

최적화 기법을 이용한 점탄성물질의 분수차 미분모델 물성계수 추정

Identification of Fractional-derivative-model Parameters of Viscoelastic Materials Using an Optimization Technique

김 선 용* · 이 두 호†

Sun-Yong Kim and Doo-Ho Lee

(2006년 4월 27일 접수 ; 2006년 11월 24일 심사완료)

Key Words : Identification Index(추정지수), Viscoelastic Material(점탄성물질), Fractional-derivative-model (분수차 미분모델), Optimization Technique(최적화기법), Material Property(물성값), Sensitivity Analysis(민감도해석)

ABSTRACT

Viscoelastic damping materials are widely used to reduce noise and vibration because of its low cost and easy implementation, for examples, on the body structure of passenger cars, air planes, electric appliances and ships. To design the damped structures, the material property such as elastic modulus and loss factor is essential information. The four-parameter fractional derivative model well describes the dynamic characteristics of the viscoelastic damping materials with respect to both frequency and temperature. However, the identification procedure of the four-parameter is very time-consuming one. In this study a new identification procedure of the four-parameters is proposed by using an FE model and a gradient-based numerical search algorithm. The identification procedure goes two sequential steps to make measured frequency response functions(FRF) coincident with simulated FRFs: the first one is a peak alignment step and the second one is an amplitude adjustment step. A numerical example shows that the proposed method is useful in identifying the viscoelastic material parameters of fractional derivative model.

기 호 설 명

$\alpha(T)$: 온도에 따른 이동계수(shift factor)
 b : 설계변수벡터(물성값)
 E^* : 복소 계수(complex modulus)
 e^* : 강성계수의 비($=E_2^*/E_1^*$)
 f : 주파수

$g_k(b)$: k -번째 추정지수(identification index)

H_1 : 보의 두께

H_2 : 제진층의 두께

h : 제진층과 보의 두께비($=H_2/H_1$)

η : 손실계수(loss factor)

i : 단위허수($=\sqrt{-1}$)

K : 강성행렬(stiffness matrix)

M : 질량행렬(mass matrix)

ρ : 밀도

T : 절대온도(temperature)

σ : 응력(stress)

† 책임저자; 정회원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : docho@deu.ac.kr
Tel : (051)890-1658, Fax : (051)890-2232
* 정회원, 동의대학교 대학원 기계공학과

- ε : 변형률(strain)
- U : 탄성변형 에너지
- x : 변위(displacement)

1. 서 론

손실계수가 큰 점탄성물질은 소음과 진동의 저감을 위한 부착재로 널리 사용되고 있다. 구조물의 표면에 점탄성물질을 부착하여 소음과 진동을 저감하는 방법에는 비구속형(unconstrained type)방법과 구속형(constrained type)방법이 있는데 비구속형은 간편하게 처리할 수 있고 비용이 적게 들지만 제진 효율이 떨어지는 단점이 있고, 구속형은 전단 변형을 이용하여 높은 제진 효율을 달성할 수 있지만 비구속형에 비해 비용이 많이 드는 단점이 있다. 이러한 제진층을 이용한 진동/소음 수동제어의 예는 자동차의 플로어에 부착된 제진쉬트가 있으며 유사한 경우를 비행기의 동체나 가전제품의 케이스, 선박의 벽면 등에서 볼 수 있다⁽¹⁾.

점탄성물질의 특성은 주파수와 온도의 영향을 많이 받는데, 제진층의 동특성을 기술하기 위해서 분수차 미분모델(fractional derivative model)을 사용하면 적은 수의 인자로 점탄성물질의 동특성을 나타낼 수 있고 주파수 영역에서 간결한 표현식을 얻을 수 있어 많이 이용되고 있다^(2,3). 하지만 점탄성물질의 분수차 미분모델로 표현되는 물질상수를 추정하는 일은 간단하지 않다. 기존의 방법으로 점탄성물질의 분수차 미분모델 인자를 얻기 위해서는 넓은 범위의 온도에서 많은 수의 시편 실험을 통하여 각 주파수와 온도에서의 영의 계수(storage modulus)와 손실계수(loss factor)를 구한 후 이를 곡선접합(curve fitting)을 이용하여 각 인자들의 값을 최소자승오차(least-square errors) 개념으로 결정하는 과정이 필요하다⁽⁴⁾. 그러나 기존방법은 손실계수의 측정시 파워반감대역법으로 근사화하여 오차를 포함하고 있고, 또한 곡선접합 과정에서는 점탄성 물질의 온도영향을 나타내는 이동계수(shift factor)를 먼저 선정하고 곡선접합을 수행하면서 전역적인 최소값을 찾는 과정을 반복하는 일종의 시행착오(trial-and-error) 과정을 거친다. 그러므로 기존의 추정과정은 데이터의 처리에 시간이 많이 걸리고 과정이 복잡한 단점이 있다.

이 연구에서는 점탄성물질의 분수차 미분모델 4개의 인자와 온도의 영향을 나타내는 이동계수를 추정하는데 있어서 주파수응답함수 데이터와 최적화 기법을 이용하여 각 물성값을 추정하는 새로운 방법을 제안한다. 주파수 응답함수는 시스템의 강성(stiffness)과 감쇠(damping) 정보를 포함하고 있고, 주파수 응답함수의 재현은 시스템의 강성과 감쇠의 정확한 추정 없이는 불가능하다. 그러므로 점탄성물질을 포함하는 시스템의 측정응답을 정확히 재현하는 수치모델을 사용하여 점탄성물질의 물성값을 추정할 수 있을 것이다. 제안된 방법은 추정과정을 두 과정으로 나누어 추정의 신뢰성과 효율을 높이도록 고안되었으며 수치예제를 도입하여 제안된 방법의 유용성을 확인하였다.

2. 점탄성물질의 물성값 추정

2.1 분수차 미분모델의 물성값 추정

복소계수(complex modulus) 개념을 이용한 점탄성물질의 응력-변형률 관계는 주파수 영역에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma = E^* \varepsilon = E(1 + i\eta)\varepsilon \quad (1)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$, σ 와 ε 는 응력과 변형률의 푸리에 변환(Fourier transformation)이다. E , η 는 각각 저장계수와 손실계수이고 상첨자 *는 복소수를 의미한다. 점탄성물질은 온도와 주파수에 영향을 크게 받으며, 온도의 변화에 따른 점탄성물질의 복소계수 변화는 온도-주파수 중첩원리(temperature-frequency super-position principle)를 이용하면 온도의 영향을 주파수의 이동으로 환산할 수 있다. 환산량은 온도만의 함수인 이동계수 $\alpha(T)$ 로 표현된다. 이를 온도-주파수 등가 원리에 적용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E^*(f, T_1) = E^*[f\alpha(T_1), T_2] \quad (2)$$

여기서 f 와 T 는 각각 주파수와 온도이다.

대부분의 점탄성물질에서 $\log(\alpha(T))$ 와 $1/T$ 은 선형비례관계를 보이는 것으로 알려져 있고, 다음과 같이 비례관계로 표현할 수 있다⁽⁴⁾.

$$\log(\alpha(T)) = d_1 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (3)$$

위 식에서 d_1 은 비례상수, T_0 는 임의의 기준온도 (reference temperature)이며 절대온도로 표현된다. 환산 주파수 $f\alpha(T)$ 의 변화에 따른 점탄성물질의 복소계수는 분수차 미분모델을 이용하면 주파수 영역에서 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$E^* = E(1+i\eta) = \frac{a_0 + a_1 (if\alpha(T))^\beta}{1 + c_1 (if\alpha(T))^\beta} \quad (4)$$

여기서 a_0, a_1, c_1, β 는 점탄성물질의 특성에 따른 상수이다. 그러므로 기준온도 T_0 를 정한 후 이동계수와 관련된 비례상수를 포함하여 다섯 개의 물질 상수, $a_0, a_1, c_1, \beta, d_1$ 을 알고 있다면 점탄성물질의 감쇠특성을 주파수 및 온도에 따라서 쉽게 기술할 수 있다.

분수차 미분모델의 물성값을 추정하기 위해서는 보통 Fig. 1과 같은 형태의 Oberst 보를 이용한 감쇠특성 시험을 이용한다. 감쇠특성 시험을 통해서 충분히 넓은 주파수와 온도 범위에서 저장계수와 감

쇠계수의 측정값을 얻으면 다음과 같이 저장계수와 손실계수에 대한 이론값과 측정값의 자승오차, err_E 와 err_η 를 최소화하는 물성값을 결정한다.

$$err_E = \sum_{j=1}^Q \left[\log \{ E(f_j, \alpha(T_j)) \} - \log \{ E_{j,measured} \} \right]^2 \quad (5)$$

$$err_\eta = \sum_{j=1}^Q \left[\log \{ \eta(f_j, \alpha(T_j)) \} - \log \{ \eta_{j,measured} \} \right]^2 \quad (6)$$

위 식에서 Q 는 측정점의 수이다. 식 (5), (6)의 값을 최소화하는 값을 찾기 위해서는 우선 각 온도에서의 이동계수 값을 환산주파수로 나타낸 저장계수 그래프를 보면서 적절히 결정하는 과정이 필요하다. 이동계수의 결정이 완료되면 a_0 는 아주 낮은 환산주파수의 저장계수, β 값은 저장계수값의 최대기울기, a_1/c_1 는 저장계수의 고주파수 점근선의 값으로 계수의 초기값을 결정한 후 식 (5), (6)의 최소값을 찾는 시행착오과정을 통해서 최종적으로 점탄성 물질의 물성값을 추정할 수 있다.

Fig. 2는 LD-400의 점탄성 물질을 부착한 Oberst 보를 온도에 변화에 따른 실험을 통해서 측정한 저장계수와 손실계수와 곡선접합을 수행한 결과의 예를 환산주파수로 나타낸 것이다.

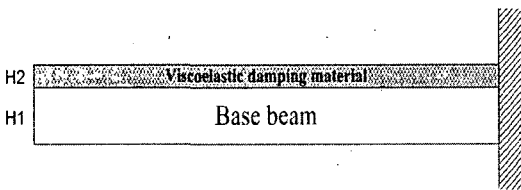


Fig. 1 Oberst beam test configuration

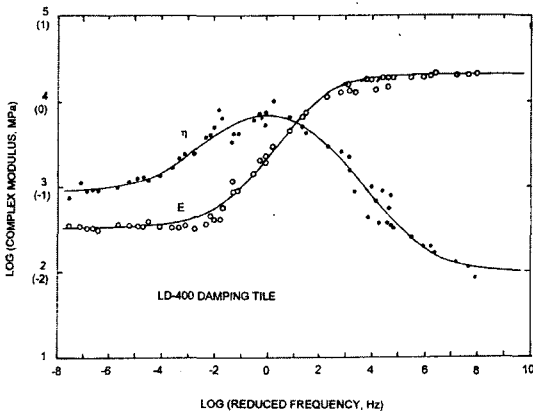


Fig. 2 Complex modulus of LD-400 damping tile⁽⁴⁾

2.2 최적화 기법을 이용한 물성값 추정

이 연구에서는 표준감쇠실험을 통해서 얻은 주파수 응답함수와 표준감쇠실험을 모사하는 유한요소모델의 계산된 주파수 응답함수와와의 차이를 최소화함으로써 점탄성물질의 분수차 미분모델 계수값을 추정하는 방법을 제안한다.

주파수 응답함수를 이용한 점탄성물질의 물성값 추정의 출발점은 측정된 주파수 응답함수와 계산된 주파수 응답함수가 같다면 계산에 사용된 물성값이 실제 점탄성물질의 물성값이라 가정하는 것이다. 이러한 가정을 바탕으로 물성값을 변수로 하고 주파수 응답함수의 형태로 계산된 응답과 측정된 응답 사이의 차이를 수학적인 계획법(mathematical programming method)을 사용하여 최소화한다면 점탄성물질의 물성값을 추정할 수 있을 것이다. 따라서 점탄성물질의 물성값 추정은 목적함수를 최소화하는 비제약 최적설계 문제로 정식화할 수 있다. 이러한 목적함수를 추정지수함수(identification index)라고 부르기로 하면, 추정지수함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

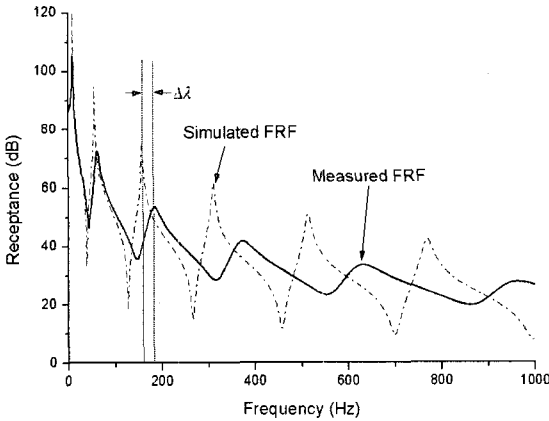
$$g(b) = \sum_{i=1}^N \int (x_s^i - x_m^i)^2 df \quad (7)$$

여기서 x_s , x_m 는 각각 임의의 분수차 미분모델 값을 사용하여 계산한 주파수 응답함수, 측정을 통해 얻어진 주파수 응답함수이고, N 은 기준응답의 개수다. N 은 서로 다른 온도에서의 응답을 표현하기 위해서 도입되었으며, 효율적인 물성값의 추정을 위해서는 2 이상이 되어야 한다. 식 (7)로 정의된 추정지수를 최소화하기 위한 수학적 계획법 알고리즘은 매우 다양하지만 공학적인 관점에서 기울기(gradient) 정보를 기반으로 하는 알고리즘이 가장 효율적인 것으로 알려져 있다. 이 논문에서는 기울기 정보를 이용한 수치 최적화 알고리즘을 이용하여 추정지수함수를 최소화한다. 식 (7)의 물성계수에 대한 기울기는 다음과

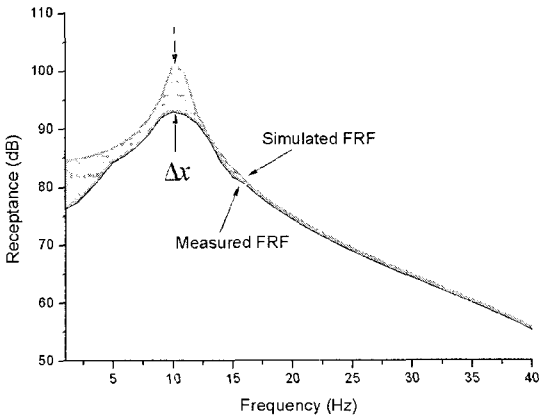
같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial g(b)}{\partial b} = \sum_i^N 2 \int (x_s^i - x_m^i) \cdot \frac{\partial x_s^i}{\partial b} df \quad (8)$$

식 (7)로 정의된 추정지수함수를 이용하여 넓은 주파수 영역에서 추정을 수행할 경우 계산의 부담이 클 수 있는 반면 정확한 물성값은 미지수이므로 최소값을 찾는 과정 중 국부적인 최소점으로 수렴하여 잘못된 값을 줄 수 있다. 그러므로 물성값 추정시 참값으로 수렴하는 영역을 최대한 넓히고 추정의 계산효율을 높이기 위해서 물성값 추정 과정을 두 단계로 나누어 실시하도록 한다. 첫 번째 단계는 응답의 피크점을 일치시키는 과정이고, 두 번째 단계는 주파수에서 응답의 크기를 일치시키는 과정이다. 각 과정의 의미를 Fig. 3에 도식화하였고, 각 단계에서 추정지수함수는 식 (9), (10)으로 나타낼 수 있다.



(a) Step 1 : Peak alignment step



(b) Step 2 : Amplitude adjustment step

Fig. 3 The two-step identification procedures

$$\text{Step 1 : } g_1(b) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M (\lambda_{k,m}^i - \lambda_{k,s}^i)^2 \quad (9)$$

$$\text{Step 2 : } g_2(b) = \sum_{i=1}^N \int (x_m^i - x_s^i)^2 df \quad (10)$$

위 식에서 M 은 관심주파수 영역에서 공진점의 수이고, λ 는 공진주파수이다. 식 (9)는 첫 번째 추정 과정에서 사용하는 추정지수함수이다. 즉, 첫 번째

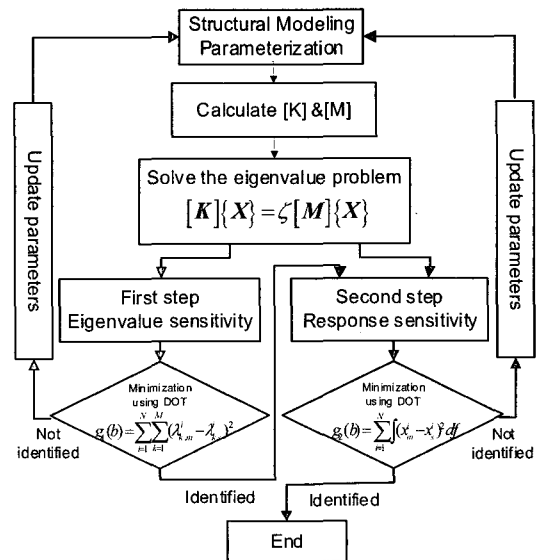


Fig. 4 The two-step identification procedure

단계에서는 고유주파수만을 일치시켜 추정에 필요한 계산량을 줄이면서 빠르게 참값을 찾아가갈 수 있도록 추정지수함수의 특성을 개선시키는 역할을 하며, 1 단계 과정이 수행되면 참값과 가까운 영역에 도달하게 되고 최종적으로 식 (10)을 추정지수로 하는 두 번째 단계에서 모든 주파수에서 응답의 크기를 일치시켜 점탄성물질의 물성값을 추정하는 것이다. 추정 과정을 정리하여 Fig. 4에 나타내었다.

최적화 기법에서 추정지수함수를 최소화하기 위해서 변경시켜야 할 인자는 분수차 미분모델의 계수인 a_0, a_1, c_1, β 와 이동계수의 비례상수인 d_1 과 기준온도 T_0 이다. 여기서 T_0 는 기준온도로서 정해진 값이 아니며 이동계수를 가장 잘 정의할 수 있는 임의의 온도로서 점탄성 물질의 물질상수는 아니지만 식 (3)의 관계로 근사화되는 이동계수 함수를 결정하는 인자이므로 추정변수로 고려한다.

3. 비구속 제진층 보의 해석

3.1 제진층을 갖는 보의 고유모드 해석

점탄성 층을 갖는 보의 해석방법 중에서 간단하면서도 정확한 해석으로 가장 많이 쓰이는 방법이 Ross, Kerwin, Ungar (RKU)에 의해 제안된 등가 강성법이다. RKU 식에 의하면 점탄성 층의 저장계수, 손실계수가 각각 E_2, η_2 이고 보의 저장계수, 손실계수, 이차면적모멘트가 각각 E_1, η_1, I_1 일 때, 등가 복소 처짐 강성 (flexural rigidity) $(EI)^*$ 는 다음과 같이 표현 할 수 있다⁽⁵⁾.

$$\frac{(EI)^*}{(EI_1)^*} = 1 + e^* h^3 + 3(1+h)^2 \frac{e^* h}{1+e^* h} \quad (11)$$

여기서 $h = H_2/H_1, e^* = E_2^*/E_1^*$ 이다. 식 (11)을 이용하면 점탄성 제진층이 부착된 보의 등가 강성과 손실계수를 계산할 수 있다.

제진층을 포함하는 구조계를 유한요소 모델로 표현하면, 점탄성 제진층을 갖는 부분은 식 (11)에 의해서 정의되는 등가 강성을 갖는 보 요소 (beam element)로 모델링 될 수 있으며 구성된 계의 운동 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다^(6, 7).

$$M\ddot{x} + K^* x = F \quad (12)$$

여기서 M 과 K^* 는 각각 질량행렬 (mass matrix) 과 강성행렬 (stiffness matrix) 이고, x 와 F 는 각각 변위벡터와 외력벡터이다. 구조계가 등가 강성을 갖는 보로 이루어져 있고 점탄성 층을 포함하는 경우 강성행렬 K^* 는 복소수 값이 되며 손실계수와는 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$K^* = K_r + iK_i = K_r(1+i\eta) \quad (13)$$

위 식에서 K_r, K_i 는 각각 강성행렬의 실수부와 허수부를 의미한다. 조화운동을 가정하면 식 (12)로 표현되는 계의 실수 고유값문제는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_r y = \zeta M y \quad (14)$$

위 식에서 y 는 고유벡터 (eigenvector) 이고 $\zeta (= \omega^2)$ 는 고유값 (eigenvalue) 이다. 식 (12)로 표현된 고유값 문제의 강성행렬은 점탄성 층의 영향으로 강성계수가 주파수의 함수가 되어 일반적인 고유치해석 모델을 사용하여 풀 수 없다. 그러나 점탄성물질의 강성계수가 변위에 무관하다고 가정하면 축차 과정을 통하여 고유값 문제를 풀 수 있고 이 연구에서는 간단한 재대입법⁽²⁾을 사용하였다.

3.2 제진층을 갖는 보의 진동응답해석

제진층을 갖는 보의 동적 응답은 모드중첩 (modal superposition)을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x = \sum_{k=1}^m a_k y_k \quad (15)$$

여기서 m 은 모드 수이며, y_k 는 k 번째 고유벡터이고 a_k 는 k 번째 모드좌표이며 다음과 같이 표현된다.

$$a_k = \frac{y_k^T F}{\zeta(1+i\eta_k) - \omega^2} \quad (16)$$

식 (16)에서는 η_k 는 k 번째 모드의 손실계수이다. 특정 고유모드에 대한 손실계수는 모드변형 에너지법 (modal strain energy method)을 사용하면 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\eta_k = \frac{\sum_{j=1}^p \eta_{ej} U_{ej} / \sum_{j=1}^p U_{ej}}{\sum_{j=1}^p \eta_{ej} U_{ej} / U} \quad (17)$$

위 식에서 p 는 유한요소의 개수, n_j 는 j 번째 요소의 손실계수이고, U_j 는 j 번째 요소의 최대변형 에너지이다. 식 (17)의 최대변형 에너지를 정확히 구하기 위해서는 복소 고유벡터를 사용해야 하지만 감쇠가 크지 않는 경우 실수 고유모드를 사용하여 각 모드의 손실계수를 계산할 수 있다⁽⁷⁾.

등가 강성을 갖는 보의 진동응답을 계산하기 위하여 Hermite 3차 보간함수를 갖는 이차원 유한요소 프로그램을 개발하고 보를 20개의 보 요소로 모델링하여 식 (14)의 고유값 문제를 풀고, 식 (15)를 이용하여 임의의 점에서의 리셉턴스(receptance) 응답을 계산한다. 분수차 미분모델로 표현된 점탄성 물질의 물성값을 기율기 기반의 수학적 계획법을 사용하여 추정하기 위해서는 물성값의 변화에 대한 강제진동응답의 변화율, 즉 민감도를 알아야 한다. 민감도식을 얻기 위해 식 (15)로 표현된 강제진동응답 x 를 분수차 미분모델 물성을 나타내는 변수 b 로 미분하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{dx}{db} = \sum_{k=1}^m \left\{ \frac{da_k}{db} y_k + a_k \frac{dy_k}{db} \right\} \quad (18)$$

여기서

$$\frac{da_k}{db} = \frac{dy_k^T}{db} \cdot F \times (\zeta_k (1+i\eta_k) - \omega^2)^{-1} \\ y_k^T F \left(\frac{d\zeta}{db} (1+i\eta_k) + i\zeta_k \frac{d\eta_k}{db} \right) \\ \frac{\quad}{(\zeta_k (1+i\eta_k) - \omega^2)^2} \quad (19)$$

식 (18), (19)의 진동응답에 대한 설계민감도는 고유값 및 고유벡터 설계민감도를 알면 계산할 수 있다. 자세한 민감도 해석과정은 참고문헌 (8)에 기술되어 있다.

4. 수치실험

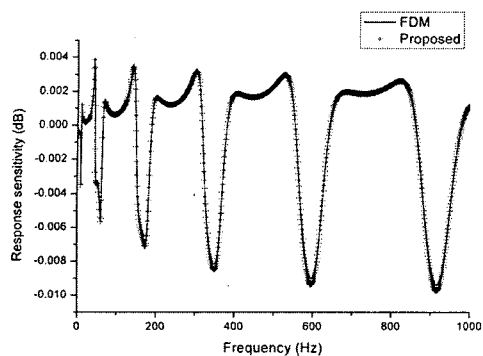
이 장에서는 최적화 기법을 이용한 점탄성물질의 분수차 미분모델 물성값 추정방법의 특성을 수치실험을 통하여 알아보고 유용성을 검증한다. 이를 위하여 물성값을 알고 있는 점탄성물질을 선정하여 유한요소 모델을 사용한 주파수 응답함수를 계산하고 이를 측정값으로 가정한 후 임의의 초기값으로부터

점탄성물질의 물성값을 추정하여 제안된 방법의 가능성을 검증한다. 점탄성물질은 LD-400이란 물질을 선정하였다. LD-400의 물성값은 참고문헌 (4)에 나타나 있으며, Fig. 1과 같은 보의 길이는 400 mm, $H_1=2$ mm, $H_2=1$ mm로 가정하였다. 가진 위치는 보의 자유단 끝부분을 가진 하였으며, 응답의 위치도 가진 위치와 동일한 곳으로 하였다. 측정을 가정한 응답의 주파수 응답함수는 30°C와 80°C에서 계산한 리셉턴스 값을 사용하였다. 최적화 소프트웨어로는 준뉴턴 방법(quasi-Newton method)를 이용하는 DOT(design optimization tools)⁽¹⁰⁾를 사용하였으며, 설계변수의 상하한값을 갖는 비구속형문제(unconstrained optimization) 정의하여 추정을 수행하였다.

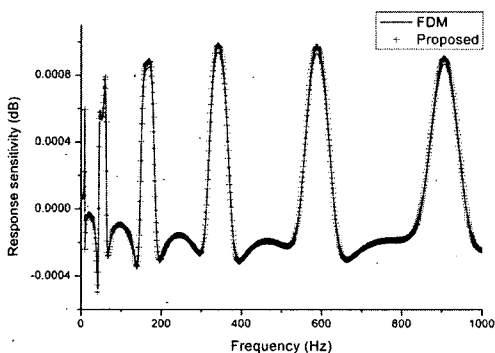
민감도 계산방법을 검증하기 위하여 Fig. 1의 보 문제에 대하여 민감도 해석을 수행하였다. 주파수 응답함수는 1개의 온도정보에 대한 추정지수함수를 사용하였다. 외력 작용점의 리셉턴스 값의 분수차 미분모델 물성값 계수에 대한 민감도 값을 Fig. 5에 그렸다. 비교를 위하여 물성계수를 0.1% 변화시켜 계산한 전방 유한차분법(finite difference method, FDM)의 결과와 비교하였다. 그림을 보면 두 결과는 잘 일치하고 있어 민감도 값의 계산 절차가 정확함을 증명하고 있다.

제시된 역문제의 수렴 특성을 알아보기 위하여 추정지수함수의 등고선 그래프를 Fig. 6에 그렸다. 분수차 미분모델을 구성하는 변수는 이동계수관련 변수를 포함하여 모두 6개가 있으나 그래프 표현상 두 개의 변수만을 변화시켜가면서 특성을 살펴보고 대표적인 그림만을 도시하였다. Fig. 6(a)는 첫 번째 단계의 추정지수함수, Fig. 6(b)는 두 번째 단계의 추정지수함수를 그린 것이다. 여기서 두 번째 단계의 시작점은 첫 번째 단계에서 추정작업이 끝난 값으로 최소점 근처에서 출발할 것이므로 두 번째 단계의 추정지수함수는 전역적 최소점 근처만을 그렸다. 그림을 보면 첫 번째 추정지수는 넓은 범위에서 부드러운 함수형태를 보이고 있고, 두 번째 추정지수 역시 관심 범위에서 충분히 부드러워서 제안된 추정과정이 안정적임을 예측할 수 있다.

점탄성물질의 물성값을 추정하는 제안된 방법의 수렴특성을 살펴보기 위하여 세 가지 수치실험을 수행하였다. 첫 번째 수치실험은 식 (7)로 정의된 식을

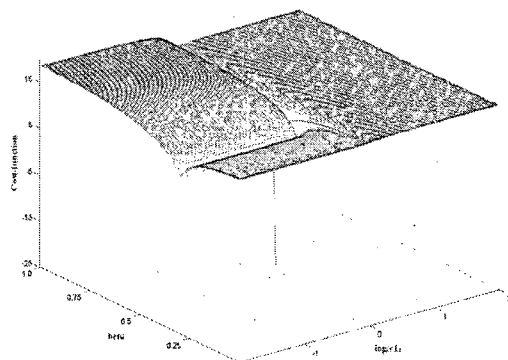


(a) a_1

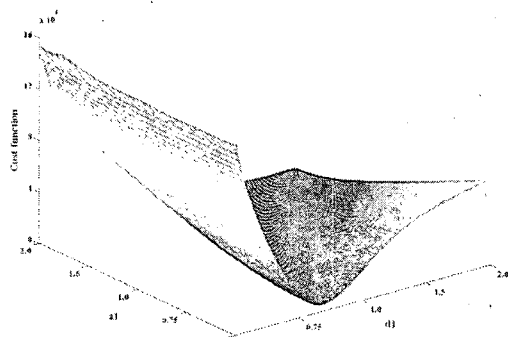


(b) d_1

Fig. 5 Response sensitivities with respect to the material parameters compared with those of FDM



(a) First step : $\log(c_1)$ vs. β



(b) Second step : a_1 vs. d_1

Fig. 6 Contour surfaces of the identification index

Table 1 The results of the parameter identification

		Ratio [Identified/True, %]						
		No. of Iter.	a_0	a_1	c_1	β	d_1	T_0
One-step method	N=1	211	100.01	100.53	98.23	99.38	30.34	12.32
	N=2	152	100.06	100.26	100.49	98.94	100.45	100.23
Two-step method	1 st Step	23	99.94	99.84	88.99	98.69	100.00	96.94
	2 nd Step	41	100.06	100.00	100.00	99.79	99.79	100.51

Table 2 Identification results started from P-multiple values of the true values

Initial values		(True value/ Identified value) × 100 [%]											
		P=0.01		P=0.1		P=10.		P=100.		P=random		P=±10	
Parameter	True value	1 st	2 nd	1 st	2 nd	1 st	2 nd	1 st	2 nd	1 st	2 nd	1 st	2 nd
a_0	338.2	99.93	100.3	100.1	100.1	101.8	99.99	100.0	—	98.27	99.99	100.0	100.0
a_1	2485	100.0	100.0	100.2	100.0	99.19	100.0	101.9	—	100.8	100.0	100.8	100.0
c_1	0.12	103.5	100.0	112.5	100.0	575.0	100.8	9957.	—	77.96	100.8	88.95	100.0
d_1	12222	100.6	99.85	101.4	99.79	99.97	100.0	999.8	—	100.0	100.0	90.02	99.79
β	0.47	99.99	100.0	100.0	100.0	99.76	99.99	106.3	—	100.2	99.99	100.2	99.99
T_0	15.6	99.43	100.0	103.2	100.5	100.7	100.0	9943.	—	99.32	100.0	100.6	100.0

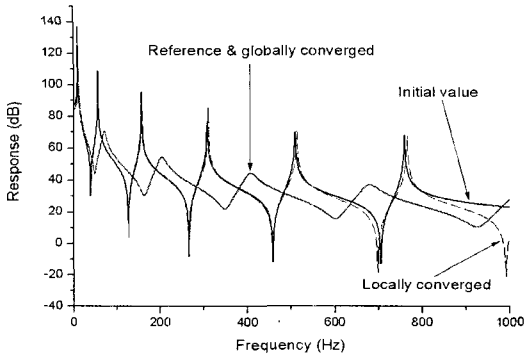


Fig. 7 A response of locally-converged case compared with that of globally-converged case

이용하여 1단계만으로 물성값을 추정했을 때 사용된 FRF의 개수에 대한 영향을 평가하였으며, 두 번째 수치실험은 동일한 조건에서 추정단계를 1단계로만 했을 경우와 식 (9), (10)으로 정의된 추정지수함수를 이용하여 두 단계로 나눈 경우를 비교하였다. 마지막으로는 제안된 2단계 추정과정의 초기값에 관한 안정성을 살펴보았다.

먼저 첫 번째 수치실험으로 $N=1$ 일 때와 $N=2$ 인 경우에 대하여 분수차 미분모델의 계수를 추정하여 그 결과를 Table 1에 정리하였다. 초기값은 참값의 1/10로 주었다. $N=1$ 인 경우는 특정온도(30℃)에서의 주파수전달함수만을 이용한 경우이고 $N=2$ 인 경우는 서로 다른 온도(30℃와 80℃)에서의 주파수전달함수를 이용한 경우이다. 추정결과를 살펴보면 $N=1$ 인 경우는 온도와 관련된 이동계수를 나타내는 인자인 d_i 과 T_0 의 값을 정확하게 추정하지 못하였고, 측차 횟수도 많았다. 이동계수에 관한 인자값을 정확하게 추정 못하는 것은 점탄성물질이 온도에 영향을 크게 받지만 한 온도에서의 FRF만이 사용되었기 때문이다. 또 다른 온도의 정보를 추가하여 같은 조건으로 물성값을 추정 하여 본 결과 모든 물성값 인자를 정확히 추정하는 것을 알 수 있다. 그러나 측차 횟수가 너무 많아 시간적인 효율성이 떨어진다.

두 번째 수치실험의 경우는 추정의 효율성 및 정확성을 높이기 위해서 추정과정을 공진주파수 일치과정과 응답 일치과정의 두 단계로 나누어 실행한 결과와 단순히 응답만을 일치시키는 과정을 비교하기 위한 것이다. 이 경우 첫 번째 수치실험의 결과로부터 서로 다른 온도에서의 주파수전달함수가 필

요하다는 결론을 얻었으므로 $N=2$ 로 고정하고 추정과정을 수행하였으며 그 결과를 Table 1에 나타내었다. Table 1을 보면 두 단계로 나누어서 추정을 수행한 경우가 더 정확하게 인자값을 추정하고 계산효율도 크게 높아진 것을 볼 수 있다.

마지막으로 제안된 2단계 추정방법의 초기값에 대한 추정과정의 안정성을 확인하기 위하여 초기값을 넓은 범위에서 변화시켜가면서 추정을 반복한 수치실험을 행하고 결과를 Table 2에 정리하였다. 이 경우에 $N=2$ 로 고정하였으며 초기값만을 변화시켰다. β 를 제외한 인자의 초기값은 참값의 P배에서 시작하였고, β 의 경우는 0.5를 초기값으로 하였다. Table 2를 보면 제시된 추정과정은 넓은 영역에서 안정적으로 수렴함을 알 수 있다. 또한 다양하게 초기값을 변경시키는 수치실험을 통하여 참고문헌 (9)에서와 유사하게 참값보다 낮은 영역에서 초기값을 주는 경우가 높은 영역에서 출발하는 경우보다 잘 수렴함을 알 수 있었다. Table 2를 보면 참값에 수렴하는 경우 추정값은 참값과 거의 동일하다. 그러나 승수를 2만큼 올린 경우($P=100$)와 같이 참값에 비하여 너무 큰 값으로 초기값을 주는 경우 추정과정은 국부적인 최소점에 수렴을 하여 올바른 추정값을 주지 못한다. 하지만, 이 경우는 Fig. 7에서 보는 바와 같이 기준응답과 계산된 응답을 비교해 보면 주파수 응답 형태가 크게 다르므로 쉽게 추정과정의 신뢰성을 판단 할 수 있다. 이 경우 초기 추정값을 바꾸어 재수행하는 것이 필요하며, 현재의 초기값보다 더 낮은 값을 지정하는 것이 참값으로 수렴할 확률을 높인다.

5. 결 론

주파수 응답함수와 최적화 기법을 사용하여 분수차 미분모델로 표현되는 점탄성 물질의 물성값을 추정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 점탄성 물질이 피복된 보의 한 점에서의 리셉턴스를 측정하고, 동일한 계에 대하여 유한요소모델을 이용하여 계산된 주파수 응답함수와의 차이를 기울기를 사용하는 수학적 계획법 알고리즘을 이용하여 최소화하는 방법으로 점탄성물질의 분수차 미분모델 계수와 온도의 영향을 나타내는 이동계수의 인자를 추정한다. 추정과정은 응답피크의 일치과정과 전 주파수영

역 응답의 일치과정을 순차적으로 진행되도록 구성하였으며, 각 단계의 최소화 문제를 풀기 위한 기울기 계산은 이산화된 유한요소 행렬에 대한 해석적인 민감도해석식을 사용하였다. 이미 물성값을 알고 있는 점탄성물질을 대상으로 하는 수치 모사 실험을 통하여 제안된 방법의 특성과 그 유용성을 보였다.

향후의 과제로 제안된 추정과정을 실험을 통해서 입증하는 과정이 필요하며 현재 수행 중에 있다.

참 고 문 헌

- (1) Mohan D. Rao., 2003, "Recent Applications of Viscoelastic Damping for Noise Control in Automobiles and Commercial Airplanes", Journal of Sound and Vibration, Vol.262, No.3, pp. 457~474.
- (2) Lee, D. H. and Hwang, W. S., 2004, "Layout Optimization of an Unconstrained Viscoelastic Layer on Beams Using Fractional Derivative Model", AIAA Journal, Vol.42, No.10, pp.2167~2170.
- (3) Tritz, T., 1996, "Analysis of Four-Parameter Fractional Derivative Model of Real Solid Materials", Journal of Sound and Vibration, Vol.195, No.3, pp.103~115.
- (4) Jones. D. I. G., 2001, Handbook of Viscoelastic Vibration Damping, John Wiley & Sons Ltd, New York.
- (5) Nashif, A. D., Jones, D. I. G. and Henderson, J. P., 1985, Vibration Damping, Willey, New York.
- (6) Chandrupatla, Tirupathi R. and Belegundu, Ashok D., 1997, Introduction to Finite Elements in Engineering 2nd, Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- (7) Sun, C. T. and Lu, Y. P., 1995, Vibration Damping of Structural Elements, Prentice-Hall, Inc. New Jersey.
- (8) Lee, D. H. 2005, "Optimal Treatment of Unconstrained Visco-elastic Damping Layer on Beam to Minimize Vibration Responses", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol.15, No.7, pp.829~835.
- (9) Lee, D. H. and Hwang, W. S., 2004, "Identification of Dynamic Joint Characteristics Using a Multi-domain FRF-based Substructuring Method", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol.14, No.6, pp. 536~545.
- (10) Vanderplaats R&D, 2001, DOT User's Manual Version 5.4.