

내부 P제어를 이용한 PID 제어기 튜닝규칙

PID Controller Tuning Rules Using an Inner P Controller

김 동 일, 성 수 환, 이 지 태*
(Dong-II Kim, Su Whan Sung, and Jietae Lee)

Abstract : Using an inner P controller, a tuning rule useful for processes with wide ratios of time delay over time constant is proposed. Internal model control method and pole assignment method are utilized. It can be used for processes with wide range of the ratio of time delay to time constant without inconvenience to choose different tuning rules.

Keywords : PID controller, tuning, inner P control, small time-delay process

I. 서론

산업현장에서 사용되는 제어기의 대부분은 PID제어기이며, 그 성능에 대체로 만족하고 있는 것으로 조사되고 있다. 이에 따라 PID제어기의 세 변수를 정하는 방법에 관한 연구도 꾸준히 진행되고 있다. O'Dwyer [1]은 지금까지 나온 수백가지의 PID제어기 튜닝규칙을 모아 놓고 있다. 이 책 서문에는 지난 10년사이에 330편의 PID제어기에 관한 연구논문이 있었으며, 더 오래된 문헌은 이것의 3배 이상은 된다고 적혀있다. 공정제어에 관한 참고문헌 [2]에도 여러 PID제어기 튜닝규칙이 소개되어 있다. PID제어기만을 위한 참고문헌 [3,4]도 있으며, 자동튜닝에 관한 참고문헌 [5,6]도 출간되어 있다. 이렇게 PID제어기의 튜닝에 관한 연구가 많은 것은 공정에 따라 튜닝규칙을 적절히 선택하여야 최적의 값을 얻을 수 있다는 것을 의미한다. 그러나 최적의 튜닝규칙을 찾는 데는 공정제어에 관한 지식이 요구되고 일반적으로 현장 엔지니어에게 이를 기대하기 어렵다. 따라서 넓은 공정에 두루 적용되는 하나의 통합된 튜닝규칙이 있으면 PID제어기의 현장 적용 및 최적 운용에 도움이 될 것이다.

화학공정의 제어에서 현재 가장 많이 거론되는 PID제어기 튜닝규칙은 IMC 법에 근거한 튜닝규칙일 것이다. 여기에는 IMC-PID 법[7]과 DCLR 법[8]을 포함한다. 이 방법은 보통 현장 엔지니어가 좋아하는 오버슈트 없는 일차시스템 형태의 제어결과를 주는 것을 목표로하며, 튜닝규칙을 외울 수 있을 만큼 간단하다는 장점들이 있다. 여기에 반해 이 방법들의 최대 약점은 공정의 시간상수에 비해 시간지연이 매우 작을 때 부하응답이 나쁘다는 데 있다. 이를 해결하고자 하는 방법들이 몇몇 제안되어 있고 [9-12], 참고문헌 [2]에도 자세히 소개되어 있다. 참고문헌 [6]에는 시간상수와 시간지연의 비에 따라 추천되는 PID제어기 튜닝규칙을 소개하고 있다.

본 연구는 불안정 공정에 IMC 제어기를 설치할 때 이용하는 내부 P제어에 의한 안정화를 한후 IMC 제어기를 설계하는 방법이 안정 공정에도 적용되어 위의 IMC-PID 튜닝규칙의 단점을 해결하는 것을 보이고, 새로운 튜닝규칙을 제안하고자 한다.

II. IMC-PID 설계법의 한계 및 해결 방법들

참고문헌 [2]의 311쪽에 주어진 다음 공정을 고려한다.

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-\theta s} = \frac{100}{100s + 1} e^{-s} \quad (1)$$

이 공정에 참고문헌 [2]에 있는 IMC-PID 튜닝규칙을 적용하면 PI제어기로 다음을 얻는다. 여기서 페루프의 시간상수에 해당하는 튜닝변수 τ_c 는 1로 하였다.

$$PI(s) = k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) = 0.5 \left(1 + \frac{1}{100s} \right) \quad (2)$$

제어기의 적분상수로 100이 얻어지는데 이는 τ_c 에 비하여 매우 큰 값이다. 설정점 응답에는 이 효과가 나타나지 않지만 부하 응답에는 이 효과가 나타나 매우 느린 부하응답을 볼 수 있다.

이를 해결하는 방법으로 참고문헌 [2]에는 3가지 방법을 소개하고 있다. 하나는 참고문헌 [9]에 소개된 방법으로 (1) 분모에서 1을 무시하고 다음과 같이 적분공정으로 근사하여 IMC-PID 튜닝규칙을 적용하는 방법이다.

$$G(s) \approx \frac{1}{s} e^{-s} \quad (3)$$

Skogestad [12]에 의한 방법도 소개되어 있는데, 제어기 (2)에서 τ_I 가 너무 크다는 것에 착안하여 이를 다음과 같이 제한하는 방법이다.

$$\tau_I = \min\{\tau, 4(\tau_c + \theta)\} \quad (4)$$

그리고 부하응답의 전달함수를 원하는 것으로 하는 방법 [11]이 응용될 수 있음을 소개하고 있다. 참고문헌 [2]에 소개된 이 세가지 외에도 참고문헌 [3]과 [10]에 잘 유도되어 있는 Dominant Pole 방법, Frequency Response에 근거한 방

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 8. 30., 채택확정 : 2006. 10. 10.

김동일, 성수환, 이지태 : 경북대학교 화학공학과

(doi194@nate.com/suwhansung@knu.ac.kr/jtlee@knu.ac.kr)

※ 본 논문은 2005년도 한국학술진흥재단에서 지원하여 연구하였음(R05-2003-000-11208-0).

법 등이 이 용도로 사용될 수 있다. 또한 DCLR법 [8]에도 이 문제를 해결하는 극점/영점 소거에서 지배극점 (dominant pole)을 제외하는 방법을 소개하고 있다. 이 방법에서는 지배극점이 중복될 때 약간의 문제가 생기고, 결과 식이 복잡해 질 수 있다.

부하응답을 좋게 하는 방법들은 Sung과 Lee [12]가 분석하였듯이 설정치 응답이 매우 나빠질 수 있다. 즉 큰 오버슈트가 생길 수 있다. 2자유도 제어기로 이 오버슈트가 커지는 문제를 극복할 수 있는데 여기서는 이 문제는 다루지 않고, 제어시스템 빠르기를 조절하여 절충하는 것으로 한다. 이것 외에도 위와 같은 시간지연이 작은 공정에 적합한 이들 방법들은 시간지연이 큰 공정에는 제어기 변수 값들이 음수로 계산되는 등의 어려움도 있다.

III. 내부 P 제어법

IMC-PID 튜닝은 pole-zero 소거에 근거한 방법이다. 따라서 앞에서 보인 문제점들을 보이고 또한 불안정공정에 적용하기 어렵다. 이를 해결하는 한 방법으로 먼저 불안정공정을 P제어기로 안정화한 후 IMC-PID 튜닝을 하는 것을 들 수 있다[14]. 불안정 공정의 제어시스템 설계에 사용되는 내부 P제어기를 갖는 시스템을 본 넓은 시간지연 영역에 적합한 PID제어기 튜닝규칙을 유도하는데 이용한다. 그림 1에 보인 시스템을 고려한다.

내부 P제어기로 공정은 다음과 같이 개선된다.

$$Q(s) = \frac{G(s)}{1 + k_m G(s)} = \frac{k}{\tau s + 1 + k_m k e^{-\theta s}} e^{-s} \quad (5)$$

여기서 내부 P제어기 이득 k_m 을 적절히 선정함에 따라 $Q(s)$ 의 시간상수를 줄일 수 있다. 예를 들면 시간지연 항을 Taylor근사를 하면 $Q(s)$ 의 분모가

$$\begin{aligned} \tau s + 1 + k_m k e^{-\theta s} &\approx (\tau - k_m k \theta) s + (1 + k_m k) \\ &= (1 + k_m k) \left(\frac{\tau - k_m k \theta}{1 + k_m k} s + 1 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

으로 되어 시간상수를 줄일 수 있음을 알 수 있다. 여기에는 약간의 제약이 따르는데 내부 P제어 시스템의 안정성은 보장되어야 한다는 것이다. 따라서 공정의 시간지연 항이 크면 내부 P제어기의 이득을 크게 할 수 없어 이 P제어기를 도입하는 효과가 거의 없는 반면에 시간지연 항이 작으면 내부 P제어기 이득을 크게 할 수 있어 많은 효과를 볼 수 있다. IMC-PID제어 튜닝규칙이 시간지연 항이 작은 경우가 문제 되기 때문에 이를 해결하는데 적합하다고 볼 수 있다.

내부 P제어기로 개선된 시스템 $Q(s)$ 에 IMC-PID제어 튜닝규칙을 적용한다. 그림 1의 제어시스템은 그림 2와 같이 동등한 2자유도 제어시스템으로 변형될 수 있다. 이를 이용할 수 있으나 여기서는 설정치 필터는 사용하지 않고 케환루프의 PID제어기만을 고려한다.

주어진 k_m 에 대하여 $Q(s)$ 를 위한 제어기가 다음과 같이 주어 졌다고 둔다.

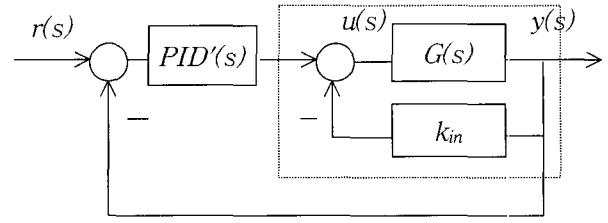


그림 1. 내부 P제어기를 갖는 PID 제어시스템.
Fig. 1. PID control system with inner P controller.

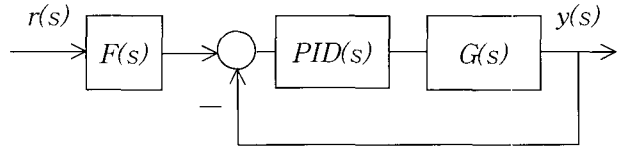


그림 2. 내부 P제어기를 갖는 PID 제어시스템과 동등한 시스템.
Fig. 2. System equivalent to the PID control system with inner P controller.

$$PID'(s) = k_c' \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \quad (7)$$

그림 1에서

$$u(s) = PID'(s)(r(s) - y(s)) - k_{in} y(s) \quad (8)$$

이므로, 그림 2의 케환루프의 제어기는

$$\begin{aligned} PID(s) &= k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \\ k_c &= k_c' + k_m \\ \tau_I &= \frac{k_c}{k_c'} \tau_I' \\ \tau_D &= \frac{k_c'}{k_c} \tau_D' \end{aligned} \quad (9)$$

으로 된다. PID(s)는 Lee 등[8]의 해석적 방법으로 구할 수 있다. 다음 절에 안정성을 유지하면서 k_m 을 구하는 방법을 제안한다.

IV. PID제어기 튜닝 방법

1. k_{in} 의 결정

P제어는 공정의 pole을 이동시킨다. P제어기 이득 k_m 을 공정의 pole중 하나를 원하는 값이 되도록 정한다. 이는 PID제어기를 위한 dominant pole 법 [3]의 한 변형으로 볼 수 있다. 여기서는 공정의 pole이 $s = -1/\tau_c$ 이 되도록 하는 P제어기 이득을 이용한다. 즉

$$[\tau s + 1 + k_m k e^{-\theta s}]_{s=-1/\tau_c} = 0 \quad (10)$$

을 만족하는

$$k_m = \frac{\tau - \tau_c}{k \tau_c e^{\theta/\tau_c}} \quad (11)$$

을 이용한다. 여기서 k_m 이 음수가 되면 0으로 두는데 이는 내부 P제어기를 사용하지 않는 것과 같다. 이 P제어기 이득은 시스템의 안정성을 보장하여야 한다. 안정성을 보장하는 정확한 값은 비선형식을 풀어야 얻을 수 있지만, 매우 정확한 근사값을 주는 식이 Lee 등[15]에 주어져 있다. 다음 식으로 주어지는데 τ_c 가 매우 적지 않으면 (11)이 이 안정성 제한을 만족하였다.

$$k_{in,max} = \frac{1}{k} \sqrt{1 + \frac{4\tau^2}{\theta^2} \frac{16\theta + 66\tau - \sqrt{181\theta^2 + 762\theta\tau + 3081\tau^2}}{\theta + 17\tau}} \quad (12)$$

이 최대값 범위내의 양수의 P제어기 이득 (11)을 이용한다. 지연시간 θ 가 매우 작으면 (11)에 의한 k_m 이 크게되어 내부 P제어를 사용하는 효과가 크게된다. 반대로 시간지연이 매우 크면 τ_c 를 크게 잡을 수 밖에 없고, k_m 는 작게되어 내부 P제어를 사용하는 효과는 거의 없게된다.

2. PID제어기 계산

내부 P제어기가 결정되면 (5)의 $Q(s)$ 가 구해지고 이 전달함수에 대하여 IMC-PID 제어기를 구한다. 모델간소화(model reduction) 과정이 필요없는 DCLR 법 [8]을 사용한다.

그림 1에서 $R(s)$ 와 $Y(s)$ 사이의 폐루프 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_{cl}(s) = \frac{PID'(s)Q(s)}{1 + PID'(s)Q(s)} = \frac{PID'(s)G(s)}{1 + k_m G(s) + PID'(s)G(s)} \quad (13)$$

이 전달함수가 원하는 다음 형태의 것이 되도록 한다.

$$G_{cl}(s) = G_{desired}(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1} e^{-\theta s} \quad (14)$$

즉

$$PID'(s) = \frac{1 + k_m G(s)}{G(s)} \frac{G_{desired}(s)}{1 - G_{desired}(s)} = \frac{\tau s + 1 + k_m k e^{-\theta s}}{k(\tau_c s + 1 - e^{-\theta s})} \quad (15)$$

을 얻을 수 있다. (15)에서 PID형태의 제어기를 얻기 위하여 오른쪽 항을 Taylor근사를 한다. 근사식을 유도하는데 있어 먼저 시간지연 항을 다음과 같이 전개하고

$$\exp(-\theta s) = 1 - \theta s + \frac{\theta^2 s^2}{2} - \frac{\theta^3 s^3}{6} + \dots \quad (16)$$

표 1. 여러 공정에 대한 PI제어기 계산 결과.

Table 1. Computation results of PI controllers for various processes.

θ	τ_c	DCLR법		제안된 방법		
		k_c	τ_i	k_c	τ_i	k_{in}
0.01	0.02	33.39	1.002	54.85	0.0536	29.72
	0.05	16.68	1.001	29.86	0.108	15.56
0.1	0.2	3.39	1.02	5.14	0.45	2.43
1	0.8	0.710	1.278	0.753	1.264	0.072

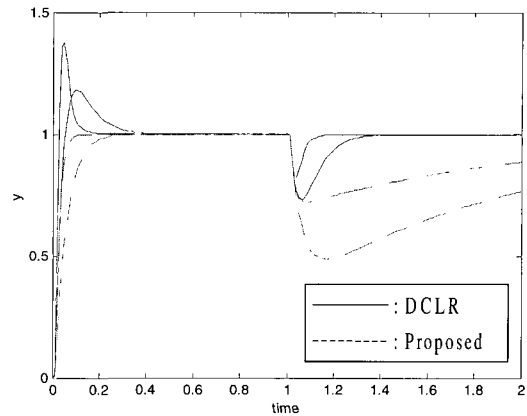


그림 3. $\theta=0.01$ 의 공정에 대한 설정치 및 부하 응답 (빠른 응답: $\tau_c=0.02$, 느린 응답: $\tau_c=0.05$).

Fig. 3. Set point and load responses for the process with $\theta=0.01$ (fast responses: $\tau_c=0.02$, slow responses: $\tau_c=0.05$).

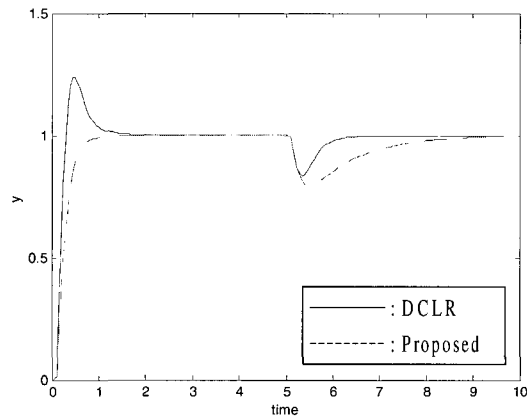


그림 4. $\theta=0.1$ 의 공정에 대한 설정치 및 부하 응답 ($\tau_c=0.2$).

Fig. 4. Set point and load responses for the process with $\theta=0.1$ ($\tau_c=0.2$).

양변의 계수가 일치하도록 하는 다음의 전개식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\tau s + 1 + k_m k e^{-\theta s}}{k(\tau_c s + 1 - e^{-\theta s})} = \frac{k_1}{s} + k_2 + k_3 s + \dots$$

$$k_1 = \frac{1 + k_m k}{k(\tau_c + \theta)}$$

$$k_2 = \frac{2(\tau - k_m k \theta)(\tau_c + \theta) + (1 + k_m k)\theta^2}{2k(\tau_c + \theta)^2}$$

$$k_3 = \frac{\theta^2(6\tau(\tau_c + \theta) + \theta(\theta - 2\tau_c) + k_m k(\theta^2 + 4\theta\tau_c + 6\tau_c^2))}{12k(\tau_c + \theta)^3} \quad (17)$$

이로부터 다음의 PID제어기 변수 값을 구할 수 있다.

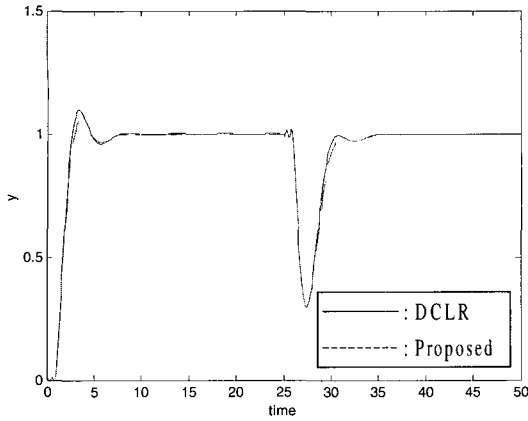


그림 5. $\theta=1$ 의 공정에 대한 설정치 및 부하 응답 ($\tau_c=0.8$).
 Fig. 5. Set point and load responses for the process with $\theta=1$ ($\tau_c=0.8$).

$$\begin{aligned} k_c' &= k_2 \\ \tau_I' &= k_2/k_1 \\ \tau_D' &= k_3/k_2 \end{aligned} \quad (18)$$

그림 2의 PID제어기는 (9)로부터 얻을 수 있다.

V. 모사실험

공정의 지연시간을 변화시켜 가면서 본 튜닝규칙의 성능을 모사하였다. 여기서 $G(s)$ 를 $k=1, \tau=1$ 로 정규화 하였다. 그림 3에 $\theta=0.01$ 경우의 PI 제어시스템의 설정치 응답과 부하 응답을 보였다. 튜닝 결과는 표 1에 나타나 있다. 의미 있는 비교를 위해 설정치 필터는 사용하지 않았다. 앞에서 살펴본 바와 같이 기존의 DCLR 법에 의한 튜닝은 매우 느린 부하 응답을 보였다. 반면에 본 방법의 튜닝은 이 현상을 없애는 것을 볼 수 있다. 본 방법의 튜닝은 설정치 응답에서 오버슈트를 보이는데 설정치 필터를 사용하여 없앨 수 있고, 또한 튜닝변수 τ_c 를 조절하여 원하는 값 이하로 할 수도 있다. 반면에 DCLR 법의 튜닝에 의한 느린 부하 응답은 설정치 필터 같은 쉬운 해결 방법이 없다.

그림 4에 $\theta=0.1$ 경우의 설정치 응답과 부하 응답을 보였다. 내부 P제어기를 도입하는 효과가 아직 나타나는 것을 볼 수 있다. 그림 5에 $\theta=1$ 경우의 설정치 응답과 부하 응답을 보였다. 두 방법의 제어기 튜닝규칙이 거의 동등한 것을 볼 수 있다.

참고문헌 [8]에 있는 2자유도법으로 본 연구와 같은 PID 제어 시스템 설계를 시도하였었는데, 본 일차시간지연 공정은 결과는 매우 유사하였다.

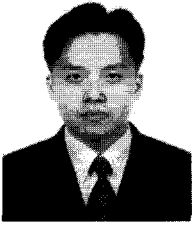
VI. 결론

넓은 범위의 일차시간지연 모델로 근사될 수 있는 공정에 적합한 PID제어기 변수값을 주는 해석적 튜닝규칙을 제안하였다. 불안정 공정에 IMC-PID 튜닝규칙을 적용할 때 이용하던 내부 P제어 법을 활용하였다. 모사 실험 결과 하

나의 튜닝규칙으로 넓은 범위의 공정에 적용할 수 있음을 알 수 있었다. 화학산업 현장 엔지니어들도 쉽게 이용할 수 있을 것으로 기대된다.

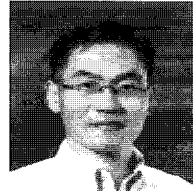
참고문헌

- [1] A. O'Dwyer, *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, Imperial College Press, New Jersey, USA, 2003.
- [2] D. E. Seborg, T. F. Edgar, and D. A. Mellichamp, *Process Dynamics and Control*, Wiley, New Jersey, USA, 2004.
- [3] K. J. Astrom and T. Hagglund, *PID Controllers*, 2nd ed. Instrument Society of America, North Carolina, USA, 1995.
- [4] K. K. Tan, Q. G. Wang, C. C. Hang, and T. J. Hagglund, *Advances in PID Control*, Springer, London, England, 1999.
- [5] S. W. Sung and I. B. Lee, *PID Controllers and Automatic Tuning*, A-Jin Pub., Seoul, Korea, 1999.
- [6] C. C. Yu, *Autotuning of PID Controllers, a Relay Feedback Approach*, 2nd ed., Springer, London, England, 2006.
- [7] M. Morari and E. Zafiriou, *Robust Process Control*, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1989.
- [8] Y. Lee, M. Lee, S. Park, and C. B. Brosilow, "PID controller tuning for desired closed loop responses for SI/SO systems," *AIChE J.*, vol. 44, pp. 106-112, 1998.
- [9] I. L. Chien and P. S. Freuhauf, "Consider IMC tuning to improve controller performance," *Chemical Engineering Progress*, vol. 86, pp. 33, 1990.
- [10] 이지태, 최진영, 이상득, 권영수, "Dominant pole에 의한 PID제어기 Tuning법의 개선," *화학공학회지*, vol. 29, pp. 373-380, 1992.
- [11] D. Chen and D. E. Seborg, "PI/PID controller design based on direct synthesis and disturbance rejection," *Ind. Eng. Chem. Research*, vol. 41, pp. 4807, 2002.
- [12] S. Skogestad, "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning," *J. Process Control*, vol. 13, pp. 291, 2003.
- [13] S. W. Sung and I. B. Lee, "Limitations and countermeasures of PID controllers," *Ind. Eng. Chem. Research*, vol. 35, pp. 2596, 1996.
- [14] J. H. Park, S. W. Sung, and I. B. Lee, "An enhanced PID control strategy for unstable processes," *Automatica*, vol. 34, pp. 751-756, 1996.
- [15] J. Lee, H. Park, and S. W. Sung, "Analytic expressions of ultimate gains and ultimate periods with phase-optimal approximations of time delays," *Canadian J. Chemical Engineering*, vol. 83, pp. 990-995, 2005.



김 동 일

2002년 경북대학교 화학공학과 졸업.
2004년 경북대학교 대학원 화학공학과 석사 졸업. 관심분야는 공정제어 및 공장 자동화 전반.



성 수 환

1992년 경북대학교 화학공학과 졸업.
1994년 포항대학교 화학공학과 석사 졸업. 1997년 포항대학교 화학공학과 박사 졸업. 2005년~현재 경북대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 공정자동화전반.



이 지 태

1979년 서울대학교 화학공학과 졸업.
1981년 한국과학기술원 화학공학과 석사 졸업. 1986년 한국과학기술원 화학공학과 박사 졸업. 1983년~현재 경북대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 공정제어 전반 1979년 경북대학교 화

학공학과 졸업.