

## 퍼지 슬라이딩 모드의 속도 향상을 위한 제어기 설계

### Fuzzy sliding mode controller design for improving the learning rate

황은주\* · 조영완\*\*\* · 김은태\*\* · 박민용\*\*

Eun Ju Hwang\* · Young-Wan Cho\*\*\* · Euntai Kim\*\* · Mignon Park\*\*

\* 연세大學 전기전자공학부 博士課程

\*\* 연세大學 전기전자공학부 教授 · 工博

\*\*\* 서경大學 컴퓨터공학부 教授 · 工博

#### 요약

본 논문에서는 두 개의 시스템으로 구성된 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 설계를 제안한다. 제안한 슬라이딩 모드 제어기는 두 개의 시스템입력으로 구성된다. 기존의 슬라이딩 모드 제어기는 approximation  $\hat{u}(t)$ 에 불연속함수나  $sat$  함수를 추가하여 상태궤적을 sliding surface로 보내는 제어 기법을 사용하고 있다. 본 논문에서는 이러한 기존의 제어기에 또 하나의 불연속함수 제어기를 추가하여 불확실한 제어 이득에 의한 disturbance를 줄여주고, 불확실한 외란에 강인한 제어기설계와 알지 못하는 실제 비선형 시스템과 퍼지 시스템 간의 오차에 의한 불안정성도 해결할 수 있는 제어기를 제안하였다. 또한 본 논문에서는 Fuzzy tuning을 통해 슬라이딩 조건을 가변화함으로써 기존의 슬라이딩 모드 제어기에 비해 빠르고 정확하게 추종 가능하도록 제어기의 성능을 향상시킨다. 기존의 슬라이딩 모드 제어방식에서는  $\eta$ 값을 임의의 양의 상수로 두고 설계를 하였다. 하지만 이러한 방식은 높은 overshoot를 발생하게 하거나 늦은 정정시간을 갖게 하였다. 이를 해결하기 위하여 본 논문에서는 state의 각 상황에 맞는  $\eta$ 값을 fuzzy tuning을 통하여 유도해 내어 overshoot를 줄이며 동시에 정정시간도 줄여 제어성능을 높이는 방법을 제안한다.

#### Abstract

In this paper, the adaptive fuzzy sliding mode controller with two systems is designed. The existing sliding mode controller used to approximation  $\hat{u}(t)$  with discrete  $sgn$  function and  $sat$  function for keeping the state trajectories on the sliding surface[1]. The proposed controller decrease the disturbance for uncertain control gain and This paper is concerned with an Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control(AFSMC) that the fuzzy systems are used to approximate the unknown functions of nonlinear system. In the adaptive fuzzy system, we adopt the adaptive law to approximate the dynamics of the nonlinear plant and to adjust the parameters of AFSMC. The stability of the suggested control system is proved via Lyapunov stability theorem, and convergence and robustness properties are demonstrated. Furthermore, fuzzy tuning improve tracking abilities by changing some sliding conditions. In the traditional sliding mode control,  $\eta$  is a positive constant. The increase of  $\eta$  has led to a significant decrease in the rise time. However, this has resulted in higher overshoot. Therefore the proposed  $\eta$  tuning AFSMC improve the performances, so that the controller can track the trajectories faster and more exactly than ordinary controller. The simulation results demonstrate that the performance is improved and the system also exhibits stability.

Key Words : Sliding control, Adaptive law, Lyapunov theorem, Fuzzy modeling, Non-linear systems

#### 1. 서 론

최근 연구되고 있는 제어 알고리즘의 대부분은 일반적으로 플랜트의 수학적인 모델링에 근거하여 이루어져 왔기 때문에 제어 대상 시스템의 구조와 파라미터에 대한 정확한 정보를 필요로 한다. 그러나 실제로 많은 비선형 시스템을 모델 구조와 파라미터에 대한 완벽한 정보를 가지고 동역학 방정식으로 구현하는 것은 쉬운 일이 아니며, 이를 극복하기 위해 숙련 작업자와 제어 전문가의 지식을 IF-THEN 규칙 기반을 가지는 퍼지 시스템이 탄생되었고, 이러한 퍼지 시스

템은 어떤 플랜트의 파라미터 또는 구조 등을 모델링 하는데 적용되어 왔다[2-4].

불확실성에 대한 강인한 제어기로 슬라이딩 모드 제어기가 있다. 슬라이딩 모드 제어는 변수의 변화와 외부 외란에 대해 강인하여 유도법칙 설계에 많이 이용되며[5-7], 불연속스위칭 제어를 수행하기 때문에 chattering이 발생하는데, 이를 가변 경계층을 도입하여 해결하고 있다[2]. 이로써 불확실성이나 외란에 의한 오차를 제거함으로써 보다 일정한 성능을 유지하는 제어기를 설계할 수 있다.

본 논문에서는 두 개의 시스템으로 구성된 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 설계를 제안한다. 기존의 슬라이딩 모드 제어기는 approximation  $\hat{u}(t)$ 에 불연속함수나  $sat$  함수를 추가하여 상태궤적을 sliding surface로 보내는

접수일자 : 2006년 11월 9일

완료일자 : 2006년 11월 30일

제어 기법을 사용하고 있다[1]. 본 논문에서는 이러한 기존의 제어기에 또 하나의 불연속형 제어기를 추가하여 불확실한 제어 이득에 의한 disturbance를 줄여주고, 불확실한 외란에 강인한 제어기설계와 알지 못하는 실제 비선형 시스템과 퍼지 시스템 간의 오차에 의한 불안정성도 해결할 수 있는 제어기를 제안하였다. Control gain  $g$  함수가 있는 시스템에 대하여 기존의 슬라이딩 모드 제어기만을 사용하면 불확실한  $g$  함수로 인한 시스템 불안정성이 생길 수 있다. 이를 해결하기 위하여 direct 퍼지 슬라이딩 모드 제어기에 indirect 퍼지 제어기를 더하여 설계한 방법이 제시되었다[4].

이러한 방법에는 indirect 퍼지 제어기에 대한 IF-THEN 규칙과 퍼지 모델링이 필요하다는 단점이 있지만 본 논문에서는 기존의 제어기  $u_a$ 의 불연속성을 더해줌으로써 더욱 간단한 형태의 제어기를 제안하였다[4].

또한 본 논문에서는 Fuzzy tuning을 통해 슬라이딩 조건을 가변화함으로써 기존의 슬라이딩 모드 제어기에 비해 빠르고 정확하게 추종 가능하도록 제어기의 성능을 향상시킨다.  $\eta$ 값을 임의의 양의 상수로 두는 기준의 제어기는 높은 overshoot를 발생하게 하거나 늦은 정정 시간을 갖게 하였다. 이를 해결하기 위하여 본 논문에서는 state의 각 상황에 맞는  $\eta$ 값을 fuzzy tuning을 통하여 유도해 내어 overshoot를 줄이며 동시에 정정시간도 줄여 제어성능을 높이는 방법을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존 연구들의 이론적 배경을 설명한다. 퍼지 시스템에 대해서 간략하게 설명하고 비선형 시스템을 퍼지 시스템으로 모델링하는 과정을 제시하며, 3장에서는 sliding mode 제어기를 소개한다. 4장에서는 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 이용하여 새로운 유도 법칙을 도출하고 안정화 문제를 증명하며,  $\eta$ 를 fuzzy tuning하여 제어기의 학습 속도를 향상시킨다. 5장에서는 제안된 방법의 유효성을 검증하기 위해서 역진자 시스템에 적용한 후 시뮬레이션을 통해서 그 성능을 알아보고 결론을 짓음으로써 마무리한다.

## 2 장 퍼지 시스템

다음과 같은  $n$ 차 비선형 SISO(Single Input Single Output) 시스템을 생각해 보자.

$$x^{(n)} = f(\underline{x}) + g(\underline{x}) u \quad (2-1)$$

여기서  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 정확히 알지는 못하지만 일정한 영역에서 연속되는 비선형 함수이다.  $u$ 는 시스템의 제어입력이다. 그리고  $x = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]^T \in R^n$ 을 선택 가능한 시스템의 상태 벡터라 놓으면 우리는 주어진 SISO 비선형 시스템을 퍼지 모델로 설계 할 수 있다[2].

$\prod_{i=1}^n p_i$  규칙들로부터 퍼지 시스템  $\hat{f}(x|\theta_f)$ 을 만든다.

IF  $x_1$  is  $A_1^{l_1}$  and  $\dots$  and  $x_n$  is  $A_n^{l_n}$ , THEN  $\hat{f}$  is  $E^{l_1 \dots l_n}$

(2-2)

여기서  $l_i = 1, 2, \dots, p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  이다.

마찬가지로  $\prod_{i=1}^n q_i$  규칙들로부터 퍼지 시스템  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 을 만든다.

IF  $x_1$  is  $B_1^{l_1}$  and  $\dots$  and  $x_n$  is  $B_n^{l_n}$ , THEN  $\hat{g}$  is  $H^{l_1 \dots l_n}$

(2-3)

여기서  $l_i = 1, 2, \dots, q_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  이다.

Product inference engine, singleton fuzzifier, center average defuzzifier를 사용하면 다음과 같은 퍼지 시스템을 유도할 수 있다.

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \frac{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} \bar{y}_f^{l_1 \dots l_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))}{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))} \quad (2-4)$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \frac{\sum_{l_1=1}^{q_1} \dots \sum_{l_n=1}^{q_n} \bar{y}_g^{l_1 \dots l_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i^{l_i}}(x_i))}{\sum_{l_1=1}^{q_1} \dots \sum_{l_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i^{l_i}}(x_i))} \quad (2-5)$$

$\bar{y}_f^{l_1 \dots l_n}, \bar{y}_g^{l_1 \dots l_n}$  : free parameter,  $\theta_f \in R \prod_{i=1}^n p_i$ ,  $\theta_g \in R \prod_{i=1}^n q_i$

따라서식(2-2)과 (2-3)의 퍼지 시스템을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi_f(x) \quad (2-6)$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \theta_g^T \xi_g(x) \quad (2-7)$$

$\xi_f(x)$ 는  $l_1 \dots l_n$ 까지의 요소로 이루어진  $\prod_{i=1}^n p_i$  차수를 갖는 벡터이다[2].

$$\xi_{f_{l_1 \dots l_n}}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))} \quad (2-8)$$

$$\xi_{g_{l_1 \dots l_n}}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{B_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{q_1} \dots \sum_{l_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i^{l_i}}(x_i))} \quad (2-9)$$

여기서  $\theta_f^*$ ,  $\theta_g^*$ 을 optimal parameter라고 하면 approximation error를 다음과 같이 나타낼 수 있다[2].

$$f_\Delta = f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*), g_\Delta = g(\underline{x}, t) - \hat{g}(\underline{x}|\theta_g^*) \quad (2-10)$$

이와 같이 IF-THEN 규칙을 이용하여  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 입출력 특성을 기술함으로써 퍼지 시스템  $\hat{f}(x|\theta_f)$ ,  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 을 추론할 수 있다. 그러나 실제 비선형 시스템과 근사화 된 시스템 사이에는 정확성의 오차가 생길 수 있다. 따라서 근사화 된 시스템의 정확도를 보장하기 위해서 시스템 동작시 실시간으로  $\hat{f}(x|\theta_f)$ ,  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 의 파라미터를 측정해야 한다. 그러므로 퍼지 시스템을 실제 시스템으로 근사화시키기 위해서는  $\theta_f$ ,  $\theta_g$ 에 대한 적응 법칙을 유도해야 하며, 이는 4장 제어기 설계 부분에서 다루기로 한다.

### 3 장 슬라이딩 모드 제어

n차의 비선형 시스템을 다음과 같이 나타낸다[1].

$$\begin{aligned} \underline{x}^{(n)} &= f(\underline{x}) + g(\underline{x})u \\ y &= x \end{aligned} \quad (3-1)$$

여기서  $f(\underline{x}, t)$ 는 불확실한 비선형 시스템이며  $g$ 는 상수라고 가정한다.  $u$ 와  $y$ 는 각각 시스템의 입력과 출력이다.  $\underline{x}$ 는 상태 벡터이다.

시스템의 state error는 다음과 같다.

$$\underline{e} = \underline{x}(t) - \underline{x}_d(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (3-2)$$

Sliding surface를 갖고 있는 가변구조 시스템의 상태 궤적은 초기 위치에서 출발하여 식(3-3)의 도달 조건에 의해 sliding surface에 도달하게 되며 이후에 이 sliding surface를 따라 평형점에 도달하게 된다. 이 조건을 만족시키는 식(3-3)을 sliding condition이라고 한다.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(x, t) \leq -\eta |s|, \quad \eta > 0 \quad (3-3)$$

상태 공간  $R^{(n)}$  상에서 sliding surface는 다음과 같다 [1,3].

$$\begin{aligned} s(e) &= \underline{c} \underline{e} = 0 \\ \underline{c} &= [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n-1} \ 1] \end{aligned} \quad (3-4)$$

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \underline{c} \dot{\underline{e}} \\ &= c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-1)} + x_d^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x_d^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(x) + g(x)u - x_d^{(n)} \end{aligned} \quad (3-5)$$

제어 입력을 얻기 위해서  $\dot{s}(x, t) = 0$ 을 만족하는 연속 제어 법칙의 approximation  $\hat{u}(t)$ 를 구해야 한다.

$\dot{s} = 0$ 을 만족시키는 연속 제어 법칙의 approximation  $\hat{u}$ 은 다음과 같다.

$$\hat{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (3-6)$$

슬라이딩 모드를 갖는 가변구조 제어는 sliding surface에서 외부 외란과 모델링 불확실성에 강인한 반면 sliding surface를 가로지르는 불연속 제어 법칙으로 인하여 chattering이 발생하는 단점을 가지고 있다. 그러므로 sliding surface에 얇은 경계층을 두고 경계층 안에서 제어 법칙을 완만하게 해줌으로써 해결한다.

$$B(t) = \{x, |s(x, t)| \leq \phi\}, \quad \phi > 0 \quad (3-7)$$

여기서  $\phi$ 는 경계층 두께이며  $\epsilon = \phi/\lambda^{n-1}$ 는 경계층 폭 (boundary layer)이며, 제어입력  $u(t)$ 의 불연속 항  $sgn(s)$ 를 평활 함수  $sat(s)$ 로 대치함으로써  $s(x, t)$ 가 경계층 밖에 있을 때에는 도달 조건을 만족시켜주기 위하여  $sgn$  함수를 사용하고 경계층 안으로 들어오면 선형 보간법에 의해 제어 입력  $u(t)$ 가 갑자기 변하는 것을 방지시켜 준다. 그러므로 제어입력  $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$u(t) = \hat{u}(t) - k \cdot sat\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (3-8)$$

$$\text{여기서 } sat(s/\phi) = \begin{cases} s/\phi & ; if |s/\phi| \leq 1 \\ sgn(s/\phi) & ; if |s/\phi| \geq 1 \end{cases} \quad (3-9)$$

### 4 장 제어기 설계 및 $\eta$ Fuzzy-tuning

제안하는 제어기는 시스템의 output  $y$ 가 desired output  $x_d$ 를 잘 추종하도록 하는 파라미터  $\theta$ 에 대한 적응 제어 알고리즘으로 설계된다.

$f(\underline{x}, t)$ 와  $g(\underline{x}, t)$ 는 정확히 알지 못하므로, 퍼지 로직 시스템  $\hat{f}(\underline{x}| \theta_f)$ 과  $\hat{g}(\underline{x}| \theta_g)$ 을 적용한다.

본 논문에서는 기존의 제어기에 또 다른 제어기를 이용하여 두 개의 제어기가 더해진 형태의 제어기를 제안하고자 한다. 제어기는 다음과 같다.

$$u = u_a + u_s \quad (4-1)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } u_a &= \hat{g}(x)^{-1} (-\hat{f}(x) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x_d^{(n)} - k sgn(s)) \\ u_s &= -\Gamma |u_a|, \quad \Gamma \geq \frac{g_{\Delta \max}}{\hat{g}(\underline{x}, \theta_g)} \\ \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} &= -\hat{g}(x) u_a - \hat{f}(x) + x_d^{(n)} - (k+D) sat(s/\Phi) \end{aligned}$$

그러므로 식(3-5)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}| \theta_f) + (g(\underline{x}, t) - \hat{g}(\underline{x}| \theta_g)) u_a \\ &\quad + g(\underline{x}, t) u_s + d(t) - (k+D) sat(s/\Phi) \\ &= f_\Delta + \phi_f^T \xi_f(x) + (g_\Delta + \phi_g^T \xi_g(x)) u_a \\ &\quad + g(x, t) u_s + d(t) - (k+D) sat(s/\Phi) \end{aligned} \quad (4-2)$$

여기서,  $\phi_f = \theta_f^* - \theta_f$ ,  $\phi_g = \theta_g^* - \theta_g$ 이다.

다음과 같이 Lyapunov candidate 함수를 선택한다.

$$V = \frac{1}{2} (s^2 + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{\gamma_2} \phi_g^T \phi_g) \quad (4-3)$$

여기서  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ 는 양의 상수이다.  $\dot{V} \leq 0$ 이 되도록 적응 법칙을 유도한다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \dot{s} + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2} \phi_g^T \dot{\phi}_g \\ &= s f_\Delta + s \phi_f^T \xi_f(x) + s(g_\Delta + \phi_g^T \xi_g(x)) u_a \\ &\quad + g(\underline{x}, t) s u_s - s k sgn(s) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2} \phi_g^T \dot{\phi}_g \end{aligned} \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq s f_\Delta - k |s| \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\dot{\phi}_f + \gamma_1 s \xi_f(x)) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2} \phi_g^T (\dot{\phi}_g + \gamma_2 s \xi_g(x) u_a) \end{aligned} \quad (4-5)$$

여기서  $\dot{\phi}_f = -\gamma_1 s \xi_f(x)$ ,  $\dot{\phi}_g = -\gamma_2 s \xi_g(x) u_a$ 이다.

그러므로 다음과 같이 adaptive law를 선택하면

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 s \xi_f(x), \quad \dot{\theta}_g = \gamma_g s \xi_g(x) u_a \quad (4-6)$$

$$\dot{V} \leq -\eta |s| \quad (4-7)$$

$\dot{V}$ 은 negative definite하다.

다음으로 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는 일부분으로 시스템의 정상상태로의 수렴속도를 빠르게 하고 오차를 줄이기 위하여  $\eta$ 값을 퍼지를 이용하여 찾아내고자 한다. 기존의 제어기에서는  $\eta$ 의 값이 증가하면 정상 상태로의 수렴시간이 감소하지만,  $\theta$ 에 매우 큰 진동이 유발되며 큰 제어회전 모멘트가 필요하다. 반대로  $\eta$ 의 값이 감소하면 진동은 작아지지만 수렴속도가 느리게 된다.

본 논문에서는  $\eta$ 의 크기 변화에 의한 빠른 수렴속도와 정밀한 제어의 관점에서 trade-off를 수행한다. 이를 tuning  $\eta$ 를 통하여 구현한다.

우선 제어 초반에는 제어의 정밀성 보다는 빠른 수렴속도가 요구되기 때문에  $\eta$ 의 값을 크게 하여 상승시간을 줄인다. 그리고 state가  $x_a$ 에 가까워지면 점점 정밀성을 필요로 하기 때문에  $\eta$ 를 줄여 정밀성을 요구해 error를 더 커지지 않게 한다. 이 지식을 이용하여 IF-THEN Rules을 표(4-1)로 만든다.

$\eta$  fuzzy-tuning 시스템의 5개의 IF-THEN Rule은 다음과 같다.

표 4-1.  $\eta$  fuzzy-tuning의 Rule

e	NLarge	NSmall	Zero	PSmall	PLarge
$\eta$	Large	Small	Small	Small	Large

본  $\eta$  퍼지 추론 시스템의 입력은 base축의 각 변위의 오차를 표준화한 값이다.

$$e_n = \frac{(\theta_d - \theta)}{\theta(0)} \quad (4-8)$$

빔의 움직임 초기에는  $t_{reach}$ 를 줄이기 위하여  $\eta$ 를 증가시키고, Sliding surface 근처에서는 boundary layer의 두께를 감소시키기 위해  $\eta$ 를 감소시킨다. 여기서  $\Phi$ 의 정상상태 값은  $\eta$ 에 직접적으로 비례한다. 추종 정확도를 높이기 위해서는 sliding surface 근처에서는  $\Phi$ 는 작은 값을 가지는 것이 좋다.  $\eta$ 의 퍼지 튜닝은 정상상태 수렴 시간과  $\theta$ 의 진동을 현저히 감소시켜주기 때문에, 기저 연결부의 제어에 필요한 회전 모멘트도  $\eta$ 를 상수로 두는 기존의 제어기에 비해 작다는 것을 알 수 있다.

## 5 장 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 제안된 제어기를 비선형 시스템인 카트형 도립진자 제어에 적용하여 결과를 검증한다.

시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - a m l x_2^2 \sin x_1 + a \cos x_1 u(t)}{\frac{4}{3} l - a m l \cos^2(x_1)} \end{aligned} \quad (5-1)$$

$x_1$	도립진자의 수직선과의 각도
$x_2$	각속도(angular velocity)
$u$	카트(cart)에 가하는 제어입력
$M$	카트의 질량
$m$	도립진자의 질량
$l$	수레와 질점 사이의 거리
$g$	중력 가속도 ( $9.8m/s^2$ )

여기서  $m = 2.0kg$ ,  $M = 8.0kg$ ,  $2l = 1.0m$ ,  $g = 9.8m/s^2$  그리고  $a = \frac{1}{m+M}$ 로 둔다.

도립진자의 제어를 위한 비선형 시스템의 퍼지모델로써 본 논문에서는 6개의 소속 함수(Membership Functions)를 사용하였다.

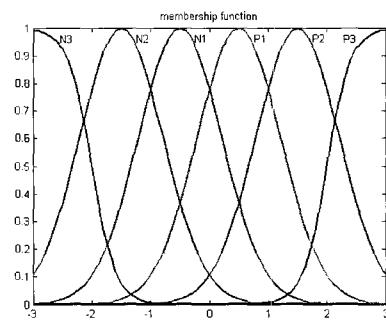


그림 5-1 소속 함수

소속 함수는 식5-2와 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{N_3}(x) &= \frac{1}{1+\exp(5(x+2))} \mu_{P_1}(x) = \exp(-(x-0.5)^2) \\ \mu_{N_2}(x) &= \exp(-(x+1.5)^2) \mu_{P_2}(x) = \exp(-(x-1.5)^2) \\ \mu_{N_1}(x) &= \exp(-(x+0.5)^2) \mu_{P_3}(x) = \frac{1}{1+\exp(-5(x-2))} \end{aligned} \quad (5-2)$$

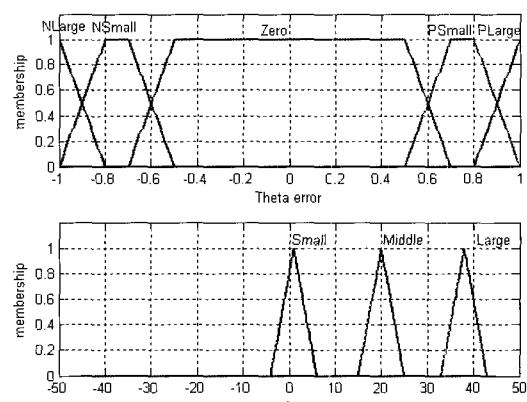


그림 5-2 fuzzy-tuning을 위한 소속 함수

$\eta$ 의 퍼지 모델링을 위해서 그림 5-2와 같은 소속 함수를 사용하였으며, 사용한 fuzzy rules는 표 4-1과 같다.

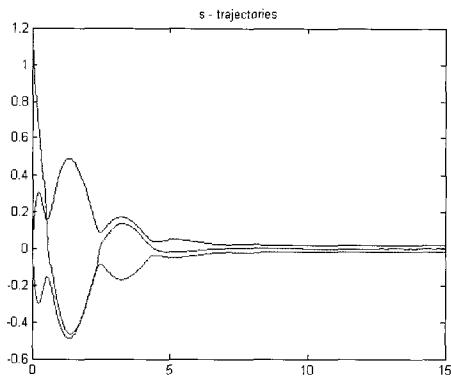


그림 5-3. s-trajectories

그림 5-3은 가변 경계층의 sliding surface의 두께 변화와 s-trajectories를 보여주고 있다. sliding surface 안에 들어간 s는 밖으로 나오지 않고 surface 내에서 수렴함을 알 수 있다.

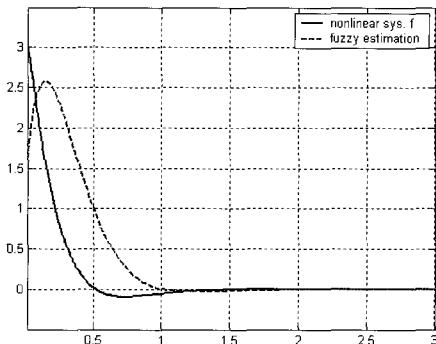
그림 5-4 비선형 시스템  $f$  와 퍼지 모델링  $\hat{f}$  의 비교

그림 5-4는 불확실한 비선형 시스템  $f$ 의 함수와 퍼지 모델링을 이용하여 파라미터 estimation을 통해 찾아낸 퍼지 함수  $\hat{f}$ 을 비교한 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 시스템을 정확히 찾아내는 것을 알 수 있다.

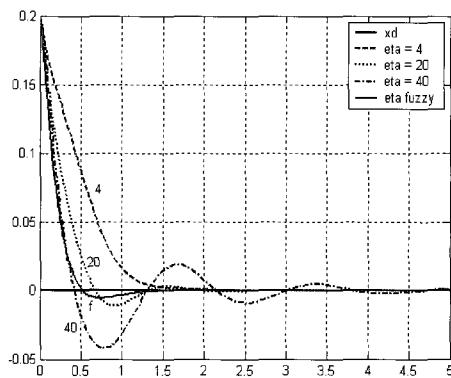
그림 5-5.  $\eta$ 의 변화에 따른 Angular displacement

그림 5-5는 기존의 제어기에서 양의 상수인  $\eta$ 가 각각 4, 20, 40 일 때의  $\theta_1$ 과, fuzzy tuning을 통해 구한  $\theta_1$ 을 비교한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이  $\eta$ 가 큰 경우 초기 수렴 속도가 빠른 것을 알 수 있으며, 이때에 overshoot가 크게 발생한다는 단점을 볼 수 있다. 그리고  $\eta$ 가 작은 경우 over-

shoot가 거의 발생하지 않고 정확하게 수렴하게 되지만 상승 시간이 늦다는 단점을 알 수 있다. Tuning  $\eta$ 를 이용해 구한 그림을 보면 이러한 단점을 보완해 빠른 상승시간과 정확성을 유지하여 보다 우수한 성능을 확인할 수 있다.

그림 5-6은 표 4-1의 IF-THEN rules 및 그림 5-2의 소속 함수를 이용해서 구한  $\eta$ 이다. Rules에서처럼 error의 크기에 대해서  $\eta$ 값이 조절되고 있음을 알 수 있다.

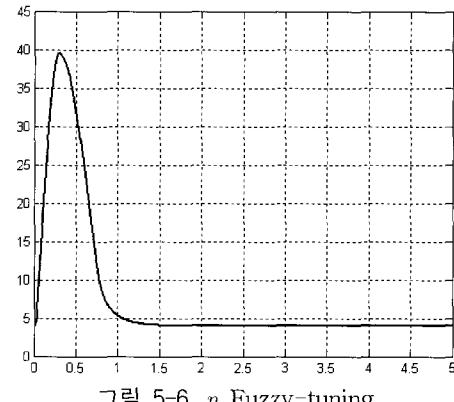


그림 5-6. η Fuzzy-tuning

본 논문에서는 시스템을 표현하는 범용 근사자로 유용성이 입증된 퍼지 논리 시스템을 이용하였으며, 제안한 방법들로 비선형 시스템을 안정화 하기위한 설계 방법을 보여주었다.

비선형 시스템과 불확실한 파라미터들은 적응 법칙에 따라 측정될 수 있다. 또한 본 논문에서는 퍼지 슬라이딩 모드 제어와 적응 제어 기술을 바탕으로 하고,  $\eta$  fuzzy-tuning 개념을 도입하였다. 제어기의 안정성은 Lyapunov 안정화 이론을 이용하여 control law를 유도하여 입증하였으며, 시뮬레이션을 통하여  $\eta$  fuzzy-tuning으로 향상된 제어 성능을 보였다.

기존의 슬라이딩 모드 제어방식에서는  $\eta$ 값을 임의의 양의 상수로 두고 설계를 하여 높은 overshoot를 발생하게하거나 늦은 정정시간을 갖게 하였다. 이를 해결하기 위하여 본 논문에서는 state의 각 상황에 맞는  $\eta$ 값을 fuzzy tuning을 통하여 유도해 내어  $\eta$ 값이 변화되고 있는 것을 확인하였다. 이것으로 제어기의 성능이고 있다는 것을 보였다.

그리고  $\eta$ 를 상수로 두고 있는 기존의 제어기와의 비교 시뮬레이션을 통해 제안한 fuzzy tuning  $\eta$ 를 기반으로 한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 시스템의 안정성을 보장하고 상태의 정확한 적응 능력을 보여주었음을 알 수가 있었다.

기존의 제어기보다 우수함을 보였다.

이러한 이론과 수학적 증명을 바탕으로 얻어진 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 도립진자 비선형 플랜트를 이용하였다. 실험 결과 state  $x_1$ 과  $x_2$ 를  $x_d$ 와 비교한 실험에서 알 수 있듯이 state는 빠른 시간에 0으로 수렴하고 있으며, s-trajectory가 sliding surface내에서 안정적으로 0으로 수렴함을 보임으로써 시스템이 안정하다는 것을 입증하였다.

또한 비선형 시스템  $f$  와 퍼지 모델링  $\hat{f}$ 의 비교 시뮬레이션을 통하여 제안한 퍼지 모델링이 실제의 비선형 시스템을 매우 빠른 시간에 정확하게 찾아내고 있다는 것을 보였다. 그리고  $\eta$ 를 상수로 두고 있는 기존의 제어기와의 비교 시뮬레이션을 통해 제안한 fuzzy tuning  $\eta$ 를 기반으로 한 적응

퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 시스템의 안정성을 보장하고 상태의 정확한 적용 능력을 보여 주었음을 알 수 있었다.

## 저자소개

### 참고문헌

- [1] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, New Jersey, 1991
- [2] L. X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall International, Inc., 1997.
- [3] K-K. D. Young, "Controller Design for a manipulator using theory of variable structure systems", *IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 210-218, 1978.
- [4] Chung-Chun Kung, "Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controller Design" ,*IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol.1, pp 12-17, 2002.
- [5] L. X. Wang, "Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking," *IEEE Trans. Man and Cybernetics Syst.*, vol. 26, no. 5, pp. 677-691, Oct. 1996.
- [6] B. S. Chen, C. H. Lee and Y. C. Chang, " $H^\infty$  Tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: Adaptive fuzzy approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* vol. 4, no. 1, pp. 32-43, Feb. 1996.
- [7] R. Ordóñez and K. M. Passino, "Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy control," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* vol. 7, no. 3, pp. 345-353, June. 1999.



황은주(Eunju Hwang)

1999년 : 홍익대학교 금속재료공학과  
(학사)  
2006년 : 연세대학교 전자공학과(석사)  
2006년~현재 : 연세대학교 전기전  
자공학과 박사과정

관심분야 : 퍼지 이론, 슬라이딩 모드 컨트롤  
Phone : 011-9502-0333  
Fax : 02-312-2333  
E-mail : garung@empal.com



조영완(Young-Wan Cho)

1993년 : 연세대학교 대학원 전자공학과  
(석사)  
1999년 : 연세대학교 대학원 전자공학과  
(박사)  
2000년~2003년 : 삼성전자 디지털미디어  
총괄 디지털프린팅 사업부  
2003년~현재 : 서경대학교 컴퓨터공학과

Phone : 019-336-2868  
Fax :  
E-mail : ywcho@skuniv.ac.kr

김은태(Euntai Kim)

2005년 15권 2호 참조

박민용(Mignon Park)

2005년 15권 2호 참조