

Fill Rate 제약이 존재하는 2단계 분배형 시스템에서의 분배 계획

권익현* · 김성식** · 김창욱***

Distribution Planning for a Two-Echelon Distribution System under Fill Rate Constraints

Ick-Hyun Kwon* · Sung-Shick Kim** · Chang Ouk Kim***

■ Abstract ■

This paper considers a periodic review, two-echelon inventory system with one central warehouse and several retailers facing normally distributed demand. The goal is to attain target fill rates, while the systemwide total holding costs are minimized. An important aspect of this problem is material rationing in the case of shortages. If a central warehouse has insufficient inventory to deliver all replenishment orders to retailers, all order quantities are should be adjusted according to some rationing rule. A simple but efficient rationing rule is proposed and compared with the Balanced Stock (BS) rationing as introduced by Heijden which is known to be the best rationing policy in the literature. Numerical results show that the proposed rationing rule is more cost effective than BS rationing, especially for the differences in holding costs between retailers are large.

Keyword : Distribution Inventory System, Periodic Review, Normally Distributed Demand, Fill Rate, Rationing Rule

논문접수일 : 2006년 4월 12일 논문게재확정일 : 2006년 11월 23일

* 고려대학교 정보통신기술연구소

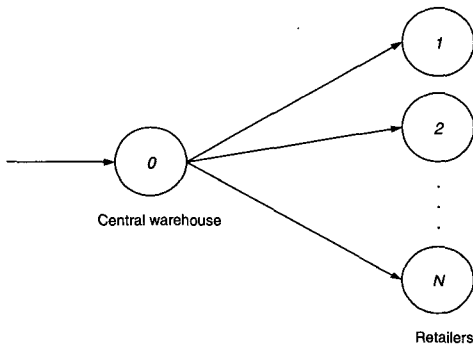
** 고려대학교 정보경영공학부

*** 연세대학교 정보산업공학과

† 교신저자

1. 서론

본 논문의 연구 대상이 되는 2단계 분배형 시스템은 [그림 1]에서 나타난 바와 같다. 즉, 상위 노드인 노드 0은 중앙 창고(central warehouse)로서 외부의 무한 용량을 갖는 공급자(supplier)로부터 제품을 공급 받아 하위 노드로 분배한다. N 개의 노드로 구성된 하위 노드는 소매점(retailer)으로서 고객의 직접적인 수요가 발생하는 노드이다. 하위 노드에서만 발생하는 수요는 안정적인(stationary) 정규분포(normal distribution)를 따르며, 매 기간 독립적으로 발생하는 것으로 가정한다.



[그림 1] 2단계 분배형 시스템

각 노드의 주문량 결정은 주기적 재고조사(periodic review), 계층재고(echelon stock)에 기반 하는 order-up-to 정책에 따라서 이루어진다. 즉 상위 노드는 매 기간 마다 주문을 통해 재고를 보충하여 계층재고 상태(echelon inventory position)를 항상 s_j 로 유지한다. 주문한 물량은 L_0 기간 후에 도착하며, 이러한 물량이 도착하게 되면 상위 노드의 보유 재고는 즉시 하위 노드로 분배된다. 분배 계획 수립 시 분배형 시스템에서는 시리얼(serial) 시스템에서와 달리 상위 노드의 재고 부족시 발생하는 배분(rationing) 문제가 추가적으로 존재한다. 즉, 상위 노드의 보유 재고가 하위 노드의 재고 상태를 자신의 기초재고 수준(echelon inventory level)으로 유지시킬 만큼 충분하다면 문제가 발생하지 않지만,

반대의 경우 어떠한 효과적인 조정 방법을 사용하여 상위 노드의 보유 재고를 하위 노드에 분배해야 하는지를 고려하여야 한다. de Kok[19]은 이를 해결하기 위한 방안으로 배분 비율(allocation fraction)이라는 개념을 도입하였다. 이와 같이 분배형 시스템에서 상위 노드의 재고 부족시 발생하는 배분 문제를 해결하기 위해 필요한 배분 규칙(rationing rule)과 배분 비율에 대한 보다 자세한 설명은 다음의 2.1절에서 다루기로 한다.

본 연구에서의 목적함수는 무한기간(infinite horizon) 동안 전체 시스템에서 발생하는 평균 재고유지 비용의 합을 최소화하는 것이며, 제약조건은 모든 하위 노드의 실제 fill rate를 목표로 하는 fill rate 이상으로 유지하도록 하는 것이다. 여기서 fill rate란 발생한 수요 중에서 해당 노드가 가지고 있는 재고로써 즉시 충족 가능한 양의 비율을 나타내는 것으로, 서비스 수준을 표현하는 방법으로 일반적으로 많이 사용되어 지고 있다[18]. 이러한 목적을 달성하기 위해 결정되어야 하는 통제 모수(control parameter)는 전체 노드의 order-to-to 수준 s_j ($j=0, \dots, N$)와 배분 규칙에 의해 결정되는 각 하위 노드에 대한 배분 비율 p_j ($j=1, \dots, N$)이다.

또한 본 연구에서는 다음과 같은 추가적인 가정을 고려하기로 한다.

- 매 기간 주문을 통해 재고를 보충하므로 주문(ordering) 비용은 고려하지 않는다.
- 각 노드들은 서로 다른 조달시간을 가지며, 이러한 조달시간은 단위 재고조사 기간의 정수배의 형태로 확정적으로 주어진다.
- 보유 재고로 충족되지 않는 수요는 다음 기간으로 이월된다.
- 재고유지 비용은 하위 단계에 있는 노드가 상위 단계에 있는 노드보다 상대적으로 큰 값을 갖는다.
- Lot-sizing은 고려되지 않는다.
- 생산, 보관 및 수송에 대한 제약은 존재하지 않는다.

Clark and Scarf[4]의 초기 연구 이후로 재고유지

비용과 재고이월 비용의 합을 최소화하는 문제는 많이 다루어져 오고 있다. 분배형 시스템에 관한 대표적인 연구로 Eppen and Schrage[10]는 중앙 창고에서는 재고 보유가 허용되지 않으며 정규분포를 따르는 동일한 소매점으로 구성된 2단계 시스템에 대해 Clark and Scarf[4]의 접근 방법을 적용하였다. Federgruen and Zipkin[11, 12]은 Eppen and Schrage[10] 모델의 여러 제약을 완화하여 이를 확장하는 연구를 수행하였다. van Houtum et al.[17]은 이러한 비용 최적화 문제와 관련된 기존의 연구를 체계적으로 정리하여 발표하였으며, 비교적 최근에는 Diks and de Kok[7, 8]에 의해 다단계 분배형 네트워크에서 주기적 재고조사, 기초재고 정책(base-stock policy) 하에서의 비용 최적화를 위한 방안이 제안되었다.

이상에서 언급된 비용 최소화 문제와 비교하여 서비스 수준을 고려하는 연구는 상대적으로 드문 실정이다[2, 3]. 다단계 분배형 시스템에 관한 연구로 Diks et al.[6]은 설치재고(installation stock) 정책과 계층재고(echelon stock) 정책을 중심으로 하여 서비스 수준을 고려한 기존 연구들을 비교, 분석하여 발표하였다. 설치재고 정책에 관한 예로는 Deurmeyer and Schwarz[5]의 연구가 대표적이다. 그들은 Sherbrooke[22]의 METRIC 모델을 확장하여 포이송 분포를 따르는 2단계 분배형 시스템에서 fill rate를 만족하기 위한 재고 정책을 제안하였다. 다단계 분배형 시스템에서 계층재고 정책을 고려한 예로는 Eppen and Schrage[10]의 2단계 depotless 시스템(즉, 중앙 창고는 재고를 보유할 수 없으며, 도착하는 재고는 즉시, 하위 노드로 분배되는 시스템을 말한다.)에 관한 연구를 들 수 있다. 그들은 노드들의 재고부족 확률(stockout probability)을 동일하게 함으로써 비용 최적화를 이룰 수 있는 할당 규칙(allocation rule)을 소개하였으며, van Donselaar and Wijngaard[9]에 의해 depotless 제약이 완화된 모델로 확장되었다. de Kok[19]은 2단계 depotless 시스템에서 Eppen and Schrage[10]가 제안한 할당 규칙을 일반화하여 주어진 fill rate를 만족시키는

order-up-to 수준을 결정하는 방법에 관하여 연구하였다. 이러한 de Kok[19]의 연구는 Verrijdt and de Kok[25]과 Heijden[14]에 의해 개선되었으며, Verrijdt and de Kok[24]에 의해 N 단계 시스템으로 확장되었다. Heijden[16]은 서비스 수준만을 고려하였던 기존의 연구와 달리, 일반적인 다단계 분배형 시스템을 대상으로 주어진 fill rate 제약을 만족하는 근사적인 비용 최소화 방안을 제안하였다.

2. 본 론

2.1 배분 규칙과 불균형(imbalance)

지금까지 배분 규칙(rationing rule)을 다룬 다양한 연구들이 존재하며, Diks et al.[6]과 Lagodimos[21] 등은 이에 대한 연구를 체계적으로 정리하였다. 또한 Heijden et al.[15]에 의해 기존에 제안된 다양한 배분 규칙들에 대한 수치적인 비교 실험을 통해 Heijden[14]에 의해 제안된 Balanced Stock(이하 BS) 배분 규칙이 가장 효과적인 규칙인 것으로 결론을 내렸다. 이러한 BS 배분 규칙은 재고 분배시 발생하는 불균형(imbalance)을 최소화시킴으로써 주어진 fill rate를 가장 정확히 만족시키는 결과를 보였다. 불균형에 대한 보다 자세한 설명은 이어질 2.2절의 BS 배분 규칙에서 다루도록 한다.

비교적 최근의 연구로, Heijden[16]은 BS 배분 규칙을 사용하여 일반적인 다단계 분배형 시스템을 대상으로 주어진 fill rate 제약 하에서 재고 비용을 최소화하는 근사 최적해를 구하기 위한 order-up-to 정책을 제안하였으며 다양한 실험을 통해 제안된 알고리즘의 성능을 평가하였다. Heijden[16]의 연구는 본 장에서 고려하는 문제와 동일하므로, 본 연구에서 새로이 제안된 알고리즘의 객관적인 성능 평가를 위해 Heijden[16]의 BS 배분 규칙을 비교 대상으로 정하여 다양한 실험을 수행하기로 한다.

본 절에서는 2단계 분배형 시스템에 대해서 기존에 제안된 몇 가지 중요한 배분 규칙에 대해 살펴보고자 한다. 이에 앞서 이러한 배분 규칙을 설명하

기 위해 필요한 몇 가지 기호를 정의하면 다음과 같다.

• 기호 정의

L_j : 노드 j 의 조달시간, $j=0,1,2,\dots,N$

β_j : 노드 j 의 목표 서비스 수준(target service level), $j=1,2,\dots,N$

$D_j(L)$: 노드 j 의 L 기간 동안의 수요 분포,
 $j=1,2,\dots,N$

$D_0(L)$: 노드 0의 L 기간 동안의 계층(echelon) 수요 분포 ; $D_0(L) = \sum_{j=1}^N D_j(L)$

S_j : 노드 j 의 계층 기초재고 수준, $j=1,2,\dots,N$

μ_j : 노드 j 의 단위 기간 당 수요의 평균,
 $j=1,2,\dots,N$

σ_j : 노드 j 의 단위 기간 당 수요의 표준편차,
 $j=1,2,\dots,N$

IP_j : 재고 분배 후 노드 j 의 재고 상태(inventory position), $j=1,2,\dots,N$

p_j : 노드 j 의 배분 비율(rationing fraction),

$$\sum_{j=1}^N p_j = 1$$

Δ : $S_0 - \sum_{j=1}^N S_j$

Δ 는 노드 0에 존재하는 보유 재고의 최대값을 나타내며, Δ 의 크기에 따라 중앙 창고의 운용 방법이 달라짐에 주목할 필요가 있다. 만약 $\Delta \leq 0$ 이면, 중앙 창고는 임의의 기간에 대해 어떠한 재고도 보유하지 않는 depotless 시스템이 된다. 즉, 중앙 창고는 단지 조정자(coordinator)의 역할만을 하게 되며, 도착하는 물량은 즉시 하위 노드들로 분배된다. 만약 $\Delta = \infty$ 이면, 주어진 분배형 시스템은 N 개의 독립된 단일 노드 시스템으로 분할된다.

2단계 분배형 시스템에서, 주문한 직후 임의의 $t-L_0$ 시점에서 중앙 창고의 계층재고 상태(echelon inventory position)는 항상 S_0 를 유지한다. 이는 노드 0(이하 중앙 창고)이 외부의 무한 용량을 갖는 공급자에게 제품을 주문하므로 필요한 물량을 적시

에 공급받을 수 있기 때문이다. $t-L_0$ 시점에 주문한 물량은 t 시점에 도착하게 되고, 이 주문이 도착한 직후이면서 하위 노드에 대한 배분이 이루어지기 이전 시점의 중앙 창고의 계층재고(echelon stock), 즉 중앙 창고의 보유 재고와 소매점(이하 하위 노드)들의 재고 상태(inventory position)의 합은 $S_0 - D_0(L_0)$ 로 나타낼 수 있다. 중앙 창고에서 하위 노드로 재고를 분배할 때, 다음의 두 가지 가능성이 존재한다.

① 중앙 창고의 계층재고가 하위 노드들의 계층 기초재고 수준의 합과 같거나 큰 경우 ; 즉 $S_0 - D_0(L_0) \geq \sum_{j=1}^N S_j$ 일 경우 모든 하위 노드들은 자신의 재고 상태를 각각의 S_j 까지 정확히 채울 수 있게 되며, 남은 재고량은 중앙 창고에 보관된다.

$$\text{If } \Delta \geq D_0(L_0) \rightarrow IP_j = S_j, \quad j=1,2,\dots,N \quad (1)$$

② 중앙 창고의 계층재고가 하위 노드들의 계층 기초재고 수준의 합보다 작은 경우 ; 즉 $S_0 - D_0(L_0) < \sum_{j=1}^N S_j$ 일 경우 중앙 창고의 모든 계층재고는 특정한 배분 정책에 의해서 하위 노드들에게 분배되게 된다.

$$\text{If } \Delta < D_0(L_0) \rightarrow$$

$$IP_j = S_j - p_j \left(\sum_{k=1}^N S_k - (S_0 - D_0(L_0)) \right), \quad j=1,2,\dots,N \quad (2)$$

위의 식 (1)과 식 (2)를 통해 하위 노드 j 의 재고 상태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$IP_j = S_j - p_j (D_0(L_0) - \Delta)^+, \quad j=1,2,\dots,N$$

2.2 Balanced Stock(BS) 배분

본 절에서는 본 논문에서 새롭게 제안하는 알고리즘과의 비교 대상이 되는 Heijden[16]에 의해 제안된 BS 배분 규칙에 대해 자세히 살펴보도록 한다. 이에 앞서 본 연구의 대상인 분배형 시스템에서

고려해야 하는 불균형(imbalance) 현상에 대해 설명한다. Eppen and Schrage[10]은 그들에 의해 제안된 FS(fair share) 배분 정책을 통해 모든 하위 노드들이 동일한 재고 부족 확률을 갖는 균형 상태(balanced position)를 만족시키고자 하였다. 그들은 균형 상태가 이루어지지 않는 현상을 불균형이라고 정의하였다.

Verrijdt and de Kok[23]은 이러한 불균형의 정의를 보다 일반화하여 최소한 하나 이상의 하위 노드에서 재고 배분 후의 재고 상태(inventory position)가 재고 배분 전보다 낮게 나타나는 현상을 불균형으로 정의하였다. 그러므로 불균형이 발생하였을 경우 0보다 작은 양의 물량이 해당 노드에 할당되게 되며, 수요의 평균에 대한 표준편차의 비율이 상대적으로 클수록 이러한 현상은 보다 빈번하게 나타나게 된다. 실제 현실에서 불균형의 의미는 이전 기간에 할당되었던 물량이 회수되어 다른 노드에 재할당되는 것을 나타내며, 이는 실질적으로 거의 불가능하다. Verrijdt and de Kok[24]은 이를 해결하기 위해 할당되는 재고량은 항상 비음수 조건을 만족시킴으로써 불균형이 발생하지 않는다는 균형 가정(balance assumption)을 제안하였다. 실제로 여러 연구에서 균형 가정을 사용하고 있으며, 이러한 가정의 타당성 또한 이미 입증된 바 있다[6]. 본 연구에서도 기존 연구와 마찬가지로 불균형은 발생하지 않는다고 가정한다. 불균형에 대한 보다 자세한 설명은 Verrijdt and de Kok[24, 25]과 Zipkin[26]의 논문에 언급되어 있다.

Heijden[14]에 의해 제안된 BS 배분 규칙에서는 불균형을 가능한 최소화할 수 있도록 하는 배분 비율을 사용한다. Heijden[14]은 노드 j 에서의 불균형의 양을 다음과 같이 표현하였다. 여기서 q_j 는 노드 j 에 할당되는 재고량을 나타낸다.

$$\Omega_j = (-q_j)^+, \text{ for } j=1, 2, \dots, N$$

Heijden[14]은 Ω_j 을 정량적으로 나타내기 위해 지난 기간의 노드 j 에서는 재고 불균형이 발생하지 않았다는 가정 하에서 근사적인 기법을 통해 $E[\Omega_j]$

을 표현하였다. 이러한 방법으로 구해진 $E[\sum_{k=1}^N \Omega_k]$ 을 최소화하는 배분 비율은 다음과 같다.

$$p_j = \frac{1}{2N} + \frac{\sigma_j^2}{2 \sum_{k=1}^N \sigma_k^2} \quad (3)$$

위의 식 (3)에서 알 수 있듯이 BS 배분 규칙에서의 배분 비율은 단순히 전체 하위 노드의 수와 각 하위 노드의 표준편차에 종속적임을 알 수 있다.

배분 비율이 결정되었다면 남아있는 문제는 이러한 배분 비율을 이용하여 어떻게 최소의 재고유지 비용으로 주어진 fill rate를 만족하는 각 노드별 order-up-to 수준 S_j 를 결정하는가 하는 것이다. BS 배분 규칙의 절차를 보다 자세히 살펴보기 위해 Heijden[16]의 논문에서 사용된 몇 가지 용어들을 정의하면 다음과 같다.

• 추가 기호

X_0 : $D_0(L_0)$, L_0 기간 동안 발생하는 시스템 전체의 수요

Y_0 : $(X_0 - \Delta)^+$

X_j : $D_j(L_j) + p_j Y_0$, $j=1, 2, \dots, N$

I_j : 노드 j 의 보유 재고(on-hand inventory),
 $j=0, 1, 2, \dots, N$

Heijden[16]은 먼저 주어진 Δ 에 대해서 fill rate를 만족하는 S_j 를 구하기 위한 절차(이하 Δ -시나리오)를 개발하고, 다음으로 비용 최소화를 위한 최적의 Δ 를 구하기 위한 최적화 방안을 함께 제안하였다. Δ -시나리오를 위해 사용되는 수식은 다음과 같으며, 이를 이용하는 Δ -시나리오의 절차를 아래에 나타내었다. 최적의 Δ 를 도출하는 방안은 Heijden[16]의 pp.170-171에 자세히 언급되어 있다.

$$1 - \frac{E[(X_j + D_j(1) - S_j)^+] - E[(X_j - S_j)^+]}{\mu_j} = \beta_j \quad (4)$$

식 (4)는 단일 노드에서의 Hadley and Whitin[13]의 fill rate 표현 방식을 분배형 시스템으로 확

장시킨 것으로 다양한 논문에서 사용되고 있다(e.g., [6, 26]). 근사적인 방법을 통해 X_0 와 Y_0 의 분포를 유도할 수 있으며 이분법(bisection method)을 사용하여 주어진 fill rate를 만족하는 S_j 를 계산할 수 있다[14].

Δ 의 정의에 의해 주어진 Δ 와 식 (4)로부터 하위 노드의 S_j 가 계산되어지면 상위 노드의 order-up-to 수준 S_0 은 아래의 식 (5)를 통해 구해지며, 하위 노드의 평균 재고와 중앙 창고의 평균 재고는 각각 식 (6)과 식 (7)을 통해 계산 가능하다.

$$S_0 = \Delta + \sum_{j=1}^N S_j \tag{5}$$

$$E[L_j] = E[(S_j - X_j - D_j(1))^+] \tag{6}$$

$$E[L_0] = E[(\Delta - X_0)^+] = \Delta - E[X_0] + E[Y_0] \tag{7}$$

• Δ -시나리오의 절차

Step 1 : 임의의 Δ 설정

Step 2 : 식 (3)으로부터 배분 비율 p_j 계산,

$$j = 1, 2, \dots, N$$

Step 3 : 식 (4)로부터 S_j 계산, $j = 1, 2, \dots, N$

Step 4 : 식 (5)로부터 S_0 계산

Step 5 : 식 (6)과 식 (7)을 이용하여 재고 비용 계산

2.3 휴리스틱 알고리즘

앞서 언급한 바와 같이 Heijden[16]에 의해 제안된 식 (3)의 배분 비율은 비교적 단순하기 때문에 쉽게 적용 가능하며, 불균형을 가능한 최소화할 수 있도록 고안되었으므로 실제 fill rate를 목표로 하는 fill rate에 근사시킬 수 있다는 장점이 있다. 그러나 배분 비율을 계산함에 있어서 각 노드별 목표로 하는 fill rate나 재고유지 비용을 고려하지 않음으로써, 하위 노드 간의 fill rate나 재고유지 비용의 편차가 큰 경우 효율적이지 못하다.

아래의 <표 1>은 4개의 하위 노드로 이루어진 2 단계 분배형 시스템을 대상으로 하여 Heijden[16]의 알고리즘을 적용한 결과를 보여준다. 각 하위 노드의 재고유지 비용이 서로 다르지만 모두 동일한 배분 비율을 갖게 되며, 이 결과 모든 하위 노드들의 order-up-to 수준 또한 동일하다. <표 1>의 마지막 줄에는 Heijden[16]의 알고리즘을 통해 계산된 통제 모수를 이용하여 시뮬레이션을 수행한 결과를 보여준다. 모든 하위 노드들의 배분 비율과 order-up-to 수준이 동일하므로 보유 재고의 평균 또한 동일함을 알 수 있다.

<표 1>의 결과에서 재고유지 비용이 상대적으로

<표 1> Heijden의 알고리즘을 적용한 결과의 예

		j				
		0.	1	2	3	4
모수 설정	L_j	1	1	1	1	1
	h_j	1	2	3	5	10
	μ_j	-	100	100	100	100
	σ_j	-	20	20	20	20
	β_j	-	0.95	0.95	0.95	0.95
통제 모수	p_j	-	0.25	0.25	0.25	0.25
	S_j	1281.84	221.46	221.46	221.46	221.46
시뮬레이션 결과	$E[L_j]$	14.05	21.95	21.95	21.95	21.95

주) $E[L_j]$: 노드 j의 평균 보유 재고(on-hand inventory)

큰 노드일수록 보유 재고의 평균을 작게 유지하는 것이 비용 최소화 측면에서 효과적인 것이다. 그러나 Heijden[16]의 알고리즘에 의한 배분 비율은 재고유지 비용의 차이를 반영하지 못하기 때문에 각 하위 노드의 order-up-to 수준도 마찬가지로의 결과를 보인다. 따라서 본 연구에서는 이러한 단점을 보완하는 통계 모수를 구하기 위한 절차를 고안하고자 한다.

Heijden[16]의 알고리즘에서는 먼저 식 (3)으로부터 배분 비율을 독립적으로 구한 후, 주어진 Δ 에 대해서 식 (4)를 이용하여 하위 노드들의 order-up-to S_j 를 최종적으로 구한다. 반면에 본 연구에서는 먼저 하위 노드에 대한 S_j 를 구한 후, 주어진 Δ 에 대해서 노드별 배분 비율을 구하는 절차를 따르도록 한다. 즉 S_j 는 독립적으로 계산되어 고정적으로 주어지는 값이며, p_j 가 최종적으로 구해지는 결정 변수가 된다. 여기서 주어진 Δ 와 S_j 에 대하여 p_j 의 함은 반드시 1이 되지 않으므로, 이러한 제약을 만족시키는 Δ 를 찾는 과정이 추가적으로 필요하다. 즉, 본 연구에서 다루는 문제는 다음과 같은 $N+1$ 개의 비선형 방정식(non-linear equation)과 $N+1$ 개의 변수로 구성된 시스템의 해를 구하는 것과 일치한다.

$$\beta(\Delta, p_j, S_j) = \beta_j, \quad j=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^N p_j = 1 \quad (9)$$

단, $\beta(\Delta, p_j, S_j)$ 는 식 (4)의 좌변과 동일하다.

이때 식 (8)을 만족하는 p_j 는 Δ 가 증가함에 따라 마찬가지로 증가한다는 것을 알 수 있다. 즉 Δ 의 정의에 의해 상대적으로 큰 값을 갖는 Δ 일수록 S_0 또한 크며, 식 (2)에서 알 수 있듯이 S_0 가 클수록 재고 부족시 발생하는 부족량의 평균인 $(\sum_{k=1}^N S_k - (S_0 - D_0)(L_0))$ 의 값이 작아지므로 동일한 재고 상태 IP_j 를 유지하기 위해 필요한 p_j 또한 큰 값을 갖게 된다. 이와 같은 Δ 와 p_j 의 상관관계에 의해, 간단한 이분법을 통해 Δ 를 조정하면서 식 (9)를 만족

하는 배분 비율을 쉽게 구할 수 있다.

이제 최종적으로 남아 있는 문제는 어떠한 S_j 를 하위 노드의 order-up-to 수준으로 사용하는가에 대한 것이다. 이를 위해 본 연구에서는 주어진 분배형 시스템을 N 개의 독립된 2단계 시리얼 시스템으로 분해한 후, 권익현, 김성식[1]에 의해 제안된 최적화 알고리즘을 사용하여 각 문제에 대한 해를 구한다. 그들은 먼저 효과적인 분석 방법을 통해 2단계 시리얼 시스템에서 만족해야 하는 fill rate 제약식의 범위를 한정시킨 다음, 기존의 단일 노드에서 정확한 fill rate를 계산하는 Sobel[23]의 연구 결과를 이용하여 각 노드에 대한 기초 재고 수준의 하한을 구하였다. 다음으로 fill rate 제약식을 만족하는 모든 기초 재고 수준에 대하여 주어진 비용함수가 볼록(convex)하다는 것을 보였고, 이러한 성질을 이용하여 최적해를 보장하는 각 노드별 기초 재고 수준을 수리적으로 구하는 절차를 제안하였다 (보다 자세한 내용은 권익현, 김성식[1]의 논문을 참고 바람).

여기서 구해진 하위 노드의 order-up-to 수준을 주어진 문제의 S_j 로 사용하기로 한다. 이러한 접근 방법은 비록 전체 시스템을 동시에 고려하지 못하는 한계가 있지만, 분해된 각각의 시리얼 시스템은 동일한 상위 노드 하에서 각 하위 노드마다의 fill rate나 재고유지 비용 등의 특성을 반영할 수 있으므로 효과적이다.

이상의 분석 결과를 바탕으로 하여 본 연구에서 제안하는 휴리스틱 알고리즘의 절차를 요약하면 다음과 같다.

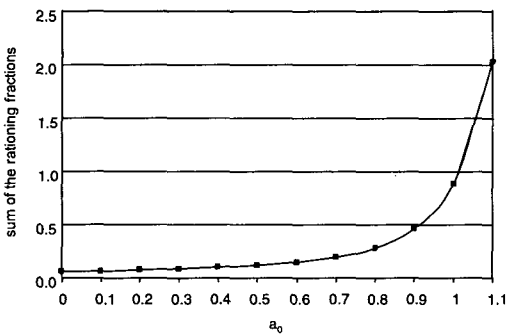
• 휴리스틱 알고리즘 절차

- Step 1 : 분배형 시스템을 N 개의 시리얼 시스템으로 분해
2단계 시리얼 시스템에 대한 최적화 절차 [1]를 이용하여 계산된 하위 노드의 order-up-to 수준을 분배형 시스템의 S_j 로 설정
- Step 2 : 임의의 Δ 설정
- Step 3 : 식 (8)로부터 모든 하위 노드들의 p_j 계산

Step 4 : If $\sum_{j=1}^N p_j > 1 + \epsilon$, Δ 를 감소시키고 Step 2로 이동
 Else if $\sum_{j=1}^N p_j < 1 - \epsilon$, Δ 를 증가시키고 Step 2로 이동
 Otherwise, 알고리즘 종료

이때 탐색의 효율성은 Step 2에서 어떠한 값을 초기의 Δ 로 사용하는가에 따라 달라진다. 식 (7)에서 알 수 있듯이 Δ 는 $E[X_0]$ 와 관련됨으로 $\Delta = a_0 E[X_0]$, $a_0 \geq 0$ 와 같이 표현하는 것이 편리하므로 본 연구에서는 a_0 를 변화시킴으로써 Δ 의 값을 조절하기로 한다. 즉 a_0 가 0에 가까운 값을 가질수록 중앙 창고의 보유 재고는 상대적으로 적어지게 되며, $a_0 = 0$ 인 경우 depotless 시스템이 된다. 반대로 a_0 가 1보다 큰 값을 취하도록 한다면, 중앙 창고는 많은 양의 보유 재고를 갖게 된다.

본 연구에서는 a_0 와 $\sum_{j=1}^N p_j$ 의 상관관계를 분석하기 위하여 다양한 선행 실험을 수행하였다. 한 예로써, [그림 2]는 2개의 하위 노드로 이루어진 2단계 분배형 시스템에서의 분석 결과를 보여준다. 이 예에서의 실험 조건은 $L_j = 1$, $j=0, 1, 2$ 이고 하위 노드는 $\mu_j = 100$, $\sigma_j = 20$, $\beta_j = 0.95$, $j=1, 2$ 인 동일한 평균과 표준편차, 목표 서비스 수준을 갖는다. 재고 유지 비용은 $h_0 = 1$, $h_1 = h_2 = 5$ 로 설정하였다.



[그림 2] a_0 와 $\sum_{j=1}^2 p_j$ 의 상관관계

[그림 2]에서 a_0 가 증가함에 따라 p_1 과 p_2 의 합 또한 마찬가지로 증가함을 알 수 있으며, 이를 통해 본 연구에서 제안하는 알고리즘의 타당성 또한 입증할 수 있다. 0에서부터 시작하는 초기의 a_0 에 대해서는 배분 비율의 합이 완만하게 증가하는 모습을 보였으나 a_0 가 1에 가까워질수록 p_j 의 합은 보다 급격히 증가하며 1에 가까운 값을 갖는다는 것을 알 수 있다. 또한 이러한 경향은 다른 여러 조건의 실험을 통해서도 일관되게 나타남을 확인하였다. 이와 같은 경향을 보이는 이유는 다음과 같이 분석할 수 있겠다. a_0 가 1에 근사한 값을 갖는다는 것은 $\Delta \approx E[X_0]$ 을 의미하며, 이는 X_0 의 정의에 의해 $S_0 \approx E[X_0] + \sum_{j=1}^N S_j$ 이 된다. 한편 제안된 알고리즘에서 사용되는 각 하위 노드의 order-up-to 수준 S_j 는 개별적으로 분해된 2단계 시리얼 시스템에서의 최적값을 사용하고 있기 때문에 분배형 시스템에 대해서도 비교적 정확한 값을 갖게 된다. 그러므로 상위 노드는 해당 노드의 조달시간 동안에 발생하는 전체 하위 노드의 수요량 만큼을 설치재고 (installation stock)로써 추가적으로 유지하게 되면 제약식 (9)에 근사하는 결과를 보이게 된다.

이와 같은 실험 결과를 토대로 하여, 제안된 알고리즘을 적용할 때 $a_0 = 1$ 부근의 값을 갖는 Δ 를 초기값으로 사용하여 탐색을 진행하는 것이 수행 시간의 측면에서 효과적이다.

3. 수행도 평가

본 절에서는 본 연구에서 제안된 알고리즘과 Heijden[16]에 의해 제안된 알고리즘의 성능을 비교, 평가하기 위해 다양한 실험 조건에서 시뮬레이션을 수행한 결과를 제시한다. 본 연구에서는 각 알고리즘을 적용하여 계산된 노드별 기초재고 수준과 배분 비율 하에서 fill rate와 각 노드의 평균 보유 재고 및 평균 재고 비용을 시뮬레이션을 통해 계산하였다. 한 시행의 시뮬레이션은 1,000,000시간 단위 동안 수행하였고, warm-up 기간으로 50시간 단

위를 사용하였다. 이와 같은 실험 환경은 de Kok and Fransoo[20]의 연구와 유사하게 설정하였다. 실험은 이러한 시행을 20회 씩 반복한 평균값을 사용하였다.

3.1 균형 가정

앞서 불균형(imbalance)이란 중앙 창고에서 하위 노드들로 재고를 분배할 때 최소한 하나 이상의 노드에 대해 0보다 작은 양의 분배량이 할당되는 현상이라고 정의하였다. 즉 균형 가정(balance assumption)이 위배되는 상황을 의미하는 것이다. 본 연구에서는 기존의 대부분의 연구에서와 마찬가지로 불균형이 발생하지 않는다고 가정하였으나 실제적으로 변동 계수(coefficient of variation)가 어느 정도 이상이 되면 이러한 현상은 나타나게 된다.

본 연구에서는 시뮬레이션을 통해 실험을 진행할 때 할당량을 조정해줌으로써 불균형 문제를 해결하기로 한다. t 기간에 노드 j 로 할당되는 재고량을 $q_{j,t} (j=1, 2, \dots, N)$ 라고 할 때, 특정한 t 기간에 불균형이 발생하는 경우 다음과 같은 방식으로 $q_{j,t}$ 를 항상 0 이상의 값을 갖도록 조정해 준다.

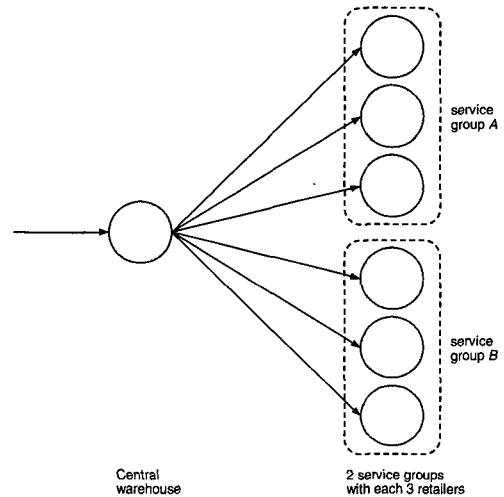
- If $q_{j,t} < 0$, then $\tilde{q}_{j,t} = 0$;
- If $q_{j,t} \geq 0$, then $\tilde{q}_{j,t} = q_{j,t} + (q_{j,t} / q_{pos}) \cdot q_{neg}$, with $q_{pos} = \sum_{j: q_{jt} \geq 0} q_{jt}$ and $q_{neg} = \sum_{j: q_{jt} < 0} q_{jt}$

이 경우 $q_{j,t}$ 의 합은 조정된 할당량인 $\tilde{q}_{j,t}$ 의 합과 일치함을 알 수 있다.

3.2 실험 계획

실험에 적용되는 2단계 공급사슬은 [그림 3]과 같이 중앙 창고와 2개의 서비스 그룹(service group)으로 구성된다. 서비스 그룹은 여러 개의 하위 노드들을 포함하고 있으며, 이들은 동일한 목표 서비스 수준과 수요, 조달시간, 재고유지 비용을 갖는다. 또

한 두 서비스 그룹에 속하는 하위 노드의 수는 동일하다. 공급사슬을 구성하는 모든 노드들의 조달 시간은 1기간으로, 중앙 창고인 노드 0의 재고유지 비용은 $h_0 = 1$ 로 고정하여 사용하였다. 하위 노드에 대한 수요는 정규분포에 의해 생성되며 평균은 100으로 동일하다.



[그림 3] 2개의 서비스 그룹으로 구성된 2단계 분배형 시스템

본 실험에서는 <표 2>와 같이 목표 서비스 수준과 변동 계수(coefficient of variation), 재고유지 비용의 3가지 모수를 설정하였다. 특정한 모수의 변화에 대한 두 알고리즘 간의 성능을 비교하기 위해 서비스 그룹 A의 모수는 대안 가운데 가장 작은 하나의 값으로 고정하고, 서비스 그룹 B의 모수를 변화시키면서 실험을 진행하였다. 예를 들어 목표 서비스 수준의 변화에 대한 실험에서는 서비스 그룹 A에 속한 하위 노드의 목표 수준인 β_A 를 0.85로 고정하고 서비스 그룹 B의 β_B 를 0.85, 0.90, 0.95, 0.99로 변화시킨다. 여기서 나머지 모수인 변동 계수와 재고유지 비용은 동일한 값을 갖도록 설정하였다. 즉, 이 경우 가능한 모든 대안의 수는 $4^2 = 16$ 가지이다.

비교 실험에서는 기존에 제안된 Heijden[16]의 알고리즘을 사용하여 구한 평균 재고유지 비용

($C^{Heijden}$)과 본 연구를 통해 새로이 제안된 알고리즘(C^{New})의 차를 $C^{Heijden}$ 으로 나눈 값을 비용 개선율(relative cost improvement)로 정의하고, 이를 통해 해의 질을 판단하는 척도로 사용하였다. 즉, 비용 개선율이 0보다 큰 경우 제안한 알고리즘의 결과가 기존 알고리즘보다 우수하다는 것을 나타내며, 반대로 0보다 작을 경우 열등하다는 것을 의미한다.

$$\text{비용 개선율(\%)} = (C^{Heijden} - C^{New}) / C^{Heijden} \times 100$$

<표 2> 모수 설정

모수	설 명	실험 값
n	서비스 그룹 별 하위 노드의 수	1, 3
β_A	서비스 그룹 A에 속한 하위 노드의 목표 서비스 수준	0.85, 0.90, 0.95, 0.99
β_B	서비스 그룹 B에 속한 하위 노드의 목표 서비스 수준	0.85, 0.90, 0.95, 0.99
cv_A	서비스 그룹 A에 속한 하위 노드의 변동 계수	0.1, 0.2, 0.4, 0.8
cv_B	서비스 그룹 B에 속한 하위 노드의 변동 계수	0.1, 0.2, 0.4, 0.8
h_A	서비스 그룹 A에 속한 하위 노드의 재고유지 비용	2, 3, 5, 10
h_B	서비스 그룹 B에 속한 하위 노드의 재고유지 비용	2, 3, 5, 10

3.3 결과 분석

아래 <표 3>의 좌측 부분은 모든 실험 조건에서 두 알고리즘을 적용하여 계산된 통제 모수(control parameter)인 중앙 창고의 order-up-to 수준 S_0 , 두 서비스 그룹에 속하는 하위 노드의 order-up-to 수준 S_A, S_B 와 배분 비율 p_A, p_B 간의 절대 편차(absolute deviation)의 평균과 최대값을 나타낸다.

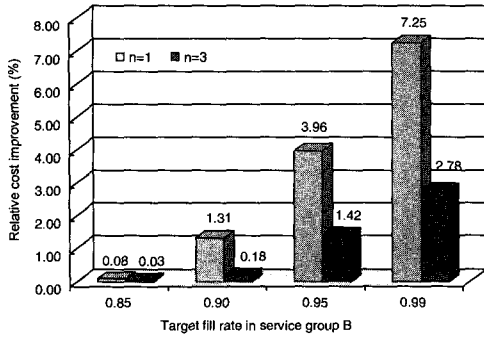
<표 3>의 우측 부분에는 주어진 통제 모수를 이용하여 시뮬레이션을 수행한 결과 얻어진 두 서비스 그룹의 실제 서비스 수준 β_A, β_B 와 총 비용 ATC(average total costs)에 대한 절대 편차의 평균과 최대값을 나타낸다.

<표 3>의 결과를 통해 두 알고리즘으로부터 구해진 S_0 의 차이는 평균적으로 그리 크지 않으며, 이들의 최대 편차 또한 0.5%를 넘지 않음을 알 수 있다. 그러나 두 서비스 그룹에 속하는 각 하위 노드의 order-up-to 수준과 배분 비율인 S_A, S_B 와 p_A, p_B 의 편차는 실험 환경에 따라 많은 차이를 보이며 이러한 결과가 두 알고리즘 간의 수행도의 차이에 많은 영향을 미쳤으리라고 판단된다. 시뮬레이션 결과로부터 두 알고리즘은 대부분의 경우 목표 서비스 수준 제약을 만족시켰으며, 목표 서비스 수준과 시뮬레이션을 통해 구해진 실제 서비스 수준간의 편차 또한 매우 작음을 알 수 있었다. 이로 인해 두 알고리즘 간의 실제 서비스 수준의 차이 또한 매우 작다.

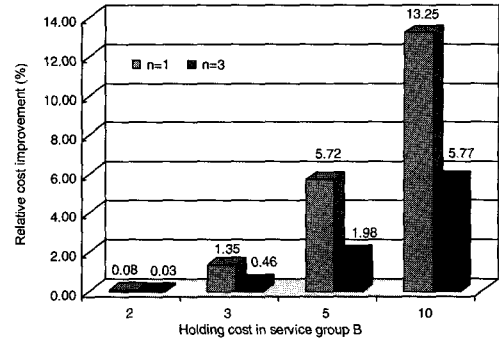
3가지 모수의 변화에 대한 두 알고리즘 간의 비용 개선율은 [그림 4]에서부터 [그림 6]에 나타내었다. 모든 경우에 대해서 제안된 알고리즘이 Heijden [16]의 알고리즘에 비해 우수한 결과를 보임을 알 수 있다. 두 서비스 그룹 간의 목표 서비스 수준이나 재고유지 비용의 차이가 증가할수록 비용 개선율 또한 증가하였다. 특히 이러한 경향은 재고유지 비용에 대해서 보다 민감하게 나타났다. 반면에 변동 계수의 경우, 두 서비스 그룹 간의 변동 계수의 차이가 증가될 때 비용 개선율은 $cv_B = 0.2$ 까지는 증가하다가 $cv_B = 0.4$ 부터는 반대로 감소하는 결과를 나타내었다.

<표 3> 두 알고리즘에 대한 결정 모수와 시뮬레이션 결과의 편차

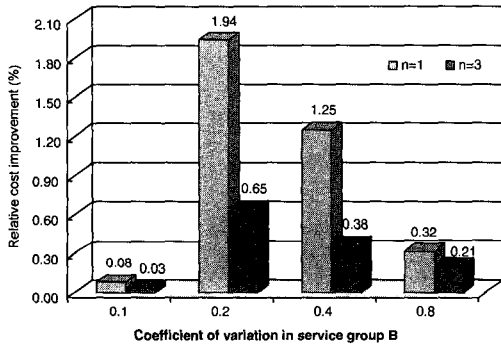
측정 항목(%)	통제 모수					시뮬레이션 결과		
	S_0	S_A	S_B	p_A	p_B	β_A	β_B	ATC
절대 편차의 평균	0.07	2.69	2.22	15.92	33.05	0.01	0.01	2.18
절대 편차의 최대값	0.49	17.28	27.46	38.19	161.78	0.08	0.08	18.25



[그림 4] 목표 서비스 수준의 변화에 대한 비용 개선율



[그림 6] 재고유지 비용의 변화에 대한 비용 개선율



[그림 5] 변동 계수의 변화에 대한 비용 개선율

이와 같은 결과를 나타내는 이유를 분석해보면 다음과 같다. 먼저, 앞서 언급한 바와 같이 Heijden [16]의 알고리즘에서 사용하는 BS 배분 규칙은 불

균형(imbalance)을 가능한 최소화하는 것을 목적으로 하여 개발되었기 때문에 비음수의 수요가 발생할 확률이 높은 경우, 즉 변동 계수(coefficient of variation)의 값이 클 경우 비교적 좋은 결과를 보이게 된다. 그러나 배분 비율을 계산할 때 각 하위 노드에 대한 재고유지 비용이나 목표 서비스 수준의 차이를 반영하지 않으므로써 이러한 모수의 변화에 대해 효과적으로 대처하지 못하였다. 반면에 본 연구에서 제안된 알고리즘은 BS 배분 규칙의 문제점을 보완하여 다양한 모수의 변화에 부응하는 효율적인 통제 모수를 결정하였음을 알 수 있다.

실험 결과에 대한 한 가지 예로써 아래의 <표 4>에서는 $n=1$, $\beta_A=\beta_B=0.85$, $cv_A=cv_B=0.1$ 인 경우에 대해 $h_A=1$ 로 고정시키고 h_B 를 2, 3, 5, 10

<표 4> 재고유지 비용의 변화에 대한 결과 비교의 예

알고리즘	h_B	S_0	S_A	S_B	p_A	p_B	$E[I_0]$	$E[I_A]$	$E[I_B]$	ATC
New	2	573.60	204.13	204.13	0.50	0.50	0.03	1.78	1.78	7.11
	3	573.67	204.13	199.28	0.58	0.46	0.09	1.94	1.61	8.80
	5	573.85	204.13	195.25	0.66	0.34	0.19	2.13	1.47	11.81
	10	574.14	204.13	191.55	0.76	0.24	0.39	2.36	1.34	18.54
Heijden	2	573.58	205.79	205.79	0.50	0.50	0.02	1.79	1.79	7.13
	3	573.58	205.79	205.79	0.50	0.50	0.02	1.79	1.79	8.90
	5	573.62	201.81	201.81	0.50	0.50	0.09	1.76	1.76	12.41
	10	574.50	194.25	194.25	0.50	0.50	1.20	1.62	1.62	20.62

주) $E[I_0]$: 중앙 창고의 평균 보유 재고(on-hand inventory)

$E[I_A]$: 서비스 그룹 A에 속하는 하위 노드의 평균 보유 재고

$E[I_B]$: 서비스 그룹 B에 속하는 하위 노드의 평균 보유 재고

으로 증가시키는 환경에서 두 알고리즘을 통해 계산된 통제 모수와 이를 바탕으로 구해진 시뮬레이션 결과를 나타낸다.

h_B 가 증가함에 따라 $E[I_B]$ 를 줄이는 것이 비용 최소화 측면에서 효과적일 것이다. 제안된 알고리즘에서는 이를 위하여 S_B 를 감소시켰으며, 감소한 S_B 에 대해서 목표 서비스 수준을 만족시키기 위해 p_B 또한 감소시켰다. 반면에 S_0 는 완만하게 증가하였으며 S_A 는 변화되지 않았다. 이러한 통제 모수의 변화에 의해 $E[I_0]$ 와 $E[I_A]$ 는 조금씩 증가하였으나 $E[I_B]$ 가 감소하였으므로 전체 재고유지 비용의 총합은 완만하게 증가하는 결과를 보였다.

Heijden[16]의 알고리즘에서는 배분 비율을 계산할 때 두 서비스 그룹간의 재고유지 비용의 차이를 반영하지 못하기 때문에 주어진 실험 조건에서 두 서비스 그룹의 배분 비율은 변화하지 않았다. 이에 따라 S_A 와 S_B 는 동일한 값을 가지면서 감소한 반면에 S_0 는 완만하게 증가하였다. 또한 이러한 통제 모수의 변화에 의해 $E[I_A]$ 와 $E[I_B]$ 는 감소, $E[I_0]$ 는 증가하였다.

결과적으로 h_B 의 증가에 대해 두 알고리즘 모두 $E[I_B]$ 를 감소시켰으나 제안된 알고리즘이 보다 효과적으로 이러한 변화를 반영하였기 때문에 두 알고리즘간의 비용 차이는 증가하였다. 즉 제안된 알고리즘에서는 상대적으로 재고유지 비용이 적은 중앙 창고와 서비스 그룹 A의 평균 재고가 증가하는 것을 감수하면서 서비스 그룹 B의 평균 재고를 집중적으로 감소시켰다. 이에 반해 Heijden[16]의 알고리즘에서는 동일한 배분 비율로 인하여 두 서비스 그룹의 재고가 함께 감소되었기 때문에 제안된 알고리즘보다 $E[I_B]$ 의 감소폭이 상대적으로 작았으며, 이러한 차이로 인하여 두 알고리즘의 성능에 많은 차이를 보였다.

마지막으로 <표 5>는 본 논문에서 수행한 비교 실험을 종합적으로 정리한 결과이다. 표에서 별표(*)로 나타낸 부분은 해당 모수가 가질 수 있는 모든 실험 값을 사용하였음을 의미한다(3.2절의 실험 계획 참조).

<표 5> 실험 결과 종합

실험내용	모수 설정						비용 개선율	
	n	β_A	β_B	cv_A	cv_B	h_A		h_B
목표 서비스 수준의 변화	1	0.85	0.85	*	*	*	*	0.08
		0.85	0.90	*	*	*	*	1.31
		0.85	0.95	*	*	*	*	3.96
	3	0.85	0.99	*	*	*	*	7.25
		0.85	0.85	*	*	*	*	0.03
		0.85	0.90	*	*	*	*	0.18
	3	0.85	0.95	*	*	*	*	1.42
		0.85	0.99	*	*	*	*	2.78
		*	*	0.1	0.1	*	*	0.08
변동 계수의 변화	1	*	*	0.1	0.2	*	*	1.94
		*	*	0.1	0.4	*	*	1.25
		*	*	0.1	0.8	*	*	0.32
	3	*	*	0.1	0.1	*	*	0.03
		*	*	0.1	0.2	*	*	0.65
		*	*	0.1	0.4	*	*	0.38
	3	*	*	0.1	0.8	*	*	0.21
		*	*	*	*	2	2	0.08
		*	*	*	*	2	3	1.35
재고유지 비용의 변화	1	*	*	*	*	2	5	5.72
		*	*	*	*	2	10	13.25
		*	*	*	*	2	2	0.05
	3	*	*	*	*	2	3	0.46
		*	*	*	*	2	5	1.98
		*	*	*	*	2	10	5.77

4. 결 론

본 논문에서는 주기적 재고조사(periodic review) 정책에 따라 운용되는 2단계 분배형 공급사슬에 대해 fill rate 형태의 목표 서비스 수준(target service level)을 만족시키면서 동시에 전체 시스템에서 발생하는 평균 재고유지 비용을 최소화하기 위한 각 노드별 기초재고 수준(base-stock level)을 결정하는 문제를 다루었다.

2단계 시리얼 시스템에서의 연구 결과[1]를 이용하여 2단계 분배형 시스템에서 근사 최적해를 구하는 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다. 분배형 시스

템에서는 하위 노드들 사이의 재고 불균형(inventory imbalance)을 조정하여 전체 시스템의 성능에 중요한 영향을 미치는 배분 규칙(allocation rule)을 결정하는 문제가 존재한다. 본 연구에서는 기존의 Heijden[16]에 의해 제안된 BS(balanced stock) 배분 규칙의 단점을 보완하는 효과적인 배분 비율(rationing fraction)을 구하는 방안을 제안하였다. 다양한 비교 실험을 통해 본 연구에서 제안하는 알고리즘이 BS 배분 규칙보다 우수한 성능을 보인다는 것을 입증하였다.

이와 같은 연구 성과에도 불구하고 모형의 단순화를 위해 본 논문에서 설정하고 있는 기본적인 가정들로 인하여 이를 실제적인 문제에 적용하기에는 여전히 많은 한계점이 존재한다. 이를 보완하기 위한 추후 연구 방향으로는 한정된 생산 용량이나 주문비용, 불안정한 수요(non-stationary demand), 확률적인 조달시간 등의 제약 환경을 반영하는 연구가 필요하다. 이와 함께 2단계 분배형 시스템에 관한 연구를 다단계 분배형 시스템(distribution system)이나 조립형 시스템(assembly system)과 같은 보다 일반적인 현실적인 형태의 모형으로 확장하는 연구 등이 추가적으로 고려되어야 한다.

참고 문헌

- [1] 권익현, 김성식, "2단계 시리얼 시스템의 Fill Rate 만족 방안", 「한국경영과학회지」, 제31권, 제1호(2006), pp.105-116.
- [2] Axsäter, S., *Inventory Control*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2000.
- [3] Axsäter, S., "Note : Optimal Policies for Serial Inventory Systems under Fill Rate Constraints," *Management Science*, Vol.49, No.2(2003), pp.247-253.
- [4] Clark, A.J. and H. Scarf, "Optimal Policies for a Multiechelon Inventory Problem," *Management Science*, Vol.6, No.4(1960), pp.475-490.
- [5] Deuermeyer, B.L. and L.B. Schwarz, "A Model for the Analysis of System Service Level in Warehouse-Retailer Distribution Systems : The Identical Retailer Case," in : Schwarz, L.B. (Ed.), *Multi-Level Production/Inventory Control Systems : Theory and Practice*, TIMS Studies in the Management Sciences 16, North-Holland, Amsterdam, 1981, pp.163-193.
- [6] Diks, E.B., A.G. de Kok, and A.G. Lagodimos, "Multi-Echelon Systems : A Service Measure Perspective," *European Journal of Operational Research*, Vol.95, No.2(1996), pp. 241-263.
- [7] Diks, E.B. and A.G. de Kok, "Optimal Control of a Divergent Multi-Echelon Inventory System," *European Journal of Operational Research*, Vol.111, No.1(1998), pp.75-97.
- [8] Diks, E.B. and A.G. de Kok, "Computational Results for the Control of a Divergent N-Echelon Inventory System," *International Journal of Production Economics*, Vol.59, No.1-3(1999), pp.327-336.
- [9] Donselaar, K. van and J. Wijngaard, "Commonality and Safety Stocks," *Engineering Costs and Production Economics*, Vol.12, No.1-4(1987), pp.197-204.
- [10] Eppen, G. and L. Schrage, "Centralized Ordering Policies in a Multi-Warehouse System with Lead Times and Random Demand," in : Schwarz, L.B. (Ed.), *Multi-Level Production-Inventory Control Systems : Theory and Practice*, TIMS Studies in the Management Sciences 16, North-Holland, Amsterdam, 1981, pp.51-67.
- [11] Federgruen, A. and P.H. Zipkin, "Approximations of Dynamic Multilocation Production and Inventory Problems," *Management*

- Science*, Vol.30, No.1(1984), pp.69-84.
- [12] Federgruen, A. and P.H. Zipkin, "Allocation Policies and Cost Approximations for Multilocation Inventory Systems," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.31, No.1(1984), pp. 97-129.
- [13] Hadley, G. and T. Whitin, *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1963.
- [14] Heijden, M.C. van der, "Supply Rationing in Multi-Echelon Divergent Systems," *European Journal of Operational Research*, Vol. 101, No.3(1997), pp.532-549.
- [15] Heijden, M.C. van der, E.B. Diks, and A.G. de Kok, "Stock Allocation in General Multi-Echelon Distribution Systems with (R, S) Order-up-to Policies," *International Journal of Production Economics*, Vol.49, No.2(1997), pp.157-174.
- [16] Heijden, M.C. van der, "Near Cost-Optimal Inventory Control Policies for Divergent Networks under Fill Rate Constraints," *International Journal of Production Economics*, Vol.63, No.2(2000), pp.161-179.
- [17] Houtum, G.J. van, K. Inderfurth, and W.H.M. Zijm, "Material Coordination in Stochastic Multi-Echelon Systems," *European Journal of Operational Research*, Vol.95, No.1(1996), pp.1-23.
- [18] Johnson, M.E., H.L. Lee, T. Davis, and R. Hall, "Expressions for Item Fill Rates in Periodic Inventory Systems," *Naval Research Logistics*, Vol.42, No.1(1995), pp.57-80.
- [19] Kok, A.G. de, "Hierarchical Production Planning for Consumer Goods," *European Journal of Operational Research*, Vol.45, No.1 (1990), pp.55-69.
- [20] Kok, A.G. de and J.C. Fransoo, "Planning Supply Chain Operations : Definition and Comparison of Planning Concepts," in : Kok, A.G. de and S.C. Graves (Eds.), *Supply Chain Management : Design, Coordination and Operation*, Handbooks in Operations Research and Management Science 11, Elsevier Publishing Company, 2003, pp.597-676.
- [21] Lagodimos, A.G., "Multi-Echelon Service Models for Inventory Systems under Different Rationing Policies," *International Journal of Production Research*, Vol.30, No.4 (1992), pp.939-958.
- [22] Sherbrooke, C.C., "METRIC : A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control," *Operations Research*, Vol.16, No.1(1968), pp.122-141.
- [23] Sobel, M.J., "Fill Rates of Single-Stage and Multistage Supply Systems," *Manufacturing & Service Operations Management*, Vol.6, No.1(2004), pp.41-52.
- [24] Verrijdt, J.H.C.M. and A.G. de Kok, "Distribution Planning for a Divergent N-Echelon Network without Intermediate Stocks under Service Restrictions," *International Journal of Production Economics*, Vol.38, No.2-3 (1995), pp.225-243.
- [25] Verrijdt, J.H.C.M. and A.G. de Kok, "Distribution Planning for a Divergent Depotless Two-Echelon Network under Service Constraints," *European Journal of Operational Research*, Vol.89, No.2(1996), pp.341-354.
- [26] Zipkin, P.H., "On the Imbalance of Inventories in Multi-Echelon Systems," *Mathematics of Operations Research*, Vol.9, No.3 (1984), pp.402-423.