

〈 논문 〉

## 유한요소해에 기초한 양축등가 잔류응력 평가 압입이론

이 진 행\* · 이 형 일†

(2005년 7월 14일 접수, 2005년 12월 19일 심사완료)

### An Indentation Method Based on FEA for Equi-Biaxial Residual Stress Evaluation

Jin Haeng Lee and Hyungyil Lee

**Key Words :** Indenter(압입자), Residual Stress(잔류응력), FEM(유한요소해석)

#### Abstract

An indentation method to determine equi-biaxial residual stress is proposed by examining the data from the incremental plasticity theory based finite element analyses. We first select optimal normalized-parameters, which are minimally affected by indentation depth and material properties. Numerical linear regressions of obtained data exhibit that maximum load and contact area of imprint are the main parameters measuring the residual stress. The proposed indentation approach provides a substantial enhancement in accuracy compared with the prior methods.

#### 기호설명

- A : 접촉면적  
E : 영률  
 $h$  : 기준표면 압입깊이  
 $h$  : 실제 접촉 압입깊이  
 $n$  : 변형경화지수  
 $P$  : 압입하중  
 $R$  : 압입자 선단반경  
 $\varepsilon_0$  : 항복변형률  
 $\sigma_0$  : 항복강도  
 $\sigma_R$  : 잔류응력

drilling, layer removal, 쇠각법 등이 있다.<sup>(1,2)</sup> 그러나 이러한 측정법들은 측정 정확성 및 민감성, 분해능, 시편채취 여부, 편이성, 재료와 형상에 따른 적용 범위 등으로 인해 매우 제한적 경우에만 사용 가능하다. 따라서 보다 용이한 범용 시험기법이 요구되고 있으며, 이러한 대안으로 압입시험기를 이용한 연구가 국내외적으로 진행 중에 있다. 압입시험법은 금속, 박막 및 고무 등의 물성평가에 이용되는 시험법으로, 작은 시험편으로도 시험이 가능하고 특히 현재 사용중인 부위의 특성을 평가하는데 유용하다.<sup>(3-6)</sup>

압입시험으로 잔류응력과 잔류변형률을 측정 하려면 잔류응력이나 변형률이 없는 순수한 재료에 대한 압입특성 비교가 필요하다. 이에 초기 연구는 잔류응력의 방향과 크기에 따른 Vickers 경도값 변화를 관측하는 것이었다. Tsui 등<sup>(7)</sup>과 Bolshakov 등<sup>(8)</sup>은 실험과 유한요소해석을 통하여 경도, 접촉 면적, 영률에 미치는 잔류응력의 영향을 연구하였다. 이로부터 잔류응력은 재료의 경도값에 큰 영향을 주지 않으며, 반면 재료의 piling-up과는 밀접한 관계가 있음을 보였다. 한편 Suresh와 Giannakopoulos<sup>(1)</sup>는 무마찰을 가정하여, Vickers 압입시험법으로 표면 양축 등가(equi-biaxial) 잔류응력 및 소성변형률 결정법을 제시하였다. 이어 이윤희 등<sup>(9)</sup>은 동축잔류응력을 평균응력과 편차응력으로 나누고, 이중 편차응

#### 1. 서 론

잔류응력은 박막 제조나 표면 코팅과정, 그리고 기계적 가공, 열처리, 쇼트피닝이나 레이저 쇼크 피닝 등에 의해 발생된다.<sup>(1)</sup> 잔류응력은 재료의 피로, 파괴, 부식, 마모, 마찰에 영향을 주는 중요 인자이기 때문에 잔류응력의 정량적 평가는 매우 중요하다. 현재 잔류응력 측정법으로 X-ray와 중성자 회절법, 변형률/곡률 측정법, beam bending, hole

\* 회원, 서강대학교 대학원 기계공학과

† 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

력의 압입방향 성분만이 압입소성변형에 영향을 미친다고 가정하여 Suresh와 Giannakopoulos<sup>(1)</sup>의 방법을 수정한 압입이론을 제시하였다.

그러나 잔류응력 측정을 위한 위의 기준 압입 연구들은 마찰계수, 압입깊이, 재료물성치 변화가 측정된 잔류응력에 주는 영향에 대해서는 면밀하게 평가하지 않았다. 따라서 이러한 연구들이 제시한 방법들은 연구에 사용된 몇몇 특수 재료들을 넘는 범용 적용성에서 의문점을 남긴다. 이에 본 연구에서는 충분소성이론에 따른 대변형 압입시험 유한요소해석에 기초해 탄/소성 등가 잔류응력 및 잔류변형률이 존재할 때, 보다 범용의 잔류응력 평가 기법을 제시하고자 한다. 이를 위해 먼저 상대적으로 물성치 및 압입깊이의 영향을 최소로 받는 압입변수들을 선정하며, 이 압입변수들을 회귀하여 잔류응력평가 압입이론식을 도출한다.

## 2. 기준 잔류응력평가 압입이론

### 2.1 기준 잔류응력평가 압입이론 고찰

Suresh와 Giannakopoulos<sup>(1)</sup>은 잔류응력과 상관없이 경도값은 불변한다는 점을 이용해 잔류응력 예측식을 제시하였다. 그들은 양축등가 인장 및 양축 등가 압축 잔류응력에 따라 압입이론을 달리 전개하였다. 인장 잔류응력의 경우 수식은 다음과 같다.

$$P_o = P + \sigma_R A \quad (1)$$

압축 잔류응력의 경우 수식은 다음과 같다.

$$P_o = P + \sigma_R f A \quad (2)$$

여기서  $P$ 와  $P_o$ 는 각각 잔류응력이 있는 경우와 없는 경우의 최대압입하중이며,  $A$ 는 잔류응력 존재시 해중 후의 투영압입접촉면적,  $f$ 는 압입자의

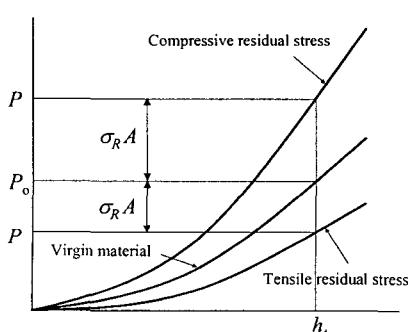
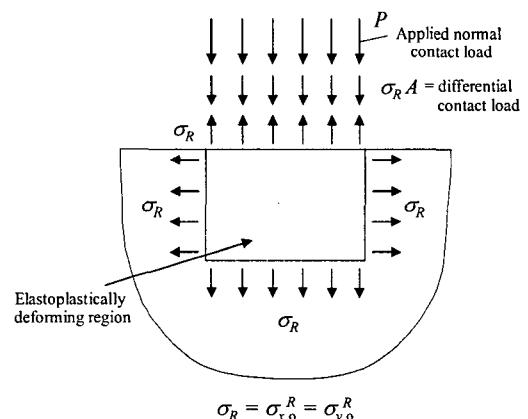
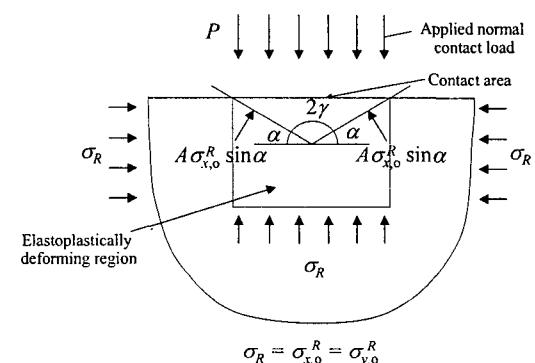


Fig. 1 Load-depth curves for various residual stresses

형상계수이다(Fig. 1). Suresh와 Giannakopoulos<sup>(1)</sup>은 인장 잔류응력의 경우 하중의 방향과 잔류응력에 의한 가상적 응력의 방향이 같기 때문에 압입형상의 영향을 고려치 않았으나, 압축 잔류응력시 하중의 방향과 잔류응력에 의한 가상 응력의 방향이 다르다는 이유로 형상함수  $f (= \sin\alpha)$ 를 도입하였다(Fig. 2). 그러나 이와 같이 인장과 압축잔류응력을 나누어 고려할 아무런 물리적 이유가 존재하지 않는다. 특히 이 형상함수  $f$ 는  $\sin\alpha$ 가 아닌  $\cos\alpha$ 가 타당하며, 이 경우 접촉면적  $A$  또한  $A/\cos\alpha$ 로 계산되어야 하기 때문에  $\cos\alpha$ 값은 상쇄된다. 따라서 잔류응력의 방향과 관계없이식 (1)을 사용하여야 한다. Vickers 압입자의 경우  $\alpha=22^\circ$ 임을 고려할 때 Suresh와 Giannakopoulos의 형상함수는 약 0.375 정도가 되나, 이윤희 등<sup>(9)</sup>이 사용한 수치는 0.667정도이며, 본 고찰에 따르면 1이 된다. 한편 Atar 등<sup>(10)</sup>은 X-ray 회절과 압입시험을 통하여 얻은 세라믹 박막의 잔류응력 측정치로부터 이 형상계수가 1이 됨을 보였다.



(a) Tensile residual stress



(b) Compressive residual stress

Fig. 2 Schematic of the role of (a) tensile and (b) compressive residual stress at surface

### 3. 압입시험의 유한요소해석

#### 3.1 압입시험의 유한요소모델

Fig. 3은 Berkovich 압입자에 의한 재료 압입시험을 나타내는 유한요소모델이다.  $J_2$  증분소성이론을 따르는 등방성 탄소성 재료를 사용하여 대변형 유한요소해석을 실시한다. 하중과 형상이 모두 축대칭 임을 고려하여 4절점 축대칭 요소 CAX4(ABAQUS Library, 2003)<sup>(11)</sup>를 사용한다. 8절점 CAX8 요소는 중간절점에서의 유효변형률이 불연속적인 문제가 있어 본 연구에서는 이 문제가 없는 4절점 요소를 선택한다. 이때 보간함수가 한 차수 낮은 것을 보완하며 미세변형까지 충분히 감지할 수 있도록 압입하부 표면에 압입깊이의 0.0625% 크기의 미세요소를 배치한다. 요소크기가 바뀌는 경계에는 대개 MPC(Multi-Point Constraints, ABAQUS Library, 2003)<sup>(11)</sup>가 간편하게 사용되나, 이 경우 MPC 절점상의 응력과 변형률이 균일하지 않은 단점이 있다. 이 때문에 압입접촉부 근처의 요소크기 천이영역에는 사다리형 요소를 사용하였으며, 접촉부에서 충분히 떨어진 위치에서만 MPC 모델링을 하였다. 모재의 유한요소모델은 약 18000개의 4절점 축대칭 요소들로 구성된다. 압입자와 모재의 접촉면에는 압입자와 모재쪽 모두 접촉요소면(Contact Surface, ABAQUS Library, 2003)<sup>(11)</sup>을 배치한다. 압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속하여 축대칭 조건을 만족시키고, 모재 밑면은 완전구속시킨 후, 압입자를 하강시킨다.

압입자는 강체로 가정하였으며, 축대칭 모델에서 Berkovich 압입자와 동일 압입깊이에서 동일한 압입면적이 얻어질 수 있도록 원뿔형 압입자의 각도를 70.3°로 설정하였다. 또한 압입자 재작의 한계와 사용중 blunting 현상에 의해 발생되는 압입자 선단의 rounding 반경  $R$ 을 고려하여 모델링 하였다. 때문에 실제 압입시험을 모사하기 위해서는 rounding 정도에 따른 압입 하중-변위 곡선의 변화를 살펴볼 필요가 있다.

Fig. 4는 본 연구에서 사용된 Rice와 Rosengren<sup>(12)</sup>의 piecewise power law 식 (3)을 이용한 변형경화재료들의 응력-변형률 관계를 보여준다.

$$\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_o} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_o} & \text{for } \sigma \leq \sigma_o \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^n & \text{for } \sigma \geq \sigma_o; \quad 1 < n \leq \infty \end{cases} \quad (3)$$

여기서  $\sigma_o$ 는 항복강도,  $\varepsilon_o (= \sigma_o/E)$ 는 항복변형률,  $n$ 은 변형경화지수이다. Table 1은 해석에 사용된 대표적 모재 물성치들 및 그 값들을 나타내고 있다. 여기에 설정된 값들은 일반 금속재의 물성치 범위를 포함적으로 포함하고 있다.

#### 3.2 잔류응력 해석

압입시험의 유한요소해석시 잔류응력을 부가하기 위하여 반경방향으로 변위를 주어서 잔류응력을 부가하는 초기변위를 사용하는 방법과, 초기 조건(Initial Condition, ABAQUS Keyword Manual, 2003)<sup>(11)</sup>을 이용한 방법을 사용하였다. 초기조건을 이용할 경우 초기 잔류응력치를 조건에 맞는 방향으로 부여하며, 이 값이 잔류응력으로 남기 위해서는 경계조건을 구속하여야 한다.

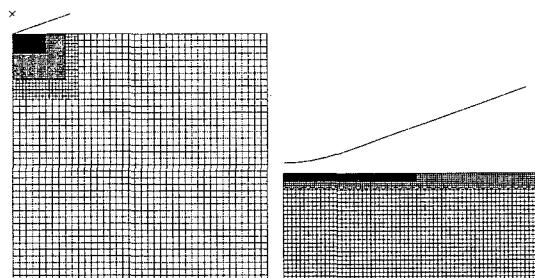


Fig. 3 FE model for Berkovich indentation with rounded tip

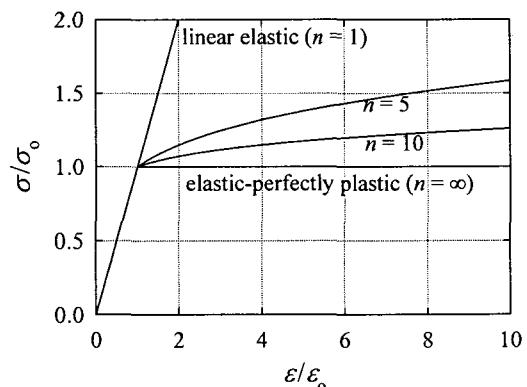


Fig. 4 Rice and Rosengren piecewise power law type hardening materials

Table 1 Material properties for FE analyses

모재 물성	사용값
영률 ( $E$ )	100, 200 GPa
항복강도 ( $\sigma_o$ )	200, 400, 800 MPa
변형경화지수 ( $n$ )	3, 10

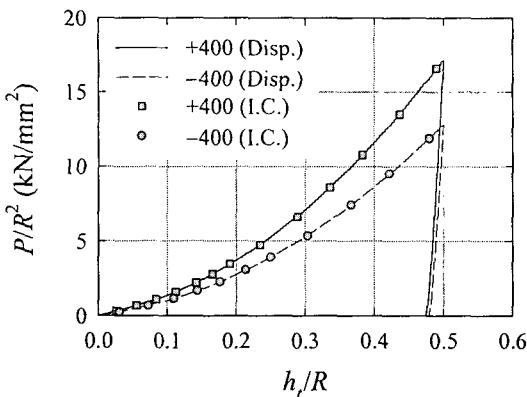


Fig. 5 Load-depth curves for residual stresses by initial displacement and initial condition

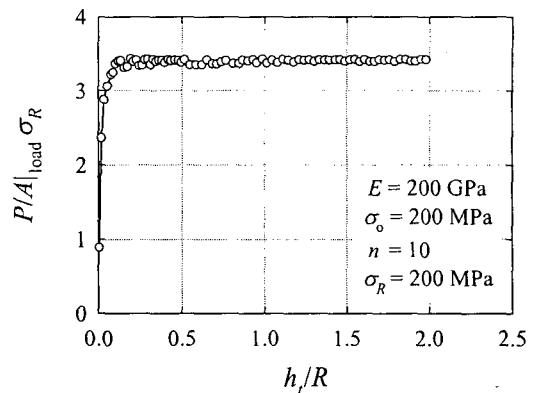


Fig. 7 Normalized hardness vs. depth  $h_t$  curves at loaded condition

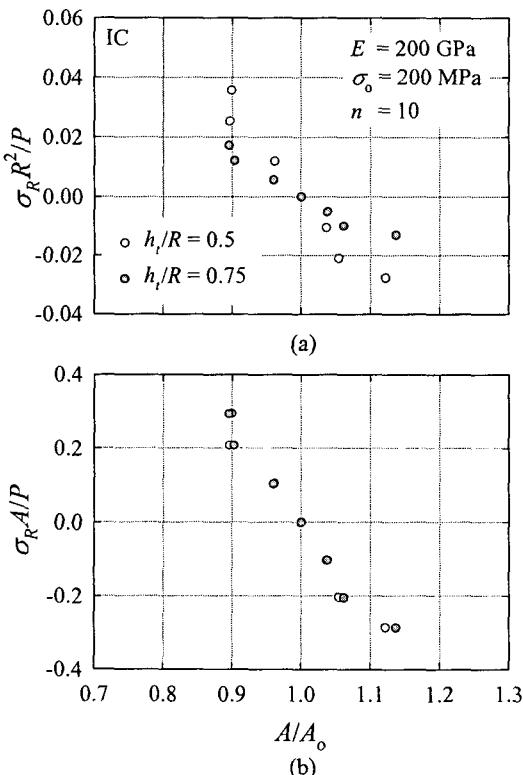


Fig. 6 Normalized residual stress vs.  $A$  curves for the variation of indentation depth

Fig. 5는 각각 초기 변위와 초기조건을 유한요소 해석에 적용하여 얻은 하중-변위 곡선을 비교하여 나타낸 것으로, 물성치  $\epsilon_0 = 0.002$ ,  $n = 10$ 인 재료에 대하여 각각 재료의 항복강도와 동일한  $\pm 400 \text{ MPa}$ 의 초기잔류응력을 부가하였다. 그럼에서 볼 수 있듯이 두 방법 모두 동일한 하중-변위 곡선을 얻을 수 있으며, 잔류응력의 크기를 달리 하여도 동일한 해석수치

를 얻을 수 있다. 따라서 초기조건을 이용하여도 변위로 잔류응력을 가한 방법과 동일한 해석수치를 얻을 수 있음을 확인하였다. 본 연구에서는 초기변위를 이용하여 잔류응력을 부가하였다. 또한 Fig. 5로부터 하중-변위 곡선의 기울기는 압축잔류응력이 커질수록 증가하며, 인장잔류응력이 커질수록 감소함을 볼 수 있다. 이는 압축잔류응력이 커질수록 하중 방향 응력과 결합된 3축응력상태로 인한 재료변형 구속정도가 커지기 때문이다.

#### 4. 압입변수와 잔류응력 관계

##### 4.1 압입깊이 ( $h_t$ )와 잔류응력 관계

Berkovich, Vickers, 원뿔형 압입자 등은 자체 형상에 대한 유사성을 가지고 있기 때문에 압입깊이 ( $h_t$ )에 관계없이 Kick's law<sup>(13)</sup>를 만족하는 일정한 하중-변위 관계 갖는다. 그러나 압입자 선단에 rounding이 존재하는 경우에는 이와 같은 유사성을 상실하기 때문에, 동일 rounding 선단을 이용한 압입에서 압입깊이에 따른 잔류응력-압입접촉면적비의 관계를 살펴볼 필요가 있다. Fig. 6은 무차원변수에 대한 잔류응력-압입접촉면적비 관계를 보여준다 여기서  $A_o$ 는 무응력 상태에서 해중후 투영압입 접촉면적,  $A$ 는 각 잔류응력에 대한 해중후 투영 압입접촉면적을 의미한다. Fig. 6(a)에서 볼 수 있듯이 주어진 조건에서 압입자 rounding 반경  $R$ 을 이용한 무차원화 방법은 압입깊이 변화에 따라 잔류응력과 압입접촉면적비 관계가 민감하게 변화한다. 따라서서 압입깊이에 무관한 그래프를 얻기 위해서는 Fig. 6(b)와 같이 압입자의 rounding  $R$ 을 고려치 않는 방법을 이용해야 한다. 이와 같은 방법을 이용하면 반경  $R$ 에 대하여 충분한 압입깊이가 확보될 때 압입자의

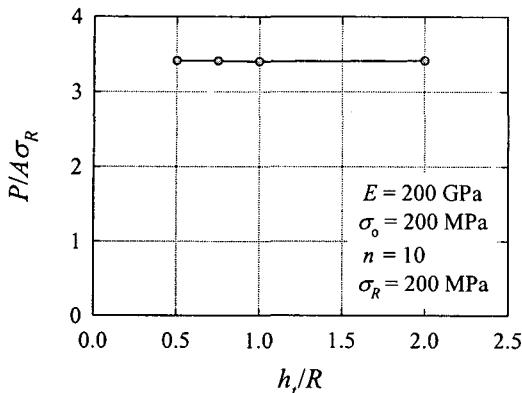


Fig. 8 Normalized hardness vs. depth  $h_t$  curves at unloaded condition

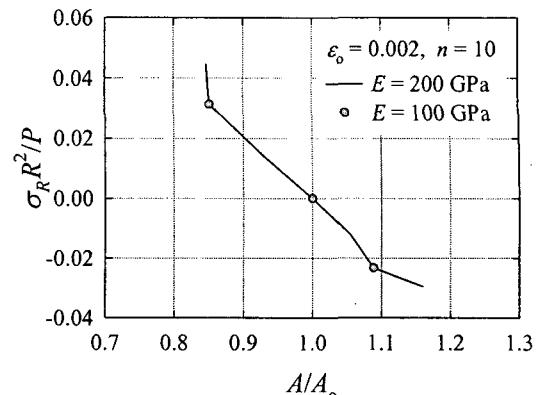


Fig. 9 Normalized residual stress vs.  $A$  curves

rounding에 의한 영향은 무시될 수 있다.

압입깊이에 대한 영향을 보다 명확히 확인하기 위하여 하중과 압입접촉면적의 관계를 분석해 보았다. Fig. 7은 압입깊이에 따른 압입시 평균접촉압력(혹은 경도) 관계를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 압입깊이가 초기 압입을 지나면 일정한 평균접촉압력(혹은 경도)을 갖게 됨을 볼 수 있다. Fig. 8은 실제 잔류응력 계산에 사용되는 해중 후 접촉면적을 이용한 압입깊이에 따른 해중 후 평균접촉압력 관계를 나타낸다. Fig. 7과 비교해볼 때 압입시와 해중후의 평균접촉압력과 접촉면적은 큰 차이를 보이지 않는다. 또한 여기에서도 압입깊이와 경도의 무관성을 관찰할 수 있는데, 이는 압입깊이가 증가할수록 압입자의 rounding에 의한 영향은 감소하게 되어 경도에 미치는  $R$ 의 영향도 점차 사라지기 때문이다.

#### 4.2 영률( $E$ )과 잔류응력 관계

압입깊이의 200%에 해당하는 압입자 선단반경  $R$ 을 갖는 Berkovich 압입자에서 영률 변화에 따른 잔류응력과 압입면적비의 관계를 살펴보았다. Fig. 9은 동일 항복변형률과 변형경화지수를 갖는 재료에서 영률의 변화가 미치는 영향을 나타낸 것이다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이, 영률의 크기와는 관계 없이 항복변형률과 변형경화지수값이 같다면 동일한 잔류응력-면적비 관계를 나타낸다. 항복변형률 및 변형경화지수가 같고 영률이 다른 두 재료는 다른 하중-변위 곡선을 갖게 되지만, 하중-변위 곡선의 하중값을 각각의 영률 혹은 항복강도로 나누게 되면 두 곡선은 완벽하게 일치함을 확인할 수 있다. 이는 이형일 등<sup>(3,4)</sup>이 구형 압입시험의 유한요소 해석으로부터 얻은 경향성과 일치한다. 따라서

동일 항복변형률 및 변형경화지수를 갖지만 영률이 다른 두 재료가 있을 때 두 재료의 하중증감비와 잔류응력증감비는 동일하며, 면적의 변화는 없다. 이로 인해 영률의 변화는 잔류응력과 면적비의 관계에 영향을 미치지 못한다. 만일 압입자를 강체로 가정하지 않고 압입자의 영률을 고려한다면 압입자의 영률과 재료의 영률비가 두 재료 대해 다르기 때문에 재료 영률의 영향을 고려하여야 하나, 압입자의 영률이 재료의 영률보다 매우 크면 이 영향을 무시할 수 있다.

### 5. 유한요소해에 기초한 잔류응력평가

#### 5.1 잔류응력평가 압입수식

등축 잔류응력에 대해 Suresh와 Giannakopoulos<sup>(1)</sup>가 제시한 식 (1)은 다음과 같이 정리된다.

$$\sigma_R = \frac{P_o - P}{A} \quad (4)$$

한편 재료의 경도값이 잔류응력과 무관하다는 조건하에서 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\frac{P}{A} = \frac{P_o}{A_o} \quad (5)$$

이 식을 식 (4)에 대입하면,

$$\sigma_R = \frac{P(A_o - A)}{A^2} \quad (6)$$

한편 압입접촉면적  $A$ 는 압입깊이  $h_t$ 의 제곱과

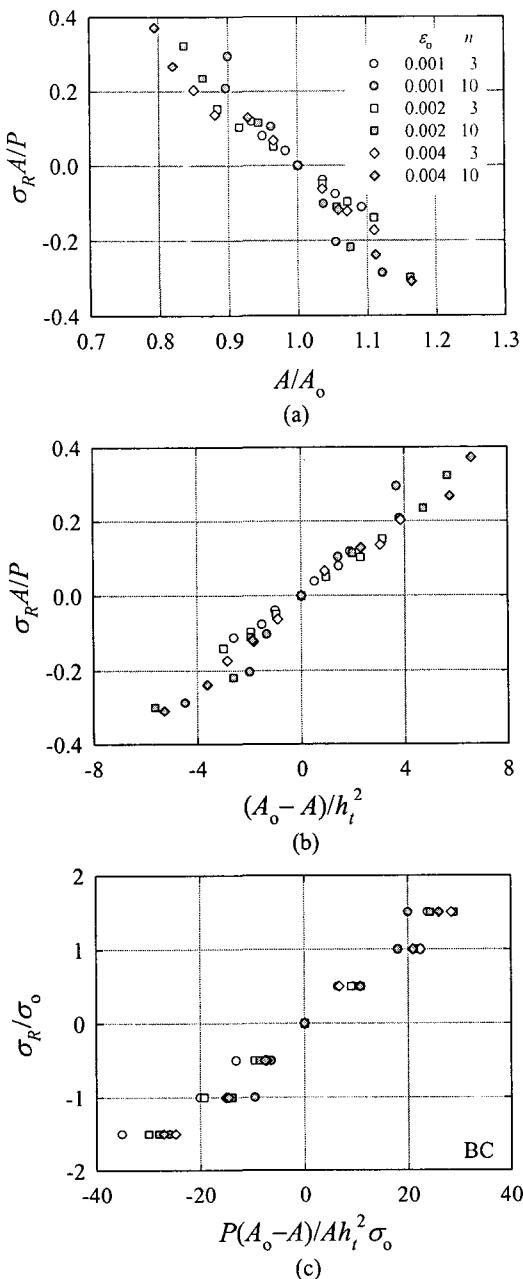


Fig. 10 The relationship of normalized indentation parameters and residual stresses for various material properties

비례관계가 있다.

$$A = \alpha h_t^2 \quad (7)$$

이를 식 (6)에 대입하면 다음 식들을 유도할 수 있다.

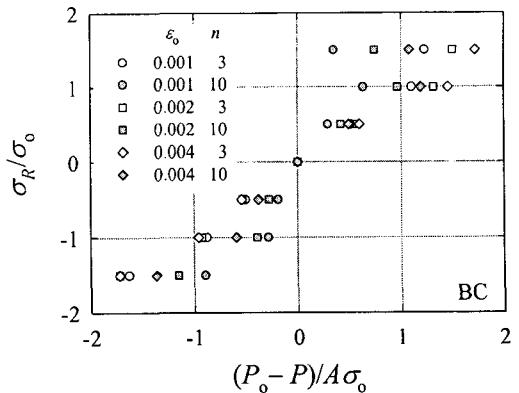


Fig. 11 Normalized residual stress vs. the ratio of indentation load deviation to contact area  $A$  curves using the S & G's method<sup>(1)</sup>

$$\sigma_R = \frac{P(A_o - A)}{\alpha^2 h_t^4} \quad (8)$$

$$\sigma_R = \frac{P(A_o - A)}{\alpha Ah_t^2} \quad (9)$$

또한 식 (4)에 식 (7)을 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\sigma_R = \frac{P_o - P}{\alpha h_t^2} \quad (10)$$

## 5.2 잔류응력 예측식 선정

압입시험을 통한 잔류응력 예측에는 앞서 제시된 바와 같이 식들 (4), (6), (8)-(10) 등을 이용할 수 있다. Fig. 10은 다양한 무차원 방법에 따른 잔류응력과 압입접촉면적의 관계를 보여준다. 이 때 압입깊이와 무관한 무차원화 변수를 설정하기 위해서는 압입자선단의 반경  $R$ 을 이용하지 않아야 한다. 그림에서 Fig. 10(c)는 종축과 횡축 모두 항복강도를 이용한 무차원방법을 적용하였다. 이와 같은 방법을 사용한 이유는 항복강도에 대한 잔류응력 크기에 따른 특성을 명확히 분석할 수 있기 때문이다. 또한 종축  $y = \sigma_R/\sigma_o$ 와 횡축  $x = P(A_o - A)/Ah_t^2\sigma_o$ 의 관계를 선형으로 가정할 경우 잔류응력 예측식은 항복강도의 함수가 되지 않는 장점을 지닌다.

한편 Fig. 11은 Suresh와 Giannakopoulos가 이용한 하중편차로부터 잔류응력을 예측할 경우, 즉 식 (4)를 사용할 때 잔류응력과 압입하중, 압입접촉면적의 관계를 보여준다. 물론 그들은 이 식을 탄성 잔류응력에 대해서만 사용하였다. 그러나 그림에서

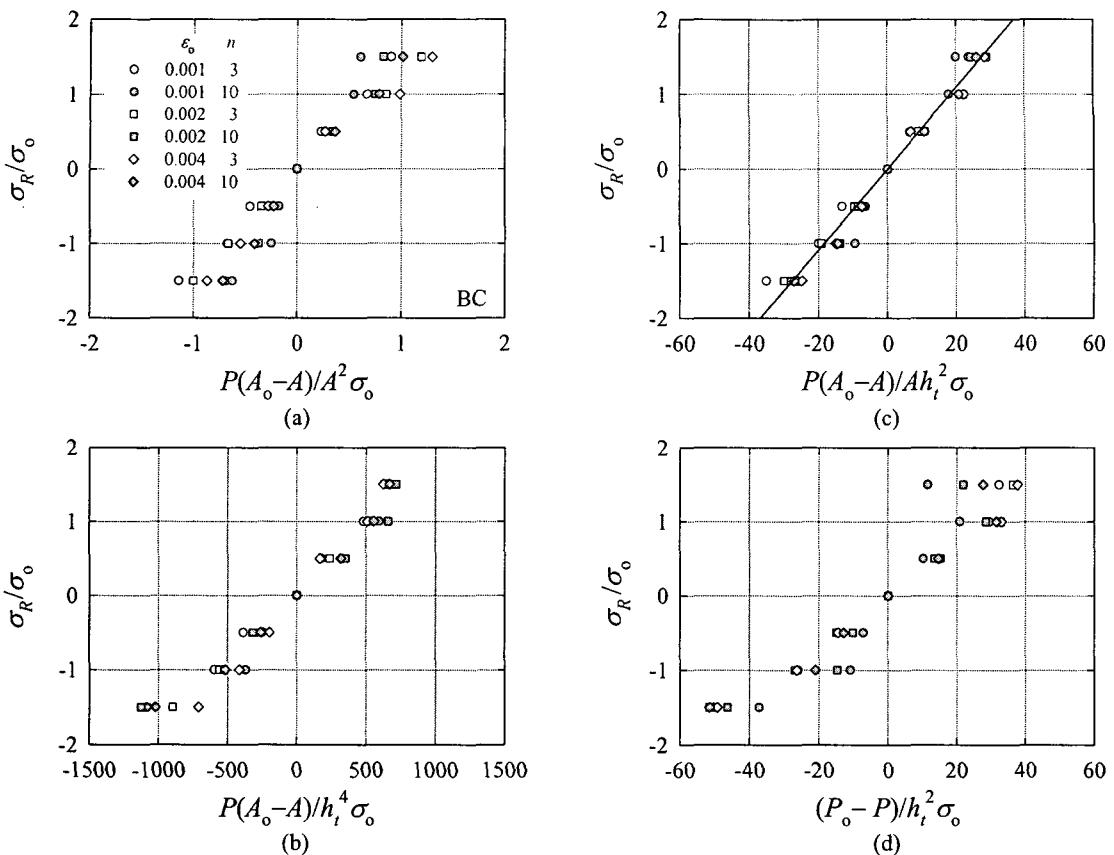


Fig. 12 Normalized residual stress vs. the ratio of indentation load deviation to contact area  $A$  curves using new method

볼 수 있듯이 탄성잔류응력에 대해서도 물성치와 잔류응력 관계가 매우 불규칙적임을 볼 수 있다. 특히 잔류응력에 따른 면적증가량은 탄성/탄소성 잔류응력과 관계없이 비교적 일정한 경향성을 갖지만, 소성잔류응력이 존재하는 경우 면적이 증가하여도 하중은 오히려 감소할 수 있기 때문에 하중 편차에 의한 소성잔류응력 예측값은 상당한 오차가 발생한다.

Fig. 12는 앞서 제시된 식 (6)과 식 (8)-(10)을 이용하여 잔류응력과 압입변수의 관계를 살펴본 것이다. 여기서 Fig. 12(c)의 무차원 방법이 잔류응력 측정시 물성치에 따른 편차가 가장 적다고 판단되어 이를 관계를 1차 회귀하여 Fig. 12(c)에 나타내었다. 이 경우의 함수식은 아래와 같으며, 이로부터 구한 예측 잔류응력값들을 Table 2에 나타내었다.

$$\sigma_R = 0.0543 \frac{P(A_o - A)}{Ah_t^2} \quad (11)$$

이 식은 잔류응력의 크기 및 방향, 탄성 혹은 탄소성

잔류응력 존재, 압입깊이, 재료물성치 등과 관계없이 범용적으로 사용될 수 있는 장점이 있다.

한편 Suresh와 Giannakopoulos는 소성잔류응력 계산시 압입접촉면적의 비를 이용하였다. 이 때 압입접촉면적은 해중 기울기와 상관관계를 갖는다 식 (12)는 이들이 사용한 압입접촉면적과 해중 기울기의 관계를 나타낸다.

$$A = \left\{ \frac{S}{C_u E^*} \right\}^2 \quad (12)$$

여기서  $S$ 는 해중기울기,  $C_u$ 는 압입자 형상의 함수로 Berkovich 압입자의 경우 약 1.167이다. 본 연구에서는 유한 요소해석시 압입자를 강체로 가정하였기 때문에 reduced Young's modulus  $E^*$ 는  $E/(1-\nu^2)$ 이다. 따라서 식 (12)는 다음과 같이 간략할 수 있다.

$$A = C \left\{ \frac{S}{E} \right\}^2 \quad (13)$$

**Table 2** Predicted residual stresses obtained from Eq. (11)

$\sigma_R/\sigma_o$ $\sigma_o=200\text{ MPa}$	$\varepsilon_o = 0.001, n = 3$		$\varepsilon_o = 0.001, n = 10$	
	Predicted $\sigma_R/\sigma_o$	Error (%)	Predicted $\sigma_R/\sigma_o$	Error (%)
-1.5	-1.83	22	-1.33	12
-1.0	-1.07	7.2	-0.516	48
-0.5	-0.712	42	-0.349	30
0.5	0.355	29	0.512	2.4
1.0	1.01	1.3	0.996	0.4
1.5	1.33	12	1.04	31

$\sigma_R/\sigma_o$ $\sigma_o=400\text{ MPa}$	$\varepsilon_o = 0.002, n = 3$		$\varepsilon_o = 0.002, n = 10$	
	Predicted $\sigma_R/\sigma_o$	Error (%)	Predicted $\sigma_R/\sigma_o$	Error (%)
-1.5	-1.51	0.5	-1.36	9.3
-1.0	-1.02	1.9	-0.753	25
-0.5	-0.511	2.3	-0.464	7.2
0.5	0.498	0.3	0.599	20
1.0	1.21	21	1.26	26
1.5	1.61	7.6	1.30	13

$\sigma_R/\sigma_o$ $\sigma_o=800\text{ MPa}$	$\varepsilon_o = 0.004, n = 3$		$\varepsilon_o = 0.004, n = 10$	
	Predicted $\sigma_R/\sigma_o$	Error (%)	Predicted $\sigma_R/\sigma_o$	Error (%)
-1.5	-1.20	20	-1.24	17
-1.0	-0.774	23	-0.754	25
-0.5	-0.383	23	-0.394	21
0.5	0.379	24	0.601	20
1.0	1.29	29	1.24	24
1.5	1.62	8.1	1.43	4.5

이 식은 Pharr 등<sup>(14)</sup>이 사용한 영률 예측식과 동일함을 볼 수 있다. 식 (13)을 앞서 제시된 식 (11)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\sigma_R = 0.0543 \frac{P(S_o^2 - S^2)}{S^2 h_t^2} \quad (14)$$

식 (14)의 장점은 해중후 압입접촉면적을 측정하지 않고도 압입 하중·변위 곡선만으로 잔류응력을 예측할 수 있다는 것이다. 그러나 Fig. 12에 비해 변수들이 물성치와 잔류응력 크기에 따라 불규칙적으로 분포함을 Fig. 13(a)에서 확인할 수 있다. 이는 식 (13)의 계수  $C$ 가 재료물성 및 잔류응력 크기와 어느 정도의 상관관계를 갖기 때문으로 분석

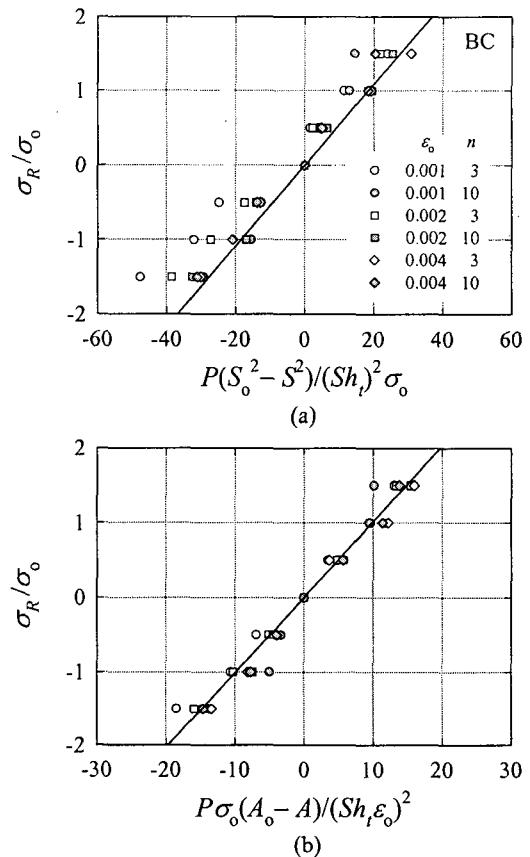


Fig. 13 Normalized residual stress vs. the ratio of indentation load deviation to contact area  $A$  curves using new method

된다. 따라서 압입접촉면적을 구하지 않고 해중기울기로부터 잔류응력을 예측하기 위해서는 식 (13)에 미치는 재료물성치 및 잔류응력의 영향에 대한 확장 연구가 필요하다.

식 (11)과 식 (14)를 결합하여 분모의 압입접촉면적만을 식 (13)을 대입해 보았으며, 이 때 압입변수의 관계를 Fig. 13(b)에 나타내어 보았다. 이를 이용한 잔류응력 예측식은 다음과 같다.

$$\sigma_R = 0.1015 \frac{A_o - A}{h_t^2} \frac{PE^2}{S^2} \quad (15)$$

식 (15)를 이용하여 구한 잔류응력의 오차는 예측식 (11)을 이용하여 구한 Table 2의 오차와 거의 동일하였기 때문에 본 장에서는 생략하였다. 이 때 식 (15)를 이용할 경우 식 (11)과 달리 해중기울기와 재료의 영률을 추가적으로 알아야 잔류응력 예측이 가능하다.

5.3 압입형상과 물성변화를 고려한 잔류응력평가  
 이와 같이 하중과 압입깊이, 압입접촉면적 등 다양한 압입변수를 활용하여 탄성/탄소성 잔류응력을 예측해 보았으나, 재료에 따라 실제 잔류응력과의 오차 및 그 편차는 상당히 큼을 볼 수 있다. 이는 재료 물성에 따라 잔류응력이 하중-변위 곡선에 미치는 정도가 다르기 때문이다. 특히 재료의 탄성변형은 잔류응력의 영향을 받지 않기 때문에, 재료 물성에 따른 탄성변형량은 잔류응력평가의 민감도에 상당한 영향을 줄 수 있다. Suresh와 Giannakopoulos<sup>(1)</sup>은 탄성변형률이 소성변형률 보다 매우 작을 경우를 가정하여 ( $E/\sigma_0 > 150$ ) 경도가 불변함을 설명하였으나 이의 영향을 정량적으로 나타내지는 못했다. 잔류응력 평가에 미치는 또 다른 요인로 pile-up/sink-in 현상을 생각해 볼 수 있다. 재료의 pile-up/sink-in 정도가 다른 두 재료를 동일한 압입깊이로 압입하면 변형형상뿐만 아니라 압입하부 구속상태 등도 달라진다. 뿐만 아니라 잔류응력 크기에 따라서도 재료의 pile-up/sink-in 정도가 바뀌게 되며, 그 정도에 따라 하중증가량 혹은 면적증가량도 변화한다. Fig. 14(a)는 탄성잔류응력이 존재할 때 해중후 압입접촉면적  $A$ 와 pile-up/sink-in 영향을 고려하지 않은 이상적 압입면적 ( $A_t$ )의 비가 잔류응력 평가식 (4)에 미치는 영향을 보여준다. 여기서 탄성변형의 영향을 관찰하기 위하여 항복변형률  $\varepsilon_0 = 0.01$ 에 대한 해석을 추가하였다. 잔류소성변형률과 잔류응력이 동시에 존재하는 경우 데이터 분포 스펙트럼이 크게 증가하여 본 그림에서는 탄성잔류응력에 대한 분포만 나타내었다. 이는 소성잔류변형률로 인해 재료의 물성 자체가 변화하기 때문이다. 하중 편차로 잔류응력을 예측하기 위해서는 잔류소성변형률만 존재할 때를 무응력상태로 놓고 평가하여야 한다. Fig. 14(a)에서 볼 수 있는 바와 같이 pile-up이 일어날수록 실제 잔류응력보다 작은 예측잔류응력이 계산되며, sink-in이 일어나면 실제 보다 큰 잔류응력이 계산된다. Sink-in이 일어나면 접촉부위 외부에서도 압입방향과 같은 방향으로 변형하기 때문에 압입하부의 반경방향 구속상태가 완화되며, 이로 인해 삼축응력상태도 감소한다. 반대로 pile-up이 일어나면 반경방향 구속상태가 심화되고 삼축응력도 증가한다. 삼축응력상태는 재료의 소성변형에 영향을 주지 않기 때문에 삼축응력이 커질수록 잔류응력의 영향은 감소한다. 또한 pile-up이 일어나면 접촉면적은 증가하지만 압입으로 인한 부피감소량이 줄어들어 잔류응력의 영향도 감소하게 된다. Fig. 14(b)에서 관찰되는 또 한 가지 사실은 항복변형률이 0.01 이하인 재료에 대해서는 대체로 일관된 경향성을 나타낸다는 것이다. Fig. 14(b)는 소성압입깊이를 이용한

잔류응력과 압입면적의 관계를 나타낸다. 여기서  $h_p$ 는 소성압입깊이로, 총압입깊이에서 탄성회복량을 뺀 깊이로, 압입시험의 하중-변위 곡선에서 얻을 수 있다. 항복변형률  $\varepsilon_0 = 0.01$ 인 경우 Fig. 14(a)보다 (b)가 잔류응력과 면적의 관계를 일관성 있게 보여준다. Fig. 14(a)에서  $\varepsilon_0 = 0.01$ ,  $n = 3$ 인 재료는 가장 많은 sink-in이 예상되기 때문에 다른 재료보다 큰 예측잔류응력을 계산하여야 하지만, 이 경우 항복변형률이 클수록 재료의 탄성변형량은 증가하여 예상보다 작은 하중 증가량을 갖게 된다.

Fig. 14(b)의 관계를 3차 다항함수로 회귀한 새로운 잔류응력평가식을 제시해 보았다.

$$\sigma_r = \frac{(P_o - P)h_i}{A h_p f(A/A_t)} \quad (16)$$

식 (16)을 이용한 예측잔류응력과 실제 잔류응력의 관계를 Fig. 15에 나타내었다. 이 식으로부터 평균 5%, 최대 20% 오차 이내에서 잔류응력값을 예측할 수 있다.

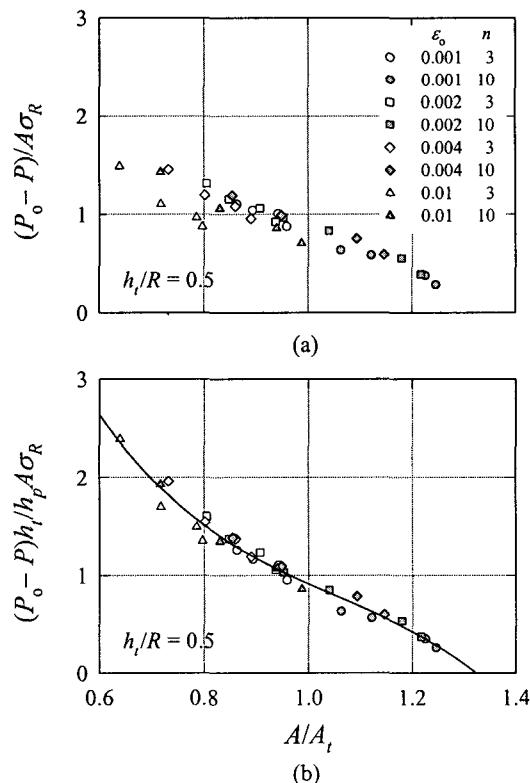


Fig. 14 Normalized residual stress vs. the ratio of indentation contact area curves

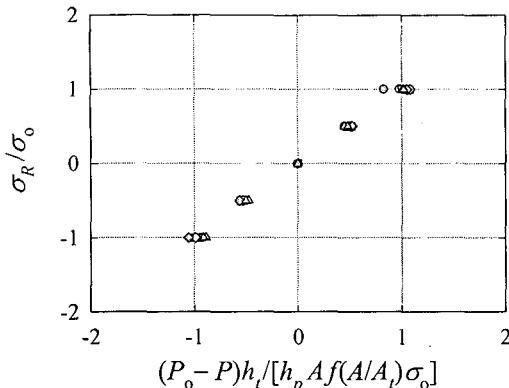


Fig. 15 Normalized residual stress vs. the ratio of indentation load deviation to contact area function  $A$  curves using area function

## 6. 결 론

잔류응력평가에 사용되는 여러 압입변수를 이용하여 이를 변수와 잔류응력 관계를 살펴보았고 이로부터 다양한 잔류응력 예측식을 제시, 그 유효성을 평가해 보았다. 5.2절에 제시된 수식으로 계산되는 잔류응력은 기존 압입이론보다 향상된 오차범위를 갖지만 재료 물성치의 영향을 많이 받았다. 이에 유한요소해석을 바탕으로 재료의 탄성변형정도와 pile-up 및 sink-in의 영향을 고려한 새로운 잔류응력평가식을 제시하였다. 이 식은 광범위한 재료에 대해 기존 방법보다 향상된 탄성잔류응력값을 제공한다.

이전의 압입시험을 이용한 잔류응력평가 연구에서는 제한된 재료를 이용한 압입분석이 이루어져 재료 물성에 따른 특성을 고려하기 어려웠다. 그러나 본 연구에서는 다양한 재료의 압입특성을 유한요소해석을 활용함으로써 재료 물성이 잔류응력평가에 미치는 영향을 정량적으로 분석할 수 있었고, 이를 바탕으로 향상된 잔류응력평가식을 제시할 수 있었다.

## 후 기

본 연구는 2003년도 한국과학재단 특정기초연구(KOSEF R01-2003-000-10207-0)에 의해 이루어졌으며, 이에 감사 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Suresh, S. and Giannakopoulos, A. E., 1998, "A New

- Method for Estimating Residual Stresses by Instrumented Sharp Indentation," *Acta Materialia*, Vol. 46, pp. 5755~5767.
- (2) Carlsson, S. and Larsson, P. L., 2001, "On the Determination of Residual Stress and Strain Fields by Sharp Indentation Testing. Part I: Theoretical and Numerical Analysis," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 2179~2191.
- (3) Lee, J. H., Lee, H. and Song, W.-K., 2000, "Some Remarks on the Spherical Indentation Theory," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 25, No. 4, pp. 714~724.
- (4) Lee, H. and Lee, J. H., 2001, "An Indentation Theory Based on FEA Solutions for Property Evaluation," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 5, No. 11, pp. 1685~1696.
- (5) Lee, H., Kim, D. W., Lee, J. H. and Nahm, S. H., 2004, "Software and Hardware Development of Micro-indenter for Material Property Evaluation of Hyper-elastic Rubber," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 28, No. 6, pp. 816~825.
- (6) Lee, J. H., Kim, D. W. and Lee, H., 2004, "Numerical Approach Technique of Spherical Indentation for Material Property Evaluation of Hyper-elastic Rubber," *Elastomer*, Vol. 39, No. 1, pp. 23~35.
- (7) Tsui, T. Y., Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 1996, "Influences of Stress on the Measurement of Mechanical Properties Using Nanoindentation: Part I. Experimental Studies in an Aluminum Alloy," *Journal of Materials Research*, Vol. 11, pp. 752~759.
- (8) Bolshakov, A., Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 1996, "Influences of Stress on the Measurement of Mechanical Properties Using Nanoindentation: Part II. Finite Element Simulations," *Journal of Materials Research*, Vol. 11, pp. 760~768.
- (9) Lee, Y.-H., and Kwon, D., 2004, "Estimation of biaxial surface stress by instrumented indentation with sharp indenters," *Acta Materialia*, Vol. 52, pp 1155~1163.
- (10) Atar, E., Sarioglu, C., Demirler, U., Kayali, E. S. and Cimenoglu, H., 2003, "Residual Stress Estimation of Ceramic Thin Films by X-Ray Diffraction and Indentation Techniques," *Scripta Materialia*, Vol. 48, pp. 1331~1336.
- (11) ABAQUS User's Manual, 2003, Version 6.3, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (12) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack-tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1~12.
- (13) Dao, M., Chollacoop, N., Vliet, J. V., Venkatesh, T. A. and Suresh, S., 2001, "Computational Modeling of the Forward and Reverse Problems in Instrumented Sharp Indentation," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 3899~3918.
- (14) Pharr, G. M., Oliver, W. C. and Brotzen, F. R., 1992, "On the Generality of the Relationship among Contact Stiffness, Contact Area, and Elastic Modulus during Indentation," *Journal of Materials Research*, Vol. 7, pp. 613~617.