韓國經營科學會誌
第31권 第4號
2006年 12月

생산 및 배송을 위한 공급사슬망에서의 일정계획에 관한 연구

윤상흠*† · 이익선**

A Scheduling Problem for Production-Delivery in a Supply Chain

Sang Hum Yoon* · Ik Sun Lee**

■ Abstract ■

This paper considers an integrated scheduling problem for consecutive production and delivery stages in a two-stage supply chain. The production is performed on a single facility and then the finished products are delivered to the customer by capacitated multiple vehicles. The objective of this paper is to obtain job sequencing and delivery batching minimizing the total cost of the associated WIP inventory, finished product inventory and delivery. The inventory cost is characterized by the sum of weighted flowtime. The delivery cost is proportional to the required number of delivery batches. Some polynomial-solvable cases are derived. For the general case, two efficient heuristic algorithms are suggested, and then the heuristics are tested through some numerical experiments.

Keyword : Scheduling, Supply Chain, Heuristic, Lagrangian Relaxation

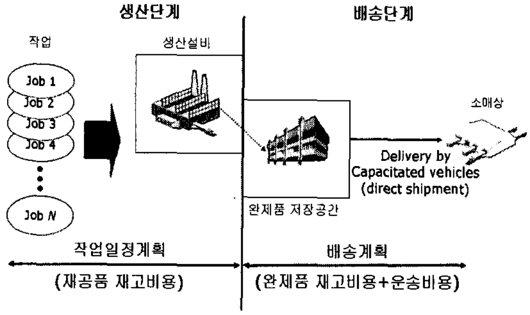
논문접수일 : 2006년 4월 7일　　논문게재확정일 : 2006년 7월 4일
* 영남대학교 경영학부
** 한국과학기술원 산업공학과
† 교신저자

1. 서 론

공급사슬(supply chain)에서 통합관리는 공급사슬을 구성하는 개별 단계(stage)의 수익성을 높이기 위한 독립적인 노력보다는 전체 사슬에서 발생되는 총 비용을 최소화하거나, 사슬수익성(chain profitability)를 최대화하기 위한 제반 생산관리활동을 의미한다. 사슬의 통합적 의사결정이 아닌 개별 단계에서의 독립적인 의사결정은 단계간 이해관계의 충돌을 야기하게 되고, 전체 사슬수익성의 향상을 기대하기 힘들다. 사슬관리자는 공급사슬에서의 통합적 관점의 의사결정을 어떻게 할 것인가를 고민하여야 하며, 통합의사결정을 위한 제반정보의 흐름과 공유방안에 대해 기획하여야 한다(Chopra and Heindl[9]). 그러나, 공급사슬에 대한 학술적, 실무적 문제제기 이후 다양한 공급사슬 시스템을 대상으로 이러한 통합의사결정에 대한 많은 연구가 진행되어 왔으나, 경영과학에 기반한 생산관리 분야에서 본다면 대부분 재고관리, 생산계획, 배송계획 등의 영역에 속한 것이었으며 일정계획분야에서의 연구는 많이 이루어지지 않았다.

본 논문은 생산 및 배송으로 이어지는 2단계 공급사슬에서 제품의 생산단계에서 필요한 작업일정계획과 완성된 제품을 고객에게 운송하는 배송단계에서 발생하는 배송계획을 동시에 도출하기 위한 통합 일정계획문제를 고려하고 있다. 일반적으로 생산단계에서는 완제품 재고비용을 줄이기 위해 후속되는 배송단계에서의 잦은 배송을 원하게 되지만, 배송단계 측면에서는 공차율과 운송비용을 줄이기 위해 배송시점에서 생산단계에 많은 재고가 준비되어 있기를 기대하게 된다. 따라서 생산단계에서의 작업일정계획과 완성된 제품의 배송계획과는 서로 상보관계를 가지게 되고, 두 단계에서 발생되는 전체적인 재고비용과 운송비용을 최소화하기 위한 통합적 의사결정문제는 사슬수익성에 큰 영향을 끼치게 된다.

본 연구의 대상이 되는 2단계 공급사슬에 대한 개념과 고려하고 있는 의사결정 이슈가 [그림 1]에 나타나 있다. 대상 시스템은 생산단계와 배송단계로 구성되며, 생산단계에서 작업 완료된 제품은 배송단계를 통해 고객에게 배달된다. 이때, 생산단계와 배송단계에서는 공통적으로 재고비용이 발생하게 되고, 배송단계에서는 운송비용이 추가적으로 발생한다. 본 논문에서는 생산 및 배송단계의 통합적 의사결정을 위해 이러한 재고비용과 배송비용을 포함하는 총 비용을 최소화하기 위한 생산단계에서의 작업일정계획과 배송단계에서의 배송계획을 동시에 수립하기 위한 일정계획문제를 고려하고 있다.



[그림 1] 생산-배송 2단계 공급사슬과 의사결정

그동안 작업일정계획분야에서 진행된 수많은 연구에서는 다양한 목적함수(최종완료시간(makespan), 흐름시간(flowtime), 납기고려함수 등)를 고려하고 다양한 생산시스템을 대상으로 최적 작업일정계획 수립에 주력하여 왔으며, 공급사슬관리 분야에서는 공급사슬상의 재고비용이나, 배송비용을 최소화하기 위한 생산계획이나 조달 및 배송계획문제를 주로 다루어 왔다. 본 연구에서는 이러한 독립적으로 수행되어온 두 가지 연구 분야를 통합하여 공급사슬에서의 재고 및 배송비용을 최소화 할 수 있는 통합된 작업일정계획 및 배송계획을 도출하고자 한다. 또한, 본 연구에서 재고비용은 실질적으로 두 가지로 구분된다. 생산단계에 머물러 있는 작업물에 대해 발생되는 재공품재고(WIP : work-in-process)와 생산완료시점 이후부터 소비자에게 도착되기 전까지 발생되는 완제품 재고가 그것이다. 본 연구에서는 이러한 재고의 차별적 특성을 감안하여

재공품 재고비용과 완제품 재고비용으로 구분하여 각 비용이 실제 발생하는 시간구간을 고려하고 각 시간구간에서 발생되는 단위 재고비용 가중치를 차별화하여 총 가중재고비용(total weighted inventory cost)을 전체 재고비용의 형태로 모델링한다. 그리고, 배송비용은 차량의 운송횟수에 비례하여 증가하는 형식으로 모델링된다.

최근에 이르기 까지 일정계획 연구는 다양한 생산시스템을 대상으로 확장되며, 많은 연구가 진행되어 왔다. 그중 본 논문과 직접적인 관련을 가지는 것은 배치생산일정계획(batch scheduling)과 공급사슬일정계획(SCM scheduling)분야이다. 배치생산일정계획은 배치단위 생산설비에서의 일정계획뿐 아니라 제한된 용량을 가지는 운송차량을 통한 배송시스템에서 배치(묶음)단위로 제품을 배송하는 경우 배송계획을 도출하는 것에도 적용될 수 있어 본 연구와 관련이 있다. Ahmadi et al.[3]은 배치생산설비(batch processing machine)를 포함하는 2단계 흐름라인(flowshop)에서 완료시간의 합(sum of completion time)과 최종완료시간을 최소화하는 일정계획 문제를 다룬바 있다. Sung et al.[18]은 m 단계 흐름라인에서 배치공정시간이 동일한 경우에 최종완료시간을 최소화 하는 일정계획문제를 고려하였다. Chandru et al.[4, 5]과 Hochbaum and Landy [13]는 반도체 공정에서의 일정계획문제를 배치생산설비에서의 완료시간의 합을 최소화하는 문제로 모델링하였다. 또한, Chen[7], Yang[19], Cheng et al. [8] 등은 납기(due date)를 고려한 배치생산일정계획 문제를 고려하였다.

공급사슬일정계획분야는 공급사슬에 대한 관심도가 증가됨에 따라 최근에 와서 활발한 연구가 진행되고 있다. Lee and Chen[14]은 최초로 공급사슬에서의 일정계획문제를 다룬바 있다. 그들의 연구는 본 연구와 유사하게 생산일정계획과 배송계획을 동시에 고려한 것이지만, 배송과 관련한 직접적인 운송비용을 고려하지 않았으며, 목적함수도 재고비용을 반영할 수 있는 완료시간의 합이 아닌 최종배송완료시간을 최소화하는데 국한된 것이다. Li et al.[15]는 Lee and Chen의 연구를 배송지점(고객)이 여러 곳인 경우로 확장하면서 총배송완료시간의 합을 최소화하는 문제를 다루었으며, Chang and Lee[6]는 배송차량에 실리는 제품의 용적이 제품마다 다른 경우를 고려하였다. Pundoor and Chen[16]은 최대배송지연시간과 배송비용의 합을 최소화하기 위한 생산-배송 통합일정계획문제를 다루었다.

본 연구와 가장 유사한 기존 연구로는 Hall and Potts[11, 12], Selvarajah and George[17], Hall et al.[10]이 있다. Hall and Potts[11, 12]는 생산-배송을 포함하는 공급사슬에서 완료시간의 합, 지연시간 등의 생산일정계획비용과 배송비용을 합한 총비용을 최소화 하는 다양한 통합일정계획문제를 소개하면서 문제별로 복잡도(complexity)를 규명하고 해법을 위한 알고리즘을 제안하였다. Selvarajah and George[17]는 생산설비에서 준비시간(setup time)이 있는 경우에 총 재고 및 배송비용을 최소화하기 위한 통합일정계획문제를 다루었다. 또한, Hall et al.[10]은 차량의 배송이 가능한 시간대에 제한이 있는 경우의 생산 및 배송계획문제를 다루었다. 하지만, 이상의 연구에서는 모두 배송차량의 용량이 제한이 없는 경우를 고려하고 있으며, 재고비용을 공정재고와 완제품 재고로 구분하지 않고 생산단계와 배송단계에 대한 시간대의 구분 없이 동일한 재고가중치로 모델링되었다는 측면에서 본 연구와는 차별화 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 연구에서 다루고 있는 일정계획문제에 대한 수리적 정의를 하고 3장에서는 문제에 대한 몇 가지 성질 규명과 라그랑지안 완화법(Lagrangian relaxation)에 기반한 2개의 발견적 해법이 제안된다. 마지막으로 4장에서는 결론과 향후 연구방향에 대한 논의가 이루어진다.

2. 생산 및 배송을 위한 통합일정계획 문제의 정의

본 연구의 대상문제 설명과 분석에 사용될 기호

를 정의하면 다음과 같다. 생산설비에서 수행해야 하는 총 N개의 작업이 존재하고 각 작업 i를 수행하기 위해서는 $p_i(i=1,2,\cdots,N)$의 가공시간이 필요하다. 각 작업의 완료 후에 생산된 완제품은 창고에서 대기하다가 배송계획에 따라 배치(묶음)단위로 소비자(또는 소매상)에게 배송된다. 이때 1회 차량 운행을 통해 운송되는 제품(작업)의 그룹을 배송배치(delivery batch)라고 한다. 따라서, 본 연구에서의 배송계획이란 전체 제품에 대한 배송배치의 구성을 의미한다. 이때, 배송을 위한 차량의 수는 충분하며 소비자로의 배송패턴은 직접운송(direct shipment)를 가정한다. 또한 각 차량이 1회 운행에 운송할 수 있는 제품의 최대 수는 c개로 용량제한이 있다. 즉, 각 배송배치에 포함될 수 있는 완제품의 수는 c개 이하이다. 소비자에게 1회 운송을 완료하기 위해서는 배치의 크기에 상관없이 d의 운송시간이 소요된다.

재고는 작업물이 생산단계에서 머물러 있는 경우에 발생하는 재공품재고와 작업 완료된 제품이 소비자에게 배송완료되기 직전까지 발생하는 완제품재고로 구분된다. 작업 i의 생산흐름시간(flowtime) F_i^w를 작업물이 생산단계에서 작업완료되기까지의 시간량으로 정의하고, 작업 i의 배송흐름시간 F_i^f는 배송단계에서의 흐름시간을 나타낸다. 이때, 생산흐름시간은 작업일정계획에서 말하는 작업완료시간(job completion time)을 의미하고, 배송흐름시간은 작업완료이후 창고에서의 대기시간과 실제 운송에 소요되는 운송시간의 합으로 표현될 수 있다. 또한, h_w는 재공품재고의 단위유지비용(unit holding cost)를 나타내고 h_f는 완제품재고의 단위유지비용을 나타낸다고 할 때, 전체 공급사슬에서 발생하는 총 재고비용과 배송비용은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$h_w\sum_{i=1}^{N}F_i^w + h_f\sum_{i=1}^{N}F_i^f + \delta n_b \qquad (1)$$

식에서 n_b는 전체 배송횟수(=배송배치의 수)를 의미하며, δ는 1회 배송에 소요되는 고정비용으로 배송배치의 크기와는 독립적인 고정된 값으로 가정한다.

본 연구의 구체적인 목적은 식 (1)의 총 비용을 최소화 할 수 있는 생산단계에서의 작업일정계획과 배송계획을 도출하는 것이다.

3. 문제의 분석 및 발견적 해법

본 연구에서는 두 개의 서로 다른 단위유지비용인 h_w와 h_f를 고려하고 있다. 따라서, 분석도 이를 두 가지 경우, $h_w \ge h_f$와 $h_w < h_f$로 분할하여 진행하였다. 최종 완제품의 경우 일반적으로 재공재고보다 가치가 높기 때문에 $h_w < h_f$의 경우가 보다 현실적이다. 그러나 통조림 가공업에서와 같이 작업중인 상태가 최종생산물보다 더 큰 유지비용을 필요로 하는 경우에는 $h_w \ge h_f$의 관계가 적용될 수 있으므로 본 논문에서는 논문의 완성도를 위해 $h_w < h_f$뿐 아니라 $h_w \ge h_f$의 경우도 분석하였다.

먼저 polynomial-time 알고리즘으로 최적해를 도출할 수 있는 $h_w \ge h_f$ 경우를 기술한다.

3.1 $h_w \ge h_f$ 경우

이 경우에는 다음의 성질 1과 같이 최적해가 가지는 몇 가지 성질들을 규명할 수 있다.

성질 1.

(a) 배송계획과는 독립적으로 생산단계에서는 SPT (shortest processing time)순서에 따라 작업순서를 정하는 것이 최적 작업일정계획을 제공한다.

(b) 배송은 각 작업이 생산이 완료되는 시점에서만 고려하면 된다. 즉, 새로운 제품이 생산완료되는 시점이 아닌 시간대에서, 현재 창고에 대기중인 제품만으로 새로운 배송배치를 구성하여 운송하는 경우는 고려할 필요가 없다.

(c) 만약 창고에서 대기 중인 제품의 수가 차량용량 c에 도달하면 해당하는 c번째 제품이 도착되는 시점에서 즉시 배송하는 것이 최적이다.

증명. 위의 세 가지 성질은 모두 일정계획이론의 기본적인 인접작업교환(pair-wise job interchange)

방법으로 쉽게 증명될 수 있으며 여기서는 구체적인 증명은 생략한다.

위의 성질 (1-a)에 따라, 최적해에서의 작업가공순서는 SPT순서로 고정되므로, 작업의 구분자(index)가 SPT순서로 정렬이 되어 있다고 가정할 때, i번째 작업의 완료시간(=배송단계로 넘어가는 시간)이 $r_i = \sum_{j=1}^{i} p_j,\ i = 1, 2, \cdots, N$로 고정됨을 의미한다. 따라서, 이제 r_i값을 이용하여 배송계획만 도출하면 된다. 이를 위해 최적 배송계획을 위한 동적계획(dynamic programming)을 다음과 같이 제안한다.

만약 $a(t)$를 t시점에 창고에서 대기중인 작업의 수라고 하고, $(t, a(t))$를 동적계획의 상태(state)를 나타낸다고 하자. 또한, $G(t, a(t))$를 $(t, a(t))$ 상태에서의 총 목적함수값이라고 할 때, $h_w \ge h_f$ 경우의 최적 배송계획은 다음의 반복방정식(recursive equation)을 통해 얻어질 수 있다. 이때 동적계획은 t값을 $r_N, r_{N-1}, \cdots, r_1$의 순서로 역으로 변화시키면서 진행된다.

$$G(t, a(t)) = \tag{2}$$

$$\min \begin{cases} h_f cd + \delta + G(r^*, 1), \text{ if } a(t) = c & (i) \\ h_f a(t)(r^* - t) + G(r^*, a(t)+1), \text{ if } 0 < a(t) < c & (ii) \\ h_f a(t) d + \delta + G(r^*, 1), \text{ if } 0 < a(t) < c & (iii) \end{cases}$$

여기서, $r^* = \min\{r_i \mid r_i > t, 1 \le i \le n\}$, $r_i = \sum_{j=1}^{i} p_j$이다. 식 (2-i)는 t시점에서 $a(t) = c$가 되는 경우로 성질 (1-c)에 의해 c개의 제품으로 즉시 배송이 이루어지게 된다. 식 (2-ii)는 t시점에서 $a(t) < c$일 때 현재의 $a(t)$만으로 배송을 하지 않는 경우를 나타내며, 이 경우 다음 t는 $t = r^*$로 증가함으로써 대기중인 작업의 수가 $a(t)$보다 한 개 더 증가되는 경우이다. 식 (2-iii)은 현재의 $a(t)$만으로 배송을 실시하는 경우를 나타낸다. 식 (2)의 총 상태의 수는 N^2를 넘지 않는 것을 쉽게 알 수 있으므로, 최적 배송계획은 시간복잡도(time complexity) $O(N^2)$ 안에 찾아질 수 있다.

결과적으로 $h_w \ge h_f$경우는 위의 성질 1과 식 (2)의 동적계획에 의해 $O(N^2)$의 시간복잡도로 최적 생산일정계획 및 배송계획이 도출된다.

3.2 $h_f > h_w$ 경우

이 경우는 성질 (1-a)가 적용되지 않으며, 작업순서와 배송계획을 동시에 도출해야 하는 어려움이 있다. 실제로 이 경우의 문제복잡도(complexity)는 아직 밝혀지지 않은 상태이다. 일반적으로 일정계획이론에서 본 연구에서와 같이 완료시간을 목적함수로 고려하거나, 배치구성을 다루는 경우 문제복잡도를 규명하기가 어렵다. 예를 들어 준비시간을 고려한 배칭문제(김봉진[1], 윤상흠[2])나 배치생산설비에서의 일정계획문제(Chandru[4, 5], Hochbaum and Landy[13])에서 완료시간의 합을 최소화 하는 경우, 문제복잡도의 규명이 이루어 지지 않은 상태에서 최적해나 휴리스틱도출을 위한 알고리즘 개발이 진행되어 왔다. 본 연구에서도 $h_f > h_w$경우에 대해서는 효과적인 휴리스틱 알고리즘 개발에 초점을 맞추고 있다.

먼저 총 목적함수 식 (1)은 다음과 같이 다시 표현될 수 있다.

$$\text{식 } (1) = h_w \sum_{k=1}^{n_b} \left\{ b_k s_k + \sum_{i=1}^{b_k} (b_k - i + 1) p_{k(i)} \right\} + h_f \sum_{k=1}^{n_b} \sum_{i=1}^{b_k} (i-1) p_{k(i)} + \delta n_b + h_f dN \tag{3}$$

여기서, b_k : k번째 배송배치에 포함된 작업의 수,
$p_{k(i)}$: k번째 배송배치에 속한 i번째 처리 작업의 가공시간, $i = 1, 2, \cdots, b_k$,
s_k : k번째 배송배치에 속한 작업들 중 최초 처리 작업의 생산시작시간(=배치의 생산시작시점).

다음의 성질 2와 3은 $h_f > h_w$의 경우에도 간단한 polynomial-time 알고리즘에 의해 최적해를 도출할

수 있는 제한된 경우(restricted case)들을 제시하고 있다.

성질 2. 만약 $\delta=0$이면, SPT순서가 최적 작업일정계획을 제공한다.

증명. 성질의 가정에 따라, 배송고정비용이 0이면, 각 작업은 생산단계에서 완료되는 즉시 개별적으로 배송하는 것이 최적이며, $b_k=1$, $n_b=N$ 이 된다. 또한, 배송단계에서 제품의 추가적인 대기시간이 없는 것을 의미한다. 따라서 이 경우 $[j]$를 j번째 처리 작업을 나타내는 구분자(index)라고 할 때 식 (3)은 다음과 같이 단순화 된다.

$$
\begin{aligned}
\text{식 (3)} &= h_w \sum_{k=1}^{n_b}\left\{b_k s_k + \sum_{i=1}^{b_k}(b_k - i + 1)p_{k(i)}\right\} + h_f dN \\
&= h_w \sum_{j=1}^{N}(s_{[j]} + p_{[j]}) + h_f dN \qquad (4)
\end{aligned}
$$

식 (4)에서 두 번째 항목은 상수이며, $\sum_{k=1}^{N}(s_{[k]}+p_{[k]})$는 단일기계 일정계획문제에서 N개 작업에 대한 완료시간의 합을 나타내는 식과 동일하므로, SPT 순서에 의해 값이 최소화 된다.

성질 2에 의해 $\delta=0$인 경우에는 작업순서를 SPT로 고정하고, 각 개별 작업이 완료되는 즉시 제품 한 개씩 즉시 배송하는 것이 최적해임을 알 수 있다. 이와 비슷하게 다음에 소개되는 배치할당알고리즘(BAA, batch allocation algorithm)은 성질 3에 의해 $h_w=0$ 인 경우에 대한 최적해를 제공한다: 알고리즘에서 J_i는 i번째 처리작업을 의미하고, (k, i)는 k번째 배치내에서 i번째 작업처리순서를 나타낸다.

- **배치할당알고리즘(BAA, batch allocation algorithm)**

Step 0 : LPT(longest processing time)순서로 작업을 정렬하고 $K^*=\infty$ 로 정한다.

Step 1 : $n_b=\lceil N/c \rceil,\cdots,N$ 에 대해 다음 Step 2-4를 반복한다.

Step 2 : $J_1 \to (1,1)$, $J_2 \to (2,1)$, $\cdots$, $J_{n_b} \to (n_b,1)$, $J_{n_b+1} \to (n_b,2)$, $J_{n_b+2} \to (n_b-1,2)$, $\cdots$의 방식으로 마지막 작업 J_N이 할당될 때 까지 계속한다.

Step 3 : 얻어진 해의 목적함수 값 K'를 구한다.

Step 4 : K'와 현재까지 최상의 비용 K^*을 비교하고, K'이 K^*보다 작으면 K^*을 K'로 갱신한다.

성질 3. 만약 $h_w=0$ 이면, BAA는 최적해를 제공한다.

증명. 성질의 가정에 따라, 재공재고의 단위유지비용이 0이면, 식 (3)은 다음과 같이 다시 기술될 수 있다.

$$
\text{식 (3)} = \sum_{k=1}^{n_b}\sum_{i=1}^{b_k} h_f (i-1) p_{k(i)} + \delta n_b + h_f dN \qquad (5)
$$

만약 배송배치의 수(n_b)가 고정될 때, 식 (5)를 최소화 시키는 최적의 배송계획은 다음과 같이 구할 수 있다. ; 식 (5)에서 두 번째와 세 번째 항목은 상수가 되며, 첫 번째 항목에서 $\sum_{i=1}^{b_k} h_f (i-1) p_{k(i)}$ 을 최소화하기 위해서는 $(i-1)$가 증가됨에 따라 곱해지는 $p_{k(i)}$의 값을 감소시키는 방식으로 작업을 할당하면 된다. 따라서, 하나의 배송배치안에서는 작업간에 LPT순서로 정렬을 시키면 된다. BAA는 이러한 특성을 가진 해를 n_b의 가능한 모든 값에 대해 비교하므로 최종적으로 최적해를 제공해 준다.

BAA에서 하나의 n_b값에 대해 작업할당을 수행하는데 걸리는 시간복잡도가 $O(N\log N)$ 이고 이러한 할당을 $n_b=\lceil N/c \rceil,\cdots,N$ 에 대해 반복하므로 알고리즘의 총 시간복잡도는 $O(N^2\log N)$ 이다.

이제 일반적인 $h_f > h_w$ 경우에 대해 효율적인 발견적 해를 제공하는 EH(efficient heuristic)와 라그랑지안 완화법에 기반한 LH(lagrangian heuristic)를 제안하기 위해 다음의 성질 4를 제시한다.

성질 4. 만약 $n_b, b_k, p_{k(i)}$ 의 값이 고정되어 있다면, 배송배치간의 최적 처리순서는 다음과 같이 결정된다.

$$\left(\sum_{i=1}^{b_k} p_{(k)i}/b_k\right)_{[1]} \le \left(\sum_{i=1}^{b_k} p_{(k)i}/b_k\right)_{[2]} \le \cdots \le \left(\sum_{i=1}^{b_k} p_{(k)i}/b_k\right)_{[n_b]},$$

여기서 $\left(\sum_{i=1}^{b_k} p_{(k)i}/b_k\right)_{[j]}$ 는 j번째 처리되는 배치의 $\sum_{i=1}^{b_k} p_{(k)i}/b_k$ 값을 나타낸다.

증명. 만약 $n_b, b_k, p_{k(i)}$ 의 값이 고정되면, 식 (3)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\text{식 (3)} = h_w \sum_{k=1}^{n_b} b_k \left\{ s_k + \sum_{i=1}^{b_k} p_{k(i)} \right\} + (h_f - h_w) \sum_{k=1}^{n_b} \sum_{i=1}^{b_k} (i-1) p_{k(i)} + \delta n_b + h_f d n_b$$

위의 식에서 첫 번째 항목을 제외한 나머지 값은 배치간의 처리순서에 영향을 받지 않는다. 또한, 첫 번째 항목에서 $s_k + \sum_{i=1}^{b_k} p_{k(i)}$ 는 배치 k의 완료시간을 의미하게 된다. 따라서, $\sum_{i=1}^{b_k} p_{k(i)}$ 와 b_k를 각각 단일기계일정계획문제에서의 작업가공시간과 가중치(weight)로 가정하면 $\sum_{k=1}^{n_b} b_k \left\{ s_k + \sum_{i=1}^{b_k} p_{k(i)} \right\}$ 는 가중완료시간의 합(sum of weighted completion time)을 나타내는 식과 동일해지고 이는 WSPT(weighted shortest processing time)순서에 의해 최소가 된다.

성질 4의 관찰에 근거하여 발견적 해법 EH가 제시된다.

- **EH(efficient heuritic)**

Step 0 : 작업을 LPT순서로 정렬한다.
Step 1 : $n_b = \lceil N/c \rceil, \cdots, N$ 에 대해 다음 Step 2~6를 반복한다.
Step 2 : BAA의 Step 2와 동일
Step 3 : 성질 4의 순서대로 배송배치를 다시 정렬한다.
Step 4 : 얻어진 전체 작업의 처리순서에 식 (2)의 동적계획을 적용하여 배송계획을 도출한다.
Step 5 : BAA의 Step 3와 동일
Step 6 : BAA의 Step 4와 동일

위의 EH는 $n_b = \lceil N/c \rceil, \cdots, N$ 에 대해 $O(N^2)$ 의 동적계획을 반복하므로 총 시간복잡도는 $O(N^3)$ 이다.

EH의 성능을 평가하기 위해 다음과 같이 라그랑지안 완화법에 근거한 목적함수의 하한값(lower bound)을 도출한다. 이를 위해 먼저 주어진 문제에 대한 정수계획(integer programming)을 제시한다. 정수계획에서 사용된 결정변수는 다음과 같다.

x_{it} : 작업 i가 시간 t에 배송이 시작되는 배치에 할당되면 값이 1, 그렇지 않으면 0,
y_{ij} : 작업 i가 작업 j보다 선행하면 값이 1, 그렇지 않으면 0,
z_t : 시간 t에 출발하는 배송배치가 존재하면 값이 1, 그렇지 않으면 값이 0.

식 (3)을 최소화하기 위한 정수계획은 다음과 같다.

- **Problem IP**

$$\min \sum_{i=1}^{N} \left[(h_w - h_f)\left(p_i + \sum_{j=1}^{N} p_j y_{ji}\right) + \sum_{t=1}^{T} h_f t x_{it} \right] + \sum_{t=1}^{T} \delta z_t + h_f d_1 N$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{t=1}^{T} x_{it} = 1, \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{it} \le c, \quad \text{for } t = 1, 2, \cdots, T \tag{7}$$

$$z_t \ge x_{it}, \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N, t = 1, 2, \cdots, T \tag{8}$$

$$y_{ij} + y_{ji} = 1, \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N, j = 1, 2, \cdots, N \tag{9}$$

$$\sum_{m=1}^{N} y_{mi} \ge \sum_{m=1}^{N} y_{mj} - M y_{ij}, \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N, \ j = 1, 2, \cdots, N \tag{10}$$

$$\sum_{t=1}^{T} t x_{it} \ge \left(p_i + \sum_{j=1}^{N} p_j y_{ji}\right), \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N \tag{11}$$

$$x_{it}, y_{ij}, z_t \in \{0,1\}, \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N, \ j = 1, 2, \cdots, N, t = 1, 2, \cdots, T \tag{12}$$

여기서 $T = \sum_{j=1}^{N} p_j$ 이며 식 (10)의 M은 임의의 큰 값

을 나타낸다. 식 (6)은 모든 작업은 배송되어야 함을 나타내며 식 (7)은 배치의 용량제한을 표현한 것이다. 식 (10)에서 $\sum_{m=1}^{N} y_{mi}$는 작업 i보다 선행하는 작업의 수를 나타내므로 작업 j가 작업 i보다 선행할 경우 i의 선행작업수가 j의 선행작업수보다 많다는 것을 의미한다. 식 (11)은 식 (6)과 함께 사용되어 작업 i의 배송시점이 t일 경우 i의 작업완료 시점보다 t의 값이 커야 한다는 것을 나타낸다.

$\alpha_{it} \geq 0$와 $\beta_i \geq 0$를 각각 식 (8)과 식 (11)에 관련한 라그랑지안 승수(lagrangian multiplier)라고 하자. 이때, 제한식 (8)과 식 (11)을 완화(relaxing) 함으로써, 주어진 라그랑지안 문제는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
Z_{LB}(\alpha, \beta) = \min \sum_{i=1}^{N} & \left[(h_w - h_f + \beta_i)\left(p_i + \sum_{j=1}^{N} p_j y_{ji}\right)\right] \\
& + \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} [t(h_f - \beta_i) + \alpha_{it}] x_{it} \\
& + \sum_{t=1}^{T}\left(\delta - \sum_{i=1}^{N} \alpha_{it}\right) z_t + h_f dN
\end{aligned}
$$

s.t. $\alpha_{it} \geq 0$ and $\beta_i \geq 0$,

for $i = 1, 2, \cdots, N$, $t = 1, 2, \cdots, T$

식 (6), 식 (7), 식 (9), 식 (10), 식 (12)

주어진 승수들의 집합 (α, β)에서, 전체 라그랑지안 문제는 다음에서 설명되는 3개의 하위문제(SP1, SP2, SP3)로 분할될 수 있다.

$$
\text{(SP1)} \quad \min \sum_{t=1}^{T}\left(\delta - \sum_{i=1}^{N} \alpha_{it}\right) z_t
$$

$$
\text{s.t.} \quad \lceil N/c \rceil \leq \sum_{t=1}^{T} z_t \leq N \qquad (13)
$$

$$
z_t \in \{0, 1\}, \text{ for } t = 1, 2, \cdots, T
$$

식 (13)은 최초 문제(IP)의 표현과 중복되는(redundant) 것이다. 그러나 이것은 라그랑지안 하한값을 좀 더 유효하게(tight) 하게 하기 위해서 추가되었다. (SP1)는 동적계획에 의해 최적해를 구할 수 있다. $e(t)$를 시간 구간 $(0, t)$안에서 이루어지는 배송횟수라고 하고, $(t, e(t))$는 동적계획의 상태라고 하자. 또한 $SP(t, e(t))$를 주어진 상태$(t, e(t))$에서의 비용이라고 할 때 동적계획 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
& SP(t, e(t)) = \\
& \quad \min\left\{SP(t+1, e(t)),\ \delta - \sum_{i=1}^{N} \alpha_{it} + SP(t+1, e(t)+1)\right\}, \\
& SP(0,0) = 0
\end{aligned}
$$

이때, 최적해는 $SP^* = \min_{\lceil N/c \rceil \leq e \leq N} \{SP(T, e)\}$로 얻어진다.

$$
\begin{aligned}
\text{(SP2)} \quad & \min \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} [t(h_f - \beta_i) + \alpha_{it}] x_{it} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{t=1}^{T} x_{it} = 1, \text{ for } i = 1, 2, \cdots, N \\
& \sum_{i=1}^{N} x_{it} \leq c, \text{ for } t = 1, 2, \cdots, T
\end{aligned}
$$

$x_{it} \in \{0,1\}$, for $i = 1, 2, \cdots, N$, $t = 1, 2, \cdots, N$

위의 (SP2)는 수송문제(transportation problem)와 동일함을 알 수 있으며, 잘 알려진 수송심플렉스 알고리즘에 의해 해를 구할 수 있다.

$$
\text{(SP3)} \quad \min \sum_{i=1}^{N}\left[(h_w - h_f + \beta_i)\left(p_i + \sum_{j=1}^{N} p_j y_{ji}\right)\right] \qquad (14)
$$

$$
\begin{aligned}
\text{s.t.} \quad & y_{ij} + y_{ji} = 1, \\
& \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N, j = 1, 2, \cdots, N \\
& \sum_{m=1}^{N} y_{mi} \geq \sum_{m=1}^{N} y_{mj} - M y_{ij}, \\
& \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N, j = 1, 2, \cdots, N \\
& y_{ij} \in \{0,1\}, \\
& \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots, N, j = 1, 2, \cdots, N
\end{aligned}
$$

위의 (SP3)은 결정변수 y_{ij}의 정의를 참조하면 식 (14)에 있는 목적비용을 최소화시키는 작업순서를 찾는 문제가 된다. 이때 최적 작업순서는 다음의 성질 5에 의해 구할 수 있다.

성질 5. (SP3)는 다음 작업순서에 의해 최적해를

구할 수 있다.

$(J_1^E, J_2^E, \cdots, J_{|E|}^E, J_1^U, J_2^U, \cdots, J_{|U|}^U, J_1^F, J_2^F, \cdots, J_{|F|}^F)$,

여기서 $E = \{i \mid h_w - h_f + \beta_i > 0, 1 \le i \le N\}$,
$U = \{i \mid h_w - h_f + \beta_i = 0, 1 \le i \le N\}$,
$F = \{i \mid h_w - h_f + \beta_i < 0, 1 \le i \le N\}$,
$|E| + |U| + |F| = N$.

J_i^E, J_i^U, J_i^F를 각각 하위집합 E, U, F의 i번째 작업의 최적 작업순서라고 정의할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$0 < \frac{p_{J_1^E}}{h_w - h_f + \beta_{J_1^E}} \le \frac{p_{J_2^E}}{h_w - h_f + \beta_{J_2^E}} \le \cdots$$

$$\le \frac{p_{J_{|E|}^E}}{h_w - h_f + \beta_{J_{|E|}^E}}, \text{ for } J_i^E \in E \ (i = 1, 2, \cdots, |E|),$$

$$\frac{p_{J_1^F}}{h_w - h_f + \beta_{J_1^F}} \le \frac{p_{J_2^F}}{h_w - h_f + \beta_{J_2^F}} \le \cdots$$

$$\le \frac{p_{J_{|F|}^F}}{h_w - h_f + \beta_{J_{|F|}^F}} < 0, \text{ for } J_i^F \in F \ (i = 1, 2, \cdots, |F|),$$

$J_i^U \in U$ $(i = 1, 2, \ldots, |U|)$는 어떤 작업순서로 처리되어도 무방하다.

증명. 모든 작업들은 집합 E, U, F로 분할될 수 있다. 먼저, 집합 E에 속하는 모든 작업들은 집합들 U, F에 속하는 모든 작업들보다 항상 우선되어 처리되어야 최적임을 간단한 작업교환법(job interchange)으로 알 수 있다. 또한, 집합 U에 속하는 작업들은 집합 F에 속하는 모든 작업들보다 항상 우선되어 처리되어야 최적임을 역시 작업교환법으로 알 수 있다. 즉, 집합간의 최적 작업순서는 $E \to U \to F$이다.

이제는 각 집합 E, U, F내의 작업들 간의 순서에 대해서 정하게 된다. 먼저 $J_i^E \in E$에 대해서는 $0 < \frac{p_{J_1^E}}{h_w - h_f + \beta_{J_1^E}} \le \cdots \le \frac{p_{J_{|E|}^E}}{h_w - h_f + \beta_{J_{|E|}^E}}$의 순서로 작업들이 처리되어야 최적임을 작업교환법으로 알 수 있다. 두 번째로 $J_i^U \in U$에 속하는 작업들은 임의의 순서로 작업되어도 무방하다. 마지막으로 $J_i^F \in F$는 $\frac{p_{J_1^F}}{h_w - h_f + \beta_{J_1^F}} \le \cdots \le \frac{p_{J_{|F|}^F}}{h_w - h_f + \beta_{J_{|F|}^F}} < 0$의 순서로 작업들이 처리되어야 최적임을 작업교환법으로 알 수 있다.

라그랑지안 문제는 제약식 (8)과 식 (11)을 완화하였기 때문에 그 해가 원 문제의 가능해(feasible solution)가 될 확률은 매우 낮아진다. 따라서 라그랑지안 문제의 해를 이용해서 원 문제의 가능해를 찾아주는 절차가 필요하다. 이러한 절차를 라그랑지안 완화법에서는 primal 휴리스틱이라고 부른다. 본 연구의 primal 휴리스틱은 다음과 같이 제안된다.

- **Primal 휴리스틱**

Step 1 : (SP3)로부터 작업순서를 도출한다.

Step 2 : 식 (2)의 동적계획을 적용하여 배송계획을 구한다.

그리고, 전체 라그랑지안 문제를 풀기 위해, 본 연구는 Subgradient 접근법을 적용한다. Subgradient 접근법은 라그랑지안 문제에 쉽게 적용되고, 그 효과도 매우 좋은 것으로 많은 연구결과를 통해 알려져 있다. 만약 Z_{LB}^*를 라그랑지안 문제에 의해 제시된 하한값이라하고, Z_{UB}^*를 라그랑지안 휴리스틱으로 구한 상한값이라고 하자. 또한, $\alpha_{jt}^{(m)}$과 $\beta_j^{(m)}$을 m번째 구해지는 라그랑지안 승수라고 할 때, 전체 라그랑지안 문제를 풀기 위한 Subgradient 접근법은 다음과 같이 제안될 수 있다.

- **Subgradient 접근법**

Step 0 : $\alpha_{jt}^{(0)}$, $\beta_j^{(0)}$을 각각 0의 값으로, Step-size Δ를 2의 값으로, 반복수 m은 1의 값으로 설정한다. 또한, Z_{LB}^*와 Z_{UB}^*의 값을 각각 0, ∞의 값으로 초기화 하고, 매우 작은 값 ϵ를 정한다. 본 연구에서는 $\epsilon = 0.005$를 사용한다.

Step 1 : 주어진 $\alpha_{jt}^{(m)}$, $\beta_j^{(m)}$에 대해, 라그랑지안 하위문제 (SP1), (SP2), (SP3)의 최적해 $\widetilde{x}_{jt}$,

안 하한값 $\widetilde{Z_{LB}}$을 구한다. 만일 $Z_{LB}^{*} < \widetilde{Z_{LB}}$ 가 성립하면, Z_{LB}^{*}를 $\widetilde{Z_{LB}}$의 값으로 업데이트한다. 만일 $(Z_{UB}^{*} - Z_{LB}^{*})/Z_{LB}^{*} \le \epsilon$ 이 성립하면, 알고리즘은 종료된다.

Step 2 : 주어진 하위문제들 (SP1), (SP2), (SP3)의 최적해 $\widetilde{x_{jt}}$, $\widetilde{y_{ij}}$, $\widetilde{z_t}$에 대해 primal 휴리스틱을 이용해서, 가능해를 구한다. 이에 해당하는 목적식의 값 $\widetilde{Z_{UB}}$를 계산한다. 만일 $\widetilde{Z_{UB}} < Z_{UB}^{*}$ 가 성립한다면, Z_{UB}^{*}를 $\widetilde{Z_{UB}}$의 값으로 업데이트한다.

Step 3 : 라그랑지안 승수 $\alpha_{jt}^{(m+1)}$, $\beta_{j}^{(m+1)}$ 을 다음식을 이용하여 계산한다.

$$\alpha_{jt}^{(m+1)} = \max\left\{\alpha_{jt}^{(m)} + \mu(\widetilde{x_{jt}} - \widetilde{z_t}), 0\right\},$$

$$\beta_i^{(m+1)} = \max\left\{\beta_i^{(m)} + \mu\left(p_i + \sum_{j=1}^{N} p_j \widetilde{y_{ji}} - \sum_{t=1}^{T} t\widetilde{x_{it}}\right), 0\right\},$$

여기서, $\mu = \Delta(Z_{UB}^{*} - \widetilde{Z_{LB}}) / \left[\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}(\widetilde{x_{it}} - \widetilde{z_t})^2 + \sum_{i=1}^{N}\left(p_i + \sum_{j=1}^{N} p_j \widetilde{y_{ji}} - \sum_{t=1}^{T} t\widetilde{x_{it}}\right)^2\right]$ 을 나타낸다. 만약 $m=M$을 만족한다면, 알고리즘을 종료한다. 그렇지 않으면, 반복수 m을 증가시키고, Step 1으로 간다. 본 연구에서는 M=1,000 을 사용한다.

Subgradient 접근법을 종료했을 때, 얻어지는 최종 가능해의 값 Z_{UB}^{*}은 휴리스틱 해로 사용될 수 있다. 이러한 휴리스틱을 LH(lagrangian heuristic)로 부른다.

4. 수치실험

본 연구에서 제안된 휴리스틱 EH과 LH의 성능을 평가하기 위해서 다음과 같은 방식으로 난수데이터를 생성하였다. 작업가공시간 p_i는 시간간격 [1, MAX_P] 를 가지는 균등분포(uniform distribution)로부터 도출하였고, 차량용량 c는 [1, 10], 배송시간 d는 [1, 30], 단위재고유지비용 h_w와 $h_f(h_w < h_f)$는 [1, 10]의 범위에서 데이터가 수집되었다. 실험을 위해서 작업수 N은 20, 30, 40, 50 그리고 MAX_P의 값은 5, 10, 15, 고정비용 δ의 값은 10, 20, 30으로 각각 두고, 각 조합(N, MAX_P, δ)에 대해서 10개씩의 문제를 무작위로 생성하였다. 수치실험은 Pentium IV PC/2.4GHz에서 수행되었으며 알고리즘의 프로그래밍을 위해 C언어를 사용하였다. 각 발견적 해법의 성능비교 결과는 <표 1>에 요약되어 있다.

<표 1>에서 "LB"이 라그랑지안 완화법에 의해서 얻어진 하한값을 의미하고 "$Heuristic$ "이 EH나 LH로 얻어진 가능해의 목적함수 값을 나타낸다고 할 때, $Gap(\%)$은 $Gap(\%) = \frac{(Heuristic - LB)}{LB} \times 100$ 으로 표현된다. <표 1>의 결과를 보고 판단할 때, 제안된 발견적 해법들은 모두 좋은 성능을 보여주고 있음을 알 수 있다. EH와 LH의 평균 계산시간은 각각 0.02와 108.2초이다. 그리고 Gap의 평균값은 각각 2.7%와 2.6%이다. 보통 EH는 "single pass" 방식이고, LH는 반복적인 성격을 가지고 있기 때문에 유효성(effectiveness)측면에서는 LH가 EH보다 성능이 더 우수하지만 효율성(efficiency) 측면에서는 EH가 LH에 비해 우수하다고 하겠다.

5. 결 론

본 연구는 생산과 배송으로 이어지는 2단계 공급사슬에서 제품의 생산단계에서 필요한 작업일정계획과 완성된 제품을 고객에게 운송하는 배송단계에서 발생하는 배송계획을 동시에 도출하기 위한 통합 일정계획문제를 고려하였으며, 성능이 우수한 두 가지 발견적 해법인 EH와 LH가 제시되었다.

본 연구는 생산일정계획과 배송계획간의 통합, 기존의 일정계획이론을 공급사슬시스템으로 확장, 완제품 및 재공품 재고비용을 구분하였다는 측면에서 기존 연구와 차별성을 찾을 수 있으며 공급사슬 일정계획분야의 새로운 시도라고 할 수 있다. 본 연

〈표 1〉 수치실험의 결과표

N	MAX_P	δ	휴리스틱 EH Max. Gap (%)	휴리스틱 EH Average Gap (%)	휴리스틱 EH Average time (s)	휴리스틱 LH Max. Gap (%)	휴리스틱 LH Average Gap (%)	휴리스틱 LH Average time (s)
20	5	10	5.8	4.9	0.01	6.2	5.8	13.8
		20	6.1	5.3	0.00	9.2	7.7	13.2
		30	9.3	6.9	0.00	7.0	6.7	13.8
	10	10	3.5	2.3	0.01	2.9	2.2	22.8
		20	3.1	2.5	0.00	3.9	3.0	24
		30	6.9	4.3	0.01	4.3	3.7	21.6
	15	10	2.1	1.5	0.02	2.8	1.6	29.6
		20	2.9	2.3	0.01	4.1	2.6	30
		30	2.7	2.5	0.01	3.7	3.1	32
30	5	10	9.5	7.2	0.02	6.9	5.0	28.2
		20	5.7	4.5	0.01	6.1	5.3	31.6
		30	10.6	8.0	0.01	5.7	5.1	29.4
	10	10	2.9	2.4	0.02	2.6	2.3	49.4
		20	2.6	2.2	0.01	2.6	2.1	58.2
		30	4.6	2.8	0.02	3.6	3.1	55.2
	15	10	1.4	1.0	0.02	1.5	1.1	81
		20	2.4	1.6	0.01	1.6	1.4	82.2
		30	2.2	1.9	0.02	2.2	1.7	166.2
40	5	10	3.5	2.5	0.03	3.2	3.0	66.2
		20	3.9	3.4	0.03	3.2	2.8	63.6
		30	5.3	4.1	0.02	4.5	3.3	64.8
	10	10	2.3	1.6	0.03	1.5	1.4	111.8
		20	3.0	2.0	0.03	1.9	1.8	112.4
		30	2.3	1.9	0.02	2.0	1.8	122
	15	10	0.7	0.6	0.03	0.8	0.7	198.4
		20	1.2	0.9	0.03	1.4	1.3	181.6
		30	1.4	1.3	0.04	1.8	1.4	180.4
50	5	10	3.7	2.6	0.04	2.5	1.7	117.6
		20	4.8	3.3	0.04	2.3	2.0	114.2
		30	3.1	2.5	0.04	2.8	2.3	121
	10	10	1.3	0.9	0.04	1.2	1.0	209.4
		20	1.4	1.2	0.04	1.6	1.3	202.4
		30	1.6	1.5	0.04	1.6	1.4	206.8
	15	10	1.1	0.9	0.05	2.0	1.0	312.4
		20	1.2	1.2	0.04	2.4	1.1	311
		30	1.8	1.5	0.04	2.6	1.5	418.2
Average			3.5	2.7	0.02	3.1	2.6	108.2

구의 결과는 현장에서 생산관리자의 효율적 작업일정계획 및 배송계획 도출을 위해 활용될 수 있으며, 공급사슬관리 소프트웨어의 엔진제작에 새로운 알고리즘 행태로 제공될 수 있을 것으로 사료된다.

향후 단일설비에서 보다 확장된 다양한 생산시스템(병렬기계 등)과 다양한 배송패턴을 대상으로 연구가 확장될 수 있으며 납기 등을 고려한 목적함수의 변화를 고려할 수 있다. 또한, 본 연구에서는 생산 및 배송단계에서의 비용만을 고려하고 있어 실제 제품을 납품받는 소매상입장에서의 비용이 고려되지 못하는 단점이 있다. 향후 수요자의 수요패턴과 이러한 수요에 따른 소매상 입장에서 발생되는 재고비용 등을 함께 고려할 경우 보다 통합적인 공급사슬에 관한 연구가 가능하리라 판단된다.

참 고 문 헌

[1] 김봉진, "단일설비 생산체제에서 부품의 일정계획에 관한 발견적 기법", 「대한산업공학회지」, 제20권, 제2호(1994), pp.31-38.

[2] 윤상흠, "공통 및 고유부품으로 구성되는 제품의 부품공급을 위한 단일설비 일정계획", 「한국경영과학회지」, 제28권, 제4호(2003), pp.105-114.

[3] Ahmadi, J.H., R.H. Ahmadi, S. Dasu, and C.S. Tang, "Batching and Scheduling Jobs on Batch and Discrete Processors," *Operations Research*, Vol.39(1992), pp.750-763.

[4] Chandru, V., C.Y. Lee, and R. Uzsoy, "Minimizing Total Completion Time on a Batch Processing Machine with Job Families," *Operations Research Letters*, Vol.13(1993a), pp.61-65.

[5] Chandru, V., C.Y. Lee, and R. Uzsoy, "Minimizing Total Completion Time on Batch Processing Machines," *International Journal of Production Research*, Vol.31 (1993b), pp.2097-2121.

[6] Chang, Y.C. and C.Y. Lee, "Machine Scheduling with Job Delivery Coordination," *European Journal of Operational Research*, Vol.158(2004), pp.470-487.

[7] Chen, Z.L., "Scheduling and Common Due Date Assignment with Earliness-tardiness Penalities and Batch Delivery Costs," *European Journal of Operational Research*, Vol. 93(1996), pp.49-60.

[8] Cheng, T.C.E., V.S. Gordon, and M.Y. Kovalyov, "Single Machine Scheduling with Batch Deliveries," *European Journal of Operational Research*, Vol.94(1996), pp.277-283.

[9] Chopra, S. and P. Meindl, *Supply Chain Management*, Prentice Hall, New Jersey, 2004.

[10] Hall, N.G., M.A. Lesaoana, and C.N. Potts, "Scheduling with Fixed Delivery Dates," *Operations Research*, Vol.49(2001), pp.134-144.

[11] Hall, N.G. and C.N. Potts, "Supply Chain Scheduling : Batching and Delivery," *Operations Research*, Vol.51(2003), pp.566-584.

[12] Hall, N.G. and C.N. Potts, "The Coordination of Scheduling and Batch Deliveries," *Annals of Operations Research*, Vol.135(2005), pp. 41-64.

[13] Hochbaum, D.S. and D. Landy, "Scheduling Semiconductor Burn-in Operations to Minimize Total Flowtime," *Operations Research*, Vol.45(1997), pp.874-885.

[14] Lee, C.Y. and Z.L. Chen, "Machine Scheduling with Transportation Considerations," *Journal of Scheduling*, Vol.4(2001), pp.3-24.

[15] Li, C.L., V. George, and C.Y. Lee, "Machine Scheduling with Deliveries to Multiple Customer Locations," *European Journal of*

Operational Research, Vol.164(2005), pp.39-51.

[16] Pundoor, G. and Z.L. Chen, "Scheduling a Production-distribution System to Optimize the Tradeoff between Delivery Tardiness and Distribution Cost," *Naval Research Logistics*, Vol.52(2005), pp.571-589.

[17] Selvarajah, E. and S. George, "Batch Scheduling in an Two-level Supply Chain-a Focus on the Supplier," *European Journal of Operational Research*, Vol.158(2005), pp. 470-487.

[18] Sung, C.S., Y.H. Kim, and S.H. Yoon, "A Problem Reduction and Decomposition Approach for Scheduling for a Flowshop of Batch Processing Machines," *European Journal of Operational Research*, Vol.121 (2000), pp.179-192.

[19] Yang, X., "Scheduling with Generalized Batch Delivery Dates and Earliness Penalties," *IIE Transactions*, Vol.32(2000), pp. 735-741.