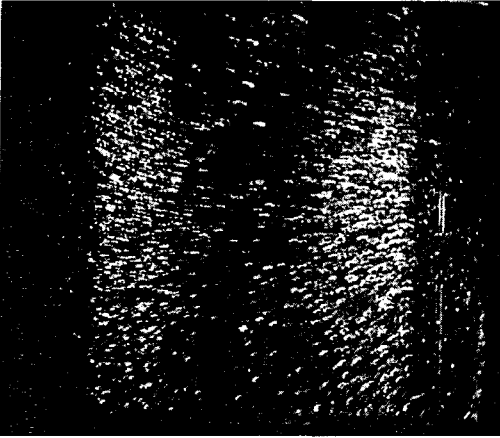


Fig. 1 Visualized image showing velocity shear front

전단 경계면의 위치는 회전하는 고체로부터의 각운동량의 전달이 어느 정도 진행되어 왔는지를 가늠할 수 있는 중요한 유동 정보가 된다. 이 전단 경계면은 본 연구의 대상인 정지 상태에서부터의 스핀-업 (spin-up from rest) 유동에서 고체면 근처의 경계층을 통과한 유체가 각 운동을 얻으며 경계층 이외의 비 점성 영역을 경유하면서 각운동량의 전달하는 경우 발생하는 물리 현상이며 본 연구에서는 Greenspan의 저서에 언급된 디스크 형상의 부유 입자를 사용하여 본 연구에서의 전단 경계면을 가시화할 수 있었다. Fig. 1은 그와 같은 전단 경계면을 가시화한 사진으로 밝은 영역과 어두운 영역의 경계가 순시적인 전단 경계면의 위치가 되며 밝게 빛나는 부분은 각 속도가 0인 정지 영역으로 가시화 입자가 무작위로 부유하고 있어 조사된 광원에 의해 밝게 빛나고 있음을 알 수 있다. 반면에 어두운 영역은 유체의 유속에 의해 디스크 형상의 입자가 일정한 방향으로 위치되어 조사된 광원의 빛을 차단하여 어둡게 표현되며 그 경계가 우리가 고려하는 전단 경계면임을 확인할 수 있었다.

스핀-업 유동에 관한 선행연구는 주로 뉴턴 유체(Newtonian fluid)에 대해 수행되었으며 특히 비-뉴턴 유체(Non-Newtonian fluid)에 대한 전단 경계면의 거동을 밝힌 논문은 아직까지 보고 되고 있지 않다. 비-뉴턴 유체는 그 종류가 매우 다양하며, 유체의 전단율과 전단응력 간의 관계가 선형적이지 않고 다양한 형태를 보이고 있다.<sup>(12)</sup>

본 연구에서는 이처럼 다양한 비-뉴턴 유체 중에서도 공학적 응용이 다양한 전단 박화 유체(shear thinning fluid)의 일종인 폴리머 용액에 대하여 회전 유동의 과도적 모습인 전단 경계면의 전파모습을 실험적으로 밝혔다. 폴리머 용액의 겔보기 점성계수는 전단응력과 전단율의 함수이며 또한 여기에서 고려하는 유동조건에서는 공간적으로 과도적으로 변화하기 때문에 그에 따른 전단 경계면의 전파 역시 매우 다양한 모습으로 전개되었다. 구체적으로 유동장 내부의 겔보기 점성계수의 변화에 따라 전단 경계면의 전파속도가 과도적으로 변화하며 그 기준은 뉴턴 유체인 물의 물성치를 기준으로 한 Wedemeyer 모델을 활용하였다. 실험은 LDV를 사용한 속도측정을 통해 이루어졌고 이를 바탕으로 전단 경계면의 과도 위치를 파악하여 운동량 전달의 특징을 전단 박화 유체에 관하여 규명하였다. 결과적으로 전단 박화 유체의 스핀-업 유동에서 전단 경계면의 전파속도는 해당 유체의 겔보기 점성계수에 의해 영향을 받음이 실험적으로 확인되었다.

## 2. 실험 연구

### 2.1 유동장의 구성

Wedemeyer<sup>(10)</sup>는 원통용기 내의 균일물질에 대해 비선형 스핀 업 유동에 대하여 이론해석을 수행 하였다. 그의 모델은 공학적 응용을 고려하여 반경이 R이고 높이가 H인 간단한 모습의 원통형 용기를 선택하였고, 밀폐된 원통 용기에 동점성계수가  $\nu$ 인 유체를 채운 후, 용기를 용기의 기하학적 대칭축을 중심으로 각속도  $\Omega$ 로 회전시켜서 자오면 (meridional plane)에서의 2차 유동과 전단 경계면의 존재를 찾아냈고, 그 전단 경계면은 2차 유동에 의해 회전하는 원통의 벽으로부터 용기의 중심부로 이동하는 것을 밝혔다. 본 연구에서도 Wedemeyer의 모델과 같은 유동장의 구성하여 실험 연구를 진행하였다.(Fig. 1 참조)

$$\tau = \frac{R}{\sqrt{\nu\Omega}} \quad (1)$$

전단 경계면의 전파에 의해 용기 내부의 유체는 용기의 각 운동량과 같은 각 운동량을 얻게

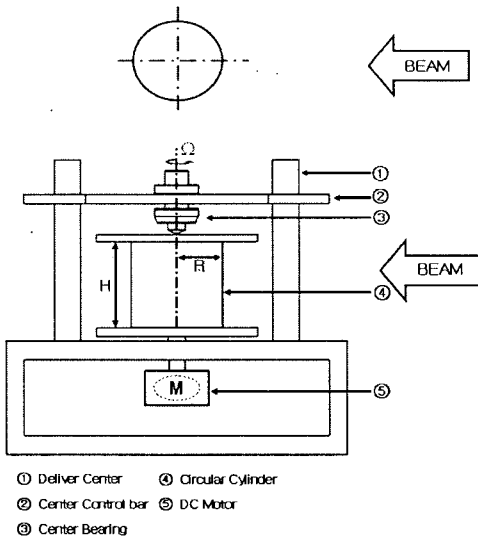


Fig. 2 Experimental apparatus

되는데 이 과정의 특성 시간은 유동 변수와 유체의 물성치로 이루어진 시상수  $\tau$ 에 의해 규정된다.

위의 식 (1)에서 시상수의 구성에서 작동유체의 물리적 성질(점성계수  $\eta$ )과 유동 조건(용기의 각속도  $\Omega$ )에 의하여 전단 경계면의 반경방향 진행속도가 달라질 수 있다는 점이 매우 흥미로운 사실이다. Wedemeyer의 보고에 의하면 전단 경계면의 위치( $r_s$ )는 (2) 같이 표현 할 수 있다.

$$\frac{r_s}{R} = e^{-t/\tau} \quad (2)$$

또한 전단 경계면의 전과 후의 영역에서의 원주 방향 속도는 회전하는 영역과 정지한 영역으로 구분되어짐을 밝혀 전단 경계면이 각 운동량 전달 정도의 기준이 될 수 있음을 확인하였다. 다음의 식에서는 전단 경계면의 전, 후에 따른 원주 방향 회전 속도( $V$ )의 크기를 무차원 속도의 크기로 표현하고 있다.

$$\frac{V}{R\Omega} = \frac{r e^{2t/\tau}/R - R/r}{e^{2t/\tau} - 1} \quad \left(\frac{r}{R} \geq e^{-t/\tau}\right) \quad (3a)$$

$$\frac{V}{R\Omega} = 0 \quad \left(\frac{r}{R} \leq e^{-t/\tau}\right) \quad (3b)$$

원형실린더의 벽면으로부터의 각운동량의 전과를 의미하는 전단 경계면이 실린더 내부 작동유체인 뉴턴 용액과 비 뉴턴 용액의 물리적 특성에 따라 변화하는 반경방향으로의 진행속도를 측정하기 위하여 레이저 유속계를 이용한 실험이 진행되었다. Fig. 2에서는 유동장을 포함한 회전 테이블과 유속 측정을 위한 레이저 유속계의 설치를 나타내고 있다.

### 2.2 폴리머 점성 실험

작동 유체는 뉴턴 유체인 물과 비 뉴턴 용액인 2종의 폴리머 용액을 사용하였다. 폴리머 용액은 전단 박화 유체로 CMC(Carboxymethyl Cellulose) 수용액과 CTAB(Cetyltrimethyl ammonium bromide)의 수용액을 사용하였다. CMC 용액은 겔보기 점성계수가 본 연구에서 고려하는 전단 변형율 (shear deformation rate)의 영역에서 뉴턴 유체인 물보다 큰 유체이며 CTAB 용액은 용액의 농도와 인가된 전단 변형율 ( $\dot{\gamma}$ )에 따라 겔보기 점성계수 ( $\eta$ )가 물 보다 작거나 큰 폴리머 용액이다. 용액의 준비는 폴리머 물질을 상온의 증류수에 희석시켜 36시간 이상 교반기에 넣고 혼합하여 증류수 체적 대비 용질의 양에 따라 원하는 농도의 폴리머 용액을 준비하였다. 각 폴리머 용액의 농도는 0.02%, 0.05%, 0.07%의 세 가지로 용액을 제조하였다. 뉴턴 용액과 제조된 비 뉴턴 용액의 물리적 특성을 알아보기 위해 회전형 점도계인 Brookfield사의 DV-I + 점도계를 사용하여 겔보기 점도를 측정하였으며 그 측정 결과는 Dale and Emery<sup>(12)</sup>의 측정 결과와 비교하여 본 실험의 측정치의 정도를 검증하였다.

Fig. 3과 4는 작동 유체인 CMC 용액과 CTAB 용액의 전단 변형율에 따른 겔보기 점성계수의 변화 모습을 농도에 따라 보이고 있다. 두 그림 모두 변형률이 증가할수록 겔보기 점도가 감소하는 경향을 나타내고 있다. 이런 경향은 비 뉴턴 용액 중 전단 희박 유체의 특성과 같으며 이를 통해 두 유체 모두 전단 희박 유체로 구분될 수 있다.

CMC 용액의 겔보기 점성계수의 변화는 변형률에 따라 감소하면서 농도가 클수록 그 변화 정도도 두드러짐을 알 수 있다. 또한 겔보기 점성계수의 값은 상온의 물의 점성계수인 1.0mPa·sec.

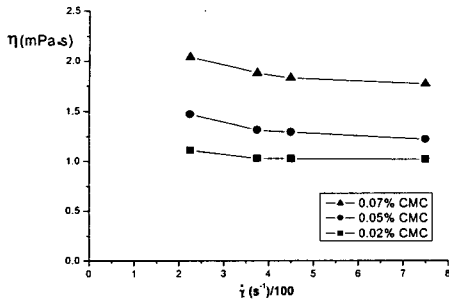


Fig. 3 Variation of apparent viscosity on deformation rate for CMC solutions

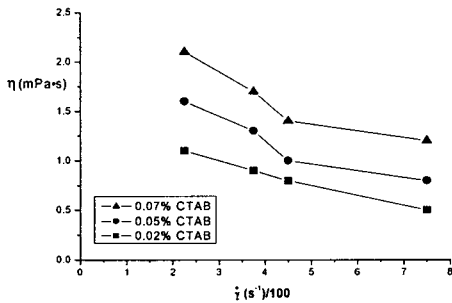


Fig. 4 Same as Fig. 2 except for CTAB solutions

보다 모두 큰 값을 보이고 있다.

유사하게 CTAB 용액의 길보기 점성계수도 용액의 농도와 변형률에 따라 변화하고 있으나 그 변화 폭이 커서 길보기 점성계수의 값이 물 보다 작은 1.0이하의 경우와 물 보다 큰 경우가 모두 존재하여 전단 경계면의 전파 속도가 매우 다양하게 변화하는 것을 관찰할 수 있으리라 예측된다.

### 2.3 전단 경계면의 확인

유동장은 투명 아크릴(Polymethyl Methacrylate)로 제작된 원형실린더의 내부이며, 원형실린더의 고정과 회전을 위한 장치로 회전테이블을 이용하였다. 원형 실린더의 회전 시 좌우 흔들림을 최소화하기 위하여 턴테이블 상단에는 보조 축을 제작하였다. 반경방향으로 진행되는 전단 경계면의 전파 속도를 측정하기 위해서 회전 유속을 용기의 회전과 함께 임의의 반경 위치에서 측정하

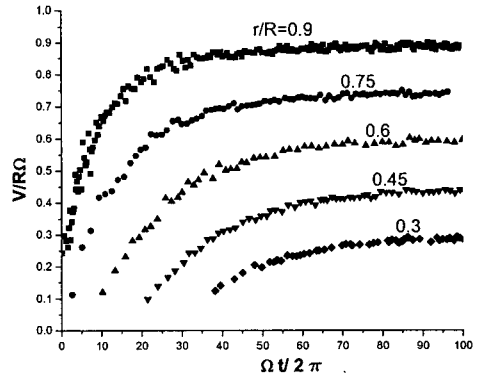


Fig. 5 Transient variation of azimuthal velocity for different radial locations in water

기 시작하여 회전 유속의 존재로부터 그 반경 위치에서의 전단 경계면의 도달 시간을 파악할 수 있게 준비하였다. 사용된 LDV는 Tsi사의 300mW의 다중과장출력방식(multiline mode)의 Ar+ Laser로 구성되어 있다. LDV 측정에서 사용된 입자는 유동장과 산포율에 유리한 조건을 가진 Potters Industries Inc.의 실버코팅 할로우 그라스(Silver Coated Hollow Glass)를 사용하였다. 평균 입자의 크기는  $40 \mu\text{m}$ 이다.

비선형 스펀-업 유동장의 다른 특징은 고체 경계층을 벗어난 비점성 영역(interior core region)에서 회전 유속의 변화가 용기의 축 방향을 따라 이루어지지 않는 점이다.<sup>(1,7)</sup> 이러한 현상은 Taylor-Proudman 이론으로 명명되어 회전 유동의 연구에서 실험의 간편성을 보장하고 있다. 따라서 회전 유속의 측정과 전단 경계면의 위치 확인에 있어서 반경 방향에 따른 변화는 확인되어야 하나 축 방향에 따른 회전 유속의 변화는 비점성 영역에서 배제된다.

용기의 측벽으로부터 용기의 축을 향해 반경방향으로 진행되는 전단 경계면의 속도를 측정하기 위해서 LDV의 측정 위치는 용기의 중간 높이고 반경 방향의 위치( $r/R$ )는 0.9, 0.75, 0.6, 0.45, 0.3인 5지점에서 측정을 하였다.

Fig. 5는 뉴턴 용액인 물을 작동 유체로 이용하여 시간에 따른 회전 유속의 모습을 LDV로 측정한 결과를 나타낸 그림이다. 유속의 변화 모습은 각각  $R\Omega$ 와  $\Omega t/2\pi$ 로 무차원화된 유속과 시간으

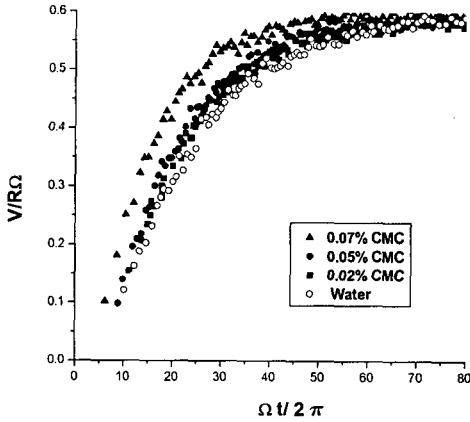


Fig. 6 Comparison of transient azimuthal velocities for CMC solutions and water at  $r/R=0.6$

로 표현하였다. 각 측정 위치의 회전 유속은 일정한 시간이 경과 된 후 정상 유동의 값에 접근하며 이때의 정상 유동의 회전 속도는 강체 회전(solid body rotation) 유속의 회전 속도와 일치한다. 이 실험에서는 회전 유속의 과도 모습의 확인과 함께 유속 측정의 위치에서의 전단 경계면 통과 시간을 확인할 수 있다. 즉, 임의의 반경 위치에서의 회전 유속이 0에서 0이 아닌 값으로 증대하는 순간이 그 위치에서의 전단 경계면 통과 시간이 된다. 따라서 해당 반경의 위치에서의 전단 경계면 통과 시간은 LDV 측정에서 순시 속도의 크기가 0에서 0인 아닌 값으로 변화하는 시간을 측정하여 해당 반경위치에서의 전단 경계면의 통과 시간으로 정의하였다.

유사한 실험이 폴리머 용액인 CMC 용액에 대해 수행되어 비교되었다. Fig. 6은 물과 농도가 다른 3가지의 CMC 용액에 대해 과도 회전 유속을  $r/R=0.6$ 인 위치에서 측정되었다. 속도의 크기 변화에서 알 수 있듯이 물보다는 CMC 용액에서 각 운동량의 전달이 더 신속히 일어나고 있음을 알 수 있다. 또한 같은 CMC 용액에서도 농도가 클수록 유동의 정상 상태로의 접근이 빨리 이루어짐을 확인할 수 있었다. 그와 같은 이유는 작동 유체의 겔보기 점성계수가 커짐에 따라 앞서 정의한 시상수  $\tau$ 가 작아지며 그에 따라 유동의 정상 상태로의 접근이 빨리 이루어짐이 본 실험

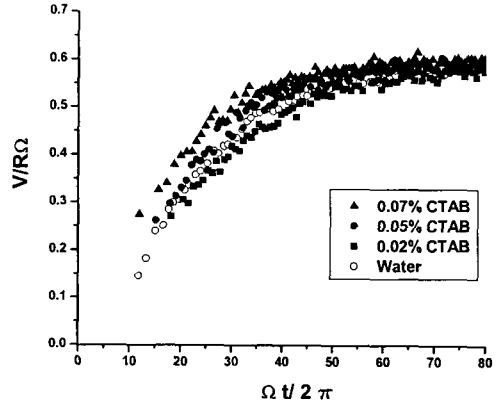


Fig. 7 Same as Fig. 6 except for CTAB solutions

결과와 잘 일치된다.

겔보기 점성계수가 물 보다 큰 경우와 작은 경우가 다양하게 나타나는 CTAB 용액에 대한 과도 회전 유속의 측정은 보다 다양하고 흥미로운 결과를 보이고 있다. 과도 유속의 측정의 기준은 물의 거동을 기준으로 비교하였다. 실험에서는 3가지 종류의 농도를 가진 CTAB 용액과 물의 과도 유속을  $r/R=0.6$ 의 위치에서 측정하였다. CTAB용액의 겔보기 점성계수(Fig. 4 참조)가 물 보다 훨씬 큰 0.07% 농도의 CTAB용액에서는 매우 빠른 유동의 정상 상태로의 접근이 이루어지나 겔보기 점성계수가 물의 점성계수와 유사한 0.05%의 CTAB용액에서는 물과 비슷한 정도로 정상 상태로 접근되는 모습이 확인 되었다. 반면에 물의 점성 계수보다 낮은 겔보기 점성계수를 가진 0.02%의 CTAB용액에서는 물 보다 훨씬 더딘 정상 상태로의 접근이 이루어져 식 (1)에서 정의한 시상수가 점성 계수의 제곱근에 반비례하는 것이 확인될 수 있었다.

### 3. 전단경계면의 전파 속도

전단 경계면의 시간에 따른 위치를 2절에서의 유속 측정 결과로부터 도출하여 기준 유체인 물과 다른 농도를 각각 갖는 CMC용액, CTAB용액에 대해 비교하였다. 본 연구에서 고려하고 있는 유체 중에서 물 보다 가장 큰 겔보기 점성계수를 가지는 0.07% CMC 용액과 물 보다 가장 작은 겔

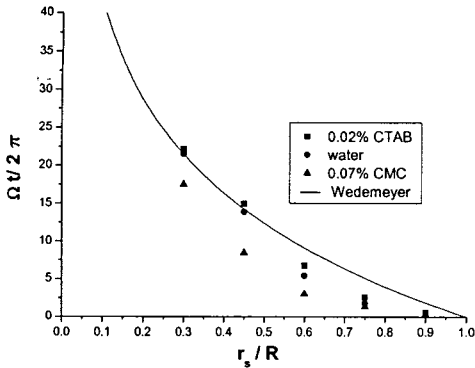


Fig. 8 Comparison of transient locations of shear front for polymer solutions and water

보기 점성계수를 가지는 0.02%CTAB 용액 그리고 물을 고려하여 전단 경계면의 도달 시간을 확인하였다. Fig. 7은 그와 같은 농도를 가진 폴리머용액과 뉴턴 용액인 물을 작동 유체로 하여  $r/R$ 이 0.9, 0.75, 0.6, 0.45, 0.3인 5지점에서 전단 경계면이 통과하는 시간을 측정하여 이를 무차원으로 표시한 결과이다. 또한 이론적 해인 Wedemeyer의 해[식 (1)]와의 비교를 위해 상온의 물의 물성을 기준으로 한 Wedemeyer의 이론적 전단 경계면 접근 모습을 Fig. 7에서 실선으로 표시하였다. 전단 경계면의 진행속도가 작동유체의 종류에 따라 차이가 발견되고 있다. 구체적으로 전단 경계면의 위치( $r_s/R$ )가 0.9에서는 용액의 종류에 따른 전단 경계면의 도달 시간이 큰 차이가 나지 않으나 전단 경계면의 위치가 용기의  $r/R=0.45$  근처에서는 그 차이가 크게 두드러진다. 그 이유는 0.07% 농도의 CMC 용액의 겔보기 점성계수가 물의 점성계수보다 1.8배정도 높게 측정되었기 때문이다. 또한 물 보다 겔보기 점성계수가 작은 0.02% 농도의 CTAB 용액에서는 모든 영역에서 물 보다 느린 전단 경계면의 전파 모습이 확인되었다.

#### 4. 결론

본 연구에서 고려하는 유동장의 전단 변형율은 전단 경계면을 전후에 따라 변화하며 그에 따른 폴리머 용액의 과도적·공간적 변수로서의 겔보기 점성계수는 그 시간과 위치에서의 전단율의 함수이므로 그에 따른 각운동량 전달의 형태도

상이하하여 물보다 겔보기 점성계수가 큰 CMC 용액에서는 항상 물보다 빠른 전단면 전파속도가 관찰 되었으며 겔보기 점성계수가 물보다 크거나 작은 농도별 CTAB 용액에서는 물보다 빠르거나 늦은 전단면 전파속도가 관찰되었다. 이는 각 운동량의 전달을 위해 고려할 수 있는 유동의 물성치로 폴리머 용액에서는 겔보기 점성계수를 활용하여도 Wedemeyer의 예측 모델이 일관성 있게 정성적으로 폴리머 용액의 과도 모습에 적용됨을 확인되었다.

#### 후 기

본 연구는 선문대학교 공조기술연구센터 및 자동차전장 신뢰성향상 사업단(RIS-05-04)의 지원으로 수행되었음을 밝히며 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Greenspan, H. P. and Howard, L. N., 1963, "On a Time-dependent Motion in a Rotating Fluid," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 17, pp. 385~404.
- (2) Hart, John E., 1995, "On Nonlinear Ekman Surface-Layer Pumping," *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 26, pp. 1370~1374.
- (3) Hart, John E., 2000, "A Note on Nonlinear Corrections to the Ekman Layer Pumping Velocity," *Physics of Fluids*, Vol. 12, pp. 131~135.
- (4) Batchelor, G. K., 1951, "Note on a Class of Solutions of the Navier-Stokes Equations Representing Steady Rotationally-Symmetric Flow," *Q. J. Mech. Appl. Maths.*, Vol. 4, pp. 29~41.
- (5) Wu, Chang-Chie, Liu, Tung-Ping and Liu, Tao-Ping, 2003, "Flow Structure Between Two Co-axial Disks Rotating Independently," *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 27, No. 3, pp. 295~302.
- (6) Suh, Y. K., 2002, "Two-dimensional Approximation of Rotating Flows for a Fluid Layer of Arbitrary Depth," *Physics of Fluids*, Vol. 14, pp. 2943~2947.
- (7) Hyun, J. M., Leslie, F., Fowles, W. and Warn-Varnas, A., 1983, "Numerical Solutions for Spin-up from Rest in a Cylinder," *Journal of*

- Fluid Mechanics*, Vol. 127, pp. 263~281.
- (8) Richou, Ben A., Ambari, A. and Naciri, J. K., 2004, "Drag Force on a Circular Cylinder Midway Between Two Parallel Plates at Very Low Reynolds Numbers-Part 1: Poiseuille Flow (numerical)," *Chemical Engineering Science*, Vol. 59, pp. 3215~3221.
- (9) Chan, K. L., 2003, "Numerical Study of Rotating Convection," *Astronomical society of the pacific conference series*, *Astronomical Society of the Pacific*, pp. 168~179.
- (10) Wedemeyer, E. H., 1964, "The Unsteady Flow Within a Spinning Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 20, pp. 383~399.
- (11) Greenspan, H. P., 1968, *Theory of Rotating Fluid*, Cambridge University Press.
- (12) Dale, J. D. and Emery, A. F., 1972, "The Free Convection of Heat from a Vertical Plate to Several Non-Newtonian Pseudoplastic Fluids," *ASME Journal of Heat Transfer*, pp. 64~72.