

# 주택저당증권(MBS)의 발행구조에 관한 연구 : 다양한 MBS 구조설계를 중심으로

유 진\*

## 〈요 약〉

본 연구에서는 자동이체증권과 세 가지 CMO(collateralized mortgage obligations)를 대상으로 MBS(mortgage-backed securities) 발행구조와 가치를 이론적인 모형으로 고찰하였다. 모기지론의 조기상환 위험 중 단축 위험과 연장 위험을 모두 모형에 반영하고, 다양한 유형의 CMO를 포함하기 위하여 TAC(targeted amortization class)과 같은 중순위 트랜치를 포함하였다. 연구 결과 평이한 발행 구조의 자동이체증권의 효용이 가장 작고, PAC-TAC-Support 트랜치로 구성된 CMO의 효용이 가장 크며, 모든 유형의 CMO에 있어 투자자 효용을 최대화하는 최적의 구조설계가 내부해(interior solution)로 존재함을 발견하였다. 이처럼 MBS의 기초자산인 모기지론에 내재된 위험의 크기가 고정되어 있어도 MBS의 다양한 트랜치에 이러한 위험을 집중 및 제거하여 효율적으로 재분배할 때 위험회피적 투자자에게 새로운 효용이 창출될 수 있다. 또한 본 연구 결과는 단순한 혹은 극단적인 선순위-후순위채 구조보다 다양하고 절충적인 선순위-중순위-후순위채 구조가 선호되며, MBS를 효과적으로 발행하기 위해서는 투자자 효용에 대한 체계적 연구가 필요함을 시사한다

주제어 : 주택저당증권(MBS), 조기상환(prepayment), 자동이체증권(pass-through), CMO(collateralized mortgage obligations), PAC(planned amortization class)

## I. 서 론

주택저당증권으로 불리는 MBS(mortgage-backed securities)는 금융기관이 주택 구입자에게 제공한 모기지론(mortgage loans)을 합쳐 하나의 풀(pool)로 구성한 후 이 모

논문접수일 : 2006년 2월 17일      논문게재확정일 : 2006년 4월 24일

\* 충남대학교 경상대학 경영학부 교수, 전화: 042-821-5533, E-mail: jyoo@cnu.ac.kr

유익한 심사를 해주신 두 분의 익명 심사자에게 감사드립니다. 이 논문은 2004년도 충남대학교 학술연구비의 지원에 의하여 연구되었습니다.

기저품을 기초자산으로 하여 새로운 현금흐름 및 위험 구조로 2차적으로 발행된 증권을 의미한다. MBS의 기초자산인 개별 모기지론은 유동성이 낮고 조기상환 위험(prepayment risk) 등이 높아 유통 시장에서 원활히 소화되지 못할 가능성이 높다. 그러므로 정부기관인 미국의 GNMA와 우리나라의 한국주택금융공사, 혹은 정부지원기업인 FHLMC, FNMA 등이 주관하여 개별 모기지의 다양한 발행조건, 채무불이행 위험, 조기상환 위험 등을 분산시키고 투자자 욕구를 충족하도록 발행구조를 적절히 변경하여 MBS를 공급하는 경우가 많다. 우리나라의 경우 비교적 최근까지 주택금융이 선진화되지 못하고 단기 금융 중심이었는데 MBS 발행을 통한 장기 모기지론 시장의 육성은 국내 주택금융의 선진화에 기여하는 한편 장기 채권의 수요가 높은 기관 투자자의 욕구도 일부 충족시킬 수 있다. 하지만 MBS에 대한 체계적 연구는 국내에서는 아직 일천한데, MBS의 경제·사회적 중요성을 고려하면 보다 활발한 연구와 논의가 진행되어야 할 것이다. 한편 우리나라는 정책적으로도 MBS 시장 활성화에 힘써 2004년 3월1일 한국주택금융공사가 출범되어 모기지론을 판매하기 시작하고 2004년 6월 최초로 5,520억원의 MBS를 발행한 이후 2005년 10월에 이르기까지 총 15차에 걸쳐 6조 5,460억원 규모의 MBS를 발행하였다.

본 연구에서는 다양한 발행 구조의 MBS가 투자자 효용과 가치에 미치는 영향을 이론적으로 분석하고 현실적 함의를 찾음으로써 학계의 MBS 연구에 기여하고 MBS 시장을 실무적으로 선도함을 목표로 한다. 이 연구의 배경은, 모기지품을 기초자산으로 하여 발행된 모든 MBS가 시장에서 항상 성공적으로 소화되지 않는다는 사실에 있다. 발행된 MBS가 여하히 투자자의 효용과 욕구를 충족하는가에 따라 보다 얼마나 많은(적은) 투자자가 얼마나 높은(낮은) 가격으로 MBS를 구매하려 할 것인가가 정해진다. 이는 비단 MBS에만 국한되는 것이 아니라 증권 구조설계(security design)에 일반적으로 적용되는 사실이다. 한편 MBS의 가장 기본적인 형태는 자동이체증권(a pass-through security)인데 이 증권은 MBS의 기초자산인 모기지(풀)에 유입되는 현금흐름을 각 트랜치(지분)의 수로 동일하게 분할하여 그 현금흐름을 그대로(intact) 각 트랜치에 분배하는 증권이다. 본 연구에서는 자동이체증권과 세 가지 CMO를 대상으로 MBS 발행 구조와 가치를 이론 모형으로 고찰한 바 평이한 발행구조의 MBS보다 위험과 현금흐름을 차별화한 MBS의 효용이 더 높으며, 후자의 경우 극단적인 차별화를 보이는 구조보다는 절충적인 차별화 구조의 MBS가 보다 선호되고, 차별화 구조의 MBS에는 투자자 효용을 극대화하는 최적 구조설계가 존재함을 발견하였다. 이에 근거하여 찾은 현실적 함의로, 선순위-후순위채 구조의 이분적 구조보다는 다양하고 절충적인 선순위-중순위

-후순위채 구조가 선호될 수 있으며, 보다 많은 투자자들이 보다 높은 가격으로 MBS를 구매하도록 하기 위해서는 투자자 효용에 대한 체계적 연구가 필요하다는 것을 찾을 수 있다.

한편 관련된 선행 연구를 살펴보면, MBS와 관련하여 지금까지 발표된 논문들 중 MBS 발행구조와 가치를 직접적인 혹은 주된 연구 대상으로 하여 이루어진 연구는 유진(2005)의 연구를 제외하고는 거의 없다. 유진(2005)은 모기지 재융자(refinancing)의 소진현상(burnout effect)을 모형에 반영하여 자동이체증권과 특정 MBS에 대한 가치가 차별화될 수 있음을 보였다. 한편 증권의 발행 구조와 가치에 대한 국외 연구로, Boot and Thakor(1993)는 기업 혹은 금융중개기관이 보유자산을 매각하여 현금화할 때 무위험증권과 위험증권을 동시에 발행하면 기업내부자와 외부 투자자 사이의 정보 비대칭(asymmetric information)으로 인한 비용을 최소화하고 매각 가격을 최대화할 수 있다고 주장하였다. Riddiough(1997)도 기업이 보유자산을 현금화할 경우 자산전체를 매각하는 것(whole loan sale)보다 위험증권과 무위험증권으로 나누어 발행하는 것이 바람직하다고 주장하였다. 그 외 Demarzo and Duffie(1999)와 Garmaise(2001)는 최적 증권 발행구조와 최적 구조설계를, Greenbaum and Thakor(1987)는 은행에 있어 자산의 증권화와 전통적 자금 조달에 대해서, Benveniste and Berger(1987)는 증권화를 통하여 매각된 자산의 파산을 주제로 연구하였다. 한편 MBS 투자 위험의 헤지 방안에 관한 연구(Batlin(1987), Koutmos and Pericli(1999, 2000)), MBS 시장 가격을 가장 잘 설명하는(fitting) 이자율 모형을 찾는 연구(Archer and Ling(1995), Boudoukh et al.(1997), Chen and Yang(1995), Chen et al.(1999)) 등은 미국 시장의 데이터를 이용하여 지난 20여년 동안 광범위하게 이루어졌는데 이 중 본 연구와 밀접한 관련성이 있는 연구는 별로 없다.

MBS에 관한 대부분의 국내 연구는 제도, 법, 시장 육성 방안 등을 주제로 한 연구로 여기서는 순수 학술 연구만을 소개하면, 이한재 외 2인(2001)의 연구로, 이들은 1997년 2월 1일~1999년 8월 31일에 존재했던 변동금리 균등상환방식 주택담보채권 3,000 구좌를 대상으로, 조기상환이 발생하는 시간 T의 확률분포가 (i) 지수분포 (ii) Weibull distribution (iii) 자연대수로지스틱 분포 및 (iv) 자연대수정규분포로 추정될 때의 위험율(hazard rate)을 산출하였다. 우리나라 주택담보채권의 조기상환 확률은 대출 초기에 높게 나타나고 시간이 경과할수록 점차 감소하는 특징이 있는데 (iii), (iv)의 경우 위험율이 초기에 높고 점차 감소하는 것으로 나타나, 이 두 확률분포가 우리나라 주택담보채권의 조기상환 특성을 가장 잘 나타내 주고 있다고 추론하였다.

본 연구의 주제는 MBS 구조설계로서 관련된 선행연구는 저자가 아는 한 유진(2005)의 연구가 유일하다. 그런데 유진(2005)은 소진현상과 그로 인한 재융자(refinancing)를 강조하여 모형을 정립하였기 때문에 그로 인한 한계를 노정하였다. 즉 이자율의 하락 추세를 가정하였고, 가장 평이한 발행구조인 자동이체증권(pass-through)과 가장 차별화된 발행구조인 PAC-Support CMO만을 대상으로 논의를 진행하였고, CMO의 여러 다양한 구조 중에서 선순위-후순위의 구조만을 포함하였으며, 마지막으로 조기상환 위험 중 일부분만을 모형에 반영하였다(CMO는 collateralized bond obligations의 약어로 자동이체증권과 대비되는 “차등이체증권”이라고 할 수 있다). 즉 유진(2005)은 비교적 제약적인 조건을 설정하여 논의를 진행하였다. 본 연구는 그의 제한적 연구를 확대하여 분석하고 그 결과를 살피고자 한다.

전술한 바 유진(2005)은 이자율의 하락 추세를 가정하였다. 즉 연속시간 모형에서 모

기지 이자율  $i$ 의 움직임은  $di = \left(-\frac{1}{2}\Delta\right)dt + \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\Delta\right)dz$  로 가정하고 이를 이항화하여 모형을 세웠다(여기서  $(dz)$ 는 표준브라운운동(Standard Brownian Motion)을 나타낸다). 물론 이자율 모형에서 상승 혹은 하락 추세를 가정하는 것은 가능하다. 단 주가, 환율, 이자율 등의 금융 변수는 현 시점에서 마팅게일(martingale)로 가정하는 것이 보다 객관적일 수 있다. 이는 또 재무론의 (보다) 지배적 이론(가설)인 효율적 시장가설(efficient market hypothesis)과도 일관된 가정이다. 그러므로 본 연구에서는 미래 이자율의 특정 추세를 가정하는 것을 배제하고자 한다. 즉 이항 모형에서 상승과 하락 확률을 각각 0.5로 가정하고 변화 추세를 0으로 한다.

유진(2005)의 또 다른 제한적 설정으로, 자동이체증권과 PAC-Support CMO 구조를 비교한 것을 들 수 있다. 전자는 MBS의 모든 트랜치(tranche)의 권한이 동일하게 설정된 가장 평이한 구조이고 후자는 극히 안전한 무위험 증권(트랜치)과 극히 불확실한 위험 증권으로 구성된 구조이다. 이처럼 극단적으로 대조적인 두 구조를 대상으로 고찰하면 동일한 모기지풀을 대상으로 한 MBS라 하더라도 그 구조설계(security design)의 차이에 따라 MBS 발행 가격이 상이해질 가능성이 높아진다. 최초의 연구에서는 어느 정도 선명한 결과를 얻기 위하여 이러한 접근법을 사용하는 것도 의미가 있겠지만, 후속 연구에서는 이보다는 객관적인 설정이 요구될 것이다. 현실적으로도 MBS 혹은 ABS(asset-backed securities)의 구조 설계를 보면 두 개의 트랜치만으로 구성되기 보다는 다수의 상이한 권리를 갖는 트랜치로 발행되는 경우가 일반적이다. MBS의 한 종류인 CMO의 발행 구조를 보더라도 상이한 위험과 현금흐름을 갖는 다수의 트랜치로

구성되어 있음을 알 수 있는데, 순차지급형 CMO, 원금증가형 CMO, 이자전용 트랜치를 포함하는 CMO 등 다양한 발행구조의 CMO가 존재한다. 즉 단순히 선순위-후순위의 두 트랜치만으로 발행되기 보다는, 무위험 증권에 가까운 선순위 증권(senior tranche), 매우 위험한 equity class, 그리고 이 둘 사이에 위치한 중순위 증권(mezzanine tranche)의 구조를 취하거나 다양한 선순위채 혹은 후순위채 구조를 취하는 것이 보다 일반적이다. 시장의 이러한 현실을 반영하여 본 연구에서도 중순위 증권의 형태를 포함한, 보다 복잡한 구조의 MBS의 가치를 살펴보기로 한다.

한편 유진(2005)은 MBS 혹은 모기지의 조기상환 위험 중 일부만을 모형에 반영하였다. 조기상환 위험은 “모기지의 조기상환이 예상 외로 빨리(많이) 혹은 느리게(적게) 발생할 때 결과하는 모기지 현금흐름의 불확실성”이라 정의된다. 그러므로 과도한 조기상환과 과소한 조기상환 모두를 모형에 반영하여야 비로소 조기상환 위험이 제대로 구현된다. 그런데 유진(2005)의 경우 모기지 이자율의 하락시 재금융(refinancing)으로 인한 조기상환의 증가에만 주목하였기 때문에 조기상환이 과소하게 발생할 위험은 전혀 반영되지 못하였다. 본 연구는 과소한 조기상환과 과도한 조기상환 모두를 균형적으로 반영하며 이에 대한 자세한 내용은 다음 장에서 설명한다.

마지막으로 유진(2005)의 경우 경제 내에서 위험중립적 투자자와 위험회피적 투자자의 두 부류가 있다고 설정하였지만, 투자자의 효용 함수 형태가 틀리면 각 투자자 효용은 “additive”하지 못하므로 투자자 효용의 합(sum)의 후생적 의미를 상실한다. 만일 투자자 효용 함수를 동일하게 설정하면 개별 효용의 합이 후생적 의미를 갖는다. 이에 대해서는 다음 장에서 보다 구체적으로 설명하기로 한다.

## II. 가정 및 모형

### 1. 가정

본 연구의 모형을 위해 다음과 같이 가정과 용어를 설정한다.

가정 :

- (i) 모기지풀에 포함된 모기지들은 만기와 계약이자율에 있어서 동질적이다.
- (ii) 모기지의 만기는 2기로 한다.
- (iii) 모기지 이자율의 변화는 이항모형(a recombining binomial model)을 따름을 가

정한다. 현재(0기) 모기지의 계약이자율(contract rate)  $i_0 = i$  이며, 1기에 모기지 이자율은 높아지거나( $i_1 = i_H$ ) 낮아지며( $i_1 = i_L$ ) 그 확률은 각각 0.5이다( $i_L < i < i_H$ ). 2기의 모기지 이자율  $i_2$ 는  $i_{HH}$ ,  $i_{HL}(= i_{LH})$ ,  $i_{LL}$ 의 세 가지 값을 각각 0.25, 0.5, 0.25의 확률로 갖는다.

- (iv) 모기지 이자율은 마팅게일(martingale)이다. 즉  $i_0 = E(i_1) = E(i_2)$ 이다.
- (v) 조기상환은 미래 모기지 이자율이 현 모기지 이자율  $i$  보다 낮아지면 과도하게 발생하고 현 모기지 이자율보다 높아지면 과소하게 발생한다.
- (vi) 모기지 투자자는 위험회피적 투자자이며 그의 효용함수의 형태는  $U(w) = \ln(w)$ 로 가정한다.
- (vii) 투자자들은 2기에 걸친 기대 효용의 최대화를 목적으로 투자를 결정한다.
- (viii) MBS는 3개의 트랜치로 발행된다.
- (ix) 무위험이자율 = 0이다.

이제 이 가정들의 의미를 파악하여 보자. (i) 현실적으로 모기지 대출기관에서 제시하는 모기지들의 이자율에 큰 차이가 없으며 만기의 장단은 조기상환 위험에 본질적인 요소는 아니므로 유사한 만기를 가진 것으로 가정한다. (ii), (iii) 1기 모기지 이자율은 각각 0.5의 확률로  $i_H$  혹은  $i_L$ 로 실현된다. 2기 이자율도 마찬가지로 실현된다, 즉  $i_1 = i_H$ 로 실현되면 2기 이자율은 각각 0.5의 확률로  $i_2 = i_{HH}$  혹은  $i_{HL}$ 로 실현되고( $i_{HH} > i_{HL}$ ),  $i_1 = i_L$ 로 실현되면  $i_2 = i_{LH}$  혹은  $i_{LL}$ 로 각각 0.5의 확률로 실현된다( $i_{LH} > i_{LL}$ ). 또  $i_{HL} = i_{LH}$ , 즉 이항모형에서 자주 쓰이는 recombining model을 가정한다. (iv) 연속 시간 모형에서 모기지 이자율  $i$ 의 변화를 다음과 같이 가정한다.

$$di = \Delta dz \tag{1}$$

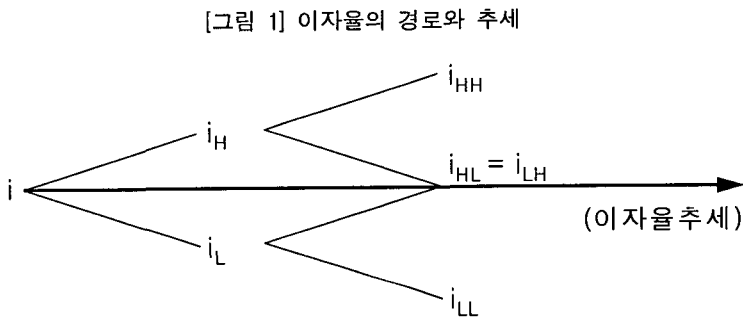
즉 이자율은 (사전적으로) 특별한추세 없이 일정한 변동성을 갖는다. 이를 이항모형으로 반영하면 향후 이자율은 다음과 같은 값과 평균을 가지게 된다.

미래 이자율 (2)

- ①  $i_H = i + \Delta$
- ②  $i_L = i - \Delta$
- ③  $i_{HH} = i_H + \Delta = i + 2\Delta$
- ④  $i_{HL} = i_H - \Delta = (i + \Delta) - \Delta = i$

- ⑤  $i_{LH} = i_L + \Delta = (i - \Delta) + \Delta = i = i_{HL}$
- ⑥  $i_{LL} = i_L - \Delta = i - 2\Delta$
- ⑦  $E(i_1) = 0.5(i_H + i_L) = i$
- ⑧  $E(i_2) = 0.25(i_{HH} + i_{HL} + i_{LH} + i_{LL}) = i = E(i_1)$

이를 그림으로 나타내면 [그림 1]과 같다.



(v) 전술한 바 조기상환 위험은 “단축 위험(contraction risk)”과 “연장 위험(extension risk)”으로 이루어져 있는데, 이 중 보다 현저한 위험은 단축 위험이다. 즉 모기지 이자율이 하락하면, 모기지 차입자들은 기존의 (상대적으로) 높은 모기지 이자율을 계속 부담하지 않고 낮아진 이자율로 새로이 모기지론을 조달하여 기존 모기지 차입금을 빨리 조기상환하여 모기지 및 MBS가 예상보다 빨리 소멸될 위험이다. 이 경우 MBS 투자자들에게 투자 원금이 빨리 상환되므로 재투자자를 모색해야 하는데, 모기지 시장 이자율이 낮아진 상황이므로 재투자 수익율은 원래 MBS를 그대로 보유하고 있을 때보다 낮아진다. 투자자들이 이러한 불이익을 당할 위험이 바로 단축 위험이며 이는 조기상환 위험 중 가장 현저한 위험이다. 그런데 이자율이 상승할 때에도 조기상환과 관련된 위험이 존재한다. 이는 이자율 상승시 조기상환이 예상 보다 늦게 발생하여 MBS의 현금흐름이 예상보다 작을 불확실성을 의미하는데 이를 “연장 위험”이라 한다. 여기서의 “예상”이란 계절적 요인, 전반적 경제 여건 등에 따라 일정 규모로 조기상환이 발생되리라는 추정을 의미한다(예로서 봄·가을에 이사를 가면서 혹은 실업률이 낮아지고 경제적 여유가 생겨서 새 주택을 구입하면서 기존 주택을 처분할 때 기존 모기지론의 조기상환이 발생한다). 그런데 다른 모든 것이 동일한 상황에서 이자율이 상승하면, 이자율 하락의 경우와는

반대로 모기지 차입자들이 조기상환을 서두를 유인이 없어져 가능한 한 조기상환을 하지 않으려 한다. 이 경우 애초에 예상되었던 조기상환 속도보다 실제 속도는 더 늦춰질 수 있다. 한편 경제 내의 이자율이 상승하면 모기지 투자자 입장에서는 가능한 한 기존의 모기지 투자원금을 빨리 회수하여 높아진 이자율로 발행되는 새 모기지를론 혹은 MBS에 투자하려 할 것이다. 그러나 모기지 차입자는 가능한 한 조기상환을 (애초 추정되었던 속도보다) 억제하므로 모기지 투자자로서는 불이익 즉 기회비용이 발생하는데 이러한 불이익을 당할 위험이 “연장 위험”이다.

역사적으로 보면 연장 위험은 단축 위험만큼 현저하지는 않다. 즉 이자율 상승 시 조기상환 속도가 둔화되는 정도는 이자율 하락시 그것이 가속화되는 정도보다 약하다. 그러므로 본 연구에서는 이를 반영하여 다음과 같이 가정하기로 한다.

- ① 1기의  $i_L$ 에서는 100%가 예정보다 일찍 상환된다.
- ② 1기의  $i_H$ 에서는 50%가 예정보다 덜 상환된다.

물론 이 외에도 여러 다양한 수치의 조합이 가능하겠지만이 단순한 수치들은 가능한 한 모형을 간단히 정립하기 위함이다.

- (vi) 재무론 모형에서 위험회피적 투자자를 가정하는 것이 큰 문제가 되지 않는다. 또  $U(w)=\ln(w)$ 는 투자자들의 위험회피 함수 중 가장 현실적인 DARA (decreasing absolute risk aversion) 계열의 효용함수이다. 한편 유진(2005)의 경우 경제 내에 위험중립 투자자와 위험회피 투자자가 존재함을 가정하였는데 이 경우 전체 투자자의 효용의 합(sum)의 의미가 제한적이 될 수 밖에 없다. 왜냐하면  $U(w)=w$ 라는 위험중립 효용함수와  $U(w)=\ln(w)$ 라는 위험회피 효용함수는 “additive” 하지 않기 때문이다. 그러므로 경제 전체 후생의 관점에서 어느 MBS가 더 큰 효용을 창출하는가를 객관적으로 고찰할 수 없는데 투자자의 효용함수가 모두  $U(w)=\ln(w)$ 이면 이러한 고찰이 가능하다.
- (vii) 오늘( $t=0$ ) MBS가 발행되고 1期( $t=1$ ) 모기지 차입자의 예정된 상환 혹은 조기상환이 발생하고 2期( $t=2$ )에 잔여 금액이 상환됨으로써 모기지를론이 소멸되는 2기 모형을 채택한다. MBS 투자자들에게는 1기 및 2기에 현금이 유입되며, 이들은 1~2期の 유입현금의 기대 효용을 극대화하는 투자를 선호하게 된다.
- (viii) 자동이체증권과 CMO들은 각각 3개의 트랜치를 발행하는데, 전자의 경우 현금흐름에 대한 동일한 권리의 트랜치들이 발행되고 후자의 경우는 차별적 권리의 선순



위-중순위-후순위 트랜치 혹은 2개의 선순위채(후순위채)와 1개의 후순위채(선순위채)가 발행된다. 즉 상이한 네 가지의 MBS 중에서 투자자 효용을 극대화하는 발행 구조를 파악한다.

- (ix) 현재와 미래의 시간 선호도(time preference)에 관한 가정이다. 모기지 시장의 이자율은 통상 (무위험이자율+일정 스프레드)로 결정되는데 본 논의에 있어서 무위험이자율의 값은 중요한 요소가 아니므로 0으로 가정한다. 또 미래 효용에 대한 할인요소  $\delta$ 는 엄격히 말하면 각 투자자의 주관적인 값으로 결정되지만 여기서는 편의상  $\delta=1/(1+r)$ 로 가정한다.

이제 본 모형에서 사용되는 변수들을 정의하면 다음과 같다.

P : 모기지풀의 원금

i : 모기지풀의 이자율

C : 모기지 차입자의 균등 상환금

$\alpha$ : PAC 트랜치의 안정적 현금흐름 비율

원금이 P이고 이자율이 i일 때 2기에 걸쳐 균등상환되는 모기지 상환금 C는 다음과 같이 결정된다.<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} & \text{모기지론의 매기 상환금} & (3) \\ & C = \frac{P \cdot (1+i)^2}{i+2} \end{aligned}$$

한편 각 투자자들은 1, 2기에 걸친 기대 효용을 극대화하는 투자 의사결정을 하므로 각 투자자들의 목적함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \max : EU(w_1) + EU(w_2) & (4) \\ & (w_t = t\text{기의 현금흐름}) \end{aligned}$$

1) 이자율=i이면 원금 P는 1기가 지나면  $P(1+i)$ 가 된다. 차입자는 C 만큼을 상환하므로 1기 말의 잔여 원금은  $[P(1+i)-C]$ 가 된다. 이 원금은 2기가 지나면 다시  $[P(1+i)-C](1+i)$ 가 되며, 차입자가 C 만큼을 상환함으로써 모든 원리금이 청산되려면  $[P(1+i)-C](1+i) = C$ 를 충족하여야 한다. 이 방정식을 C에 관하여 정리하면 식 (3)이 도출된다.

## 2. 현금흐름

여기서는 기초자산인 모기지폴의 현금흐름, 자동이체증권의 현금흐름 및 CMO의 현금흐름을 파악하기로 한다. 먼저 모기지 폴에의 현금흐름을 파악하자. 1기 후 이자율이 낮아지는 경우( $i \rightarrow i_L$ ) 현금흐름이 예상보다 훨씬 많이 (본 연구에서는 100%) 발생한다고 가정하였으므로 예상된 상환금 C에다 잔여 원금 모두가 상환된다. 여기서 잔여원금의 1기말 가치는  $C/(1+i)$ 가 된다. 왜냐하면 이 잔여원금의 2기 말 상환액이 C이기 때문에 이를 1기 앞당긴 1기말 현재가치는  $C/(1+i)$ 가 되기 때문이다. 한편 이자율이 높아지는 경우( $i \rightarrow i_H$ ) 현금흐름이 예상보다 훨씬 작게 (본 연구에서는 -50%) 발생한다고 가정하였으므로 예상된 상환금 C보다 작은 금액이 상환되며 정확히는 잔여 원금의 50%만큼이 덜 상환된다. 그러므로 이 경우 1기말 유입되는 현금흐름은  $[C - 0.5C/(1+i)]$ 가 된다. 2기말에는 원래 예정 상환금 C와 1기에 상환되지 못한 상환금의 2기말 가치인  $[0.5C/(1+i)] \cdot (1+i) = 0.5C$ 의 합계 즉 1.5C가 상환된다.<sup>2)</sup>

한편 자동이체증권의 형태로 MBS가 발행되면 현금흐름에 대한 1/3의 권리를 갖는 등등한 트랜치 3개가 발행된다. 이 트랜치 한 개를 보유한 투자자의 현금흐름은 모기지폴의 현금흐름의 1/3이 된다. 즉  $i \rightarrow i_L$ 로 전개되는 경우의 현금흐름은 {1기 =  $(1/3)[C + C/(1+i)]$ , 2기 = 0},  $i \rightarrow i_H$ 로 전개되는 경우의 현금흐름은 {1기 =  $(1/3)[C - 0.5C/(1+i)]$ , 2기 =  $(1/3) \cdot 1.5C = 0.5C$ }가 된다.

CMO 형태로 MBS가 발행되면 다양한 현금흐름의 트랜치가 존재하는데, 최우선적으로 보호받는 선순위 트랜치, 두번째로 보호받는 중순위 트랜치, 그리고 아무 보호도 받지 못하는 후순위 트랜치 모두를 각각 살펴보자. 먼저 선순위 트랜치인 PAC(planned amortization class) 트랜치의 경우 현금흐름의 과다와 관계없이 확정적 현금흐름이 유입되도록 설계되는데 본 모형에서는 이 확정적 현금흐름을  $\alpha C$ 로 가정한다( $0 < \alpha < 1$ ). 즉 PAC 트랜치 보유자는 이자율의 등락과 관계없이 {1기 =  $\alpha C$ , 2기 =  $\alpha C$ }의 확정된

2) 엄격히 말하면 각 기의 현금흐름은 “①고정상환금+②예상되는 조기상환금+③예상치 못한 조기상환금”의 세 금액의 합으로 이루어진다. 여기서 ②는 각 모기지 관련기관들이 가진 과거 데이터, 노하우 등에 의해서 추정되며, 미국 PSA(The Public Securities Association, 현재는The Bond Association으로 명칭 변경)가 1985년에 조기상환 속도에 대하여 정한 기준(the PSA standard benchmark)이 그 하나인데 통상이 추정치에다 각 기관들만의 경험, 노하우 등이 반영되어 추정된다. 본 연구에서는 ②를 별도로 추정하는 것이 주관적이 될 소지가 높고 또 모형을 불필요하게 복잡하게 만들기 때문에 이를 생략하였다. 중요한 것은 ①, ②가 합쳐져 “확실한(certain) 현금흐름”이 되고 ③은 +, -값을 모두 가질 수 있는 “불확실한(uncertain) 현금흐름”이 되며, 조기상환 위험은 ③의 불확실성으로부터 발생한다는 점이다. 왜냐하면 “예상되는 조기상환”은 더 이상 불확실성이나 위험으로 인식되지 않기 때문이다. 본 연구에서는 예정된 상환금 C가 ① + ②의 역할을 한다.

현금흐름을 받게 된다. 후순위 트랜치는 선순위 혹은 중순위 트랜치의 현금흐름을 먼저 확보해 준 다음 잔여 현금흐름이 할당되는 트랜치이다. 중순위 트랜치는 선순위 트랜치만큼 안정적 현금흐름이 확보되지는 않지만 후순위 트랜치보다는 안정적인 현금흐름이 할당되는 트랜치이다. 중순위채는 여러 형태로 발행될 수 있는데 본 연구에서는 선순위채인 PAC 트랜치와의 비교를 위하여 다음과 같은 트랜치로 설정하고자 한다. 즉 선순위채인 PAC 트랜치는 이자율의 상승·하락에 관계없이 항상  $\alpha C$ 의 확정된 현금흐름을 갖는데 반해 중순위채는 이자율의 상승과 하락 중 한 경우에만  $\alpha C$ 의 확실한 현금흐름을 가지고 다른 경우에는 (후순위채처럼) 특별한 보호를 받지 못하도록 설정한다. 구체적으로는, 조기상환 위험 중 이자율 하락시의 단축 위험이 보다 현저한 위험이므로 중순위채는 이자율 하락시의 단축 위험으로부터 보호받는 것으로 설정하고 이자율 상승시에는 아무 보호도 받지 못하는 것으로 설정한다. 이렇게 설정하면 중순위채가 자연적으로 선순위채와 후순위채 중간의 위험 수준을 가지게 된다. 이처럼 이자율의 등락에서 한 방향으로만 보호받는 트랜치를 모기지 용어로는 “TAC 트랜치(targeted amortization class tranche)”라 한다.

본 연구에서는 자동이체증권과 세 가지 CMO 즉 모두 네 유형의 MBS를 대표적으로 분석하고자 한다. 자동이체증권의 각 트랜치에 유입되는 현금흐름은 앞에서 설명한 바와 같다. 이제 선순위, 중순위 및 후순위채로 구성되는 CMO인 PAC-TAC-Support CMO를 살펴보자(편의상 이 CMO를 PTS라 하자). PAC 트랜치의 경우 이자율 변동과 관계없이 항상  $\alpha C$ 의 현금흐름이 할당된다. TAC 트랜치의 경우에는 이자율 하락시에는 ( $i_L$ ) PAC 트랜치와 같이  $\alpha C$ 의 현금흐름이 할당되며, 이자율 상승시에는 ( $i_H$ ) Support 트랜치와 같이 (PAC 트랜치 현금흐름을 할당한 이후의) 잔여 현금흐름이 할당된다. 예로서  $i_H$ 로 실현될 경우 TAC 트랜치 및 Support 트랜치에 할당되는 현금흐름을 계산해보자. 먼저 모기지풀의 총 현금흐름  $[1-0.5/(1+i)]C$ 에서 PAC 트랜치에의 현금흐름  $\alpha C$ 를 차감하면  $[1-\alpha-0.5/(1+i)]C$ 가 남는데,  $i_H$ 의 경우 TAC 트랜치는 Support 트랜치처럼 단지 나머지 현금흐름만을 분배받으므로 이들에게는 각각  $0.5[1-\alpha-0.5/(1+i)]C$ 의 현금흐름이 할당된다. 2기의 현금흐름도 동일하게 설명된다. 또  $i_L$ 로 실현되면 1기와 2기 모두에 걸쳐 PAC 트랜치와 TAC 트랜치에 각각  $\alpha C$ 의 현금흐름을 보장해 주어야 한다. 그런데  $i_L$ 의 경우 조기상환이 1기에 100% 이루어져 2기에 모기지풀에의 현금흐름은 0이 된다. 그러므로 1기에 유입되는 현금흐름에서 2기 PAC 트랜치와 TAC 트랜치에 분배될 현금  $2\alpha C$ 를 별도로 할당을 해야 하므로 결과적으로 1기 유입되는

현금 중  $2\alpha C$ 만큼은 PAC 트랜치와 TAC 트랜치에 즉시 할당하고 별도의  $2\alpha C$ 만큼은 2기에 PAC 트랜치와 TAC 트랜치에 할당하여야 한다. 그러므로  $i_t$ 의 경우 Support 트랜치에의 1기 현금흐름은 총 현금흐름에서  $4\alpha C$ 를 차감한  $[1+1/(1+i)-4\alpha]C$ 가 된다.

2개의 선순위 및 1개의 후순위채로 구성되는 PAC-PAC-Support CMO도 마찬가지로 현금흐름을 살펴볼 수 있다(편의상 이 CMO를 PPS라 하자). PAC 트랜치의 경우 이자율 변동과 관계없이 항상  $\alpha C$ 의 현금흐름이 할당되는데,  $\alpha C$ 의 현금흐름을 2개의 PAC 트랜치에 각각 할당한 다음 잔여 현금흐름이 Support 트랜치에 분배된다. 예로서 1기에 조기상환이 100% 발생하는  $i_t$ 의 경우 2개의 선순위채에 할당될 1기 및 2기의 현금흐름  $4\alpha C$ 를 차감한  $[1+1/(1+i)-4\alpha]C$ 가 Support 트랜치에 할당된다.

1개의 선순위 및 2개의 후순위채로 구성되는 PAC-Support-Support CMO(PSS)도 마찬가지로 현금흐름의 크기를 파악할 수 있으므로 그 설명을 생략한다. <표 1>은 이러한 구조설계의 결과 각 트랜치에 유입되는 현금흐름의 크기이다

### III. MBS 발행구조

본 장에서는 동일한 모기지풀을 대상으로 차별적으로 설계된 네 MBS의 전체적인 가치를 총효용의 관점에서 산출하고, 최적 구조를 위하여 선택할 수 있는  $\alpha$ 값의 범위를 설정한다. 우선 한 MBS가 3명의 투자자에게 창출하는 총 효용은 1기의 총효용과 2기 총효용의 합으로, 이 MBS의 트랜치를 구입할 때 창출되는 투자자  $i$ 의  $t$ 기 말 효용을  $U(w_{it})$ 라고 하면 총 효용은 다음과 같다.

$$\left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^2 EU(w_{it}) \right] = \sum_{i=1}^3 [EU(w_{i1}) + EU(w_{i2})]$$

#### 1. MBS의 효용

##### 1) 자동이체증권

<표 1>을 참조로 자동이체증권의 형태로 MBS가 발행되었을 때 각 투자자의 기대 효용 및 모든 투자자의 총 효용을 산출하여 보자. 자동이체증권의 각 트랜치가 제공하는 현금흐름은 동일하므로 이 총효용은 곧 투자자 1인의 효용을 3배한 것이다. 그러므로 임의의 투자자의  $t$ 기말 효용을  $U(w_t)$ 라고 하면 총효용은 다음과 같이 계산된다.

<표 1> 모기지풀, 자동이체 증권 및 CMO의 현금흐름

모기지 이자율	w <sub>1</sub> (1기 현금흐름)		w <sub>2</sub> (2기 현금흐름)
	(모기지풀)		
i <sub>H</sub>		[1-0.5/(1+i)]C	1.5C
i <sub>L</sub>		[1+ 1/(1+i)]C	0
		(자동이체증권)	
i <sub>H</sub>	지분 1	(1/3)×[1-0.5/(1+i)]C	0.5C
	지분 2	(1/3)×[1-0.5/(1+i)]C	0.5C
	지분 3	(1/3)×[1-0.5/(1+i)]C	0.5C
i <sub>L</sub>	지분 1	(1/3)×[1+ 1/(1+i)]C	0
	지분 2	(1/3)×[1+ 1/(1+i)]C	0
	지분 3	(1/3)×[1+ 1/(1+i)]C	0
		PTS CMO(PAC+TAC+Support)	
i <sub>H</sub>	PAC	αC	αC
	TAC	0.5×[1-α -0.5/(1+i)]C	0.5×(1.5-α)C
	Support	0.5×[1-α -0.5/(1+i)]C	0.5×(1.5-α)C
i <sub>L</sub>	PAC	αC	αC
	TAC	αC	αC
	Support	[1+1/(1+i)-4α]C	0
		PPS CMO(PAC+PAC+Support)	
i <sub>H</sub>	PAC	αC	αC
	PAC	αC	αC
	Support	[1-2α -0.5/(1+i)]C	(1.5-2α)C
i <sub>L</sub>	PAC	αC	αC
	PAC	αC	αC
	Support	[1+1/(1+i)-4α]C	0
		PSS CMO (PAC + Support + Support)	
i <sub>H</sub>	PAC	αC	αC
	Support	0.5×[1-α -0.5/(1+i)]C	αC
	Support	0.5×[1-α -0.5/(1+i)]C	(1.5-2α)C
i <sub>L</sub>	PAC	αC	αC
	Support	0.5×[1+1/(1+i)-2α]C	0
	Support	0.5×[1+1/(1+i)-2α]C	0

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^3 [EU(w_{i1}) + EU(w_{i2})] \\
 &= 3[EU(w_1) + EU(w_2)] = 3EU(w_1) + 3EU(w_2) \\
 &= 3 \left\{ \frac{1}{2} \times \ln \left[ \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{2(1+i)} \right) C \right] + \frac{1}{2} \times \ln \left[ \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{1+i} \right) C \right] \right\} + 3 \left\{ \frac{1}{2} \times \ln \left[ \frac{1}{2} C \right] \right\} \\
 &= 3 \left\{ \frac{1}{2} \times \left[ \ln \frac{1}{3} + \ln \left( 1 - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \ln C \right] + \frac{1}{2} \times \left[ \ln \frac{1}{3} + \ln \left( 1 + \frac{1}{1+i} \right) + \ln C \right] \right\} + 3 \left\{ \frac{1}{2} \times \left[ \ln \frac{1}{2} + \ln C \right] \right\} \\
 &= 3 \left\{ \ln \frac{1}{3} + \ln C + \frac{1}{2} \times \ln \left( 1 - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{1}{2} \times \ln \left( 1 + \frac{1}{1+i} \right) \right\} + 3 \left\{ \frac{1}{2} \times \ln \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \ln C \right\} \\
 &= 3 \cdot \ln \frac{1}{3} + \frac{9}{2} \ln C + \frac{3}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{3}{2} \ln \left( 1 + \frac{1}{1+i} \right) + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

자동이체증권의 기대 효용

(5)

$$3 \cdot \ln \frac{1}{3} + \frac{9}{2} \ln C + \frac{3}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{3}{2} \ln \left( 1 + \frac{1}{1+i} \right) + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{2}$$

## 2) PPS (2개의 PAC + 1개의 Support)

마찬가지로 다음과 같이 산출된다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 [EU(w_{i1}) + EU(w_{i2})] \\ & = \text{Utilities of Two PAC Tranches} + \text{Utility of One Support Tranche} \\ & = 2 \times \{EU(w_1 : PAC) + EU(w_2 : PAC)\} + \{EU(w_1 : Support) + EU(w_2 : Support)\} \\ & = 2 \left\{ \frac{1}{2} \times [\ln(\alpha C) + \ln(\alpha C)] + \frac{1}{2} \times [\ln(\alpha C) + \ln(\alpha C)] \right\} \\ & \quad + \left\{ \frac{1}{2} \times \left[ \ln \left( 1 - 2\alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) C + \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) C \right] + \frac{1}{2} \times [\ln(1.5 - 2\alpha) C] \right\} \\ & = 4 \cdot \ln(\alpha C) + \frac{1}{2} \times \left[ \ln \left( 1 - 2\alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \ln C + \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \ln C \right] + \frac{1}{2} \times [\ln(1.5 - 2\alpha) + \ln C] \\ & = 4 \cdot \ln \alpha + 4 \cdot \ln C + \frac{3}{2} \ln C + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - 2\alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \frac{1}{2} \ln(1.5 - 2\alpha) \\ & = 4 \cdot \ln \alpha + \frac{11}{2} \ln C + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - 2\alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \frac{1}{2} \ln(1.5 - 2\alpha) \end{aligned}$$

PPS의 효용

(6)

$$4 \cdot \ln \alpha + \frac{11}{2} \ln C + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - 2\alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{3}{2} - 2\alpha \right)$$

## 3) PTS (PAC + TAC + Support)

한편 PTS가 창출하는 효용은 다음과 같다. 먼저 PAC 트랜치의 1, 2기 합친 (기대) 효용은  $\ln(\alpha C) + \ln(\alpha C) = 2 \cdot \ln(\alpha C) = 2 \cdot \ln \alpha + 2 \cdot \ln C$  이다. 또 TAC 트랜치의 그것은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & = \frac{1}{2} \left[ \ln(\alpha C) + \ln \frac{1}{2} \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) C \right] + \frac{1}{2} \left[ \ln(\alpha C) + \ln \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) C \right] \\ & = \ln(\alpha C) + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1}{2} \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) C + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left[ \ln(\alpha C) + \ln \frac{1}{2} \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) C \right] + \frac{1}{2} \left[ \ln(\alpha C) + \ln \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) C \right] \\
 &= \ln(\alpha C) + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1}{2} \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) C + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) C \\
 &= \ln(\alpha C) + \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{1}{2} + \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \ln C \right] + \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{1}{2} + \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) + \ln C \right]
 \end{aligned}$$

마지막으로 Support 트랜치의 효용을 계산해 보자.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{1}{2} \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) C + \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) C \right] + \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) C \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{1}{2} + \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \ln C + \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \ln C \right] + \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{1}{2} + \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) + \ln C \right] \\
 &= \ln \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{3}{2} \cdot \ln C + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right)
 \end{aligned}$$

그러므로 PTS의 총효용은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ 2 \cdot \ln \alpha + 2 \cdot \ln C \right\} + \left\{ \ln \alpha + 2 \cdot \ln C + \ln \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) \right\} \\
 &\quad + \left\{ \ln \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{3}{2} \cdot \ln C + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) \right\} \\
 &= 3 \cdot \ln \alpha + \frac{11}{2} \cdot \ln C + 2 \cdot \ln \frac{1}{2} + \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right)
 \end{aligned}$$

PTS의 효용 (7)

$$3 \cdot \ln \alpha + \frac{11}{2} \cdot \ln C + 2 \cdot \ln \frac{1}{2} + \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \frac{1}{2} \cdot \ln \left( 1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right)$$

#### 4) PSS (PAC + 2개의 Support)

PSS의 효용도 동일한 방법으로 구할 수 있으므로 여기서는 설명을 생략하며 결과만을 보면 다음과 같다.

PSS의 효용 (8)

$$2 \cdot \ln \alpha + \frac{10}{2} \ln C + 3 \cdot \ln \frac{1}{2} + \ln \left( 1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} \right) + \ln \left( 1 - 2\alpha + \frac{1}{1+i} \right) + \ln \left( \frac{3}{2} - \alpha \right)$$

## 2. 모수의 범위

세 MBS의 효용의 크기를 비교하려면  $\alpha$ , C,  $i$ 의 세 모수(parameters)를 고려해야 하므로 3차원의 매우 복잡한 비교가 된다. 만일 세 변수 모두가 어떠한 값을 가지더라도 특정 MBS 효용이 다른 MBS 효용보다 항상 더 크다는 것을 증명할 수 있다면 문제는 간단해 지겠지만, 시행해 본 결과 분석적으로(analytic solution) 이를 증명하기는 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 먼저 수치적으로(numerical solution) 이 문제에 접근하기로 하며, 결과에 대해서는 가능한 한 직관적이고 분석적인 해석을 다음 장에서 덧붙이기로 한다.

먼저 현실적으로 각 변수가 취할 수 있는 값의 범위를 고려해 보자.  $i$ 는 모기지 혹은 MBS의 이자율로 통상적으로는 (무위험 이자율+위험 프리미엄)으로 구성되는데, 본 고에서는 무위험 이자율=0을 가정하였으므로  $i$ 는 위험 프리미엄만으로 이루어진다. 미국, 영국 등의 선진 모기지 시장과 국내 모기지 시장을 막론하고 이 위험 프리미엄의 크기는 약 1%~3% 정도이다. 본 고에서는 이를 반영하여  $0.01 \leq i \leq 0.05$ 인 경우를 분석하기로 하며, 차후 결과를 보면 이 범위를 이탈하더라도 본 연구의 결과가 달라지지 않음을 쉽게 알 수 있다.

두 번째로 모기지풀에 유입되는 정기 상환금 C의 크기를 살펴보자. 하나의 모기지풀에는 많은 개별 모기지가 포함되므로 식 (3)에서 모기지들의 차입 원금의 합계인 P는 매우 크다. 예로서 Fabozzi(2001)의 “The Handbook of MBS”에서는 종종  $P = \$4$ 억을 가정하고 분석을 진행한다. 이 경우  $i = 0.01$ 을 가정하더라도 식 (3)에 의해 C는

$$C = \frac{P \cdot (1+i)^2}{i+2} = \frac{4000 \cdot (1+0.01)^2}{0.01+2} \approx 2,030 \text{억원이다. 또 } \frac{\partial C}{\partial i} > 0 \text{ 이므로 이는 C를 작게}$$

추정한 수치이다. 현실을 반영하여 모기지 상환 기간을 최대한 길게 설정하더라도  $C \approx 13$ 억원 정도가 된다.<sup>3)</sup> 추후 설명되지만 C를 크게 잡을수록 본 연구의 결과가 보다 호의적으로 나타나는데, 보다 엄밀히 분석하기 위해 본 고에서는 C를 상대적으로 작게 설정하고자 한다. 예로서 전체 모기지풀의 원금  $P = 20$ 억원이면 대략적으로 ( $i$  수준에 따

3) 원금이 P이고 월이자율(monthly rate)이  $i$ 일 때  $n$ 개월에 걸쳐 균등상환되는 모기지 월상환금 C의 일반

식은  $C = \frac{P \cdot i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ 이다. 이는 연금의 현재 계산식에서 직접 산출되는 식으로 식 (3)도 이 식을 활용하여 얻어졌다. 이제 보다 현실적으로 모기지 만기 = 30년 = 360개월로,  $i$  = 월이자율(monthly rate) =  $0.01 \div 12 \approx 0.00083$ 으로 하더라도  $C \approx 12.86$ 억원이다. 그러므로 C는 (1보다 작은)  $i$ 나  $\alpha$ 에 비해 매우 큰 수임을 알 수 있다.



라 조금씩 차이가 나지만 C는 약 10억원이 되는데 본 연구에서는 이를 C 값으로 설정한다. 현실적으로도 C는 모기지풀의 규모에 의해 주어지는 외생 변수로 MBS 발행기관이 임의로 결정할 수 있는 선택 변수(control variable)는 아니다.

마지막으로  $\alpha$ 는 예상되는 정기 상환금 C 중에서 선순위 트랜치에 할당할 안전한 현금의 비율로  $0 < \alpha < 1$ 이다. 그런데  $\alpha$ 는 식 (6), 식 (7) 및 식 (8)도 충족시켜야 하는데 먼저 PPS의 식 (6)에서  $\ln \alpha$ ,  $\ln\left(1 - 2\alpha - \frac{1}{2(1+i)}\right)$ ,  $\ln\left(1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i}\right)$  및  $\ln\left(\frac{3}{2} - 2\alpha\right)$  항을 고려하면  $\alpha > 0$ ,  $1 - 2\alpha - \frac{1}{2(1+i)} > 0$ ,  $1 - 4\alpha + \frac{1}{1+i} > 0$  및  $\frac{3}{2} - 2\alpha > 0$  을 충족하여야 한다. 이를 모두 충족시키려면  $0 < \alpha < \frac{1}{2} - \frac{1}{4(1+i)}$  이며 대체적으로  $0 < \alpha < 0.25$  이다.

$$\begin{aligned} & \text{PPS의 } \alpha \text{ 및 C의 범위} & (9) \\ 0 < \alpha < \frac{1}{2} - \frac{1}{4(1+i)}, C = 1,000,000,000(\text{원}) \end{aligned}$$

마찬가지로 PTS의 식 (7)을 충족시키기 위해서는  $\alpha > 0$ ,  $1 - \alpha - \frac{1}{2(1+i)} > 0$ ,  $1 - 4\alpha - \frac{1}{1+i} > 0$  및  $\frac{3}{2} - 2\alpha > 0$  을 충족하여야 한다. 이를 모두 충족시키려면  $0 < \alpha < \frac{1}{4} + \frac{1}{4(1+i)}$  이며 대체적으로  $0 < \alpha < 0.5$  이다.

$$\begin{aligned} & \text{PTS의 } \alpha \text{ 및 C의 범위} & (10) \\ 0 < \alpha < \frac{1}{4} + \frac{1}{4(1+i)}, C = 1,000,000,000(\text{원}) \end{aligned}$$

PSS의 식 (8)도 동일하게 분석하면 대략  $0 < \alpha < 0.5$  이다.

$$\begin{aligned} & \text{PSS의 } \alpha \text{ 및 C의 범위} & (11) \\ 0 < \alpha < 1 - \frac{1}{2(1+i)}, C = 1,000,000,000(\text{원}) \end{aligned}$$

#### IV. MBA의 효용

주어진 C 값과 i 및  $w_i$ 의 각 값을 사용하여 계산한, 각 MBS가 창출하는 총효용 즉  $\sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^2 EU(w_{it})$ 은 <표 2>와 <표 3>에 수치로, (그래프 1)과 (그래프 2)에 차트로 나와

있다. 모기지 이자율  $i$ 가 주어졌을 때 총효용을 최대화하는 최적  $\alpha$ 값( $\alpha^*$ )과 그 총효용의 크기는 굵게 표시하였다. 예로서 PPS의 경우  $i=0.04$ 일 때  $\alpha^*=0.23$ 이고 이 때 총효용은 106.73이다. 이제 <표 2> 및 <표 3>로부터 대략 다음 세 가지 결과가 발견된다.

- i) 자동이체증권의 효용은 그 어느 CMO의 효용보다도 작다
- ii) CMO 중 PTS의 효용이 가장 크다
- iii) 효용을 최대화하는 CMO 구조설계  $\alpha^*$ 가 내부해(interior solution)로 존재한다.

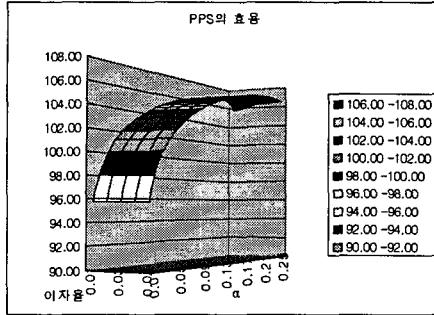
<표 2> MBS 구조와 효용 : PPS와 Pass-through(자동이체증권)

$\alpha =$	(PPS) $i =$					(Pass-through) $i =$				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.01	95.73	95.73	95.73	95.73	95.73					
0.02	98.46	98.46	98.46	98.47	98.47					
0.03	100.04	100.04	100.05	100.05	100.05					
0.04	101.15	101.16	101.16	101.16	101.16					
0.05	102.00	102.01	102.01	102.01	102.01					
0.06	102.69	102.69	102.69	102.70	102.70					
0.07	103.26	103.26	103.27	103.27	103.27					
0.08	103.75	103.75	103.75	103.76	103.76					
0.09	104.17	104.17	104.18	104.18	104.18					
0.1	104.54	104.54	104.55	104.55	104.55					
0.11	104.86	104.87	104.87	104.88	104.88					
0.12	105.15	105.16	105.17	105.17	105.18					
0.13	105.41	105.42	105.43	105.43	105.44	88.93	88.93	88.94	88.95	88.95
0.14	105.65	105.65	105.66	105.67	105.67					
0.15	105.85	105.86	105.87	105.88	105.88					
0.16	106.04	106.05	106.05	106.06	106.07					
0.17	106.20	106.21	106.22	106.23	106.24					
0.18	106.34	106.35	106.36	106.37	106.38					
0.19	106.46	106.47	106.48	106.50	106.51					
0.2	106.55	106.57	106.58	106.60	106.61					
0.21	106.61	106.63	106.66	106.68	106.69					
<b>0.22</b>	<b>106.64</b>	<b>106.67</b>	<b>106.70</b>	106.72	106.75					
<b>0.23</b>	106.60	106.65	106.69	<b>106.73</b>	<b>106.76</b>					
0.24	106.45	106.53	106.60	106.66	106.71					
0.25	105.77	106.11	106.30	106.44	106.54					
<b>MAX =</b>	<b>106.64</b>	<b>106.67</b>	<b>106.70</b>	<b>106.73</b>	<b>106.76</b>	88.93	88.93	88.94	88.95	88.95

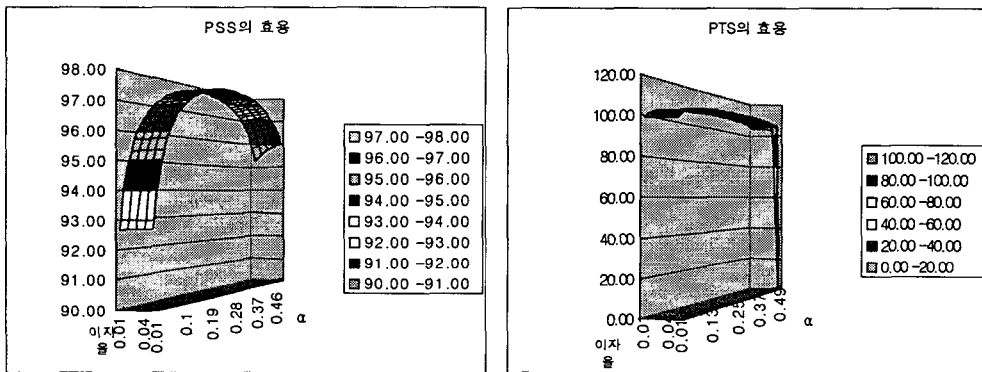
<표 3> MBS 구조와 효용 : PSS와 PTP

$\alpha =$	(PSS) $i =$					(PTS) $i =$				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.01	92.69	92.70	92.70	92.71	92.71	98.81	98.81	98.82	98.83	98.83
0.02	94.04	94.04	94.05	94.05	94.05	100.85	100.85	100.86	100.87	100.88
0.03	94.80	94.81	94.81	94.82	94.82	102.03	102.03	102.04	102.05	102.05
0.04	95.33	95.34	95.34	95.35	95.35	102.85	102.86	102.87	102.87	102.88
0.05	95.73	95.74	95.74	95.75	95.75	103.48	103.49	103.50	103.50	103.51
0.06	96.05	96.05	96.06	96.06	96.07	103.99	103.99	104.00	104.01	104.02
0.07	96.31	96.31	96.32	96.33	96.33	104.41	104.42	104.42	104.43	104.44
0.08	96.53	96.53	96.54	96.54	96.55	104.77	104.77	104.78	104.79	104.80
0.09	96.71	96.72	96.72	96.73	96.74	105.08	105.08	105.09	105.10	105.11
0.1	96.87	96.88	96.89	96.89	96.90	105.35	105.36	105.37	105.37	105.38
0.11	97.01	97.02	97.02	97.03	97.04	105.59	105.60	105.61	105.62	105.62
0.12	97.13	97.14	97.15	97.15	97.16	105.80	105.81	105.82	105.83	105.84
0.13	97.24	97.25	97.25	97.26	97.27	106.00	106.01	106.02	106.03	106.03
0.14	97.33	97.34	97.35	97.35	97.36	106.17	106.18	106.19	106.20	106.21
0.15	97.41	97.42	97.43	97.44	97.44	106.33	106.34	106.35	106.36	106.37
0.16	97.49	97.49	97.50	97.51	97.52	106.47	106.48	106.49	106.50	106.51
0.17	97.55	97.56	97.57	97.57	97.58	106.60	106.61	106.62	106.63	106.64
0.18	97.60	97.61	97.62	97.63	97.64	106.72	106.73	106.74	106.75	106.76
0.19	97.65	97.66	97.67	97.68	97.68	106.83	106.84	106.85	106.86	106.87
0.2	97.69	97.70	97.71	97.72	97.73	106.93	106.94	106.95	106.96	106.97
0.21	97.72	97.73	97.74	97.75	97.76	107.01	107.03	107.04	107.05	107.06
0.22	97.75	97.76	97.77	97.78	97.79	107.09	107.11	107.12	107.13	107.14
0.23	97.77	97.78	97.79	97.80	97.81	107.16	107.18	107.19	107.20	107.21
0.24	97.79	97.80	97.81	97.82	97.83	107.23	107.24	107.25	107.27	107.28
0.25	97.80	97.81	97.82	97.83	97.84	107.28	107.30	107.31	107.32	107.34
0.26	97.80	97.81	97.83	97.84	97.85	107.33	107.35	107.36	107.37	107.39
0.27	97.80	97.81	97.83	97.84	97.85	107.38	107.39	107.40	107.42	107.43
0.28	97.79	97.81	97.82	97.84	97.85	107.41	107.43	107.44	107.46	107.47
0.29	97.78	97.80	97.81	97.83	97.84	107.44	107.45	107.47	107.49	107.50
0.3	97.77	97.78	97.80	97.81	97.83	107.46	107.48	107.49	107.51	107.52
0.31	97.75	97.76	97.78	97.80	97.81	107.47	107.49	107.51	107.52	107.54
0.32	97.72	97.74	97.76	97.77	97.79	107.48	107.50	107.52	107.53	107.55
0.33	97.69	97.71	97.73	97.74	97.76	107.48	107.50	107.52	107.54	107.55
0.34	97.65	97.67	97.69	97.71	97.73	107.47	107.49	107.51	107.53	107.55
0.35	97.60	97.63	97.65	97.67	97.69	107.45	107.48	107.50	107.52	107.54
0.36	97.55	97.58	97.60	97.62	97.65	107.43	107.45	107.47	107.49	107.51
0.37	97.49	97.52	97.55	97.57	97.59	107.39	107.42	107.44	107.46	107.48
0.38	97.43	97.46	97.49	97.51	97.54	107.35	107.37	107.40	107.42	107.44
0.39	97.35	97.39	97.42	97.45	97.47	107.29	107.32	107.34	107.37	107.39
0.4	97.27	97.30	97.34	97.37	97.40	107.21	107.25	107.28	107.30	107.33
0.41	97.17	97.21	97.25	97.29	97.32	107.12	107.16	107.19	107.22	107.25
0.42	97.06	97.11	97.15	97.19	97.23	107.02	107.05	107.09	107.12	107.15
0.43	96.93	96.99	97.04	97.08	97.12	106.88	106.93	106.97	107.00	107.03
0.44	96.79	96.85	96.91	96.96	97.01	106.72	106.77	106.81	106.85	106.88
0.45	96.61	96.69	96.76	96.82	96.87	106.51	106.57	106.62	106.66	106.70
0.46	96.40	96.50	96.58	96.65	96.72	106.25	106.32	106.38	106.42	106.46
0.47	96.14	96.26	96.37	96.46	96.54	105.90	105.98	106.05	106.09	106.12
0.48	95.79	95.96	96.10	96.22	96.32	105.39	105.49	105.56	105.58	105.57
0.49	95.26	95.53	95.74	95.91	96.04	104.51	104.59	104.49	103.69	-
MAX =	97.80	97.81	97.83	97.84	97.85	107.48	107.50	107.52	107.54	107.55

(그래프 1) MBS 구조와 효용: PPS



(그래프 2) MBS 구조와 효용 : PSS와 PTS



이제 위의 표와 그래프에서 발견된 결과를 직관적 및 분석적으로 고찰해 보자.

i) 자동이체증권의 효용은 그 어느 CMO의 효용보다도 작다

자동이체증권과 CMO에 유입되는 총 현금흐름은 동일하나 이를 분배하는 구조설계 (security design)의 상이함으로 인해 이러한 차별적 결과가 도출된다. 위험회피적 투자자들이 진실로 회피하는 것은 위험 혹은 불확실성이기 때문에, 위험이 애매하게 혼재된 자동이체증권의 트랜치를 여럿 보유할 때보다 무위험 트랜치와 위험 트랜치로 분리된 CMO를 보유할 때 전체 효용이 증대된다. 왜냐하면 이렇게 위험이 재분배될 때 무위험 트랜치로 인한 효용의 증대가 위험 트랜치로 인한 효용의 감소보다 커지도록 발행구조를 설정할 수 있기 때문이다. 즉 “불확실성의 효율적 할당”으로 인해 새로운 효용이 창출될 수 있다. 비유하자면, 금융기관이나 기업의 구조조정(financial restructuring)이 종종 주가 상승으로 이어지는 이유도 유사한 맥락에서 설명될 수 있다. 기업 내의 위험

자산(non-performing loan 등) 혹은 위험 사업으로 인해 기업 전체에 대한 불확실성이 존재할 때, 아예 이러한 자산 혹은 사업을 모아서 처분하고 비교적 안전한 자산 등으로 재편성하는 경우에는, 위험 자산 처분에 손실이 발생하더라도, 불확실성의 제거로 인해 가격 위험(price risk), 정보 위험(information risk) 등이 감소되어 기업 외부의 위험회피적 투자자들에 있어 그 가치가 크게 높아지기 때문이라고 할 수 있다. 한편 기술적으로는(technically) 자동이체증권의 효용은  $\frac{9}{2}C$ 를 포함하는 반면 CMO의 효용은  $\frac{10}{2}C$  이상을 포함하기 때문에 전자보다 후자가 크다. 이처럼 CMO들이 자동이체증권보다 C항을 더 많이 포함하는 이유는 PAC 트랜치의 존재로 인해 어떤 상태(state)에도 항상  $\alpha C$ 를 할당하므로 결과적으로 투자자들의 효용 함수에 더 많은 C가 (=αC) 포함되기 때문이다.

## ii) CMO 중 PTS의 효용이 가장 크다

본 연구에서 다루는 세 가지 CMO는 PTS, PPS 및 PSS이다. 그런데 (표 2), (표 3)를 살펴보면 효용의 크기는  $PTS > PPS > PSS$ 이며 이 관계는 완벽하게 성립한다. 즉  $i$ 가 주어졌을 때  $\alpha^*$ 에 의한 최대 효용에 대해 성립할 뿐 아니라, 주어진 각  $(i, \alpha)$  조합에 대해서도 성립한다. 이러한 순차 관계가 성립하는 이유는, ① PTS가 자동이체증권과 가장 차별적인 구조이고 ② 동시에 절충적인 발행구조를 지향하기 때문이다. 자동이체증권을 CMO의 시각에서 보면 SSS CMO 즉 Support 트랜치 3개로 구성된 CMO라 할 수 있다(이는 SSS CMO의 각 트랜치에의 현금흐름을 <표 1>에서와 같이 분석해보면 쉽게 알 수 있다). 이 관점에서 보면 세 CMO 중 자동이체증권과 가장 유사한 구조를 가진 것은 Support 트랜치를 2개 보유한 PSS이며 가장 상이한 구조를 가진 것은 Support 트랜치를 하나만 보유한 PTS와 PPS이다. i)에서 설명되었듯 자동이체증권의 효용이 가장 작기 때문에, 이 증권과 가장 유사한 PSS의 효용은 상대적으로 작다. 한편 PTS가 PPS보다 더 큰 효용을 창출하는 이유는 PPS의 경우 두 개의 PAC 트랜치 모두에 C의 현금흐름을 할당하는 과정에서 Support 트랜치의 희생이 지나치게 크기 때문이다. 반면 PTS에서는  $i_H$ 의 경우 Support와 TAC은 동등한 트랜치가 되므로 PAC에 현금흐름을 우선 할당한 후 잔여 현금을 Support와 TAC이 1기, 2기에 동등히 분배한다. 그러므로  $i_H$ 가 실현되면 Support 트랜치의 희생과 위험이 PPS에서만큼 크지는 않다. 여기서 새로이 추론할 수 있는 것은, 애초 자동이체증권에서 CMO로 진화되는 과정에서는 위험의 집중과 제거가 전체적인 효용 증대를 가져왔지만, 일단 CMO 구

조로 전환된 이후 CMO들간의 비교에 있어서는 지속적인(극단적인) 위험의 집중과 제거가 항상 효용을 증대하지는 않고 어느 임계점(critical point)이 존재하는 것으로 보인다는 것이다. 즉 애초 무위험 증권과 위험 증권으로 분리하는 과정에서는 위험을 제거한 무위험 증권이 창출하는 효용이 매우 커서 위험이 집중된 위험 증권을 보유하는 역효용(disutility)을 상쇄하고도 남았지만, 위험의 집중·제거가 특정 임계 수준을 초과하면 무위험 증권을 창출하기 위하여 추가적인 위험을 감수해야 하는 위험 증권의 역효용이 더 커질(prevaling) 수 있다는 것이다. PPS의 경우 무위험 증권인 PAC 트랜치를 2개 발행하기 위하여 Support 트랜치가 감수하는 위험이 지나치게 커지면서 이로 인한 역효용이 PAC 트랜치의 추가 발행으로 인한 순효용을 지배하게 된다. 반면 PTS의 경우 TAC 트랜치가 어느 정도 위험을 부담함으로써 TAC 트랜치 발행으로 인한 순효용이 역효용을 지배하고 있다.

이 결과는 실무적인 함의(implication)를 가지고 있다. MBS나 ABS를 발행할 때 선순위 무위험 증권과 후순위 위험 증권의 두 계층으로만 설계하여 발행하는 것보다 중순위 증권(mezzanine class)을 포함한 보다 다양한 계층으로 이루어진 구조설계가 투자자의 효용과 욕구를 충족시킬 수 있다는 것이다. 현실적으로도 CMO에는 다양한 계층의 증권이 존재하는데, 각 계층의 증권들에 분배되는 현금흐름과 위험 수준이 모두 조금씩 다르다. 단축 위험에 크게 노출된 계층, 연장 위험에 크게 노출된 계층, 단축 및 연장 위험에 모두 크게 노출된 계층, 두 위험에 거의 노출되지 않은 계층 등 조기상환 위험에 노출된 정도와 양상이 다양한 증권들로 통상 CMO는 이루어지는데, 중순위 증권을 포함하는 PTS가 PPS보다 선호되는 본 연구 결과는 이러한 현실에 일정한 시사점을 제공한다.

iii) 효용을 최대화하는 최적 구조  $\alpha^*$ 가 내부해(interior solution)로 존재한다

각 CMO에 있어 최적 구조설계  $\alpha^*$ 는 의 상한이나 하한(혹은 이에 매우 가까운 값)이 아닌 내부의 값으로 결정된다. (물론 본 연구는 “closed-form solution”이 아닌 수치적 분석이므로  $\alpha^*$ 의 명확한 형태는 알 수 없지만, 본 연구의 결과를 기반으로 추정해 볼 때 내부해의 존재가 거의 확실시된다는 의미이며, 이는 또 직관적 추론과도 일치한다)  $\alpha^*$ 가 “corner solution”이 아닌 내부해로 존재한다는 것은 극단적인 발행구조보다 절충적인 구조가 투자자에게 더 큰 효용을 창출한다는 의미이다. 이는 PTS가 PPS보다 선호된다는 사실과는 별개 문제로, 동일한 PTS에 있어서도  $\alpha^*$  값(= 0.32 혹은 0.33)이  $0 < \alpha < 0.5$ 의 범위 중 0.5에 가장 가까운 값으로 결정되지 않은 사실을 말한다. 만일  $\alpha^*$

가 “corner solution”으로 존재한다면 투자자의 효용을 극대화하는 즉 발행가격을 최대한 높일 수 있는 MBS 발행구조를 발견하는 것은 간단한 일이 될 것이다. 예로서 무위험 증권에의 현금흐름을 설계할 때에는 단순히 미래 가능한 현금흐름 중 최소 현금흐름을 추정한 후( $i_H$  실현시의 현금흐름) 이 현금흐름의 100%를 보장하는 안전 증권을 발행하면 된다. 즉 모기지풀에 유입되는 현금흐름의 추정만으로 가장 효과적인 MBS 발행이 가능하다. 그러나  $\alpha^*$ 가 내부해로 존재하는 경우에는, MBS 최적 구조의 설계는 투자자의 효용에 대한 면밀한 고찰 즉 투자자들이 언제 효용이 증대되고 감소하는가에 대한 연구가 필요하다. 다시 말하면 투자자 “효용 함수”에 대한 체계적인 추정이 필요하다. 이를 현실에 적용하면, 투자자의 효용 함수의 형태를 선형적으로(a priori) 알 수는 없는 MBS 발행기관들은 과거 데이터, 기존의 경험·노하우, 시장 조사, 설문 조사 등을 통하여 투자자들이 선호할(효용함수를 극대화하는) MBS 유형을 가능한 한 파악하고 이를 반영한 MBS를 출시할 때 성공적인 MBS 발행이 가능하다는 것이다. 물론 여기서 성공적인 발행이란 보다 많은 투자자들이 보다 높은 가격으로 이 MBS를 구매하려고 한다는 의미이다. 왜냐하면 이렇게 설계되어 발행되는 MBS는 다른 구조의 MBS보다 더 높은 효용과 만족을 제공하기 때문이다.

## V. 결 론

본 연구에서는 자동이체증권과 세 가지 CMO를 대상으로 MBS 발행구조와 가치평가를 이론적인 모형으로 고찰하였다. 모기지의 조기상환 위험 중 단축 위험과 연장 위험을 모두 모형에 반영하였고, MBS 시장에 다양한 유형의 CMO가 존재하는 사실을 반영하기 위해 세 유형의 CMO를 설정하였고 특히 TAC과 같은 중순위 트랜치를 포함하였다. 연구 결과 i) 자동이체증권의 효용이 가장 작고 ii) PAC-TAC-Support 트랜치로 구성된 CMO의 효용이 가장 크며, iii) 주어진 유형의 CMO에 있어 투자자 효용을 최대화하는 최적 구조설계가 존재함을 발견하였다. 이러한 결과의 현실적 함의로 단순한 선순위-후순위채 구조보다 보다 다양한 위험 수준이 포함된 선순위-중순위-후순위채 구조가 선호될 수 있으며, 보다 많은 투자자들이 보다 높은 가격으로 MBS를 구매하도록 하기 위해서는 투자자 효용에 대한 체계적 연구가 필요하다는 것을 알 수 있었다.

국외의 모기지 혹은 MBS에 대한 기존 연구는 균형적이라고 할 수 없다. 예로서 시장(market)에 관한 한 미국 시장에 대한 연구가 압도적으로 많고, 연구의 종류로는 실

증 연구가 지배적이다. 본 연구의 의의는 기존 연구에서 다루지 못한, 그러나 현실적인 함의가 있는 MBS 발행 구조와 가치평가를 다루었다는 점에서 찾아 볼 수 있다. 한편 국내의 MBS 연구는 아직 일천하며 국내 MBS 시장이 최근에 형성되었다는 점에서 신뢰성 높은 실증 연구를 위한 자료의 축적이 현재 충분하다고는 하기 어렵다. 이런 점에서 본 연구는 비록 상대적으로 단순한 내용의 MBS 이론 연구이지만 국내외 MBS 연구에 일정 부분 기여하는 바가 있다고 생각된다.

희소한 주제의 새로운 연구인 만큼 특히 이론 연구인 만큼 본 연구의 한계도 많다. 이론 연구로서 현실을 보다 적확(的確)하게 설명하고 보다 풍부한 함의를 제공하기 위해서는 본 연구에서 설정한 모형을 지속적으로 개량·개선하여야 할 것이다. 예로서 중순위채의 현금흐름 구조를 선순위채의 그것과 완전히 독립적으로 설계할 수 있도록 ( $\alpha$ 와 연계되지 않는) 새로운 변수의 함수로 설정하여 연구해 보는 것도 의미있을 것이다. 이러한 주제를 포함한 다양한 주제의 이론 연구에 대해서는 향후의 보다 발전된 연구를 기대한다.



## 참 고 문 헌

- 유진, “MBS의 발행 구조와 가치 평가 및 투자자 특성에 관한 연구”, 재무관리연구, 22(1), 2005, 147-179.
- 이한재, 김규영, 노병인, “MBS 조기상환함수의 추정에 관한 연구”, 산업경제연구, 14(3), 2001, 211-23.
- Archer, Wayne R., and David C. Ling, “The Effect of Alternative Interest Rate Processes on the Value of Mortgage-Backed Securities,” *Journal of Housing Research* 6(2), (1995), 285-314.
- Batlin, Carl A., “Hedging Mortgage-Backed Securities with Treasury Bond Futures,” *Journal of Futures Markets*, 7(6), (1987), 675-693.
- Benveniste, Lawrence M., and Allen N. Berger, Securitization with recourse, *Journal of Banking and Finance*, 11, (1987), 103-424.
- Boot, Arnoud W. A, and Anjan V. Thakor, Security Design, *Journal of Finance* 48, (1993), 1349-1378.
- Boudoukh Jacob, Matthew Richardson, and Richard Stanton, “Pricing Mortgage-Backed Securities in a Multifactor Interest Rate Environment : A Multivariate Density Estimation Approach,” *Review of Financial Studies*, 10(2), (1997), 405-446.
- Chen, Ren-Raw, and T.L. Tyler Yang, “The Relevance of Interest Rate Processes in Pricing Mortgage-Backed Securities,” *Journal of Housing Research*, 6(2), (1995), 315-332.
- Chen, Ren-Raw, Brian A. Maris, and Tyler T. Yang, “Valuing Fixed-Income Options and Mortgage-Backed Securities with Alternative Term Structure Models,” *Journal of Business Finance Accounting*, 26(1), (1999), 33-55.
- Demarzo, Peter, and Darrell Duffie, A liquidity-based model of security design, *Econometrica*, 67(1), (1999), 65-99.
- Fabozzi, Frank J., *The Handbook of Mortgage-Backed Securities(5th ed.)*, New York : McGraw-Hill, 2001.
- Garmaise, Mark, Rational beliefs and security design, *Review of Financial Studies*, 14(4), (2001), 1183-1213.
- Glaeser, Edward L., and Hedi D. Kallal, “Thin Markets, Asymmetric Information,

- and Mortgage-Backed Securities,” *Journal of Financial Intermediation*, 6(1), (1997), 64-86.
- Greenbaum, Stuart I., and Anjan V. Thakor,, Bank funding models : securitization versus deposits, *Journal of Banking and Finance*, 11(3), (1987), 379-401.
- Koutmos, Gregory, and Andreas Pericli, “Are Multiple-Hedging Instruments Better Than One? : The Case of Fixed-Rate Mortgage-Backed Securities,” *Journal of Portfolio Management*, 26(2), (2000), 63-70
- Koutmos, Gregory, and Andreas Pericli, “Hedging GNMA Mortgage-Backed Securities with T-Note Futures-Dynamic Versus Static Hedging,” *Real Estate Economics*, 27(2), (1999), 335-363.
- Maxam, Clark L. and Michael Lacour-Little, “Applied Nonparametric Regression Techniques : Estimating Prepayments on Fixed-Rate Mortgage-Backed Securities,” *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 23(2), (2001), 139-160.
- Riddiough, Timothy J., Optimal design and governance of asset-backed securities, *Journal of Financial Intermediation*, 6, (1997), 121-152.

THE KOREAN JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT  
Volume 23, Number 1, June 2006

# A Study on the Values of MBS of Various Security Designs

Jin Yoo\*

〈abstract〉

I examine the relationship between values and security designs of MBS(mortgage-backed securities), using four different types of them. To this end I consider a pass-through and three different kinds of CMOs(collateralized mortgage obligations). It turns out that the pass-through has the lowest value and that, among CMOs, that of a senior-mezzanine-subordinate design has the highest value. This implies that CMOs of a simple and extreme design, like that of a senior-subordinate design, are not likely to be the best CMOs for risk averse buyers. Another critical finding is that the optimal security design of CMOs or MBS does exist in the form of an interior solution. This indicates that MBS issuers could charge higher prices of MBS given their underlying mortgages by tailoring MBS security designs to the needs or utilities of MBS buyers, usually by removing and combining risks of component tranches of MBS. Accordingly a thorough study of realistic utility functions of MBA buyers could enhance the values or prices of MBS to be issued.

Keywords : Mortgage-backed securities, Prepayment, Pass-through, Collateralized mortgage obligations,  
Planned amortization class

---

\* Professor of Finance, College of Management and Economics, Chungnam National University