

시일이 없는 유압 실린더용 피스톤의 이론해석

Theoretical Analysis of Sealless Piston for Hydraulic Cylinders

박 태 조
T. J. Park

Key Words : Seal(시일), Hydraulic Cylinder(유압 실린더), Piston Shape(피스톤 형상), Lubrication Analysis(윤활 해석), Reynolds Equation(레이놀즈 방정식)

Abstract : In this paper, a theoretical analysis is carried out to study the lubrication characteristics of sealless piston for hydraulic cylinders. The analytical pressure distributions are obtained solving one-dimensional Reynolds equation with partially tapered moving piston. Nearly analytical expressions for lateral forces acting on the piston and leakage flow rate through the clearance are also presented. Using the analytical expressions, the influence of design parameters on lubrication characteristics can be easily evaluated without numerical analysis. Composite-shaped piston which minimizes the leakage flow rate is the optimum in sealless piston for hydraulic cylinder.

기호 설명

c_o : 실린더-피스톤 사이의 동심상태 최소간극
 c_n : 실린더-피스톤 사이의 동심상태 최대간극
 e : 피스톤의 편심량
 h : 유막두께
 H : 무차원 유막두께, h/c_o
 H_o : 대단부($X=0$)에서의 무차원 유막두께
 H_n : 소단부($X=1$)에서의 무차원 유막두께
 k_n : 피스톤의 테이퍼비, c_n/c_o
 l : 피스톤의 전길이
 L : 무차원 길이, l/R
 p : 압력
 P : 무차원 압력, p/p_d
 p_d : 기준 압력, $|p_n - p_o|$
 p_o : $x=0$ 에서의 압력
 p_n : $x=l$ 에서의 압력
 q : 누설유량
 Q : 무차원 누설유량, $6qnl/\pi R c_o^3 p_d$

R : 피스톤의 반경
 u : 피스톤의 길이방향 속도
 w : 축력
 W : 무차원 축력, $w/\pi R^2 p_d$
 x : 피스톤 길이방향 좌표계
 X : 피스톤 길이방향 무차원 좌표계, x/l
 ε : 편심율, e/c_o
 η : 유압유의 점도
 Θ : 원주방향 좌표계
 λ : 무차원 속도변수, $6\eta ul/p_d c_o^2$

1. 서 론

고압으로 운전되는 유압 피스톤 펌프모터, 유압 실린더 등은 피스톤-실린더 기구를 채용하는 대표적인 유압기계(Hydrostatic machine)이다. 이때, 상대운동을 하는 피스톤과 실린더 사이의 아주 작은 간극(Clearance)에서의 유압유(Hydraulic oil)의 박막유동은 이들의 성능에 아주 큰 영향을 미친다. 즉, 간극에서 피스톤의 원주방향으로 형성되는 비대칭적인 압력분포는 피스톤축에 수직인 축력(Lateral force)으로 작용하며, 이는 이러한 유압기계에서 발생하는 유체고착(Hydraulic locking)의 주원인인 것으로 알려져 있다.^{1~10)} 또한, 피스톤 길이방향으로의 압력구

접수일 : 2006년 8월 8일
 박태조(책임저자) : 경상대학교 기계항공공학부
 E-mail : tjpark@gsnu.ac.kr, Tel : 055-751-5315

배와 유동속도는 간극을 통하는 누설(Leakage)유량의 결정에 중요한 역할을 한다.

한편, 유압유의 압력 에너지를 기계적 에너지로 변환시키는 액추에이터(Actuator)인 유압 실린더의 출력을 최대로 설계하기 위해서는 우선적으로 내부누설을 최소화해야 된다. 실제에서는 피스톤에 적절한 형태의 시일(Seal)을 설치하여 간극의 크기를 극단적으로 작게 함으로써 내부누설을 제한하고 있다. 하지만 시일의 사용으로 인하여 실린더 내면과의 마찰은 도리어 크게 되어 발열이 증대될 뿐만 아니라 마멸(Wear)이 발생할 수 있다. 이 결과, 시일은 정기적으로 교체해야 하며, 이의 마멸로 인한 유압유의 오염 등과 같은 부수적인 많은 문제는 피할 수가 없는 실정이다. 따라서, 가장 이상적인 경우인 시일이 없는 유압 실린더를 개발하기 위해서는 간극에서의 유압 유 유동에 대한 정확한 이해가 요구되지만 지금까지 이에 관련된 연구는 소수에 불과한 실정이다.^{2~3,5)} Meikandan 등^{5~6)}은 고속의 유압 액추에이터에 적용하기 위하여 시일이 없는 피스톤에 대한 이론해석과 마찰력을 측정하였지만 단순형상의 테이퍼진 피스톤에 국한된 결과였다. 참고로, Belforte 등¹¹⁾과 김영철과 김동수¹²⁾는 시일이 없는 공압 실린더에 대한 단순해석결과를 제시하였다.

본 논문에서는 시일의 사용으로 인한 문제발생을 최소화하기 위한 연구의 일환으로 시일이 없는 피스톤에 대한 윤향특성을 이론적으로 조사하고자 한다. 특히, 주요설계변수에 의한 영향을 상세하게 규명하기 위하여 1차원 레이놀즈 방정식으로부터 해석적인 관계식을 도출하고 결과를 제시하고자 한다.

2. 기본방정식

2.1 레이놀즈 방정식

Fig. 1은 본 논문에서 이론해석을 위하여 채용한 피스톤의 형상과 좌표계를 나타낸 그림으로 원통부와 테이퍼진 부분으로 나누어져 있는 복합(Composite)형상의 피스톤이 실린더 축에 대하여 e 만큼 편심된 상태로 운동하고 있다. 이때, 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 유체압력은 다음 식으로 표현되는 레이놀즈 방정식을 만족시킨다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\eta u \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

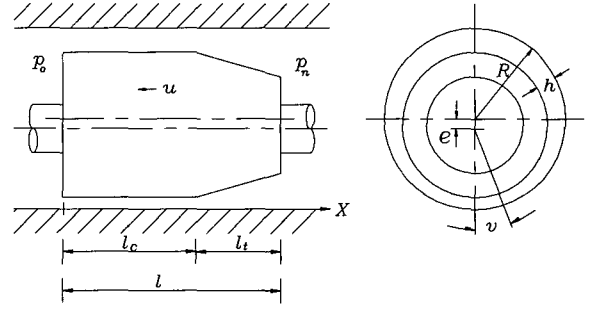


Fig. 1 Piston shape and coordinate system

2.2 경계조건

유압 실린더의 피스톤 양단에 작용하는 유체압력은 다음과 같다. 이때, 피스톤은 고압측에서 저압측으로 운동한다.

$$x = 0, p = p_0 : x = l, p = p_n \quad (2)$$

2.3 유막두께식

피스톤의 형상과 편심상태가 Fig. 1과 같은 경우, 유막두께 h 는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} h &= c_0 - e \cos \theta, 0 \leq x \leq l_c \\ h &= c_0 - e \cos \theta + (c_n - c_0)(x - l_c)/l_t, l_c \leq x \leq l \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $l = l_c + l_t$ 이고 l_c 와 l_t 는 각각 피스톤의 원통부와 테이퍼부 길이이다.

2.4 축력 및 누설유량

피스톤에 작용하는 축력과 간극을 통하는 유압유의 누설유량은 각각 다음 식에서 구할 수 있다.

$$w = R \int_0^l \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta dx \quad (4)$$

$$q = R \int_0^{2\pi} \left(\frac{uh}{2} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) d\theta \quad (5)$$

3. 무차원화

이론해석을 효율적으로 수행하기 위하여 다음과 같은 무차원 변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} X &= x/l, L = l/R, L_c = l_c/l, L_t = l_t/l, H = h/c_0, \\ k_n &= c_n/c_0, \varepsilon = e/c_0, P = p/p_d, \lambda = 6\eta ul/p_d c_0^2, \\ W &= w/\pi R^2 p_d, Q = 6\eta ql/\pi R p_d c_0^3 \end{aligned} \quad (6)$$

따라서, 식(1)~(5)를 무차원화하면 다음의 식(7)~(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + L^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial X} \quad (7)$$

$$X=0, P=P_o; \quad X=1, P=P_n \quad (8)$$

$$H=1-\epsilon \cos \theta, 0 \leq X \leq L_c \quad (9)$$

$$H=1-\epsilon \cos \theta + (k_n-1) \frac{X-L_c}{L_t}, L_c \leq X \leq 1$$

$$\frac{W}{L} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \int_0^\pi P \cos \theta \, d\theta \, dX \quad (10)$$

$$Q = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\lambda H - H^3 \frac{dP}{dX} \right) d\theta \quad (11)$$

4. 해석해

일반적인 조건에 대한 식 (7)의 해석해(Analytic solution)는 구할 수가 없다. 만일, 피스톤의 길이가 반경에 비하여 짧거나 ($L < 1$), 편심률(ϵ)이 작은 경우에 식 (7)은 다음 식과 같이 1차원 레이놀즈 방정식으로 근사화할 수 있다.⁷⁾

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial X} \quad (12)$$

윗식에 식 (8)의 경계조건을 적용하면 다음 식과 같은 미지수인 무차원 압력 P 에 대한 해석적인 표현식을 구할 수 있다.

$$P = P_o - (P_o - P_t) \frac{X}{L_c} \quad 0 \leq X \leq L_c$$

$$P = P_t - (P_t - P_n) \frac{H_n^2}{H_o^2 - H_n^2} \left(1 - \frac{H_o^2}{H^2} \right) \quad L_c \leq X \leq 1$$

$$+ \frac{\lambda L_t}{k_n - 1} \left(-\frac{1}{H} + \frac{H_o H_n}{(H_o + H_n) H^2} + \frac{1}{H_o + H_n} \right) \quad (13)$$

여기서, H_o, H_n 은 각각 $X=0, X=1$ 에서의 무차원 유막두께이고, P_t 는 테이퍼 시작위치($X=L_c$)에서의 무차원 압력으로 다음 식으로 표현된다.

$$P_t = \frac{L_t H_o (H_o + H_n) P_o + 2 L_c H_n^2 P_n + \lambda L_c L_t (1 - H_n / H_o)}{L_t H_o (H_o + H_n) + 2 L_c H_n^2} \quad (14)$$

따라서, 식 (13)을 식 (10)과 식 (11)에 대입하여 정리하면 거의 해석적인 형태인 식 (15)와 식 (16)으로 각각 나타낼 수 있다.

$$\frac{W}{L} = \frac{(k_n-1)L_t P_n}{2\epsilon} \left\{ \frac{1+k_n}{\sqrt{(1+k_n)^2-4\epsilon^2}} - 1 \right\}$$

$$+ \frac{2\lambda L_t^2}{(k_n-1)\epsilon} \left\{ \frac{\sqrt{1-\epsilon^2} - \sqrt{k_n^2-\epsilon^2}}{k_n-1} + \frac{1+k_n}{\sqrt{(1+k_n)^2-4\epsilon^2}} \right\}$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^\pi P_t \left\{ 1 - \frac{(k_n-1)L_t}{H_o+H_n} \right\} \cos \theta \, d\theta \quad (15)$$

$$Q = \frac{P_o}{L_c} \left(1 + \frac{3}{2} \epsilon^2 \right) - \frac{1}{\pi L_c} \int_0^\pi P_t H_o^3 \, d\theta + \lambda \quad 0 \leq X \leq L_c$$

$$Q = \frac{2}{\pi L_t} \int_0^\pi P_t \frac{H_o^2 H_n^2}{H_o + H_n} \, d\theta - \frac{P_n}{L_t} S_{on} + \lambda T_{on} \quad L_c \leq X \leq 1 \quad (16)$$

여기서, 적분항들은 수치적분으로 계산하며, S_{on} 과 T_{on} 은 각각 다음과 같이 나타내어진다.

$$S_{on} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{H_o^2 H_n^2}{H_o + H_n} \, d\theta \quad (17)$$

$$= 2 \left[\frac{k_n^2}{\sqrt{(1+k_n)^2-4\epsilon^2}} + \frac{(1+k_n)(1-6k_n+k_n^2)}{16} \right]$$

$$\cdot \left[\frac{1+k_n}{\sqrt{(1+k_n)^2-4\epsilon^2}} - 1 \right] + \frac{3}{8} \epsilon^2 (1+k_n)$$

$$T_{on} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{H_o H_n}{H_o + H_n} \, d\theta \quad (18)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 1 + k_n - \frac{(k_n-1)^2}{\sqrt{(1+k_n)^2-4\epsilon^2}} \right\}$$

특별한 경우로, 피스톤이 완전한 원통($L_t=0$)이거나 테이퍼진 경우($L_t=1$)에는 식 (13), 식 (15) 및 식 (16)을 각각 식 (19)~(21) 및 식 (22)~(24)와 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$P = P_o - (P_o - P_n) X \quad (19)$$

$$\frac{W}{L} = 0 \quad (20)$$

$$Q = (P_o - P_n)(1 + 1.5\epsilon^2) + \lambda \quad (21)$$

$$P = P_o - (P_o - P_n) \frac{H_n^2}{H_n^2 - H_o^2} \left(1 - \frac{H_o^2}{H^2}\right) \quad (22)$$

$$+ \frac{\lambda}{k_n - 1} \left(-\frac{1}{H} + \frac{H_o H_n}{(H_o + H_n) H^2} + \frac{1}{H_o + H_n} \right)$$

$$\frac{W}{L} = \frac{k_n - 1}{2\epsilon} (P_n - P_o) \left\{ -\frac{1 + k_n}{\sqrt{(1 + k_n)^2 - 4\epsilon^2}} - 1 \right\} \quad (23)$$

$$+ \frac{2\lambda}{(k_n - 1)\epsilon} \left\{ \frac{\sqrt{1 - \epsilon^2} - \sqrt{k_n^2 - \epsilon^2}}{k_n - 1} + \frac{1 + k_n}{\sqrt{(1 + k_n)^2 - 4\epsilon^2}} \right\}$$

$$Q = (P_o - P_n) S_{on} + \lambda T_{on} \quad (24)$$

이상에 나타낸 것과 같이 복합형상인 피스톤과 실린더 사이 아주 얇은 간극에서 유압유의 윤활작용에 의하여 발생하는 유체압력의 분포를 1차원 레이놀즈 방정식으로부터 해석적으로 구하였다. 또한, 이를 이용하여 피스톤에 작용하는 축력과 누설유량에 대한 거의 해석적인 결과식을 함께 유도하였다. 따라서, 복잡하고 계산시간이 많이 소요되는 수치해석방법을 사용하지 않고서도 시일이 없는 유압 실린더의 주요 설계변수에 대한 성능특성을 쉽게 예측할 수 있게 되었다.

5. 결과 및 고찰

여기서는 앞에서 구한 윤활해석결과인 식 (13), 식 (15)~(16)을 사용하여 유압 실린더 피스톤에 관련된 설계변수의 변화에 대한 결과를 그림으로 나타내었다. 참고로 유압 실린더에서는 피스톤 펌프 모터 등의 경우와는 달리 항상 저압측으로 피스톤이 운동하므로 이를 만족하도록 운동방향을 설정하였다.

Fig. 2~5에는 피스톤의 형상, 고압단의 위치, 운전 속도에 따른 피스톤 길이방향의 압력분포를 원주방향으로 $\theta=0^\circ, 180^\circ$ 인 위치에서 나타내었다.

Fig. 2는 완전히 테이퍼진 피스톤과 전길이의 20%만 테이퍼진 ($L_t=0.2$) 경우에 대한 압력분포를 비교한 그림으로 고압은 우측단 ($P_n=1$)에 작용하고 있다. $L_t=0.2$ 의 복합형상인 경우, $\theta=180^\circ$ 에서의 압력이 $\theta=0^\circ$ 에서보다 조금 높으므로 유체압력은 편심된 피스톤을 실린더 내벽쪽으로 더욱 편심시키는 고착력(Locking force)으로 작용한다. 이와는 달리 $L_t=1.0$

인 경우에는 $\theta=0^\circ$ 에서의 압력이 상대적으로 높아서 피스톤을 실린더 중심쪽으로 보내려는 중심력(Centering force)으로 작용하고 있다. 이와 같이 피스톤의 형상에 따라서 압력분포가 크게 달라지므로 축력의 작용방향도 반대로 될 수 있다. 참고로 피스톤이 원통형일 경우에는 편심상태일지라도 원주방향압력은 동일하므로 식 (20)의 결과와 같이 축력은 작용하지 않는다.

Fig. 3은 고압단이 Fig. 2의 경우와 반대($P_o=1$)인 점을 제외한 나머지 조건은 동일하다. 하지만 압력은 아주 다른 분포일 뿐만 아니라 $L_t=1.0$ 인 경우에는 고착력이 작용하고 있다.

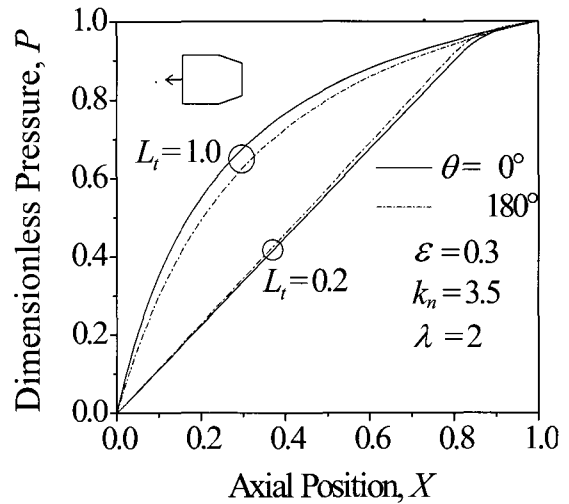


Fig. 2 Pressure distribution. $P_o=0, P_n=1$

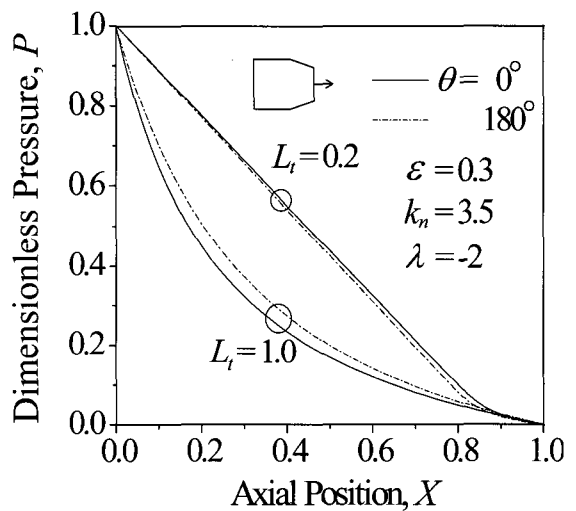


Fig. 3 Pressure distribution. $P_o=1, P_n=0$

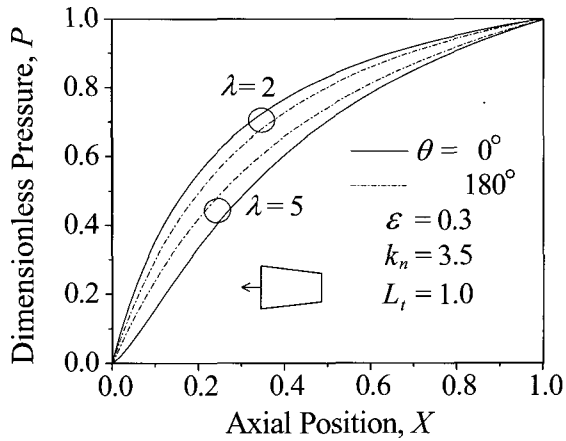


Fig. 4 Pressure distribution. $P_o=0$, $P_n=1$

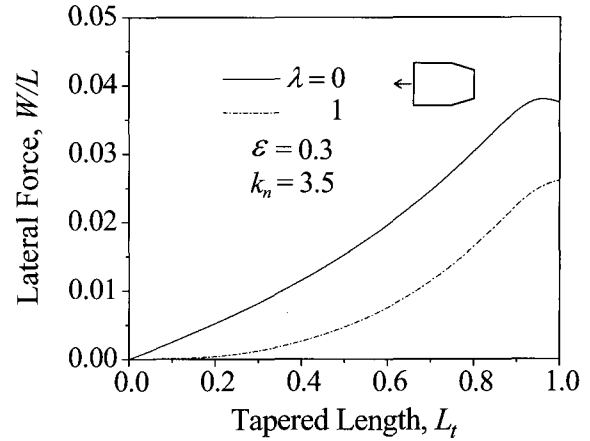


Fig. 6 Variation of lateral force with tapered length

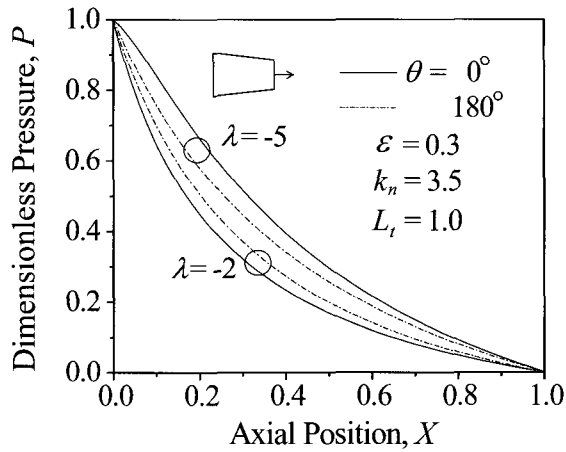


Fig. 5 Pressure distribution. $P_o=1$, $P_n=0$

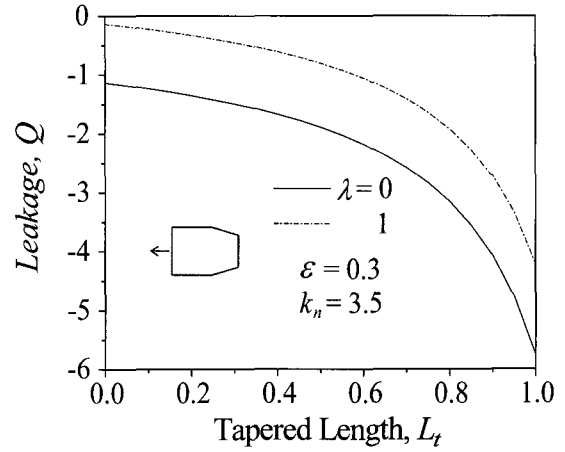


Fig. 7 Variation of leakage with tapered length

Fig. 4와 Fig. 5는 완전히 테이퍼진 피스톤에서 운동속도가 다른 경우의 압력분포를 Fig. 2와 3의 동일 조건결과와 비교하여 나타낸 그림이다. 피스톤의 운동속도에 따라서 간극에서 발생하는 유체압력은 아주 큰 차이를 보이고 있다. 특히, 소단부에 고압($P_n=1$)이 작용하는 경우에, 저속에서는 유체압력이 중심력으로 작용하지만 고속($\lambda=5$)에서는 고착력으로 작용하고 있다. 이와는 반대로 대단부에 고압이 작용할 경우에는 속도가 빨라지면 고착력에서 중심력으로 바뀌고 있다. 이러한 결과는 편심방향으로의 간극에서는 유막의 쐐기작용(Wedge action)에 의하여 발생하는 동압(Hydrodynamic pressure)으로 인한 영향이 아주 크기 때문이다.

다음의 결과는 피스톤의 소단부에 고압이 작용하는 경우에 한정하여 테이퍼부 길이, 테이퍼비 및 편심율의 변화에 따른 측력과 누설유량의 변화를 나타내었다. 이들 결과에서 누설유량이 (-)값이라는 것은 (-)X방향으로 누설됨을 의미한다.

Fig. 6과 Fig. 7에는 피스톤이 정지상태($\lambda=0$)인 경우와 운동($\lambda=1$)하는 경우에 대한 테이퍼부 길이에 따른 측력과 누설유량의 변화를 각각 나타내었다. 테이퍼부가 길어질수록 측력의 크기는 증가하며 특히, 측력이 최대가 되는 테이퍼 길이가 존재하는 점이 특징적이다. 한편, 누설유량은 테이퍼부가 길어지면 급격하게 증가하며, 현재의 조건에서는 피스톤이 운동하면 간극에서의 압력은 낮아지므로(Fig. 4 참조) 정지상태인 경우보다 상당히 줄어든다.

Fig. 8과 Fig. 9에는 테이퍼비가 변화하는 경우에 대한 결과를 서로 다른 형상의 피스톤에 대하여 나타내었다. 부분적으로 테이퍼진 형상인 경우에도 Fig.6의 결과와 동일하게 측력이 최대가 되는 테이퍼비가 존재하였다. 누설유량은 $L_t=1$ 인 경우에는 테이퍼비가 커질수록 급격하게 증가하지만 복합형상에서는 상대적으로 작을 뿐만 아니라 완만하게 증가하였다.

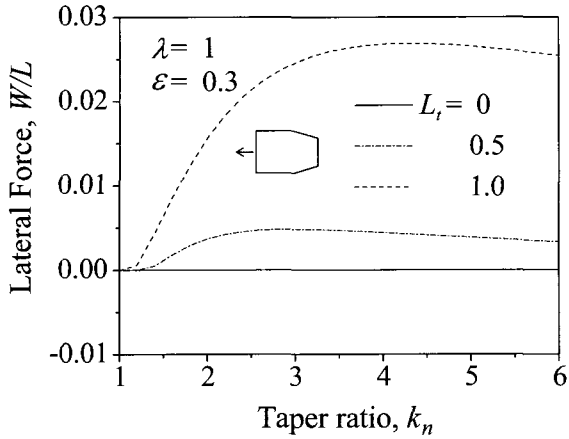


Fig. 8 Variation of lateral force with taper ratio

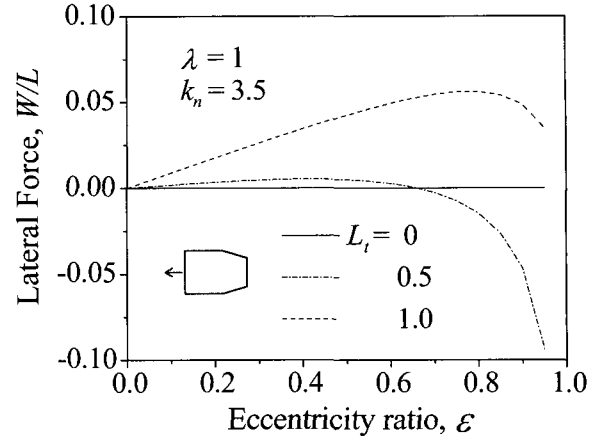


Fig. 10 Variation of lateral force with eccentricity ratio

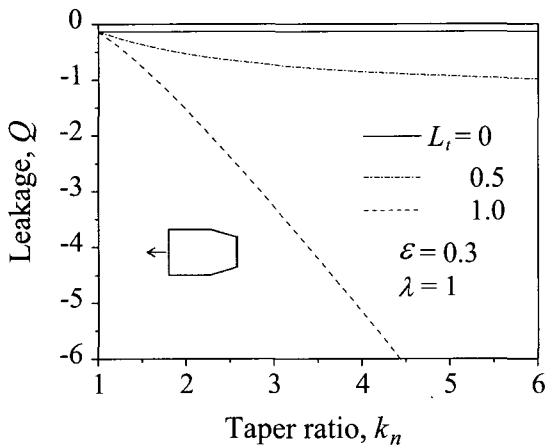


Fig. 9 Variation of leakage with taper ratio

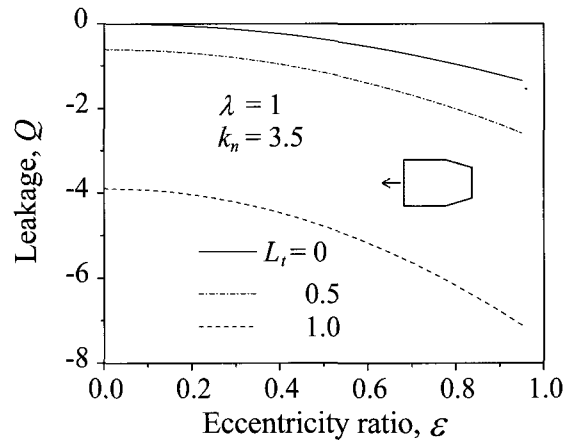


Fig. 11 Variation of leakage with eccentricity ratio

Fig. 10과 Fig. 11에는 편심율에 따른 측력과 누설 유량의 변화를 각각 나타내었다. 복합형상인 경우에 $\epsilon=0.6$ 이상에서는 유체압력이 고착력으로 작용하는 것은 이론적으로 큰 값의 음압이 발생하기 때문으로 추정된다. 따라서, 식 (7)을 식 (12)으로 단순화하여 해석하는 것은 편심율이 클 경우에는 부정확한 결과를 초래할 수 있다. 참고로 그림의 조건인 경우, $\epsilon=0.6$ 이하에서는 상당한 정확도로 본 논문의 결과식을 적용할 수 있다. 한편, 누설유량은 편심율이 커질수록 증가하며, Fig.7의 결과와 같이 테이퍼부 길이의 영향을 크게 받고 있다.

이상의 결과에서, 피스톤 시일을 사용하지 않는 유압 실린더에서는 피스톤을 복합형상으로 설계하는 것이 내부누설의 최소화를 위해서 가장 바람직함을 알 수 있다. 또한, 본 논문에서 제시한 압력분포, 측력 및 누설유량에 대한 해석적인 식들을 이용하면 계산시간이 많이 소요되는 수치해석방법을 사용하지 않고서도 주요설계변수에 대한 성능특성을 쉽게 구할 수 있게 되었다.

6. 결 론

본 논문에서는 시일이 없는 유압 실린더용 피스톤을 설계하기 위한 연구의 일환으로 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 윤활특성을 이론적으로 조사하였다. 이를 위하여 1차원 레이놀즈 방정식으로 근사화한 형태를 지배방정식으로 사용하였다. 부분적으로 테이퍼진 복합형상의 피스톤이 실린더내를 운동하는 경우의 압력분포, 피스톤에 작용하는 측력 및 간극을 통하는 누설유량에 대한 거의 해석적인 표현식을 유도하고 피스톤 형상, 운동속도, 편심율에 따른 이들의 변화를 조사하였다. 이 결과, 피스톤의 형상에 따라서 압력분포와 누설유량은 크게 변화하였다. 특히, 시일이 없는 유압 실린더에서 누설을 최소화하기 위해서는 복합형상의 피스톤이 가장 적합하였다. 따라서, 본 논문에서 제시한 해석적인 표현식들은 시일이 없는 유압 실린더뿐만 아니라 공압 실린더의 피스톤 형상설계에도 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대되며, 추가적인 연구가 요구된다.

후 기

이 논문은 2006년도 경상대학교 연구년제연구교수
연구지원과제임

참 고 문 헌

- 1) H. E. Meritt, "Hydraulic Control Systems", John Wiley & Sons, 1967.
- 2) P. Dransfield and D. M. Bruce, "Leakage Flow rate past Pistons of Oil Hydraulic System Components", J. of Aircraft, Vol. 5, pp. 156~160, 1968.
- 3) M. F. Hessey, B. P. Martin and D. K. Brighton, "Hydraulic Lock Forces on Tapered Pistons", Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 184, pp. 983~992, 1970.
- 4) I. Etsion and O. Pinkus, "The Hydrodynamics of a Plug Bearing", Trans. ASME, J. of Lub. Tech., Vol. 98, pp. 433~440, 1976.
- 5) N. Meikandan, R. Raman, M. Singaperumal and K. N. Seetharamu, "Theoretical Analysis of Tapered Pistons in High Speed Hydraulic Actuators", Wear, Vol. 137, pp. 299~321, 1990.
- 6) N. Meikandan, R. Raman and M. Singaperumal, "Experimental Study of Friction in Hydraulic Actuators with Sealless Pistons", Wear, Vol. 176, No. 1, pp. 131~135, 1994.
- 7) C. O. Lee, and T. J. Park, "Querkräfte an hydraulischen Ventilen mit mehreren Umfangsnuten", Ölhydraulik und Pneumatik, Vol. 34, pp. 269~274, 1990.
- 8) T. J. Park and C. O. Lee, "Hydrodynamic Lateral Force on a Tapered Piston Subjected to a Large Pressure Gradient", Proc. of 3rd ICFP, pp. 44~48, 1993.
- 9) 이정오, 박태조, "피스톤 형상이 유압피스톤 펌프·모터의 윤활특성에 미치는 영향", 한국윤활학회지, Vol. 10, No. 3, pp. 47~53, 1994.
- 10) 박태조, 전병수, "유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활해석 제1보 : 피스톤 형상에 의한 영향", 한국윤활학회지, Vol. 14, No. 1, pp. 64~69, 1998.
- 11) G. Belforte, T. Raparelli, L. Mazza and A. Trivella, "Analysis, Design, and Comparison of Different Types of Pistons for Sealless Pneumatic Cylinders and Valves", Tribology Trans., Vol. 48, No. 3, pp. 377~388, 2005.
- 12) 김영철, 김동수, "시일이 없는 공기실린더용 피스톤의 성능해석", 한국윤활학회지, Vol. 21, No. 1, pp. 27~32, 2005.