

소재 크기효과를 고려한 미세가공공정 유한요소해석

변상민¹ · 이영석[#]

Finite Element Analysis for Micro-Forming Process Considering the Size Effect of Materials

S. M. Byon, Y. Lee

(Received October 12, 2006)

Abstract

In this work, we have employed the strain gradient plasticity theory to investigate the effect of material size on the deformation behavior in metal forming process. Flow stress is expressed in terms of strain, strain gradient (spatial derivative of strain) and intrinsic material length. The least square method coupled with strain gradient plasticity was used to calculate the components of strain gradient at each element of material. For demonstrating the size effect, the proposed approach has been applied to plane compression process and micro rolling process. Results show when the characteristic length of the material comes to the intrinsic material length, the effect of strain gradient is noteworthy. For the micro-compression, the additional work hardening at higher strain gradient regions results in uniform distribution of strain. In the case of micro-rolling, the strain gradient is remarkable at the exit section where the actual reduction of the rolling finishes and subsequently strong work hardening take places at the section. This results in a considerable increase in rolling force. Rolling force with the strain gradient plasticity considered in analysis increases by 20% compared to that with conventional plasticity theory.

Key Words : Strain Gradient Plasticity Theory, Size Effect, Metal Forming, Intrinsic Material Length, Finite Element Method, Least Square Method

1. 서 론

과거 많은 연구자들이 변형실험을 통해서 현상론적으로 소재의 크기효과를 규명하려고 노력하였다. 구체적으로, 비틀림, 벤딩, 압입 실험을 통해서 밀리 사이즈와 마이크로 사이즈 두 경우에 대한 변형거동을 비교 분석하였다. 고전역학 관점에서는 사이즈가 다르더라도 같은 변형율을 가지면 같은 유동응력을 가지지만, 사이즈가 마이크로 크기가 되면 밀리 사이즈와는 다르게 더 큰 유동

응력이 나타나는 것을 관찰하였다[1~3].

미세역학 관점에서 이런 현상은 소재내의 전위의 분포에 기인하는 것으로 설명된다. 이러한 크기효과는 일반적으로 알고 있는 ‘통계적으로 저장된 전위(Statistically Stored Dislocations: SSD)’에 의해서가 아니라 ‘기하학적으로 요구된 전위(Geometrically Necessary Dislocations: GND)’에 의한 것으로 알려져 있다[4]. 이론 연구자들은 GND 밀도를 수학적으로 모델링하고 이것을 변형율구배와의 관련성을 연구하여 변형율구배 소성이론을 개발하였다[5~7].

1. 포스코 기술연구소, 공정제어연구그룹
교신저자: 중앙대학교 기계공학과 E-mail: ysl@cau.ac.kr

이 이론에서는 고유 소재길이(Intrinsic material length)라는 길이변수가 포함되어 있어 소재가 매크로 사이즈일 경우는 고전적인 소성이론이 그대로 적용되고, 소재가 마이크로 사이즈일 경우에 변형율구배의 효과가 나타나도록 구현되어 있다. 현재까지의 연구동향은 변형율구배 이론 개발 및 간단한 비틀림, 벤딩, 압입 테스트에 적용하는 과정에 있는 상태이다. 반면, 소성가공 공정에 적용한 사례는 아직까지 찾아보기 힘들다.

본 논문에서는 변형율구배 소성이론을 고찰하고, 소성가공 유한요소 프로그램에 적용하는 방법에 대해서 기술한다. 특히, 구성방정식에 도입될 각 요소의 변형율구배를 계산하기 위한 최소자승법에 기초한 수치계산 방법을 제시한다. 또한, 체적력이 작용하는 2 차원 압축문제 및 미세 압연공정에 변형율구배 소성이론을 적용하여 소재크기에 따른 사이즈효과를 고찰하였다.

2. 변형율구배 소성이론 및 수치해석

2.1 유동응력/고유 소재길이/변형율구배

소재가 상온상태에서 변형될 때 유동응력, $\bar{\sigma}$ 는 일반적으로 변형율의 함수이다. 그러나, 소재의 크기가 마이크로 크기로 감소될 때 유동응력은 변형율, 변형율구배 및 고유 소재길이의 함수로 기술된다. 이것이 변형율구배 소성이론의 기본 원리이다. 이는 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$\bar{\sigma} = \sigma_{ref} \sqrt{f^2(\bar{\epsilon}) + \chi \bar{\eta}} \quad (1)$$

여기서, σ_{ref} 와 $f(\bar{\epsilon})$ 는 인장 테스트로부터 얻어진 기준응력과 변형율경화 함수를 나타낸다. χ 는 고유 소재길이를 나타내며, $\bar{\eta}$ 는 등가 변형율 구배를 나타낸다.

χ 는 마이크로 소재일 때 유동응력이 변형율 구배 의존성을 가지도록 하는 역할을 하는 것으로 다양한 소재물성 계수로 이루어져 있다 [8].

$$\chi = \bar{M} \bar{r} \alpha^2 \left(\frac{\mu}{\sigma_{ref}} \right)^2 b \quad (2)$$

여기서, \bar{M} 는 Taylor 인자라는 것으로 결정 슬립 시스템의 임계 분해 전단응력과 유동응력 사이의 전환상수이다. \bar{r} 는 Nye 인자라는 것으로 다결정 소재의 가장 효율적인 결정립 배열 밀도에

Table 1 Material constants and intrinsic material length for polycrystalline copper[9]

| Material constants | Symbols | Values |
|----------------------------------|----------------|-----------------------|
| Coeff. of Taylor dislocation | α | 0.3 |
| Shear modulus | μ | 42(GPa) |
| Coeff. stress of yield function* | σ_{ref} | 688(MPa) |
| Magnitude of Burgers vector | b | 0.255(nm) |
| Intrinsic material length | χ | 1.54(μm) |

*Yield function for polycrystalline copper was $688\bar{\epsilon}^{0.3}$

대한 GND의 평균 밀도비를 나타낸다. FCC 다결정소재에 대해 \bar{M} 및 \bar{r} 는 각각 3.06 및 1.9 이다. 다결정 구리에 대해서, 기계적 특성 및 고유 소재 길이는 Table 1에 나타내었다.

고전적인 소성역학에서의 등가 변형율과 유사하게 등가 변형율구배, $\bar{\eta}$ 는 실험적 근거에 의해 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{1}{4} \eta_{ijk} \eta_{ijk}} \quad (3)$$

여기서, 변형율구배 텐서는 다음과 같이 변형율텐서의 일차 공간 미분의 조합으로 나타낸다.

$$\eta_{ijk} = \epsilon_{ik,j} + \epsilon_{jk,i} - \epsilon_{ij,k} \quad (4)$$

2.2 요소 변형율구배의 계산

각 요소별로 변형율구배를 계산하기 위해서는 각 요소별로 계산된 변형율의 이산데이터를 모델링하여 수식으로 나타내어야 한다. 본 연구에서는 이산데이터를 모델링하는 방법 중의 하나인 최소자승법을 채용하였다. Fig. 1에 최소자승법을 이용하여 주어진 요소변형율의 최소자승표면을 결정하는 개념을 나타내었다. 요소간 변형율이 급격한 변화가 없이 연속적으로 분포한다는 가정하에서, 주어진 요소변형율의 최소자승표면은 해당요소의 변형율을 포함한 그 요소 주위의 변형율로 이루어진다. 주어진 요소변형율의 최소자승표면을 계산하는데 포함된 요소 집합체를 요소군이라고 했을 때, 최소자승법 계산에 포함되는 요소군 내 요소의 개수는 9개 이상이 되도록 하였다. 9개 이하가 될 때에는 현 요소군을 둘러싸는 새 요소군을 재생성하여 최소자승표면을 계산하도록 하였다. 요소가 조밀할수록 더 국부적 변형율구배를 계산할 수 있다.

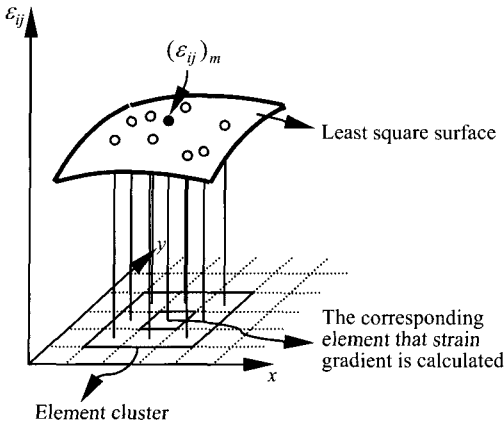


Fig. 1 Schematic diagram of an element cluster and least square function of strain components

본 연구에서 최소자승 모델링 함수로써 다음과 같은 이차함수를 사용하였다.

$$(\tilde{\epsilon}_{ij})_m = ({}_0\beta_{ij})_m + ({}_1\beta_{ij})_m x + ({}_2\beta_{ij})_m y + ({}_3\beta_{ij})_m xy + ({}_4\beta_{ij})_m x^2 + ({}_5\beta_{ij})_m y^2 \quad (5)$$

여기서, $(\tilde{\epsilon}_{ij})_m$ 은 m 번째 요소의 최소자승 모델링 함수를 나타내고 $({}_0\beta_{ij})_m \sim ({}_5\beta_{ij})_m$ 는 이 함수의 미지 상수를 나타낸다. x 및 y 는 요소군 내의 좌표를 나타낸다. 최소자승법 문제는 다음과 같이 정의되는 편차제곱함수가 최소가 되게 하는 미지 상수 $({}_0\beta_{ij})_m \sim ({}_5\beta_{ij})_m$ 를 결정하는 문제로 귀결된다.

$$(\Psi_{ij})_m = \sum_{k=1}^n [(\epsilon_{ij})_k - (\tilde{\epsilon}_{ij})_m]^2 \quad (6)$$

여기서, n 은 요소군 내에 요소의 전체 수를 나타내고 $(\epsilon_{ij})_k$ 는 요소군 내의 k 요소의 변형률 값을 나타낸다. 최종적으로 m 번째 요소의 변형률구배 성분은 Eq. (5)를 x 및 y 에 대해서 미분함으로써 얻을 수 있다.

2.3 계산 절차

변형률구배 이론을 도입한 유한요소 해석절차를 Fig. 2 에 나타내었고 각 단계를 아래에 자세히 기술하였다.

단계 (1) 주어진 해석 영역에 해당하는 유한요소 격자를 생성하고 입력 공정조건과 경계조건을 도입한다.

단계 (2) 요소 강성행렬을 구성하기 위해서 유

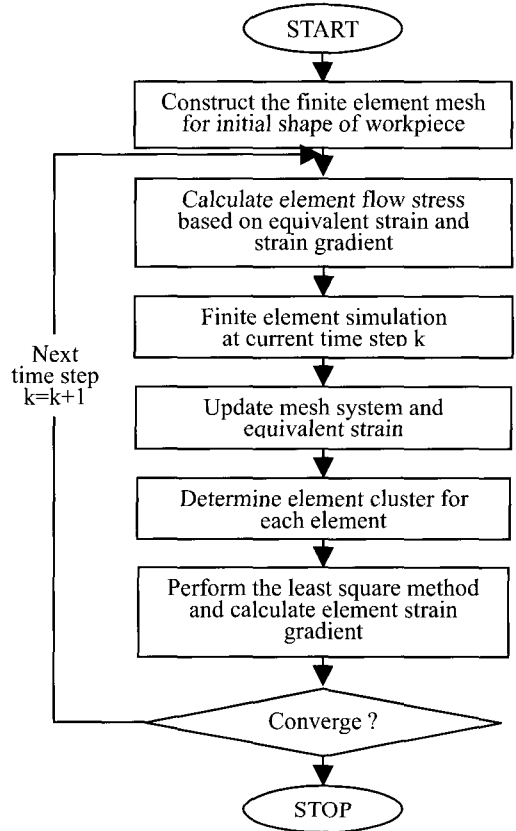


Fig. 2 Flow chart conducting finite element analysis coupled with strain gradient plasticity

효 변형률($\bar{\epsilon}$), 유효 변형률구배($\bar{\eta}$)에 기초하여 유효응력($\bar{\sigma}$)를 계산한다. 이전 가공 공정을 거치지 않은 소재일 경우 제일 처음 해석시간 스텝에서는 영일 것이다.

단계 (3) 유한요소해석을 수행하여 각 절점에서의 속도를 해로 얻는다. 변형률속도 - 속도 관계식을 이용하여 각 요소에서의 변형률속도를 계산한다. 프로그램에 사용된 유한요소 수식화 및 계산 절차는 참고문헌 10 에 기술되어 있다.

단계 (4) 유한요소해석 결과로 얻은 절점 속도를 이용하여 다음 해석시간 스텝에서의 격자 좌표를 $\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \mathbf{V}^{(k+1)} \Delta t^{(k+1)}$ 와 같이 계산한다. 여기서, $\mathbf{X}^{(k+1)}$ 와 $\mathbf{V}^{(k+1)}$ 는 각각 해석시간 스텝 $k+1$ 에서의 절점좌표와 절점속도 벡터를 나타낸다. 변형률속도($\dot{\epsilon}_{ij}$)에 기초하여 변형률(ϵ_{ij})을 $\epsilon_{ij}^{(k+1)} = \epsilon_{ij}^{(k)} + \dot{\epsilon}_{ij}^{(k+1)} \Delta t^{(k+1)}$ 와 같이 계산한다.

단계 (5) 변형률구배를 계산하기 위해서 각 요소별 요소군의 범위를 결정한다. 이 때 Fig. 1 에서 보

는 바와 같이 요소 배열 규칙성을 이용하면 된다.

단계 (6) 각 요소군에 속하는 요소들에 최소자승법을 적용하여 최소자승함수를 계산한다. 최소자승함수는 해석에 포함된 전체 요소 수 만큼 반복적으로 계산한다.

단계 (7) 최소자승 함수를 x 와 y 방향으로 공간 미분을 취하여 변형율구배 성분들을 각 요소별로 계산한다. Eq. (3) 및 (4)에 기초하여 유효 변형율 구배($\bar{\eta}$)를 계산한다.

단계 (8) 압하율 혹은 해석시간 스텝이 목표에 도달했는지 판단하여 도달하지 않았으면 단계 (2)~단계 (7)을 반복 계산한다.

3. 소성가공 공정 적용

3.1 이차원 압축공정

변형율구배 소성이론을 소성가공에 적용 예로써 마찰이 없는 이차원 압축공정을 선정하였다. 소재를 변형시키는 외력으로 금형에 의한 압축압력 이외에 체적력이 추가되어 있다. Table 2에 해석에 사용된 공정조건을 기술하였다. Case 1의 소재 높이는 Table 1에서 기술한 바와 같이 다결정 구리의 고유 소재길이인 $1.54\mu\text{m}$ 로 하였고, 크기 효과를 고찰하기 위해서 Case 2의 소재 높이는 이것의 10배로 하였다. 좌우 대칭 변형이므로 계산시간을 줄이기 위해서 오른쪽 반만 해석영역으로 설정해서 해석을 수행하였다.

Fig. 3에서는 소재를 30% 압축한 후의 유효변형율 분포를 보여주고 있다. 왼쪽 그림은 변형율구배 효과를 넣은 결과이고 오른쪽 그림은 기존의 소성이론(식 (1)에서, $\bar{\sigma} = \sigma_{ref} f(\bar{\epsilon})$)으로 해석한 결과이다. Case 1일 때는 변형율구배 효과 반영여부에 의해 분포의 차이가 확연함에 비해 Case 2 일 때는 기존의 해석과 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 소재의 크기가 고유 소재길이에 근접함에 따라 크기효과가 확연함을 알 수 있다. Case 2에서 베어링은 크기증가에 의한 체적력 가중에 의한 것이다.

Fig. 4는 Case1에 대한 유효변형율과 무차원화된 유동응력 사이의 관계를 보여주고 있다. Ac, Bc, Cc 는 기존 소성해석 방법에 의해 계산된 유동응력을 나타내고, As, Bs, Cs 는 변형율구배 소성이론에 의해 계산된 유동응력을 나타낸다. Ac, Bc, Cc 는 유효변형율과 유동응력의 크기가 순서대로 되어 있는데 반해, As, Bs, Cs 는 유효 변형율구배 $\bar{\eta}$ 가

Table 2 Specimen size and deformation conditions

| Process conditions | Case 1 | Case 2 |
|---|--------|--------|
| Initial height (μm) | 1.54 | 15.4 |
| Initial width (μm) | 0.77 | 7.7 |
| Reduction ratio (%) | 30.0 | 30.0 |
| Die velocity ($\mu\text{m}/\text{sec}$) | 0.1 | 0.1 |
| Distributed force ($\mu\text{N}/\mu\text{m}^3$) | 10.0 | 10.0 |

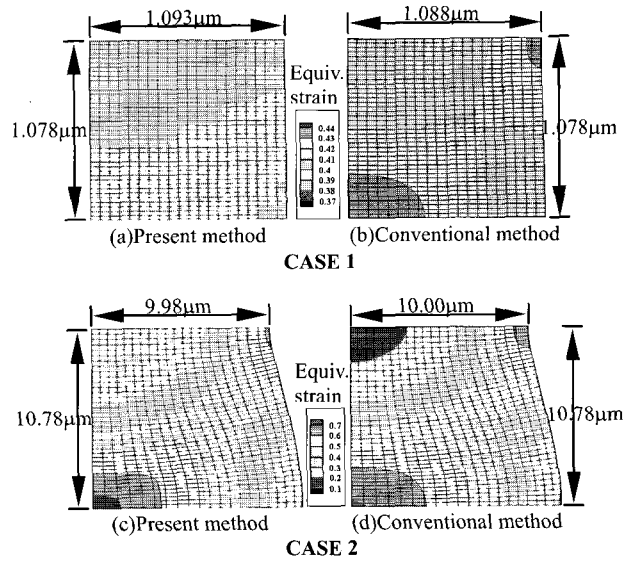


Fig. 3 Distribution of effective strain for two cases

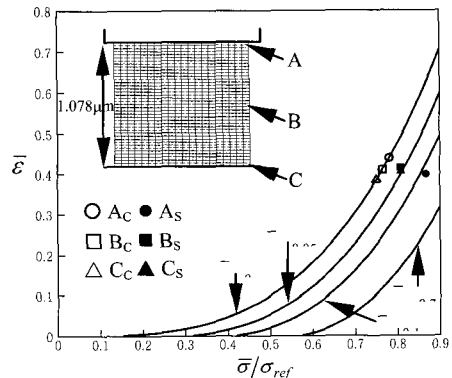


Fig. 4 Reciprocal flow stress curve at each effective strain gradient for the CASE 1

반영된 양에 따라 순서와 크기가 바뀐다는 것을 알 수 있다. 변형율구배가 도입됨에 따라 세 점의 유동응력은 증가되었지만, 세 점의 유효변형율의 움직임은 다르게 나타났다. A와 B의 유효변형율은 감소되었지만 C의 값은 증가하였다. 이러한 거동은 변형율구배의 분포에 기인한다.

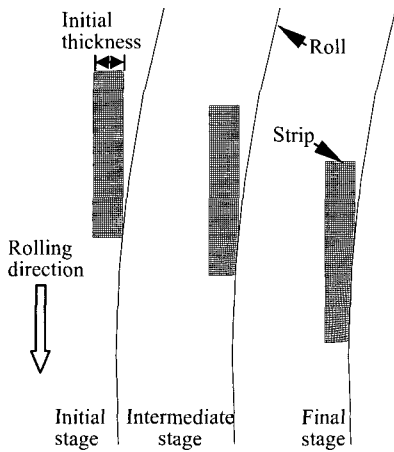


Fig. 5 Finite element meshes at each deformation stage during plane strain micro rolling

3.2 미세 압연공정

Fig. 5는 롤이 좌, 우측에 장착되어 회전하면서 소재가 롤에 치입 및 압연되는 비정상 상태(Non-steady state) 유한요소 해석과정을 보여주고 있다. 좌우 대칭성을 고려하여 우측 절반만 해석하였으며, 상세한 공정조건은 Table 3에 기술하였다. Case 1의 초기 두께는 다결정 구리의 고유 소재길이인 $1.54\mu\text{m}$ 보다 적은 $1.25\mu\text{m}$ 로 하였으며, 크기 효과를 관찰하기 위해서 Case 2의 초기 두께는 Case 1의 10배인 $12.5\mu\text{m}$ 로 하였다. 소재와 롤 사이의 마찰 계수는 0.08로 하였다.

Fig. 6은 압연 중 소재의 유동응력 분포를 보여 주고 있다. 고유 소재길이보다 적은 판 두께를 가지는 Case 1을 살펴보면, 변형율구배 효과를 적용한 경우인 Fig. 6(a)에서 변형율구배 효과를 적용하지 않은 경우인 Fig. 6(b)에 비해 확연하게 높은 유동응력 분포를 보여주고 있다. 반면, 고유 소재길이 보다 매우 큰 판 두께를 가지는 Case 2에서는 변형율구배 적용 여부에 의해 차이가 없는 것으로 나타나고 있다(Fig. 6(c) 및 (d)). 이것은 변형율구배 값 자체도 Case 1보다 현저히 적고 또한, 소재의 특성길이(즉, 판 두께)가 고유 소재길이 보다 매우 크기 때문에 변형율구배의 효과가 거의 반영되지 않았기 때문이다. 압연하중 측면에서 볼 때, Case 1에서는 변형율구배 효과 반영여부에 의해 25.1%의 차이가 발생했고 Case 2의 경우에는 5.2%의 차이를 유발하였다.

| Process conditions | Case 1 | Case 2 |
|--|--------|--------|
| Initial thickness (μm) | 1.25 | 12.5 |
| Reduction ratio (%) | 20.0 | 20.0 |
| Roll velocity ($\mu\text{m}/\text{sec}$) | 5.0 | 5.0 |
| Roll radius (μm) | 63.3 | 633.0 |
| Friction coefficient | 0.08 | 0.08 |

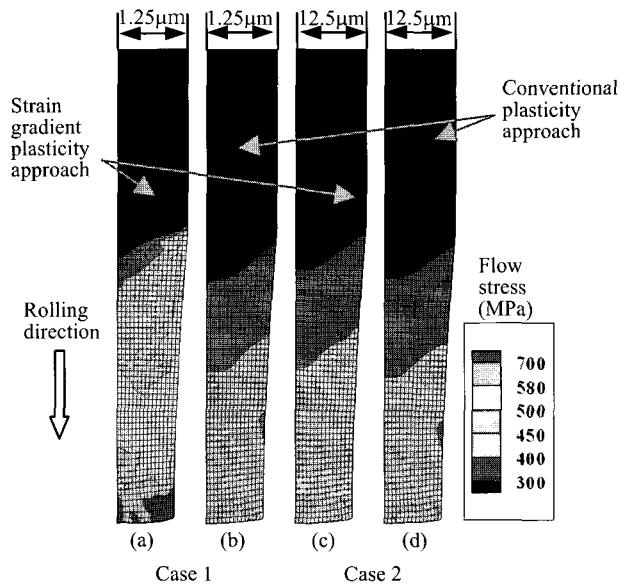


Fig. 6 Distribution of flow stress for two cases. (a) and (b) correspond to Case 1 and (c) and (d) to Case 2. Note that strain gradient plasticity approach is applied to (a) and (c). Meanwhile conventional approach is applied to (b) and (d)

4. 결론

본 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 변형율의 최소화승함수 및 이것의 미분을 통해서 변형율구배 효과를 강-소성 유한요소법에 반영할 수 있었고, 평면 압축 및 압연 공정에 적용하여 유효성을 보였다.
- (2) 소성변형중인 소재의 특성 크기가 고유 소재길이에 근접할수록 또한 이 보다 적을 때 변형율구배의 효과가 구성관계식에 상당히 반영되어 마이크로 소재의 크기 효과(Size effect)를 유발한다.

후 기

이 논문은 2005년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2005-003-D00020).

참 고 문 헌

- [1] W. D. Nix, 1989, Mechanical properties of thin film, *Metallic Transactions*, Vol. 20A, pp. 2217~2245.
- [2] Q. Ma, D. R. Clarke, 1995, Size dependent hardness of silver single crystals, *J. Mater. Res.*, Vol. 10, pp. 853~863.
- [3] N. A. Fleck, J. W. Hutchinson, 1997, Strain gradient plasticity, *Advances in applied mechanics*, Academic Press, Vol. 33, pp. 295~361.
- [4] H. Gao, Y. Huang, 2003, Geometrically necessary dislocation and size-dependent plasticity, *Scripta Materialia*, Vol. 48, pp. 113~118.
- [5] W. D. Nix, H. Gao, 1998, Indentation size effects in crystalline materials: A law for strain gradient plasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 46, pp. 411~425.
- [6] A. Arsenlis, D. M. Park, 1999, Crystallographic aspects of geometrically necessary and statistically stored dislocation density, *Acta Metallurgica et Materialia*, Vol. 47, pp. 1597~1611.
- [7] H. Gao, Y. Huang, W. D. Nix and J.W. Hutchinson, 1999, Mechanism-based strain gradient plasticity-I. Theory, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 47, pp. 1239~1263.
- [8] Y. Huang, et al., 2004, A conventional theory of mechanism based strain gradient plasticity, *Int. J. Plasticity*, Vol. 20, pp. 753~782.
- [9] X. Qiu, et al., 2003, The flow theory of mechanism-based strain gradient plasticity, *Mechanics of Materials*, Vol. 35, pp. 245~258.
- [10] S. Kobayashi, S. I. Oh, T. Altan, 1989, *Metal Forming and The Finite Element Method*, Oxford University Press, New York.