

영국과 우리나라의 수학과 교육과정 비교 분석 연구 - 도형과 측정 영역을 중심으로 -

신 향 균 (서울교육대학교)
황 해 정 (조선대학교)¹⁾

I. 들어가는 말

지금껏 일곱 차례의 교육과정 개정 기를 겪을 때마다 해당(현행) 교육과정의 실태를 조사하고 국내·외 수학과 교육의 동향 및 교육과정을 비교 분석하는 작업을 하여 왔다. 즉, 우리나라를 중심으로, 일본, 미국, 소련, 영국 등의 수학과 교육과정을 비교 분석한 사례가 여러 차례 있었다. 하지만, 이러한 국내의 수학과 교육과정 비교 분석에 관한 대부분의 연구가 지극히 한정된 시간과 여건 하에서 실시되어 왔기 때문에, 구체적이면서도 깊이 있는 연구 결과를 산출하지 못하였다. 경우에 따라서는 외국 교육과정의 번역에 오류가 있거나 중요한 부분이 간과됨으로서 해당 교육과정이 '충실히' 전달되는 데에도 어려움이 있어 왔다.

한편, 개인적으로도 최근 들어(1997년 이후) 수학과외의 국내·외 교육과정에 관한 비교 연구가 점차 활발히 추진되고 있는 중이다. 강욱기 외(1997)은 제 7차 교육과정 개정 작업을 위하여 우리나라를 중심으로, 북한, 일본, 미국, 영국, 호주, 러시아, 캐나다, 독일을 선정하여 비교하였으며, 또 강욱기 외(1997)는 '수학과 교육과정의 편제설정과 내용선정을 위한 연구'를 통해 미국의 수학과 교육과정, 러시아의 중등학교 교육과정을 살펴보았다. 그런데, 이 연구에서는 많은 나라의 교육과정에 관한 내용을 개괄적으로 소개하는 차원이며, 특히 영국의 경우에는 그 당시에 적용되고 있던 1995년도 교육과정을 반

영하고 있다. 김연미(1999)는 '한국과 미국의 초등학교 저학년 수학 교과서 및 교육과정의 비교와 분석' 연구를 통해 미국의 메사추세츠주, 미주리주, 뉴햄프셔주, 노스 캐롤라이나주의 교육과정과 우리나라 제 7차 교육과정을 비교 분석한 바 있다. 또, 황해정 외(2002)는 '영국과 우리나라의 수학과 교육과정 비교 분석 연구 -수와 대수 영역을 중심으로-'를 통해 1998년에 새롭게 개정된 영국의 수학과 교육과정을 살펴보고 우리나라의 교육과정과 비교 분석하였다. 다만, 이 연구의 경우에는 '수(와 대수) 영역'에 한정하여 살펴본 제한점을 가지고 있다. 나귀수 외(2003)는 '수학과 교육과정에서 내용 비교 연구-우리나라, 미국의 캘리포니아주, 영국, 일본을 중심으로-'에서 우리나라를 중심으로 미국, 영국, 일본의 수학과 교육과정에서 다루고 있는 내용을 비교하였다. 이 연구에서 각국의 가장 최근의 교육과정 문서를 대상으로 전학년 영역의 내용을 분석하였다는 점에서는 의미가 있으나, 연구 내용이 워낙 방대하여 그다지 상세한 정보를 제공하지는 못한 아쉬움이 있다.

한편, 한인기 외(2003)는 '러시아의 수학교사 양성을 위한 국가 수준 교육과정에 대한 연구'를 실시한 바 있는데, 이 연구는 교사 양성 대학의 수학 교육과정의 내용과 수준에 대한 기초 연구로서 러시아의 교사 양성 교육기관의 교육과정 조직, 최소 필수 수준의 수학과 교과목들과 그 구체적인 내용들을 제시하였다. 박경미(2004)는 '중국 수학 교육과정의 내용과 구성 방식의 특징'에 관한 연구에서 중국의 최근 수학 교육과정을 소개하고 우리나라의 교육과정과 비교하였으며, 정영옥(2004)은 '독일의 수학 교육과정에 대한 고찰 - Nordrhein - Westfalen 주를 중심으로-' 연구를 통해 국내에 잘 알려지지 않은 독일의 수학 교육과정의 구성 체계와 구성 내용을 Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로 구체적으로

1) 교신저자

* 2006년 6월 투고, 2006년 10월 심사 완료.

* ZDM 분류 : D30

* MSC2000 분류 : 97D30

* 주제어 : 영국 수학과 교육과정, 도형, 공간, 측정

살펴보고, 우리나라 수학교육과정과 그 특징을 비교하였다. 또, 최창우(2004)는 '한국과 뉴질랜드의 초등학교 저학년 교육과정 및 수학학습 프로그램의 비교와 분석' 연구를 통해 뉴질랜드에서는 어떻게 (저학년) 교육과정을 운영하고 있고 또한 저학년 수학 학습 프로그램은 우리의 체제와 어떻게 다른가를 부분적으로 비교 분석하였다. 박경미(2005)는 '교육과정 개정의 시사점 도출을 위한 싱가포르와 인도 수학 교육과정의 비교·분석' 연구를 통해 싱가포르와 인도의 수학 교육과정을 소개하고 이로부터 우리나라 차기 교육과정에 대한 시사점을 도출하고자 하였다. 정영옥(2005)은 '네덜란드의 초등 수학 교육과정에 대한 개관 -자연수와 연산 영역을 중심으로-' 연구에서 네덜란드의 초등 교육과정에 대한 문헌 연구를 통해 RME에 기초한 초등 수학교육의 실체를 자연수와 연산 영역을 중심으로 살펴보고 우리나라 교육과정과 교과서 개발을 위한 시사점을 도출하고자 하였다.

이렇듯, 지금까지 여러 학자들에 의해 수행된 우리나라와 여러 나라의 수학과 교육과정에 관한 비교 연구 결과 및 성과에 힘입어, 2002년에 시행된 영국 교육과정에서의 '수와 대수' 영역에 한정하여 비교 분석한 점을 상기하여²⁾ 본 연구에서는 이의 후속 연구로서 영국 교육과정에서의 '도형, 공간과 측정' 영역을 중심으로 해당 내용을 소개하되, 우리나라 교육과정의 것과 비교 분석하여 제시하고자 하였다.

II. 영국 교육과정의 이해

1. 영국 교육과정의 개요³⁾

영국은 1989년 이전에는 국가 수준의 교육과정이 없이 지역이나 학교, 또는 교사의 재량에 따라 가르치고 배우는 내용이 결정되었는데, 1988년 교육개혁법을 제정

하고 국가 수준의 교육과정 제도를 도입함으로써, 학습 내용의 범위와 수준을 국가 차원에서 정하여 제시하게 되었다. 영국의 교육과정은 크게 「학습프로그램」(Programs of study)과 「성취목표」(Attainment Target)로 이루어져 있다. 1989년 국가 교육과정이 처음 제정되었을 당시에는 평가를 위한 성취목표를 강조하였으나, 1995년의 개정을 통해 교과 내용을 위주로 하는 학습 프로그램 중심으로 변모하였으며, 이는 1999년 9월에 다시 개정되었다. 영국의 새 국가 교육과정 *The National Curriculum for England*(<http://www.nc.uk.net>)의 「학습 프로그램」은 학년별로 구성되어 있지 않고, key stage라는 개념을 사용하여 몇 개 학년이나 연령을 묶어 단계별로 제시하고 있으며, 이는 5세부터 16세까지의 기간을 4개 key stage로 구분하고 있다. <표 II-1 참조>

<표 II-1> 영국 key stage별 해당 학년 및 성취목표

학교급	단계	학년	연령	각 단계 성취목표 수준범위	진급 성취목표 수준
초등학교	key stage 1	1-2학년	5-7세	1-3	2
	key stage 2	3-6학년	7-11세	2-5	4
중등학교	key stage 3	7-9학년	11-14세	3-7	5
	key stage 4	10-11학년	14-16세		

영국 교육과정은 모든 key stage마다 '수(와 대수)', '도형, 공간과 측정', '자료의 처리'의 (대)영역으로 구분되어 있다. <표 II-2 참조> 우리나라의 경우에는 '수와 연산'과 같은 대영역을 비롯하여 세부 영역으로 2개를 두고 있는데, 영국의 경우에는 한 개의 대영역 하에 3개의 세부 영역(여기서, 이를 중영역 1, 중영역 2, 소영역으로 간주함)을 두고 있다. 예를 들어, 영국의 경우, <표 II-3>에서 알 수 있는 바와 같이, '도형, 공간과 측정' 영역은 다시 '도형, 공간과 측정'의 활용을 포함하여 7개 영역, 즉 중영역(1)로 나뉘어져 있으며, 이 영역들은 각각 다시 세부 영역인 중영역(2)로 나뉘어져 있다.

2) 이 연구는 2002년에 황혜정과 신항균에 의해 진행된 것으로, 연구 제목은 '영국과 우리나라의 수학과 교육과정 비교 분석 연구 -수와 대수 영역을 중심으로-'이며, 이에 관한 논문은 한국수학교육학회지 「수학교육」(제 41권 제 3호)에 실려 있음.

3) 본고에서 참고한 영국 교육과정은 인터넷 사이트(www.nc.uk.net)에서 'The National Curriculum for England' 중 'Mathematics' 부분을 다운받은 자료임.

<표 II-2> 우리나라와 영국 교육과정 대영역명 비교

우리 나라			영국		
수학 교과목	수학 I 교과목	수학 II 교과목	key stage 1	key stage 2	key stage 3~4
수와 연산	대수	대수	수	수	수와 대수
문자와 식					
규칙성과 함수	해석	해석			
도형		기하	도형, 공간과 측정	도형, 공간과 측정	도형, 공간과 측정
측정					
확률과 통계	확률과 통계			자료의 처리	자료의 처리

<표 II-3> 영국 '도형, 공간과 측정'의 세부 영역⁴⁾

중영역	중영역 2				
	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4(기본)	Key Stage 4(심화)
도형, 공간, 측정의 활용	문제해결	문제해결	문제해결	문제해결	문제해결
	의사소통	의사소통	의사소통	의사소통	의사소통
	추론	추론	추론	추론	추론
도형의 (규칙성과) 성질의 이해	○	○	×	×	×
위치와 이동의 특징 이해	○	○	×	×	×
측정의 이해	○	○	×	×	×
기하학적 추론	×	×	각	각	각
			삼각형과 사각형의 성질	삼각형과 사각형의 성질	삼각형과 사각형의 성질
			원의 성질	원의 성질	원의 성질
변환과 좌표	×	×	×	입체도형	×
			변환 특징 짓기	변환 특징 짓기	변환 특징 짓기
			변환의 성질	변환의 성질	변환의 성질
			좌표	좌표	좌표
측정과 작도	×	×	벡터	벡터	벡터
			측정(의 이해)	측정(의 이해)	측정(의 이해)
			작도	작도	작도
			구적	구적	구적
			자취	자취	자취

4) 본문의 <표 II-3>에 ○로 표시된 부분은 중영역(1)까지만 세분화되고 해당 영역에 관한 구체적인 내용(즉, 소영역)이 있는 것을 말하고, ×로 표시된 부분은 해당 내용이 아예 없는 것을 말함. 또, '도형의 (규칙성과) 성질의 이해' 중영역(1)의 명칭은 이하 '도형의 성질의 이해'로, 측정(의 이해) 중영역(2)의 명칭은 '측정'으로 함.

2. 영국 교육과정의 '도형, 공간과 측정' 영역의 교육 목표 및 성취 수준 목표

가. 교육 목표

영국 수학과 교육과정은 수학적 지식(knowledge), 기 능(skills), 이해(understanding)의 달성을 가장 궁극적인 교육의 목표로 상정하고, 이를 근간으로 하여 영역별 교육 목표 및 성취 수준 목표를 설정하고 있다. 우선, 영국 교육과정의 '도형, 공간과 측정' 영역의 교육 목표를 key stage별로 살펴보면 다음과 같다.

Key stage 1에서는 학생들로 하여금 그들의 주변 환경에 대한 이해를 기반으로 하는 실제적인 활동을 통하여 도형과 공간에 대해 익히도록 한다. 아울러, 수학적 언어를 이해하기 시작하고, 이를 사용하여 문제를 해결 하는 상황에서 그 해결 방법과 사고 과정을 설명하도록 한다. Key stage 2에서는 학생들로 하여금 도형과 공간의 특징들을 탐색하게 하고 문제 상황에 맞춰 측정 능력을 가지도록 한다. 아울러, 보다 다양한 수학적 언어, 도 표, 차트를 사용하여 문제 해결 방법 및 과정에 관하여 토의하고, 그 결과를 보고하도록 한다. Key stage 3에서는 학생들로 하여금 도형과 공간의 특징들에 대한 단순한 이해로부터 벗어나 기하학적 대상들을 이해하는 데에 정의와 추론을 이용할 수 있도록 한다. 간단한 대수적, 기하학적 증명을 행해야 하는 경우, 논리적인 주장의 의미를 이해하도록 한다. 아울러, 자신의 사고(논리) 과정을 말이나 글로 상대방에게 설명함으로써 수학을 의사소 통할 수 있도록 한다. Key stage 4(기본)에서는 학생들 로 하여금 보다 다양한 수학적 용어들을 이용하여 수와 기하학적 대상들에 대하여 논할 수 있도록 하고, 간단한 증명을 이해하고 이를 행할 수 있도록 한다. 기하학적 성질을 이용하여 문제에서 구하고자 하는 각과 길이를 구하도록 하며, 자신감을 가지고 자신의 그런 사고 과정을 설명할 수 있도록 한다. Key stage 4(심화)에서는 학생들로 하여금 간단한 귀납적 추론 방법을 이용하여 자신이 직접 증명을 완성할 수 있도록 하고, 수학에 있어 서 증명의 중요성을 인식하도록 한다. 정의와 형식적 추 론을 이용하여 기하학적 도형들과 그러한 도형들 사이에 논리적인 관계를 묘사하고 이해하도록 한다.

나. 성취 수준 목표

영국의 교육과정의 '도형, 공간과 측정' 영역에는 성취 수준 목표가 제시되어 있는데(물론, 다른 대영역에도 이 러한 성취 수준 목표가 별도로 제시되어 있음), 이 수준 은 모두 1수준~8수준, 그리고 그 이상의 수준으로 총 9 개이며, 각 수준의 기준은 국가가 정하도록 되어 있다. 이는 학생들이 해당 key stage동안 성취해야 할 내용의 수준과 범위를 나타낸 것이고, 동시에 그들이 다음 key stage로 진급하는데 있어서 반드시(최소한) 성취해야 할 내용의 수준과 범위를 나타낸 것이다. <표 II-45> 참조>

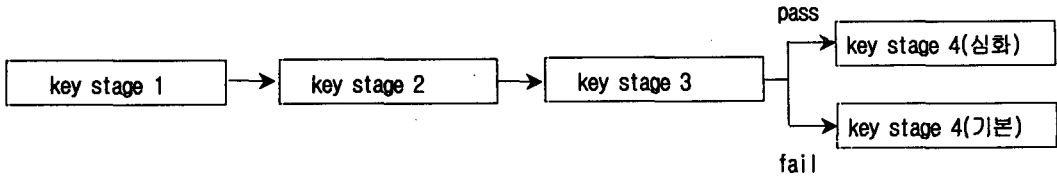
대부분의 학생들의 성취도는 key stage 1 말에는 1-3 수준, key stage 2 말에는 2-5 수준, key stage 3 말에 는 3-7 수준으로 기대되고 있으며, 수준 8 이상은 매우 유능한 학생들에게 적용되는 것으로 3단계에서 예외적으 로 좋은 성취를 이룬 학생을 차별화하기 위한 것이라 할 수 있다. 한편, key stage 4에는 성취 목표 수준을 기준 으로 하는 척도 방법이 적용되지 않는다. 각 stage 말에 교사가 학생들의 성취 수준을 9개로 나누어 평가한다. key stage 1에서의 성취 수준이 2수준 이상인 경우 key stage 2에 진급할 수 있으며, key stage 2에서의 성취 수준이 4수준 이상인 경우 key stage 3에 진급할 수 있 다. 또, key stage 3의 성취 수준에 따라 key stage 4의 '기본 과정'과 '심화 과정' 두 가지 교육과정 중에서 하나 를 학습하게 되는데, 심화 과정은 key stage 3의 성취 수준이 5수준 이상인 학생들이 배우는 과정이고 성취 수 준이 5수준에 미치지 못하는 학생들은 기초 과정을 배우 게 된다.

이와 같이 교육 내용을 학년별로 세분하여 제시하지 않고 각 key stage별로 제시하는 것은, 동일한 학년이나 연령의 학생이라도 그 성취 수준이나 능력에 있어서는 차이가 있을 수 있다는 사실을 고려한 것으로, 학생들의 수준 차이에 상응하여 융통성 있게 내용을 배열할 수 있 음을 의미한다. 또 각각의 학습 내용을 구체적으로 어느 학년에서 다룰 것인지 단위 학교가 결정할 수 있도록 재 량권을 갖게 되는 장점이 있다.

5) 본문의 <표 4>에서 음영 부분은 각 단계별 성취목표의 수 준 범위를 뜻하며, 음영 중간에 표시된 ○는 진급을 위한 최 소한의 성취목표 수준을 뜻함.

<표 II-4> 영국의 성취 수준 목표

수준	성취 수준 목표	key stage			
		1	2	3	4
1 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 실생활 언어를 사용하여 평면도형과 입체도형의 특징과 위치 설명하기 · 직접적인 비교를 통해 물체를 재고 순서를 정하며, 일상적인 사건들의 순서 정하기 				
2 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 일반적인 평면도형과 입체도형에 대하여 수학적 명칭(용어)를 사용하고 변과 꼭지점의 개수를 포함하여 그 도형들의 특징 설명하기 · 직선으로의 이동과 회전으로의 이동의 차이를 구분하고, 회전한 양으로서의 각을 이해하며, 직각 이해하기 · 길이와 무게를 재는 데에 일상적인 보편단위와 표준단위 사용하기 		○		
3 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 평면에서의 대칭과 같은 수학적 성질을 이용하여 다양한 방법으로 평면도형과 입체도형 분류하기 · 상황에 따라, 길이, 부피, 무게에 대한 보편단위와 표준단위인 미터법을 사용하고, 시간에 대한 표준단위 사용하기 				
4 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 주어진 면이나 모서리를 연결하여 입체적 수학 모델을 만들고, 좌표 위에 여러 방향으로 일반적인 평면도형 그리기 · 대칭축을 이용하여 간단한 도형 대칭시키기 · 적절한 단위와 도구를 선택하여 사용하고, 다양한 측정 도구에 제시된 수치를 상황에 맞게 적절히 해석하기 · 정사각형의 개수를 이용하여 간단한 도형의 넓이를 구하고, 둘레 구하기 		○		
5 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 모델을 구성하고 도형을 그리거나 이용할 때, 1도 단위까지 각을 재고 그리며, 각에 관련된 언어 사용하기 · 각의 크기와 삼각형의 세 각의 합 알기 · 평면도형의 모든 대칭 알기 · 일상 생활에서 사용되고 있는 영국 고유의 단위에 대한 대략적인 미터법의 값을 파악하고, 미터법의 단위끼리 환산하기 · 실제적 상황에 유용하도록 적절히 어렵 측정하기 · 직사각형의 넓이에 대한 공식 이해하고 이용하기 			○	
6 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 3차원의 입체도형 또는 물체의 일반적인 단면을 인식하고 이용하기 · 여러 종류의 사변형을 분류하는데 사변형의 성질 알고 이용하기 · 다각형의 각과 대칭에 관한 성질과 접선과 평행선에 관한 각의 성질을 이용하는 문제 해결하고, 이러한 성질들에 관하여 설명하기 · 컴퓨터로 도형과 경로를 만들고 변환하는 방법 고안하기 · 원의 둘레와 넓이, 사변형의 넓이, 직육면체의 부피를 구하는데 적절한 공식 이해하고 이용하기 · 양의 정수 비율로 도형 확대하기 				
7 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 이차원에 관한 문제를 해결할 때, 피타고라스 정리 이해하고 적용하기 · 평면도형의 둘레와 넓이, 직삼각기둥의 부피 계산하기 · 소수의 비율로 도형 확대하고, 그 결과로 생긴 도형들의 값을 인식하기 · 규칙에 따라 움직이는 물체의 자취 결정하기 · 측정값은 가장 가까운 눈금을 읽는 것이므로 양쪽 방향으로 단위의 1/2까지 부정확할 수도 있음을 인식하기 · 속도를 포함하여 복합 측도 이해하고 이용하기 				
8 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 합동과 닮음을 이해하고 이용하기 · 2차원에 관한 문제 해결 시 사인, 코사인과 탄젠트 이용하기 · 차원을 고려하여, 둘레, 넓이, 부피에 대한 공식 사이의 차이 구분하기 				
8 이상 수준	<ul style="list-style-type: none"> · 각에 대한 사인, 코사인, 탄젠트 함수의 그래프 개형을 그리고, 이러한 함수에 기초한 그래프를 일반화하고 해석하기 · 일반각에 대한 사인, 코사인, 탄젠트 이용하고, 이차원과 삼차원에 관한 문제 해결할 때 피타고라스 정리 이용하기 · 증명을 할 때(가령, 이동변삼각형의 두 밑각이 같음을 증명할 때) 합동인 삼각형의 조건 이용하기 · 부채꼴의 넓이, 호의 길이, 원기둥의 겹넓이, 원뿔과 구의 부피 구하기 · 측정을 하는데 이용되는 비율의 특성 인식하기 				



<그림 II-1> 영국의 성취수준에 따른 진급 체계

III. 교육과정 비교 분석 방법

우리나라와 영국 교육과정의 비교 분석은 다음과 같은 방법 및 절차에 의해 진행되었다.

첫째, 우리나라의 교육과정 내용 요소는 제 7차 교육 과정을 참고하여 단계별(학년별), 영역별(도형, 측정)로 추출하였다. 즉, 영국 교육과정이 상세히 기술되어 있는 점을 감안하여 우리나라 교육과정의 내용 체계 표에 있는 내용 요소, 각 단계(수학 I, II 교과목 포함)에 제시되어 있는 소영역 내용, 용어와 기호, 그리고 학습 지도상의 유의점을 참고하여 주요 학습 내용을 마련하고, 이를 표로 정리하였다. 본문에는 <표 III-1>과 같이 일부만 제시하고 나머지는 부록에 제시하였다. 다음의 <표 III-1>에 제시된 바와 같이, 각 내용 요소에는 순서가 정해져 있는데, 이때 가장 왼쪽의 숫자는 단계(가령, 1은 1단계, ..., 10은 10단계, 11은 수학 I, 12는 수학 II)를 나타낸 것이고, 가운데 숫자는 대영역명(가령, 1은 '도형' 영역, 2는 '측정' 영역)을, 오른쪽 숫자는 표에 제시된 내용 순서를 나타낸 것이다. 예를 들어, <표 IV-5>에서 key stage 2에 '간단한 도형의 둘레 구하기'가 (5.2.1.)과 함께 제시되어 있는데, 여기서 (5.2.1.)은 우리나라 5학년에서의 '측정' 영역에 관한 것임을 쉽게 알 수 있다.

둘째, 영국 교육과정의 '도형, 공간과 측정' 대영역에 포함되어 있는 내용(즉, 소영역)을 번역하고, 이를 일차적으로 각 key stage마다 중영역별로 내용이 동일하거나 유사한 경우에 임의적으로 가로의 셀을 맞추어 제시하였다. <표 III-2, 3, 4 참조>

셋째, '도형, 공간과 측정' 영역은 대수 영역과는 달리, 내용의 특성상, 도형과 측정에 관한 내용이 서로 연계되어 있고 실제로 통합하여 다뤄질 수 있으므로 <표 III-2>, <표 III-3>, <표 III-4>와 같이 중영역을 중심으로 전개하지 않고 연계된 내용들을 중심으로 통합하여 전개하였다. 다시 말하면, 세부 내용을 기준으로 볼 때, 이 내용과 연계된 내용들이 있을 경우 각기 속해 있는 중영역들과 상관없이 관련된 내용들을 중심으로 가로의 셀을 맞추어 다시 한 번 재정리하여 제시하였다. 예를 들어, 우선적으로 <표 III-2>, <표 III-3>, <표 III-4>에 제시된 각각의 내용들은 <표 III-5>와 같이 제시되었으며, 궁극적으로 '각'에 관한 모든 내용은 <표 III-6>과 같이 통합되어 제시되었다. 이는 영국 교육과정상의 '도형, 공간과 측정'에 관한 내용의 위계적 변화를 보다 쉽고 빠르게 파악하고자 함이다. 결국, 본고에서는 표를 통해 영국 교육과정 문서상에 제시된 '도형, 공간과 측정' 영역에 해당되는 모든 내용이 제시되었다.⁶⁾

넷째, 우리나라와 영국의 교육과정 내용을 비교 분석하기 위하여, 영국 교육과정의 내용이 우리나라의 몇 단계 어떤 내용에 해당하는지를 조사하고, 이를 표마다 각 셀의 맨 오른쪽에 괄호를 이용하여 제시하였다. 이와 같이 영국의 교육과정의 각 셀에 제시된 세부 내용마다 우리나라에서 다루지는 학년 등을 괄호 안에 숫자로 나타내어 두 나라 간의 내용 비교가 용이하도록 하였다.

6) 다만 key stage 3, 4에서만 다루지고 있는 피타고라스의 정리, 또 key stage 4 심화에만 제시되어 있는 삼각비와 삼각함수, 그리고 벡터에 관한 내용은 표가 아닌 본문 내용 속에 제시되어 있음.

<표 III-1> 우리나라 교육과정상 주요 내용 요소 예

초등학교		우리나라(단계)
단계	영역	내용 요소
7 가, 나 단계	도형	7.1.1. 점, 선, 면, 각에 대한 간단한 성질 이해하기(반직선, 중점, 평각)
		7.1.2. 점과 점의 위치 관계(두 점 사이의 거리), 점과 직선의 위치 관계(수선의 발), 직선과 직선의 위치 관계(교점, 평행선, 꼬인 위치, 수직이등분선, 직교, 교각, 맞꼭지각), 평면과 평면의 위치관계(교선) 이해하기
		7.1.3. 평행선의 성질 알기
		7.1.4. 자와 컴퍼스를 이용하여 간단한 도형 작도하기
		7.1.5. 합동인 도형의 간단한 성질을 알아보고, 삼각형의 합동조건 알기
		7.1.6. 다각형의 성질(대면, 대각, 대각선) 알기
		7.1.7. 호, 현, 중심각, 부채꼴, 활꼴의 뜻을 알고, 중심각과 호의 관계 알기
		7.1.8. 원과 직선의 위치관계의 이해를 통해 할선, 접선, 접점 알기
		7.1.9. 다면체, 각뿔대, 정다면체, 원뿔대에 대하여 알기
		7.1.10. 회전체의 성질 알기
		7.1.11. 정다면체의 전개도 그리기 [심화]
		7.1.12. 다면체에서 꼭지점의 수, 모서리의 수, 면의 수 사이의 관계 알아보기 [심화]
	측정	7.2.1. 다각형의 내각과 외각의 크기 구하기
		7.2.2. 부채꼴의 넓이와 호의 길이 구하기
		7.2.3. 입체도형의 겹넓이와 부피 구하기
		7.2.4. 실생활에서 관찰할 수 있는 도형에서, 그 길이, 넓이, 부피 구하기

<표 III-2> '측정의 이해' 영역의 각에 관한 내용

중영역(1)	중영역(2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4(기본)	Key Stage 4(심화)
측정의 이해		· 한 바퀴, 반 바퀴, 반의 반 바퀴를 이용하여 회전한 양으로서의 각 이해하기 (4.2.3)	· 직각 또는 평각보다 크거나 작은 각을 인식하고, 각각의 크기를 어렵하여 순서 정하기 (4.1.2)			
			· 예각, 둔각, 직각을 재고 그리기 (4.1.2)			

<표 III-3> '기하학적 추론' 영역의 각에 관한 내용

중영역(1)	중영역(2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4(기본)	Key Stage 4(심화)
기하학적 추론	각			· 각, 수선, 맞꼭지각의 성질을 상기하여 이용하기 (7.1.1., 7.1.2.)	· 각, 수선, 맞꼭지각의 성질을 상기하여 이용하기 (7.1.1., 7.1.2.)	
				· 예각, 둔각, 우각, 직각 구별하기 (4.1.2., 우각 제외)	· 예각, 둔각, 우각, 직각 구별하기 (4.1.2., 우각 제외)	
				· 각의 크기 어렵하기 (4.2.4.)	· 각의 크기 어렵하기 (4.2.4.)	

<표 III-4> '측정과 작도' 영역의 각에 관한 내용

중영역(1)	중영역(2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
측정과 작도	측정					· '동쪽으로 45도' 등과 같이 언어를 함께 사용하는 각의 측도 이해하기 (X)

<표 III-5> 표 III-2, 3, 4 내용 통합의 예

중영역(1)	중영역(2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
		· 한 바퀴, 반 바퀴를 이용하여 회전한 각 이해하기 (4.2.3)	· 직각 또는 평각보다 크거나 작은 각을 인식하고, 각각의 크기를 어렵하여 순서 정하기 (4.1.2) · 예각, 둔각, 직각을 재고 그리기 (4.1.2)	· 각, 수선, 맞꼭지각의 성질을 상기하여 이용하기 (7.1.1, 7.1.2) · 예각, 둔각, 우각, 직각 구별하기 (4.1.2, 우각 제외) · 각의 크기 어렵하기 (4.2.4)	· 각, 수선, 맞꼭지각의 성질을 상기하여 이용하기 (7.1.1, 7.1.2) · 예각, 둔각, 우각, 직각 구별하기 (4.1.2, 우각 제외) · 각의 크기 어렵하기 (4.2.4)	· '동쪽으로 45도' 등과 같이 언어를 함께 사용하는 각의 측도 이해하기 (X)

<표 III-6> 각 관련 내용의 최종 통합의 예

중영역(1)	중영역(2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
기하적 추론	삼각형과 사각형의 성질 (각)	· 한 바퀴, 반 바퀴, 반 바퀴를 이용하여 회전한 각 이해하기 (4.2.3)	· 직각 또는 평각보다 크거나 작은 각을 인식하고, 각각의 크기를 어렵하여 순서 정하기 (4.1.2) · 예각, 둔각, 직각을 재고 그리기 (4.1.2)	· 각, 수선, 맞꼭지각의 성질을 상기하여 이용하기 (7.1.1, 7.1.2) · 예각, 둔각, 우각, 직각 구별하기 (4.1.2, 우각 제외) · 각의 크기 어렵하기	· 각, 수선, 맞꼭지각의 성질을 상기하여 이용하기 (7.1.1, 7.1.2) · 예각, 둔각, 우각, 직각 구별하기 (4.1.2, 우각 제외) · 각의 크기 어렵하기 (4.2.4)	· '동쪽으로 45도' 등과 같이 언어를 함께 사용하는 각의 측도 이해하기 (X)
				· 평행선, 엇각과 동위각 이용하기 (7.1.3)		
				· 평행사변형의 성질 이해하고, 삼각형의 내각의 합이 180도임에 대한 증명 이해하기 (7.1.6, 7.2.1, 8.1.2)		
				· 삼각형의 외각은 내대각의 합과 같음에 대한 증명 이해하기 (7.1.6, 7.2.1)		
				· 정삼각형, 이등변삼각형, 직각삼각형의 각에 대한 성질 이용하기 (7.1.6, 7.2.1)		
				· 사각형 내각의 합이 360도가 되는 이유 설명하기 (7.1.6, 7.2.1)		
				· 사각형, 오각형, 육각형의 내각과 외각의 합을 구하고 이용하기 (7.2.1)		
		· 정다각형의 각을 구하고 이용하기 (7.2.1)				
		· 모양이 같은 도형 인식하기 (5.1.4)	· 두 삼각형의 합동을 통하여 합동의 의미 이해하기 (7.1.5)			· 형식은증을 통한 삼각형의 합동을 증명하거나 자와 컴퍼스를 이용한 작도법을 입증하기 위하여 SSS, SAS, ASA, RHS 조건을 이해하고 이용하기 (7.1.5)

참고로, 본고에서는 <표 III-6>에서와 같이 어떤 중 영역명에 대하여 해당 내용을 동일한 글자체로 제시하였다. 이에 따라, 기본적으로는 정자체로 제시하였으며, 이와 다른 중영역과 해당 내용은 정자체의 것과 구분하기 위하여 이탤릭체로 제시하였다. 이러한 방식은 이하 모든 표에서도 마찬가지로이다.⁷⁾

또, <표 III-6>의 경우, 일부 내용이 key stage 3, key stage 4 기본, key stage 4 심화에 걸쳐 제시되어 있는데, 이는 지면 관계상 key stage 3, 4 기본, 4 심화 각각에 동일한 내용이 제시되어 있어 이를 통합시킨 것이다. 이에 따라, 이는 세 단계에 걸쳐서 해당 내용이 점차적으로 다뤄짐을 뜻하는 것이 아니라, 매 단계마다 동일한 내용이 제시되어 있음을 뜻하는 것이다. 결국, 동일한 내용이 학업 성취 결과 여부에 따라 key stage 3과 key stage 4 기본, 또는 key stage 3과 key stage 4 심화를 통해 반복적으로 다뤄짐을 뜻하는 것이다. 이하 모든 표에서도 마찬가지로이다.

IV. 교육과정 내용 비교

이상에서 제시한 연구 절차에 의거하여, 이 장에서는 영국과 우리나라의 교육과정 내용을 상세히 비교하기로 한다. 이에 앞서 영국 교육과정 체제의 주요 특징을 간략히 살펴보기로 한다.

1. 영국의 교육과정 내용 체제

첫째, 우리나라의 경우에는 초등학교에서만 문제해결 방법의 이해 및 활용을 '문자와 식' 영역에서 별도로 강조하여 다루고 있는데 비해, 영국에서는 key stage 1부터 key stage 4(심화)에 이르기까지 전 영역에서 지속적으로 다루고 있다. 즉, '수(와 대수)', '도형, 공간과 측정', '자료의 처리' 대영역에서 각각 독립된 영역으로 '문제해결', '추론', '의사소통'의 중영역 (2)를 두고 있다. 그런데,

이 영역에 해당되는 내용은 수학의 내용적 지식이라기보다는 방법적 지식에 가까우며, 이는 다른 여러 영역에서 제시되는 내용들을 좀더 포괄적으로 제시하고 있다. 참고로, '문제해결' 영역의 내용을 일부 제시하면 다음 <표 IV-1>과 같다.

둘째, 영국 교육과정은 전체적으로 대부분의 내용이 key stage마다 동일하거나 유사하게 제시되어 있고, 또는 key stage가 올라감에 따라 약간씩 심화되어 제시되는 경향이 강하다. 이러한 현상은 '대수' 영역에서보다 '도형, 공간과 측정' 영역에서 보다 뚜렷이 나타나고 있다. 영국의 '도형, 공간과 측정' 영역의 경우, key stage 1과 key stage 2를 통해, 도형, 공간, 측정에 관한 기본적인 이해를 바탕으로, key stage 3에서부터 내용이 다소 심화되어 다뤄지는 추세이다.

우선, 상식적으로 가장 이상적인 경우로 생각되는 것은 <표 IV-2>에 제시된 것과 같이 key stage 3과 key stage 4 기본에서 동일하거나 유사하게, 그리고 key stage 4 심화에서는 다소 심화된 형태로 제시되는 경우일 것이다. 허나, 이보다는 key stage 3에서부터 key stage 4 기본, 심화 모두 동일한 내용이 제시되는 경우가 상당수에 이르는데, 이는 key stage 3을 기본으로 하되, key stage 3의 학업 성취 도달 여부에 따라, key stage 4 기본이나 심화 중 하나를 선택하게 되는 경우이다. 이때 key stage 4 기본에서는 key stage 3의 내용을 다시 한 번 반복하여 학습 결손을 보충할 것으로 예상된다. 또, key stage 3에서 4 심화로 가는 경우, 비록 학습 내용이 동일하게 제시되어 있다고 하더라도 문제 해결의 경우에는 문제의 조건이나 복잡성이 강화되고, 특정 내용이 명제나 성질에 관한 이해 내지 증명과 이를 통한 활용의 경우에는 key stage 3에서 경험적, 직관적 이해를 도모하고 key stage 4 심화에서 보다 본격적으로 증명을 통한 이해를 강구할 것으로 예상된다.

7) 허나, <표 III-6>의 경우에는 이 밖에도 다른 중영역들과 해당 내용들이 통합되어 있음. 가령, 정자체에 밀줄만 쳐진 내용은 '측정의 이해' 중영역(1)에, 이탤릭체로 제시되면서 동시에 밀줄 쳐진 내용은 '도형의 성질의 이해' 중영역(1)에, 그리고 정자체이면서 진한 글자체는 '측정과 작도' 중영역(1)에서의 '측정' 중영역(2)에 속해 있다.

<표 IV-1> 영국 교육과정의 '문제해결' 영역

중 영 역 (1)	중 영 역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4(기본)	Key Stage 4(심화)
문 제 해 결			· 측정의 표준단위에 대한 필요성을 인식하기			
	· 도형과 공간에 관한 문제 해결 시 여러 가지 다른 방법들을 시도하고, 어려움을 극복하기 위한 방법 찾기	· 어려움을 극복하기 위한 대안적 방법들을 찾아, 공간에 관한 문제에 응용성 있게 접근하기	· 기하학적 문제를 해결하는 데에 ICT를 포함하여 문제해결 전략과 선행 지식 선택하기	· ICT 도구를 포함하여, 문제해결 전략과 선행 지식 선택하기	· 기하학적 과제를 수행하는 데 이용할 문제해결 전략을 선택하고, 자신의 선택이 얼마만큼 적절하고 옳는지를 반성하고 설명하기	
	· 측정을 포함하는 문제 해결 시 적절한 수단 선택하고 사용하기	· 기하학적 문제를 해결하기 위하여 한 계산 능력을 택하고 사용하기	· 복잡한 문제들을 해결하는 데 알고 있는 조건과 문제해결 전략 선택하고 통합하기	· 복잡한 문제들을 해결하는 데 알고 있는 조건과 문제해결 전략 선택하고 통합하기	· 보다 복잡한 문제들을 해결하는 데 알고 있는 조건과 문제해결 전략 선택하고 통합하기	
	· 도형과 공간에 관한 문제해결 시 적절한 수단과 자료를 사용하고 사용하기	· 기하학적 문제들의 결과가 타당함을 철차용 신하기 위하여 확인하는 것을 이용하기	· 어떤 문제를 해결하는 데에 어떤 정보가 보다 더 필요한 지 인식하기	· 어떤 문제를 해결하는 데에 어떤 정보가 보다 더 필요한 지 인식하기	· 특별한 방법을 따거나 거부하는 데에 자신의 결정들을 대화하면서 대안적 방법을 전개하고 따르기	
			· 복잡한 문제를 여러 단계로 세분화 하기			

<표 IV-2> 심화내용이 key stage 4 심화에 반영된 예

중 영 역 (1)	중 영 역 (2)	key stage 1	key stage 2	key stage 3	key stage 4 기본	key stage 4 심화
측 도 와 작 도	자 취			· 추론에 의하여, ICT 이용하여 도형의 자취 구하기 (가령, 정삼각형) (x)	· 추론에 의하여, ICT 이용하여 도형의 자취 구하기 (가령, 정삼각형) (x)	· 추론에 의하여, ICT 이용하여 도형의 자취 구하기 (가령, 원과 직선에 의해 둘러싸인 부분) (x)

<표 IV-3> key stage 4 기본 과정 내용이 없는 경우

중 영 역 (1)	중 영 역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
기 하 학 적 추 론	삼각형과 사각형의 성질 (도형의 성질의 이해)		· 모양이 같은 도형 인식하기 (5.1.4)	· 두 삼각형의 합동을 통하여 합동의 의미 이해하기 (7.1.5)		· 형식논증을 통한 삼각형의 합동을 증명하거나 자와 컴퍼스를 이용한 작도법을 입증하기 위하여 SSS, SAS, ASA, RHS 조건을 이해하고 사용하기 (7.1.5)

한편, 위의 <표 IV-3>과 같이 몇몇 경우에는 key stage 3과 key stage 4 심화에만 내용이 제시되어 있고, key stage 4 기본에는 제시되어 있지 않은 경우도 있다. 이는 아마도 key stage 3에서 해당 학습이 마치지기를 기대하되, 만약 이에 관한 학습이 원활히 진행되지 않은 경우에는 그것으로 일단 해당 내용에 관한 학습을 마치는 것으로 볼 수 있겠다. 대신, key stage 3에서 학습 결과가 원활히 이뤄진 경우, key stage 4 심화를 통해 지속적으로 해당 내용에 관한 학습이 점차 강화되어 진행되도록 하고자 함일 것이다.

2. 영국의 교육과정 내용

가. 평면도형과 입체도형

1) 평면도형과 입체도형의 이해

우리나라의 경우, 초등학교 1학년에서 삼각형, 사각형, 원의 평면도형, 그리고 직육면체, 원기둥, 구 모양의 입체도형을 중심으로 경험과 조작 활동을 통해 직관적 이해를 도모하고 있다. 이에 비해, 영국 교육과정에서는 key stage 1에서부터 기본적인 평면도형 및 입체도형 이외에도 육각형, 오각형, 원뿔, 각뿔 등에 이르기까지 보다 다양한 도형들을 동시에 다루면서 이들의 명칭을 익히게 하고 있다. 또, key stage 2에서 기하학적 용어를 이용하여 해당 도형의 특징에 대해 설명하고, key stage 3에 들어서면서 여러 가지 도형들의 성질을 익히며, 직육면체로 이루어진 도형들의 성질을 탐구하도록 하고 있다.

또, 우리나라의 경우 교육과정 상으로는 초등학교 4나 단계의 <학습 지도상의 유의점>에 '여러 가지 사각형의 관계를 통합적으로 이해할 수 있도록 한다.'가 제시되어 있는데,⁸⁾ 영국의 경우에는 key stage 2, 3, 4 (기본 또는 심화)의 단계에 반복적으로 기하학적 특징에 따라 사변형을 분류하도록 제시되어 있다. 이는 key stage 2에서 여러 가지 도형의 기본 성질들을 파악하여 이를 토

대로 도형들을 분류하며, key stage 3에서부터는 도형의 기본 성질들을 상기함과 더불어 점차 엄밀한 증명의 이해를 통한 성질을 파악하여 이를 기준으로 분류하는 것으로 보인다.

한편, 영국의 경우, 평면도와 입면도, 사영과 단면 등을 key stage 3과 key stage 4 (기본 또는 심화)에서 다루고 있는데, 이는 실생활에의 활용적 측면을 반영한 것으로 보이며, 또 이와 관련하여 입체도형을 분석하는 것에 관한 내용이 포함되어 있는 것으로 판단된다. 이러한 맥락에서 볼 때, 입체도형의 전개도 그리기 부분이 영국의 교육과정 문서에 드러내어 제시되어 있지 않음은 다소 특이하게 여겨진다. 한 마디로, 영국의 교육과정과 비교해 볼 때, 우리나라의 경우에는 평면도와 입면도, 단면은 다루지고 있지 않고 있으며, 반대로 입체도형의 전개도를 그리는 활동은 다루지고 있다. 또, 사영에 관해서는 시각적, 경험적 활동에 의한 것이 아닌, 수학 II 교과목을 통해 정사영의 뜻을 알고 이를 구하는 것으로, 이는 수식을 이용한 추상화된 방식으로 다루지고 있다고 하겠다. <표 IV-4 참조>

2) 평면도형과 입체도형의 측정

간단한 도형에 관한 둘레와 넓이 구하기에 관한 내용은 우리나라의 경우 초등학교 5학년에서 다루지고 있으며, 이는 영국에서도 우리나라와 유사하게 key stage 2에서 다루고 있다. 허나, 우리나라 5학년에서 다루지고 있는 직사각형의 넓이를 구하는 것에 대해서는 key stage 2와 3, 그리고 key stage 4 기본에서 지속적으로 다루고 있다. 이처럼, key stage 3의 학습을 충분히 성취하지 못한 학생들이 선택해야 하는 key stage 4 기본에서도 반복하여 다루짐은 그만큼 학생들이 해당 부분의 내용을 충분히 숙지하도록 하고자 함일 것이다. 결국, 영국에서는 직사각형의 넓이 구하기에 관한 내용의 강조와 더불어 삼각형의 넓이공식을 이용하여 문제를 해결하기, 여러 도형으로 이뤄진 복합 도형의 둘레와 넓이 구하기를 key stage 3과 key stage 4 기본까지 다루도록 하고 있다. 또, key stage 3과 key stage 4 (기본 또는 심화)에 이르기까지 입체도형의 겹넓이와 부피 구하기를 지속

8) 이로서 초등 교과서에서는 이를 여러 가지 사각형을 다루는 과정에서 두 도형씩을 대상으로 포함관계에 관해 발문을 통해 다루고 있으며, 교육과정 상에는 제시되어 있지 않지만, 현행 8나 단계의 수학 교과서에서는 전반적으로 삼각형과 사각형의 성질 부분에서 여러 가지 사각형의 포함 관계를 도식화하여 통합적으로 다루고 있음.

9) 미국이나 유럽 국가들의 경우, 자신들이 손수 자신의 물건이나 집 등을 수리, 개조하거나 만드는 경우가 흔히 있음.

적으로 다루고 있다. <표 IV-5 참조>

또한, 영국의 경우, 삼각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구 등의 입체도형의 겹넓이와 부피 구하기 및 보다 복잡한 평면도형과 입체도형을 포함하는 문제 해결은 key stage 4 심화에서만 다루지고 있다. 물론, 교육과정 문서만으로는 얼마만큼 복잡한 복합적인 도형을 다루는지, 또 문제 상황에서 주어지는 수치 등의 복잡성 등을 예측하기는 어려우나, 우리나라에서는 원기둥의 겹넓이와 부피는 6학년에서 그리고 그 밖의 다른 입체도형은 중학교 1학년에서 다루지고 있다는 점을 상기해 볼 때, 두 나라 간에 여러 가지 입체도형의 겹넓이와 부피를 구하는 것에 관한 내용을 다루는 시기가 매우 다를 수 있음을 확연히 알 수 있다. 또, key stage 3에서부터 key stage 4 (기본 또는 심화)에 이르기까지 cm^2 , m^2 , cm^3 , m^3 등의 표준단위의 환산에 관한 내용을 꾸준히 다루고 있는데, 이는 영국의 경우 일상생활에서 feet, inch, mile, yard 등의 단위를 사용하고 있어 표준단위에 대하여 익숙하지 않기 때문에 이를 지속적으로 다루는 것으로 판단된다.

나. 삼각형과 사각형의 성질 및 작도

1) 각

영국의 경우, key stage 3과 key stage 4 기본에서 예각, 둔각, 우각, 직각을 구별하고, 각의 크기를 어렵하게 하고 있다. 이때 우리나라와 차이를 보이는 것이 바로 우각인데, 이는 평면도, 입면도 등과 같은 실생활 관련 내용을 다루는데 이용되기 때문인 것으로 보인다. <표 III-6 참조> 이에 반해, 우리나라의 경우에는 직각을 기준으로 예각과 둔각을 다루고, 이를 토대로 예각삼각형과 둔각삼각형을 다루는데 중점을 두고 있다. 또한, 영국에서는 key stage 3과 4에서 각을 재고 이해하는 데 있어서 ‘동쪽으로 45도’ 등과 같이 언어를 함께 사용하도록 하는 활동을 반복적으로 하고 있는 특징을 보이고 있다.

또, 도형의 각과 관련된 성질을 증명하는데 있어서 ‘증명하기’보다는 증명을 이해하도록 하는 표현을 사용하고 있는데, 이는 어떠한 성질이 성립함을 엄밀하게 증명하기보다는 증명 과정의 이해를 통해 해당 도형의 성질의 타당성을 인식하도록 하는데 중점을 두기 위함으로

여겨진다. 한편, 우리나라의 경우에는 교육과정 상으로는 7-나 단계의 ‘도형’ 영역에서 다각형의 성질을 알아본다는 정도의 성급기로 내용(소영역)이 제시되어 있으며, 삼각형이나 사각형 또는 그 이상의 다각형의 내각의 합에 관하여 구체적으로 언급되어 있지 않다. 이에 반해, 영국 교육과정에는 내각과 외각의 합을 구하고 이를 이용하는 데 있어 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형까지 도형의 종류를 구체적으로 언급하고 있으며, 또한 정삼각형, 이등변삼각형, 직각삼각형과 같이 구체적으로 삼각형의 유형을 들어 각각에 대한 각의 성질을 익히도록 하고 있다. 이와 같이 구체적으로 제시된 도형의 종류들이 우리나라 교과서에서 다루지는 것과 별반 차이는 없지만, 교육과정 문서상에 제시되어 반복적으로 다루진다는 차이가 있다.

2) 삼각형의 합동

우리나라의 경우, 초등학교 5학년에서 구체적 조작 활동을 통하여 합동의 의미를 이해하고, 중학교 1학년에서 삼각형의 합동을 증명하고 이를 작도하는 것에 관해 다루고 있다. 이에 대해 영국의 경우에는 key stage 2에서 모양이 같은 도형을 인식하도록 하며, key stage 3에서 합동의 의미를 이해하고, key stage 4의 (기본 과정이 아닌) 심화 과정에서 합동에 관한 증명과 작도를 다루게 하고 있다. <표 III-6 참조> 두 나라에서 합동에 대해 다루지는 방식이나 내용은 거의 동일한 것으로 간주되나, 우리나라에서 합동에 관한 증명이 영국에 비해 일찍 다루지고 있다.

3) 작도

작도에 관한 내용은 우리나라의 경우 교육과정 문서상에 초등학교 5학년과 중학교 1학년에서 다루지며, 영국 교육과정에는 key stage 3과 key stage 4 (기본 또는 심화)에서 다루지도록 제시하고 있다. 그런데, 영국에서는 우리나라에서 다루지는 작도에 관한 내용 이외에도 눈금 없는 자와 컴퍼스를 이용하여 직선 밖의 한 점을 지나는 수선, 직선 위의 한 점을 지나는 수선을 작도하도록 하고 있다.¹⁰⁾¹¹⁾ 영국의 경우에는 이 외에 key

10) 우리나라 교과서에서는 저마다 주로 삼각형, 사각형 및 선분의 수직이등분선 등과 같은 간단한 도형의 작도를 다루고 있음.

11) 참고로, 우리나라 13종의 중학교 7단계 수학 교과서를 살펴

stage 3과 key stage 4 (기본 또는 심화)에서 ‘주어진 조건에 따라 정육면체, 정사면체, 정사각뿔, 그 밖의 다른 입체도형 작도하기’, ‘원에 내접하는 정다각형은 원을 등분하여 작도할 수 있음을 이해하기’가 제시되어 있다. <표 IV-6, 표 IV-7의 음영 부분 참조>

또, ‘변환의 성질’ 영역에 key stage 3과 key stage 4 기본에서 ‘1보다 큰 양의 정수 또는 1보다 작은 비율을 이용하여 물체의 확대 또는 축소를 인식, 표현, 작도하기’, key stage 4 심화에서 ‘물체의 확대(축소)를 인식, 감지, 작도하기’가 다루지고 있다. <표 IV-9 참조> 이와 같이, 작도에 관한 내용은 전반적으로 영국이 우리나라에 비해 여러 stage에 걸쳐 좀 더 다양한 도형에 관한 작도 내용을 심도 있게 다루고 있다. 이 또한, 앞에서 이미 언급한 바와 같이, 영국의 경우 수학적 이론 및 추상화, 형식화에 초점을 두기보다는 실생활과 관련된 구체적이면서도 경험적 활동을 중시하는 것으로 해석해 볼 수 있다.

4) 피타고라스의 정리

영국의 교육과정 문서상에 제시된 피타고라스의 정리에 관한 내용은 다음과 같다.

- key stage 3, 4 기본
- 피타고라스 정리를 이해하고 상기하여 이용하기 (9.1.1.)
- key stage 4 심화 :
 - 평면과 공간에 관한 문제에서 피타고라스 정리를 이해하고 상기하여 이용하기 (9.1.2.)
 - 피타고라스 정리를 이용하여 3차원의 길이 구하는 문제를 포함하여, 직육면체와 직육면체로 이루어진 입체도형에 관한 기하학적 문제 탐구하기 (수학 II-8)

본 결과, 직선 밖의 한 점을 지나는 수선 작도를 다루고 있는 교과서는 5종이었으며, 이 중 한 교과서에서는 직선 위의 한 점을 지나는 수선 작도도 다루고 있음. 전자에 해당하는 교과서는 강욱기 외 (두산 동아), 강행고 외 (중앙진흥교육연구소), 배종수 외 (한성교육연구소), 이준열 외 (디딤돌), 황석근 외(한서출판사)의 것이며, 후자인 직선 위의 한 점을 지나는 수선의 작도는 이준열 외(디딤돌)의 것임. 본고에서 교과서 13종에 관한 문헌은 참고문헌에 제시하지 않았음.

영국의 경우에는 위에 제시된 바와 같이 key stage 3과 key stage 4 기본 과정을 통해 피타고라스 정리가 이해되도록 하고, key stage 4 심화를 통해 피타고라스 정리를 활용한 공간상에서의 문제들을 해결하도록 하고 있다. 이에 반해, 우리나라에서는 피타고라스의 정리 및 평면상의 활용에 관한 내용이 중학교 3학년, 즉 9-나 단계에서 모두 다루지고 있으며, 우리나라 수학 II 교과목의 교육과정에는 좌표평면에서 두 점 사이의 거리 구하기가 제시되어 있으며, 이에 따라 교과서에서 피타고라스 정리를 이용하여 3차원의 길이 구하는 문제를 다루고 있다. 이 문제가 다루지는 시기는 두 나라의 경우 유사하지만, 영국에서 제안하고 있는 입체도형의 기하학적 문제의 탐구에 관한 부분은 우리나라의 경우보다 심화되어 다루진다고 하겠다. 결국, 우리나라의 경우에는 피타고라스의 정리에 관한 증명을 활용 못지않게 강조하여 다루는 반면, 영국의 경우에는 정리의 이해를 바탕으로 이를 활용하는 데에 좀더 강조점을 두고 있는 것으로 보인다.

5) 삼각비와 삼각함수

영국 교육과정의 경우, 삼각비와 삼각함수에 관한 내용은 ‘기하학적 추론’ 영역 내의 ‘삼각형과 사각형의 성질’ 중영역(2)에 다음과 같이 제시되어 있으며, 특히 key stage 4 (심화)에서만 다루지고 있다.

- 직각삼각형에서 삼각비의 관계를 이해하고 상기하여 이를 방위를 포함한 문제 해결에, 또 직선과 평면 사이의 각(두 평면, 꼬인 위치에 있는 두 직선 사이의 각은 제외)을 구하는 것을 포함한 공간에 관한 문제 상황에 이용하기 (9.2.1., 10단계의 규칙성과 함수 영역)
- $\frac{1}{2} ab \sin C$ 공식을 이용하여 삼각형의 넓이 구하기 (10단계의 규칙성과 함수 영역)
- x 와 y 모든 방향이나 한 쪽 방향으로 비례 축소하는 변형을 포함하여, 각에 대한 삼각함수의 그래프의 개형을 그리고 설명하기 (10단계의 규칙성과 함수 영역)
- 평면과 공간에 관한 문제를 해결하는데 사인법칙과 코사인법칙 이용하기 (10단계의 규칙성과 함수 영역)

앞에서 알 수 있는 바와 같이, 영국의 경우 삼각비와 삼각함수에 관한 내용이 심화 단계에서만 다뤄짐은 국민 공통교육기간 중에 모두 다뤄지는 우리나라의 경우와 분명한 차이를 보이고 있는 점이다. 또한, 영역의 구분에 있어서 우리나라의 경우 삼각비는 측정 영역에, 그리고 삼각함수는 규칙성과 함수 영역에 포함되는 것에 반해, 영국의 경우에는 기하학적 추론 영역 내의 ‘삼각형과 사각형의 성질’ 세부 영역에 모든 내용이 제시되어 있는 것도 (사소하기는 하지만) 다른 점이라 할 수 있다.

다. 원의 성질과 측정

영국의 경우, <표 IV-7>에서 알 수 있는 바와 같이 1) 원의 정의와 원과 관련된 용어의 정의하기, 2) 원에 내접하는 정다각형은 원을 등분하여 작도할 수 있음을 이해하기, 그리고 3) 공식을 이용하여 원의 둘레와 넓이 구하기에 관한 내용이 key stage 3과 key stage 4 (기본 또는 심화)에서 반복적으로 다뤄지고 있다. 우리나라의 경우에는 1)의 내용은 초등학교 3학년과 중학교 1학년에서, 2)는 다뤄지지 않고 있으며, 3)은 초등학교 6학년에서 다뤄지고 있다. 원의 성질 및 관련 용어에 관한 내용의 도입은 영국에 비해 우리나라가 더 빠른 것으로 볼 수 있는 반면, 그 대신 영국에서는 다른 내용들과 마찬가지로, key stage 4 심화에 이르기까지 지속적으로 다루고 있다.

영국 교육과정에서 원의 성질과 측정에 관한 부분이 있어서의 큰 특징은 다른 영역의 내용에 비해 key stage 4 심화에서 다뤄지는 내용이 많다는 점이다. 이에 해당하는 내용은 ‘원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이가 같음을 이해하고 이용하기’, ‘원주각에 관한 여러 성질 이해하기’, 그리고 ‘한 원에서 교차하는 두 현에 관한 정리 증명하고 이해하기’이며, 이에 대해 우리나라의 경우에는 주로 중학교 3학년, 9-나 단계에서 다뤄지고 있다. 또한, 우리나라의 경우 중학교 1학년에서 다뤄지고 있는 호와 부채꼴에 관한 측정 부분이 영국의 경우에는 key stage 4 심화에서만 다뤄지고 있음은 특이할만한 점이다.

한편, 영국의 경우, 원에 관한 내용 부분에는 다른 영역에는 나타나지 않은 특이한 점이 있는데, <표 IV-7>

을 보면 알 수 있듯이, ‘원 위의 한 접선은 그 점을 지나 는 반지름과 수직임을 이해하기’, ‘원의 중심에서 현에 내린 수선이 그 현을 이등분하는 이유 설명하기’의 두 내용은 key stage 3과 key stage 4 심화에만 제시되어 있다. 다시 말하면, key stage 3에서 충분한 학습이 이뤄지지 않았을 경우, key stage 4 기본에서 다뤄지도록 하는 것이 일반적인데, 이 경우에는 key stage 4 기본에는 해당 내용이 없으며, 오히려 key stage 3에서의 학습이 원활히 이루어져 key stage 4 심화로 가는 경우에 해당 내용을 반복적으로 다루도록 되어 있다. 이는 key stage 4 심화에서 추론을 통한 이해를 도모하고자 아마도 key stage 3에서 선행적인 이해를 쌓기 위함일 것이다.

또, 우리나라의 경우, 어떠한 영역에서도 교육과정의 문서상의 내용에 ICT 활용을 통한 학습 목표 내지 내용이 제시되지 않은 것에 비해, 영국의 경우에는 ‘추론에 의하여 또 ICT를 이용하여 도형의 자취 구하기’가 key stage 3에서 key stage 4 심화에 이르기까지 반복적으로 제시되어 있다. 특히, 각 stage 별로 ICT를 활용하여 어떠한 도형의 자취를 구하는지 그 예(즉 정삼각형, 원과 직선에 의해 둘러싸인 부분)까지 구체적으로 제시되어 있다.

라. 회전과 이동

1) 회전

영국의 경우에는 key stage 1에서 위치, 방향, 이동, 평행, 회전, 선대칭이 다뤄지며, key stage 2에서는 추가로 반사도 다뤄지고 있다. 또, key stage 3부터는 회전을 비롯하여 key stage 1, 2에서부터 다뤄진 대칭이동과 평행이동에 관하여 본격적으로 다루고 있으며, 이는 key stage 4까지 지속적으로 다뤄지고 있다. <표 IV-8 참조> 우리나라의 경우에는 초등학교 2학년에서 구체물이나 그림을 옮기기, 뒤집기, 돌리기의 이동을 통해 공간각각을 익히도록 하고 있다.

도형 부분에서 영국과 우리나라와의 또 다른 차이점은 영국 교육과정 문서상에는 ‘회전’이라는 용어가 key stage 1에서부터, ‘회전각’ 용어는 key stage 3과 key stage 4 (기본 또는 심화)에 제시되어 있는데 반해, 우리나라의 경우에는 교육과정 문서상에 초등학교 3학년에서

처음 생활의 예를 통해 각을 이해하도록 하고, ‘회전’, ‘회전각’ 용어는 제시되어 있지 않다. 영국의 경우에는 평행, 회전 등의 움직임에 대해 key stage 1에서 간단한 상황에 적용하도록 되어 있으며, 이에 관한 구체적인 예로서 ‘자동으로 움직이는 장난감 회전시키기’를 제시하고 있다. 또한 이러한 과정에서 직각을 다루고, key stage 2에서는 ICT를 이용하여 회전, 반사, 평행이동 등의 방식으로 물체의 변형을 시도하고 이들의 위치를 예상하고 나타내 보는 활동을 실시하고 있다. 회전을 제외한 이동, 반사, 대칭 등에 관한 내용은 우리나라의 경우에도 2, 3, 5, 10학년에 걸쳐 다루고 있으나, 영국처럼 ICT의 활용을 수반하여 구체적인 예까지 제시되어 있지는 않다.

2) 대칭이동과 평행이동

영국에서는 key stage 3에서부터 key stage 4에 이르기까지 대칭이동과 평행이동을 지속적으로 다루고 있으며, 이를 우리나라의 경우에는 고등학교 1학년에서 다루도록 제시하고 있다. 이때, 영국의 경우에는 교육과정 상에 대칭이동은 대칭축에 의해, 평행이동은 거리와 방향에 의해, 그리고 확대는 중심과 비율에 의해 정해짐을 구체적으로 제시하고 있다. <표 IV-8 참조> 또, 우리나라의 경우 5학년에서 도입하여 다루고 있는 선대칭 도형을 영국의 경우에는 key stage 1에서 흔히 주변에서 볼 수 있는 평면도형과 무늬에서 ‘직관적으로’ 선대칭을 찾아보는 활동을 하게 한 후, key stage 2에서 이에 관해 본격적으로 다루고 있다.

또, 우리나라의 경우, 초등학교 5학년에서 선대칭과 함께 점대칭도 다루고 있는데, 영국의 경우에는 key stage 1에서 선대칭을, key stage 3과 key stage 4 (기본 또는 심화)에서는 평면도형과 입체도형에서의 선대칭을 다루면서 동시에 평면도형의 점대칭을 도입하고 있다. 그럼으로써, 전반적으로, 회전, 선대칭과 점대칭, 대칭이동과 평행이동을 인식하도록 하고 있으며, 아울러 우리나라에서 다루지고 있지 않은 입체도형에서의 선대칭을 다루고, 점대칭은 회전과 함께 다루지고 있는 것으로 나타났다.

한편, 영국의 경우 key stage 3과 key stage 4를 통하여 어떠한 도형을 변환해도 그 도형의 길이와 각이 보존되어 두 도형이 합동이 되는 변환의 성질을 인식하면

서 평면도형, 삼각형 등을 변환시켜 보도록 하고 있다. 이때, key stage 3에서는 평면도형만 변환하고, key stage 4 기본에서는 삼각형과 평면도형을 변환하며, key stage 4 심화에 이르러서는 이 전에 학습한 변환(즉, 평행이동, 회전, 대칭이동)의 ‘결합’에 의해 삼각형과 평면도형을 변환해 보도록 하고 있다. 특히, key stage 4 심화에서는 어떤 도형도 변환에 의해 길이와 각이 보존됨을 증명하도록 하고 있으며, 특정 변환 하에서 보존되는 성질을 구분하도록 하고 있다. 전반적으로 우리나라에 비해 증명을 강조하고 있지 않은 영국의 경우, 우리나라에서 다루지고 있지 않은 어떤 도형도 변환에 의해 길이와 각이 보존됨을 증명하도록 하고 있음은 하나의 특징으로 보아진다.

마. 답음과 좌표

1) 확대와 축소

우리나라에 비해 영국의 경우, 교육과정 문서상에 답음에 관한 내용이 <표 IV-9>에서 알 수 있는 바와 같이 매우 상세히 제시되어 있고, 또 반복적으로 다루지고 있다. 즉, 확대와 축소를 표현하는데 있어서 key stage 3과 key stage 4 기본에서 1을 기준으로 1보다 큰 또는 작은 양의 비율의 수를 이용하도록 하고 있으며, 특히 key stage 4 심화에서는 확대와 축소를 이용한 작도와 음수 비율¹²⁾로 확대 또는 축소를 나타내는 것에 관해 다루도록 제시되어 있다. 또한, key stage 3, key stage 4 (기본 또는 심화)에서 축척을 다루면서 지도를 해석해 보도록 하고 있다.

이에 반해, 우리나라의 경우에는 제 6차 교육과정에서는 ‘확대’, ‘축소’ 용어가 초등학교 6학년의 답음 부분에 제시되어 있었는데, 답음이 제 7차 교육과정에서 8-나 단계로 상향 조정되면서 확대와 축소 용어는 삭제되었다. 물론, 확대와 축소에 관한 내용은 8-나 단계 교과서에서 다루지고 있으나, 축척은 교과서마다 달라 다루지는 경우도 있고 그렇지 않은 경우도 있다. 또, 우리나라의 경우에는 중학교 2학년에서 답음에 관한 내용을 다

12) 이때, 음수 비율의 의미는 반대 방향으로 확대 또는 축소를 나타내는 것인데, 이는 우리나라 수학 교과서에서 다루고 있지 않은 내용임.

루면서, 답음의 뜻과 성질, 그리고 답음비를 이용한 답음도형의 넓이와 부피 구하기에 관하여 모두 다루고 있는데 반해, 영국의 경우에는 이를 key stage 3과 4에 이르기까지 중복적으로, 지속적으로 다루고 있다.

2) 좌표와 벡터

우리나라의 경우, 좌표평면 및 좌표에 관한 내용을 중학교 1학년에서 처음 다루고 있는데 반해, 영국의 경우에는 key stage 2에서 다루고 있으며, 특히 교육과정에 구체적인 예로, '컴퓨터 게임에서 위치를 파악하기 위하여 좌표 이용하기'를 제시하고 있다. 영국의 경우, 일차원, 이차원, 삼차원에 이르기까지 평면좌표와 공간좌표에 관한 기본적인 이해를 반복적으로 다룸으로써 학습을 강화하고 있으며, 또한 4개 사분면이나 주어진 좌표에 점의 위치를 나타내는 활동도 반복하여 다루고 있다. <표 IV-9 참조> 한편, 영국의 경우, 벡터에 관한 모든 내용은 Key stage 4 심화에서만 다루고 있다. 우리나라의 경우에도 선택 교과목인 수학 II에서 벡터에 관한 내용이 다루지고 있으므로, 두 나라에서 벡터에 관한 내용이 다루지는 시기는 유사한 것으로 볼 수 있다. 다만, 영국 교육과정에 제시된 벡터에 관한 내용은 다음과 같으며, 이를 보면 우리나라에서 다루지고 있는 벡터의 내적과 벡터방정식은 제시되어 있지 않음을 알 수 있다.

- 벡터 표기법 이해하고 이용하기 (II-11)
- 벡터의 합, 차, 스칼라배를 그림으로 나타내기 (II-11)
- 두 벡터의 합, 차, 스칼라배 계산하기 (II-11)
- 벡터의 합에 관한 교환법칙과 결합법칙 이해하고 이용하기 (II-11)
- 벡터 이용하여 평면에서의 기하학적 문제 해결하기 (II-13)

바. 측정

1) 단위

영국 교육과정에서의 측정 영역의 경우, 우리나라와 마찬가지로 먼저 임의단위 및 보편단위의 의미를 알고, 이를 이용하여 물체를 측정해 보게 한 다음, 표준단위의 필요성을 인식하여 이를 적절히 사용하도록 하는 것에

관해서 유사한 시기에 유사한 내용을 다루고 있다. 한편, 영국에서는 일상생활에서 사용되고 있는 영국의 고유 단위를 필수적으로 다루고 있는 것으로 나타났는데, 우리나라의 경우에도 제7차 교육과정에서 근, 관, 되, 말, 돈 등과 같이 일상생활에서 흔히 사용되고 있는 고유 단위를 초등학교 4-나 단계의 심화과정에서 다루도록 하고 있다. 또, 시간에 관한 내용도 우리나라와 유사하게, 사건들을 시간 순으로 배열하고, 시간의 표준단위를 사용하여 사건들에 대한 시간을 비교하며, 시간 단위를 이해하고, 이를 이용하여 관계를 파악하게 하고 있다. <표 IV-10 참조>

2) 측정값

영국의 경우, 다른 영역에서와 마찬가지로 실생활에서 사용될 수 있는 측정 도구 및 측정값들에 대해 반복적으로 점차 확대하여 다루고 있으며, 또 상당히 구체적으로 제시되어 있다. 예를 들어, 영국의 경우, Key stage 1, 2, 3이 진행됨에 따라, '간단한' 도구, '적절한' 도구, 그리고 '여러 가지 도구'의 용어로 점차 도구 사용의 정확성과 엄밀성을 강조하여 다루고 있다. <표 IV-10 참조> 측정값과 관련된 내용을 다루는 데 있어서, 근사값이라는 용어는 영국의 경우 key stage 2에서, 우리나라의 경우에는 중학교 2학년에서 다루지고 있는데, 영국에서는 측정값이 근사값임을 인식하는 정도로 다루고 있으며, 이러한 근사값은 수리 계산이 아닌 정확한 측정값에 근사하는 값으로 다루는 것이며, 우리나라의 경우에는 근사값을 다루면서, 수치적으로 오차의 한계, 근사값의 연산 등을 통해 근사값을 다루고 있다. 이로 미루어 볼 때, 우리나라는 근사값에 관한 내용을 보다 깊게 다루고 있으며, 이는 측정보다는 대수적 측면에서의 의미가 강한 것으로 볼 수 있다.

<표 IV-4> 평면도형과 입체도형 관련 내용¹³⁾

중영역 (1)	중영역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
도형의 성질 이해 (기하학적 추론)	(입체도형)	· 관련된 단어를 사용하여, 보이거나 감지할 수 있는 도형의 성질 묘사하기 (1.1.2, 1.1.3.)				
		· 평면도형과 입체도형을 관찰하고 만져보고 설명하기 (1.1.1, 1.1.4)				
		· 여러 가지 종류의 삼각형, 정사각형, 직사각형, 원, 정육면체, 직육면체, 그리고 육각형, 오각형, 원기둥, 각뿔, 원뿔, 구 등의 평면도형과 입체도형의 이름을 알고, 수학적 특징 설명하기 (1.1.3, 1.1.7, 2.1.2)	· 평면도형과 입체도형, 특히 여러 가지 삼각형, 사각형, 삼각기둥, 각뿔 등을 그려보고, 그 도형들의 특징을 보다 명확한 기하학적 용어를 사용하여 설명하기 (3.1.2, 4.1.1, 4.1.2, 4.1.6, 4.1.8, 5.1.1, 6.1.1, 6.1.3)	(정육면체를 포함하여) 직육면체, 직육면체로 이루어진 도형의 기하학적 성질 탐구하기 (7.1.9, 7.1.12)		
			· 각, 면, 평행선과 대칭을 포함하여, 도형의 기하학적 특징과 성질을 인식하고, 이를 토대로 도형을 분류하고 관련된 문제 해결하기 (4.1.2, 4.1.6)	· 정사각형, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴, 마름모를 포함하여, 특별한 형태의 사각형의 기본 성질 상기하기 (4.1.6) · 기하학적 특징에 따라 사각형 분류하기(4.1.6)		
				· 입체도형을 평면에 나타낸 평면도와 입면도, 평면으로의 사영과 단면을 통하여 입체도형 분석하기 (수학 II-7, 단면 제외)		

13) 본문의 <표 IV-4>에서 이탤릭체 글자로 밑줄친 내용은 '기하학적 추론' 중영역(1)에서의 '삼각형과 사각형의 성질' 중영역(2)에 제시된 것임.

<표 IV-5> 평면도형과 입체도형의 측정에 관한 내용

중영역 (1)	중영역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
측도와 작도 (기하학적 추론)	구적 (삼각형과 사각형의 성질)		· 간단한 도형의 둘레 구하기(5.2.1.) · 직사각형들로 이루어진 도형의 둘레와 넓이 구하기 (5.2.4.)	· cm^2, m^2 등의 넓이 단위, cm^3, m^3 등의 부피 단위 환산하기 (5.2.2., 5.2.5.)		
			· 단위 정사각형의 개수와 관련하여 이해된 직사각형의 넓이 공식을 상기하고, 직사각형의 넓이 구하기 (5.2.3.)	· 직사각형의 넓이 구하는 공식으로부터 평행사변형과 삼각형의 넓이 구하는 공식 유도하기 (5.2.3.) · 평행사변형과 삼각형의 넓이 공식을 상기하여 이용하기 (5.2.3.) · 삼각형과 직사각형으로 이루어진 도형의 둘레와 넓이 구하기 (5.2.4.)		
			· 삼각형과 직사각형에 대한 넓이 공식을 이용하여 간단한 입체도형의 겹넓이 구하기 (6.2.1.)			
			· 단위 정육면체의 개수와 관련하여 직육면체의 부피 구하는 공식을 이해하고 상기하여 직육면체의 부피 구하기 (6.2.1.) · 정삼각기둥의 부피와 정육면체, 직육면체로 이루어진 입체도형의 부피 구하기 (7.2.3.)			
		(입체도형)				· 삼각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구의 겹넓이와 부피를 포함하는 문제 해결하기 (6.2.6., 7.2.3.) · 원뿔대를 포함하여, 보다 복잡한 평면도형과 입체도형을 포함하는 문제 해결하기(7.2.2.), (7.2.3.), (7.2.4.)

<표 IV-6> 작도에 관한 내용

중영역 (1)	중영역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
측정과 작도	작도			· 선을ミリ미터까지, 각을 1도까지 재고 그리기 (3.2.1., 4.2.3.)		
				· 변의 길이와 각에 대한 조건이 주어졌을 때, 자와 각도기를 이용하여 삼각형과 평면도형 그리기 (5.1.5.)		
				· 작도를 통하여, SSS, SAS, ASA, RHS 조건을 만족하는 삼각형은 유일하지만, SSA 조건을 만족하는 삼각형은 그렇지 않음을 이해하기 (7.1.4.)		
				· 눈금 없는 자와 컴퍼스를 이용하여, 변의 길이가 주어진 정삼각형, 선분의 중점과 수직이등분선, 직선 밖의 한 점을 지나는 수선, 직선 위의 한 점을 지나는 수선, 각의 이등분선 등을 포함하여 기본 작도하기 (7.1.4.) · 주어진 조건에 따라 정육면체, 정사면체, 정사각뿔, 그 밖의 다른 입체도형 작도하기 (x)		

<표 IV-7> 원에 관한 내용

증명역 (1)	증명역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
기하학적 추론	원의 성질			· 원의 정의와 중심, 반지름, 현, 지름, 둘레, 접선, 호, 부채꼴을 포함하여 관련된 용어 상기하기 (3.1.4, 7.1.7, 7.1.8)		
				· 원 위의 한 접선은 그 점을 지나는 반지름과 수직임을 이해하기 (7.1.8)		· 원 위의 한 접선은 그 점을 지나는 반지름과 수직임을 이해하기 (7.1.8)
						· 원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이해하고 이용하기 (9.1.4)
				· 원의 중심에서 현에 내린 수선이 그 현을 이등분하는 이유 설명하기(9.1.3)		· 원의 중심에서 현에 내린 수선이 그 현을 이등분하는 이유 설명하기 (9.1.3)
				· 원에 내접하는 정다각형은 원을 등분하여 작도할 수 있음을 이해하기 (x)		
측도와 작도	구적 자취			· 공식을 이용하여 원의 둘레와 넓이 구하기 (6.2.4.)		· 한 호에 대한 중심각의 크기는 그 호에 대한 원주각의 크기의 2 배이고, 원의 지름에 대한 원주각의 크기는 90도이며, 같은 길이의 현에 대한 원주각의 크기는 같고, 원의 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180도임을 이해하고 이용하기 (9.1.5.)
						· 한 원에서 교차하는 두 현에 관한 정리를 증명하고 이용하기 (9.1.7.)
						· 호의 길이와 부채꼴의 넓이 구하기 (7.2.2.)
				· 추론에 의하여, ICT 이용하여 도형의 자취 구하기 (가령, 정삼각형) (x)	· 추론에 의하여, ICT 이용하여 도형의 자취 구하기 (가령, 정삼각형) (x)	· 추론에 의하여, ICT 이용하여 도형의 자취 구하기 (가령, 원과 직선에 의해 둘러싸인 부분) (x)

<표 IV-8> 회전과 이동에 관한 내용

중영역 (1)	중영역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
변환과 좌표 (위치와 이동의 특징 이해)	변환 특징 짓기	<ul style="list-style-type: none"> · 평행이동을 이용하여 위치, 방향, 이동에 대해 관찰하고, 그림으로 나타내고 설명하기 (2.1.3) 	<ul style="list-style-type: none"> · 적절한 언어를 이용하여 이동을 그림으로 나타내고 설명하기 (2.1.3) 	<ul style="list-style-type: none"> · 회전은 중심과 회전각에 의하여 나타낼 수 있음을 이해하기 (x) 	<ul style="list-style-type: none"> · 원점 또는 다른 임의의 점에 관하여 도형을 회전시키기 (x) 	<ul style="list-style-type: none"> · 임의의 점을 회전의 중심으로 이용하기 (x)
		<ul style="list-style-type: none"> · 평행과 회전하여 이동하고 이를 간단한 상황에 적용하기(예: 자동으로 움직이는 창난감 회전시키기) (3.1.3) 	<ul style="list-style-type: none"> · 실제적 상황에서 물체를 변형하기 (x) · ICT를 이용하여 이미지 변형시키기 (x) · 회전, 반사, 또는 평행이동시킨 도형의 위치를 나타내고 예상하기 (3.1.3) · 모눈 위에 평면도형을 여러 방향에서 그려보고 이들이 동일함을 알기 (3.1.3) 	<ul style="list-style-type: none"> · 대칭이동은 대칭축에, 평행이동은 거리와 방향에, 확대는 중심과 비율에 의해 정해짐을 이해하기 (10.1.9.) 	<ul style="list-style-type: none"> · 대칭이동은 처음에 축에 평행한 직선, 그리고 나서는 $y=x$ 또는 $y=-x$와 같은 대칭축에 의해 나타낼 수 있음을 이해하기 (10.1.9.) 	<ul style="list-style-type: none"> · 대칭이동은 대칭축에 의해 정해짐을 이해하기 (10.1.9.)
변환과 좌표 (도형의 성질 의 이해)	변환의 성질	<ul style="list-style-type: none"> · 흔히 볼 수 있는 평면도형과 무늬에서 선대칭 찾기 (5.1.6) 	<ul style="list-style-type: none"> · 정다각형에서 선대칭 알기 (5.1.6) 	<ul style="list-style-type: none"> · 평면도형과 입체도형의 선대칭과 평면도형의 점대칭을 포함하여, 회전, 대칭이동, 평행이동을 인식하고 나타내기 (5.1.6, 10.1.10) 		
				<ul style="list-style-type: none"> · 어떤 도형을 변환해도 그 도형의 길이와 각이 보존되어 두 도형이 합동임을 인식하며, 평행이동, 회전, 대칭이동에 의해 평면도형 변환하기 (10.1.10) 	<ul style="list-style-type: none"> · 어떤 도형을 변환해도 그 도형의 길이와 각이 보존되어 두 도형이 합동임을 인식하며, 평행이동, 회전, 대칭이동에 의해 삼각형과 평면도형 변환하기 (10.1.10) 	<ul style="list-style-type: none"> · 평행이동, 회전, 대칭이동, 그리고 이러한 변환들의 결합에 의해 삼각형과 평면도형 변환하기 (10.1.10)
						<ul style="list-style-type: none"> · 어떤 도형도 변환에 의하여 길이와 각이 보존됨을 합동임을 이용하여 증명하기 (x) · 특정 변환 하에서 보존되는 성질 구분하기

<표 IV-9> 확대와 축소 및 좌표에 관한 내용

중영역 (1)	중영역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)		
변환과 좌표 (기하학적 추론)	변환의 성질 (삼각형과 사각형의 성질)			· 1보다 큰 양의 정수 또는 1보다 작은 비율 이용하여 물체의 확대 또는 축소 인식, 표현, 작도하기 (x)	· 물체의 확대(축소)를 인식, 감지, 작도하기 (x)	· 확대(축소)를 인식, 감지, 작도하기 (x)		
				· 두 원과 두 정사각형은 항상 닮음이지만, 두 직사각형은 일반적으로 닮음이 아님을 이해하기 (8.1.4)	· 두 원과 두 정사각형은 항상 닮음이지만, 두 직사각형은 일반적으로 닮음이 아님을 이해하고, 양의 분수 비율과 음수 비율로 확대 또는 축소하기 (x)	· 두 원과 두 정사각형은 항상 닮음이지만, 두 직사각형은 일반적으로 닮음이 아님을 이해하고, 양의 분수 비율과 음수 비율로 확대 또는 축소하기 (x)		
					· 삼각형과 평면도형의 닮음을 이해하고, 이를 기하학적 추론에 이용하기 (8.1.4)	· 삼각형과 평면도형의 닮음을 이해하고, 이를 기하학적 추론에 이용하기 (8.1.4)	· 삼각형과 평면도형의 닮음을 이해하고, 이를 기하학적 추론에 이용하기 (8.1.4)	
				· 확대에 의해 작은 보존되지만 길이는 보존되지 않음을 인식하기 (8.1.4)				
				· 확대 비율은 임의의 대응하는 두 선분의 길이의 비와 같음을 인식하고, 이를 삼각형에 적용하기 (8.1.4)				
				· 확대의 의미가 둘레까지 확장됨을 이해하기 (8.1.4)				
				· 확대의 의미가 넓이와 부피에서 어떻게 확장되는지 이해하기 (8.1.8)		· 평면도형의 넓이, 입체도형의 부피, 확대 사이의 관계를 나타내는 간단한 예를 이해하고 이용하기 (8.1.8)	· 차원을 이용하여 둘레, 넓이, 부피에 관한 공식 사이의 차이점을 이해하기 (8.1.8)	
변환과 좌표 (위치와 도형의 특징 이해)	좌표		· 일사분면에서 좌표를 이용하여 도형의 위치를 나타내어 그리고, 이를 모든 사분면으로 확장하기 (예를 들어, 컴퓨터 게임에서 위치를 파악하기 위하여 좌표 이용하기) (7-가 규칙성과 함수)	· 축척을 이용하여 지도 해석하기 (x)	· 일차원, 이차원, 삼차원이라는 용어를 사용하여, 하나의 숫자로 나타내어지는 좌표는 수직선 위에 한 점을, 두 개의 숫자로 나타내어지는 좌표는 평면 위에 한 점을, 세 개의 숫자로 나타내는 좌표는 공간의 한 점을 나타내는 것임을 이해하기 (7단계 규칙성과 함수)	· 일차원, 이차원, 삼차원이라는 용어를 사용하여, 하나의 숫자로 나타내어지는 좌표는 수직선 위에 한 점을, 두 개의 숫자로 나타내어지는 좌표는 평면 위에 한 점을, 세 개의 숫자로 나타내는 좌표는 공간의 한 점을 나타내는 것임을 이해하기 (7단계 규칙성과 함수)		
				· 4개 사분면 모두에서 점을 좌표로 나타내기 (7단계 규칙성과 함수)				
				· 주어진 좌표에 점의 위치 나타내기 (7단계 규칙성과 함수)				
				· 주어진 기하학적 조건에 따라 점의 좌표 구하기 (가령, 평행사변형의 세 점의 좌표가 (2, 1), (-7, 3), (5, 6)일 때 나머지 한 점의 좌표 구하기) (10.1.2)	· 주어진 기하학적 조건에 따라 점 좌표 구하기 (10.1.2)			
			· 선분 AB의 중점의 좌표와 AB의 길이 구하기 (10.1.2)					

<표 IV-10> 측정에 관한 내용

중영역 (1)	중영역 (2)	Key Stage 1	Key Stage 2	Key Stage 3	Key Stage 4 (기본)	Key Stage 4 (심화)
측정과작도 (측정의 이해)	측정	· 적절한 언어를 사용하여 물체의 크기를 어렵하고 직접 비교하여 순서 정하기 (1.2.1., 1.2.2.)				
		· 물체를 어렵, 측정하고, 무게 달기 (4.2.5.) · 먼저 임의 단위(가령, 빨대, 쌀기나무)로 그리고 보편단위, 즉 길이(cm, m), 무게(kg), 길이(l)를 사용하여 물체를 비교하고 측정하기 (2.2.1., 3.2.6., 4.2.5.)	· 길이, 무게, 들이의 표준단위의 필요성을 인식하고, 일상생활에서 이를 적절하게 사용하기 (2.1.1., 3.2.1., 3.2.5, 4.2.5.)	· 실제적 상황에 유용하도록 적절히 어렵 측정하기 (2.2.2., 2.2.5., 2.2.6., 3.2.6.)	· 속도, 밀도를 포함하여 복합 측도를 이해하고 사용하기 (8-가 단계, 규칙성과 함수)	
			· 미터법의 단위끼리 환산하기 (가령, 317kg을 3170g으로) (2.2.1., 3.2.1., 3.2.5., 4.2.5.)	· 측정 단위 환산하기 (2.2.4., 3.2.1., 3.2.5., 4.2.5.)		
			· 일상생활에서 사용되고 있는 영국 고유의 단위에 대한 대략적인 미터법의 값 파악하기 (4.2.7.)	· 파운드, 피트, 마일, 파인트, 갤런이 미터법으로 대략 얼마인지 파악하기 (4.2.7.)		
		· 일상적인 사건들을 시간 순으로 배열하기 (1.2.3.) · 시간의 표준단위를 사용하여 사건들에 대한 시간 비교하기 (2.2.3., 3.2.2.)	· 12시간, 24시간까지의 시계와 디지털시계의 시각 읽기(4.2.1.) · 시간 단위, 즉 초, 분, 시, 일, 주일을 이용하고, 이의 관계 파악하기 (2.2.4.)			
측정과작도	측정		· 측정값은 근사값임을 인식하기 (8.1.1.)	· 측정값은 가장 가까운 눈금을 읽는 것이므로, 단위의 1/2까지 부정확할 수도 있음을 인식하기 (8.2.1.)		
		· 간단한 측정 도구를 선택하여 이용하고, 바늘이 가리키는 가장 가까운 눈금 읽고 해석하기 (2.2.1., 2.2.6., 3.2.6., 4.2.5.)	· 적절한 측정 도구를 선택하여 이용하기 (2.2.1., 3.2.5., 4.2.5.)	· 시간과 들이를 포함하여 여러 가지 측정 도구의 눈금 해석하기 (2.2.1., 3.2.5., 4.2.1., 4.2.5.)		
			· 눈금을 점점 더 정확히 읽고 해석하기 (2.2.1., 3.2.5., 4.2.5.)			
		· 소수를 사용하여 측정값 기록하기 (2.2.1., 3.2.5., 4.2.5.)	· 측정값은 실수를 사용하며 이는 단위에 따라 달라짐을 알기 (2.2.1., 3.2.5., 4.2.5.)			

VI. 요약 및 결론

본 연구에서는 1998년에 개정된 영국의 수학과 교육과정을 살펴보고, 이의 이해를 바탕으로 우리나라의 현 교육과정과 비교 분석하고자 하였다. 일차적으로 2002년에 '수와 대수' 영역에 대하여 연구를 수행한 바 있으며, 이번 연구에서는 '도형, 공간과 측정' 영역에 대하여 다루었다. 이를 위하여, 본고에서는 우리나라와 영국의 교육과정 비교 분석을 위한 연구 절차를 모색하고 이에 근거하여 비교 분석틀을 마련하였으며, 이러한 연구 절차에 의거하여 우리나라와 영국의 교육과정의 내용을 비교 분석하였으며, 그 연구 결과에 따라 제안될 수 있는 결론 및 시사점은 다음과 같다.

첫째, 영국 교육과정에는 대영역별로 '문제해결', '의사소통', '추론'의 중영역이 별도로 제시되어 있다.

예전부터 우리나라 초등학교 교육과정에는 '문제해결'에 관한 부분을 특정 대영역에 포함시켜 학년별로 문제해결 방법을 차별화하여 다루는 방식으로 제시하여 왔다. 이에 따라 초등 교과서에서는 학년별로 별도의 단원에서 문제해결에 관한 방법들을 익히고, 그 방법에 적합한 문제들을 푸는 활동이 이뤄질 수 있도록 구현되어 있다. 물론, 7차 교과서에서는 예전에 비해 별도의 단원 외의 여러 단원을 통해서도 문제해결 방법들을 익힐 수 있게 배려되었다. 허나, 이러한 문제해결 뿐만 아니라, 이제는 점차 수학 교육에서 강조되고 있는 의사소통 활동, 수학 교과 내·외에서의 연계성, 추론적 사고 활동 등과 같은 방법적 지식 내용이 우리나라 교육과정에도 고려, 반영될 때이다(NCTM, 2000).

현재 영국 교육과정에는 '수와 대수', '도형, 공간과 측정', '자료 처리'의 대영역별로 '문제해결', '의사소통', '추론'을 각각 중영역으로 설정하여 이에 해당하는 내용을 상세히 제시하고 있다. 이 내용들은 특정 수학 용어나 개념을 포함하는 내용적 지식이라기보다는 수학을 바르고 보다 효과적으로, 효율적으로 행하는데 있어서 요구되는 방법적 지식에 관한 것이다. 이러한 내용을 참고하여, 우리나라에서도 유의미한 방법적 지식의 내용을 모색하여 교육과정 및 교과용 도서 내용 전반에 스며들어 통합적으로 다뤄지도록 해야 할 것이다.

둘째, 영국 교육과정의 내용은 매우 상세히 제시되어 있다.

우리나라의 경우에도 제7차 교육과정의 내용은 예전의 용어나 개념 중심의 서술에 비해 구체적으로 제시되고 있고, 특히 '학습 지도상의 유의점' 부분에서 많은 정보를 제공하고 있다. 허나, 여전히 교육과정 문서에 제시된 내용만으로는 그 내용의 깊이나 범위를 예견하기 힘든 부분이 많다. 가령, 7-나 단계에 '간단한 도형을 작도할 수 있다'가 제시되어 있는데, 여기서 간단한 도형을 어느 범주까지 포함시켜야 적절한가에 관해 쉽게 답하기 어렵다. 또, 9-나 단계에서 다루지는 원에 관한 성질의 내용도 매우 성글게 제시되어 있다. 이들에 관해서는 교육과정의 문서상의 '용어와 기호', '학습 지도상의 유의점' 부분에도 언급되어 있지 않아 보다 자세한 정보를 얻을 수 없다.

이에 비해, 영국 교육과정의 내용은 본고의 3장 2절에 제시된 모든 표에서 알 수 있듯이 매우 상세히 서술되어 있으며, 경우에 따라서는 해당 내용에 관한 예도 제시되어 있다. 물론, 영국의 경우에도 불필요하게 구체적으로 제시되어 있는 내용도 많은데, 한 예로 '단위 정육면체의 개수와 관련하여 직육면체의 부피 구하는 공식을 이해하고 상기하여 직육면체의 부피 구하기', '주어진 기하학적 조건에 따라 점의 좌표 구하기 (가령, 평행사변형의 세 점의 좌표가 (2, 1), (-7, 3), (5, 6)일 때 나머지 한 점의 좌표 구하기' 등을 들 수 있다. 허나, 이와는 반대로 구체적으로 진술된 내용 방식이 좋은 경우도 있다. 예를 들어, 영국 교육과정에는 작도에 관한 내용이 상당히 구체적으로 서술되어 있어 어느 정도의 범위와 수준까지 다루어야 하는지를 쉽게 파악할 수 있다. 또, '추론에 의하여, ICT를 이용하여 도형의 자취 구하기'의 내용은 key stage 3, key stage 4 기본, key stage 심화에 걸쳐 동일하게 제시되어 있는데, 이때 각 stage마다 해당되는 도형의 명칭을 구체적으로 예를 들어 놓음으로써, 각 stage마다 어떤 도형을 대상으로 자취를 구하는 활동을 다루어야 하는지 보다 명확히 가능할 수 있다.

본고에서 영국 교육과정과 같이 구체적인 진술 방식이 장점임을 내세우고자 함은 아니다. 교육과정의 내용의 구체화 정도에 관한 문제를 한마디로 가타부타 단정지을 수는 없다. 다만, 우리나라와 같이 공통 교육 내용

이 학기별로 촘촘히 제한되어 있는 국가 수준의 교육과정을 갖춘 상황이라면, 그 문서에 제시되어 있는 내용 진술도 해당 학기에 어떠한 범위와 수준까지 다뤄져야 하는지 좀더 분명히 드러나는 것이 일관성 있는 것으로 판단된다. 물론, 교육과정 내용이 보다 상세히 기술되면 교과서의 구현이 자유롭지 못할 것이라는 우려와 반론이 제기될 수 있는데, 사실 교과서마다 천편일률적으로 보이는 문제는 내용 자체의 동일함에서 오는 것이 아니라 해당 내용을 어떻게 전개하고 구현하는가, 또 어떠한 문제 상황의 예, 문제, 과제 등을 수록하는가에 따른 것으로 판단된다. 결과적으로, 본 고에서 언급하고자 하는 것은 영국과 같이 상세히 제시된 외국 교육과정 내용을 참고하여 우리나라 교육과정 내용의 진술 방식 및 구체성 정도가 적절한지 검토해 볼 필요가 있음이다.

셋째, 영국 교육과정의 내용들은 반복적으로 다뤄지고 있다.

영국 교육과정은 대부분의 내용이 key stage마다 동일하거나 유사하게 제시되거나 또는 key stage가 올라감에 따라 약간씩 심화되어 제시됨으로써, key stage마다 중복적으로 지속적으로 다뤄지는 특징을 보이고 있다. 특히, '도형, 공간과 측정' 영역은 '수와 대수' 영역에 비해 전반적으로 보다 더 반복적으로 내용이 다뤄지고 있다.¹⁴⁾ 대표적인 예로, 우리나라의 경우, 주로 초등학교 고학년에서 중학교 1학년까지 다뤄지고 있는 평면도형의 둘레와 넓이, 입체도형의 겹넓이와 부피, 그리고 중학교 2, 3학년에서 주로 다뤄지고 있는 삼각형과 사각형의 성질, 원의 성질 등과 같은 내용들이 영국에서는 key stage 4 기본 또는 심화에 이르기까지 반복적으로 다뤄지고 있다. 반면, 삼각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구 등의 입체도형의 겹넓이와 부피 구하기는 key stage 4 심화에서만 다뤄지고 있다. 이는 대체적으로 하위의 key stage에서는 주로 여러 가지 도형의 모양과 성질들을 관찰, 조작 등의 경험적 활동에 의한 직관을 통해 익히고, 차츰 중상위 단계에 들어서면서 보다 복잡한 도형을 대상

으로 측정에 관해 다루려는 의도로 보인다.

우리나라의 경우, 제 6차 교육과정에서는 도형과 측정 부분은 다른 영역에 비해 초등학교에서 일차적으로 직관적으로 다뤄지고, 중학교에서 다시 한 번 보다 형식적인 방식으로 다뤄졌었는데, 제7차 교육과정이 단계형의 수준별 교육과정으로 운영된다는 가정 하에 모든 내용이 중복 없이 다뤄지게 되었다. 허나, 실제적으로 단계형의 수준별 교육과정이 운영되지 않음에 따라, 학생들이 특히 중학교 학생들이 느끼는 수학의 어려움에 대한 체감도는 예전에 비해 더 큰 것으로 회자되고 있다. 보다 많은 새로운 내용들을 수학 교육과정에 담으려는 노력과 의지 못지않게, 학생들로 하여금 한 번 다뤄진 내용이 학년이 올라감에 따라 연계되어 반복적이면서도 점차 심화되어 다뤄지는 경험의 기회를 부여하는 것은 중요한 사안이라 여겨진다. 이러한 취지에서 볼 때, 영국 교육과정과 같이 어떤 내용이나 개념에 대하여 차근차근 반복적이면서도 점진적인 이해의 육성을 다지며 이를 통하여 해당 내용을 점차 일반화 시켜 나아가는 경향을 참고하여 우리나라 교육과정 개정 시에도 고려해야 할 것이다.

넷째, 영국 교육과정은 실생활과 관련된 내용을 중요시 다루고 있다.

앞서(2002년) 연구한 바 있는 수와 대수 영역에서도, 우리나라에서는 특정의 수학 용어 내지 개념의 견고한 이해를 기초로 보다 체계적이고 형식적인 수학적 지식 측면을 강조하는 것에 비해, 영국에서는 실생활과 관련하여 유용하게 활용될 수 있는 암산, 어렵, 계산기 활용, 여러 가지 수열, 비율 등의 학습을 강조하고 이를 통해 보다 자연스럽게 융통성 있게 수를 다루도록 하고 있다. 이렇듯, 영국은 실생활과 관련된 현실적인 상황을 해결하는데 요구되는 수학적 지식을 취하도록 하는데 중점을 두고 있고, 이러한 맥락에서 일부 내용이 우리나라에 비해 조기에 도입되거나 지속적으로 강조되는 것으로 보인다. 그 예로서, 영국의 경우에는 측정값에 관한 내용을 다룰 때 전 key stage에 걸쳐 측정값을 근사값으로 수용하되, 우리나라와 같이 오차의 한계, 유효숫자 등과 같은 엄밀한 계산법은 다루지 않으며, 점점 더 눈금을 정확하게 읽고 해석해 보는 활동을 key stage 4에서까지 지속적으로 다루고 있다. 또, 평행과 회전, 선대칭 등과 같은 용

14) 물론, 이때 영국 교육과정의 경우 제시되는 학습 목표의 내용이 여러 단계에서 동일하다고 할지라도 도형의 모양이나 도형의 변의 길이의 값 등에 관한 조건들이 점차 복잡해지고 어려워질 것임을 배제해서는 안 될 것임.

어를 들 수 있는데, 이를 key stage 1에서부터 다루고 있으며, key stage 2에서는 평행이동, key stage 3, 4에서는 회전각, 대칭이동, 평행이동, 회전과 함께 점대칭을 반복적으로 다루고 있다.

또, 실생활과 관련하여 영국의 경우, 우리나라에서는 다루지고 있지 않은 여러 가지 내용을 다루고 있는데, 여기에는 단면도, 사영도, 설계도, 입면도 등을 다루고, 예각 및 둔각과 함께 우각도 다루고 있으며, 도형의 답음과 함께 지도의 축척을 이해하고 지도 읽기 등이 포함된다. 이러한 맥락에서 작도 내용의 도입 시기는 우리나라와 비슷하지만 key stage 4 심화에까지 반복적으로 다루고 있을 뿐만 아니라 내용도 입체도형의 작도까지 보다 심화시켜 다루고 있다. 한편, 영국 교육과정에서 두드러지게 강조되고 있는 내용 중의 하나가 변환의 성질에 관한 것으로 이에 해당하는 내용들이 상당히 지속적이면서도 점진적으로 심화되면서 다루짐을 알 수 있다.

한 마디로, 영국의 경우에는 크게 작도, 변환, 측정값에 관한 내용을 전반적으로 우리나라에 비해 지속적으로 다룬다는 물론, 해당 내용도 더 심화시켜 다루고 있음을 알 수 있다. 이와는 반대로, 우리나라에서는 다루지고 있으나 영국에서는 다루지지 않는 내용도 있는데, 이는 정다면체의 전개도, 오일러 공식, 선분의 내분과 외분, 부등식의 영역, 원의 방정식, 구의 방정식, 포물선, 쌍곡선, 타원, 정사용과 삼수선의 정리, 벡터의 내적과 벡터 방정식 등이다. 이상과 같이, 영국 교육과정이 우리나라의 것에 비해 강조하여 다루고 있는 내용과 또 반대로 영국에서 전혀 다루고 있지 않은 내용들을 살펴보면, 그 이유를 확인할 수는 없지만, 영국의 경우 직관이나 경험적 활동에 의해 학습이 가능한 부분이나 생활 주변에서 쉽게 사용되고 요구되는 실생활 관련의 내용에 대하여 우리나라보다 일찍 도입하여 반복 학습을 통해 확장해 나아가고 있다. 우리나라에서도 점차적으로 문제해결, 수학적 모델링, 수학적 등과 같은 활동을 통해 실생활 관련의 수학적 문제 해결이 점차 강조되고 있는 추세이다(류희찬, 2003). 그렇다면, 현대 사회 환경에서의 실생활 관련 문제를 해결하는데 요구되는 그리고 이에 적합한 수학 내용들이 무엇인지 영국 교육과정 문서와 같이 실생활 관련의 내용이 강조된 외국 문헌을 바탕으로 하여 보다 신중히 탐색해 봄직하다.

다섯째, 영국 교육과정은 조작이나 경험 활동을 통한 인식 및 이해를 중요시 하고 있다.

우리나라에서도 점차 연역적 증명의 지나친 강조가 지양되면서 이에 해당하는 내용들의 일부가 상향 조정되고, '교수 학습상의 유의점' 부분을 통해 정리의 역에 관한 증명이 다루지지 않도록 되어 있으나, 영국의 것과 비교해 볼 때, 여전히 도형의 성질에 관한 탐구보다는 이에 관한 연역적 증명의 도입이 빠르다. 즉, 우리나라의 경우, 도형의 성질 자체의 타당성의 입증을 위한 형식적이면서도 연역적 증명이 대부분 중학교 수준에서 다루지도록 되어 있는 데에 비해, 영국에서는 피타고라스의 정리, 합동과 관련된 증명이 주로 key stage 4 심화에서 다루지도록 되어 있다. 우리나라의 경우에는 증명을 할 수 있는 것 자체를 학습 목표로 두는 경향이 있으나, 영국의 경우에는 그 이유를 설명하거나 증명을 이해할 수 있다는 등의 보다 완곡한 표현을 사용하고 있는 특징을 보이고 있다.

물론, 우리나라의 경우에도 직관적 인식에 터한 이해를 바탕으로 추상적인 이해로 확산되어 가기는 하지만, 이는 영국 교육과정에서 더 강력한 경향을 보이고 있다. 이로 인하여 영국 교육과정에서는 우리나라의 경우보다 많은 내용들이 저학년에서부터 다루지고 있으며, 다루지는 대상도 다양한 것으로 나타나고 있다. 또한, 이러한 현상은 key stage가 높아짐에 따라 각각의 내용이 점차 심화되거나 문제해결과 같은 활용 측면이 강화되고 있다. 앞의 <표 II-4>에 제시된 성취수준 목표를 살펴보다도, 영국의 경우에는 8, 9 단계에 이르러서야 비로소 연역적 증명 체제를 갖추며, 그 미만의 단계에서는 도형들을 대상으로 직접적으로 분류하고, 그러보고, 또 비교해 보는 등의 실제적, 경험적 활동을 위주로 전개하고 있다. 결과적으로, 영국의 경우와 같이 우리나라에서도 여러 가지 도형을 대상으로 보다 더 직접적인 경험 활동이 반복적으로 이뤄져서 이에 터하여 해당 도형의 특징이나 성질에 관한 이해가 축적될 수 있도록 하여야 할 것이며, 또 이러한 도형의 성질 등의 이해를 바탕으로 이와 관련된 문제를 해결하도록 하는데 보다 중점을 두어야 할 것이다.

여섯째, 영국 교육과정에는 ICT 활용에 관한 내용이

제시되어 있다.

우리나라의 경우에는 어떠한 영역에서도 교육과정의 문서 내용에 ICT 활용을 통한 학습 내용이 직접적으로 제시되지 있지 않다. 반면, 영국의 경우에는 '수와 대수' 영역에서와 마찬가지로 '도형, 공간과 측정' 영역에서도 '추론에 의하여, ICT를 이용하여 도형의 자취 구하기'가 key stage 3에서 key stage 4 심화에 이르기까지 반복적으로 제시되어 있다. 특히, 각 stage 별로 ICT를 활용하여 어떠한 도형의 자취를 구하는지 그 예까지 구체적으로 제시되어 있는 특징을 보이고 있다. 이와 같이 교육과정 상에 ICT의 활용이 직접적으로 언급되어 있는 점을 상정해 볼 때, 우리나라의 경우 이미 오래전부터 교육과정이 개정될 때마다 학교 수학에 ICT가 보다 적극적으로 효율적으로 활용되어야 함이 거론되곤 하여 왔지만, 이에 관한 기초적이면서도 체계적인 연구 결과가 축적된 바가 없어 몇몇 학자들의 주장에 그치곤 하였다. 이에 따라, 영국과 같이 ICT 활용에 관한 내용이 정식으로 교육과정 문서에 제시된 경우를 한 예로 삼아, ICT를 대상으로 수학 수업에의 보조 도구의 역할과 활용성에 관한 연구가 요구되며, 이때 무엇보다 중요한 것은 이러한 도구 활용으로 인해 변화될 수학 학습 목표 및 내용에 관한 연구가 병행되어야 한다는 점이다.

지금까지, 본고에서는 초·중등 수학 내용에 관한 영국과 우리나라 교육과정의 구체적인 비교·분석을 시도하였다. 한 마디로 이 연구에서 나타난 영국 교육과정의 특징을 정리하여 보면, 도형에 관한 내용을 중심으로 직관적이고 구체적인 경험을 반복적으로 다루면서 해당 내용을 보다 쉽고 직관적으로 이해하도록 하며, 증명이 요구되는 상황에서는 이를 가장 상위 단계에서 이뤄지도록 하고 있다. 이에 비해, 우리나라의 경우에는 구체적인 경험 활동을 통하여 학습이 이뤄지고는 있으나, 궁극적으로 도형의 개념이 형식적인 추상화까지에 이르는 데에 보다 중점을 두고 있다. 또 한 가지 영국 교육과정의 특징은 수와 대수 영역에서와 마찬가지로, 실생활과 관련하여 학습자들이 일상생활을 영위하는데 있어서 알아두어야 할 내용들을 중요시 다룬다는 점이다. 이로 인하여, 우리나라의 경우 초등학교나 중학교에서 다루지는 내용을 영국의 경우에는 지속적으로 반복하여 다루거나, 경

우에 따라서는 key stage 4 심화에서만 다루는 현상도 나타났다. 결국, 두 나라가 '도형, 공간과 측정' 영역에서 중요시 하는 측면이 다름으로 인하여 두 나라간의 학습의 위계 면에서나 다루지는 내용의 측면에서 상이한 점이 나타난 것으로 판단된다. 끝으로, 본고에서는 두 나라간의 교육과정 내용의 양질에 관한 우위를 가리거나 우리나라 교육과정의 문제점 지적과 함께 개선책을 마련하기 보다는, 수학 교육 관련 전문가인 독자들로 하여금 도형, 측정 등의 내용에 관하여 두 나라 간에 어떠한 차이가 있는지 살펴보고 흥미해 볼 수 있는 근간을 제공하는 데에 의미를 두었다. 궁극적으로, 향후 영국을 비롯한 여러 나라의 수학과 교육과정을 심도 있게 연구하고, 차기 우리나라 수학과 교육과정을 개정하는 데에 기초 자료로 활용되기를 바란다.

참 고 문 헌

- 강옥기 외 6인 (1997). 제 7차 초·중·고등학교 수학과 교육과정 개정 시안 연구 개발, 성균관대학교 수학과 교육과정 개정 연구 위원회.
- 강옥기 (1997). 수학과 교육과정의 편제설정과 내용선정을 위한 연구, 대한수학교육학회 논문집, 7(1), pp.37-54.
- 교육부 (1998). 수학과 교육 과정, 서울 : 대한교과서주식회사.
- 김연미 (1999). 한국과 미국의 초등학교 저학년 수학 교과서 및 교육과정의 비교와 분석, 수학교육학연구, 9(1), pp.121-132.
- 나귀수·황혜정·임재훈 (2003). 수학과 교육과정에서 내용 비교 연구-우리나라, 미국의 캘리포니아주, 영국, 일본을 중심으로-, 수학교육학회지 13(3), pp.403-428.
- 류희찬 (2003). 수학교육에서 '모델링' 지도의 의미와 방안. 제11회 수학교육학 세미나, 철암수학교육, pp.1-21.
- 박경미 (2004). 중국 수학 교육과정의 내용과 구성 방식의 특징, 학교수학 6(2), pp.119-134.
- 박경미 (2005). 교육과정 개정의 시사점 도출을 위한 싱가포르와 인도 수학 교육과정의 비교·분석. 학교수학 44(4), pp.497-508.
- 정영옥 (2004). 독일의 수학 교육과정에 대한 고찰 -Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로-, 학교수학,

- 6(2), pp.181-211.
- 정영옥 (2005). 네덜란드의 초등 수학 교육과정에 대한 개관 -자연수와 연산 영역을 중심으로-. 학교수학, 7(4), pp.403-425.
- 최창우 (2004). 한국과 뉴질랜드의 초등학교 저학년 교육 과정 및 수학학습 프로그램의 비교와 분석. 학교수학, 6(1), pp.1-19.
- 한인기·신현용 (2003). 러시아의 수학교사 양성을 위한 국가 수준 교육과정에 대한 연구, 수학교육 42(5), pp.595-696.
- 황혜정·신항균 (2002). 영국과 우리나라의 수학과 교육과정 비교 분석 연구 -수와 대수 영역을 중심으로- 수학교육 41(3), pp.233-256.
- NCTM(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA : The National Council of Teachers of Mathematics, INC.

A study on the comparison and analysis of school mathematics curriculum in England and Korea, focused on the 'shape, space, and measures' domain

Shin, Hang Kyun

Department of Mathematics Education, Seoul National University of Education,
1650 Seochu-dong, Seoul, Korea, 137-742,
hkshin@ns.seoul-e.ac.kr

Hwang, Hye Jeang

Department of Mathematics Education, Chosun University,
375 Susuk-dong, Kwangju, Korea, 501-759,
sh0502@chosun.ac.kr

This study investigated school mathematics curriculum of England, newly revised in 1998, focused on the 'shape, space, and measures' domain among three major domains of the English curriculum. On the basis of its understanding, this domain was compared and analyzed with school mathematics curriculum of Korea. In doing so, this study explored its plans and procedures and established a frame of comparison for the curriculums between the two countries. The structure of the National Curriculum in England is composed of programmes of study and attainment targets. The former sets out what should be taught in mathematics at key stages 1, 2, 3, and 4 and provides the basis for planning schemes of work, and the latter sets out the knowledge, skills, and understanding that pupils of different abilities and matures are expected to have by the end of each key stage. Attainment targets are composed of eight levels and an additional level of increasing difficulty.

According to the results of the present study, Korea focuses on the formal and systematic mathematical knowledge on the basis of sound understanding of certain mathematical terms or concepts. On the other hand, England curriculum tends to deal with the content which can be understood more intuitively, flexibly, and naturally through the experience and acquisition based on the concrete manipulation. Particularly, it emphasizes that mathematics be realistic and useful in solving a diverse problems confronted in everyday life.

* ZDM Classification : D30

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D30

* Key Words : English mathematics curriculum, shape, space, and measures

<부록 1> 도형, 측정 (기하) 영역의 내용

초등 학교	우리나라(단계)
수학 1단계 (1학년)	1.1.1. 관찰을 통하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양 찾기
	1.1.2. 모양 만들기 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대한 감각 익히기
	1.1.3. 여러 가지 물건을 모양에 따라 분류하고 공통적인 특징 설명하기 [심화]
	1.1.4. 관찰을 통하여 사각형, 삼각형, 원의 모양 찾기
	1.1.5. 구체물을 이용하여 기본적인 평면도형 만들고 여러 가지 모양 꾸미기
	1.1.6. 점판에서 여러 가지 삼각형, 사각형 만들어 공간감각 익히기
	1.1.7. 기본적인 평면도형을 모양에 따라 분류하고 공통적인 특징 설명하기 [심화]
	1.2.1. 여러 가지 양(구체물의 길이, 들이, 무게, 넓이)을 비교하기
	1.2.2. 여러 가지 물건을 양의 크기에 따라 순서대로 늘어놓기 [심화]
1.2.3. 시각 읽기(몇 시, 몇 시 30분)	
수학 2단계 (2학년)	2.1.1. 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원 그리거나 만들기
	2.1.2. 기본적인 평면도형의 구성 요소를 알고 서로 비교하기
	2.1.3. 구체물이나 그림의 이동(옮기기, 뒤집기, 돌리기)을 통하여 그 변화를 관찰하고, 설명하여 공간감각 익히기 [기본, 심화]
	2.1.4. 쌓기나무로 입체도형 만들기
	2.1.5. 쌓기나무로 만들어진 간단한 입체도형에서 쌓기나무의 개수 세기 [심화]
	2.2.1. 길이 단위(cm, m)를 알고 재어보기
	2.2.2. 여러 가지 물건의 길이를 어렵하고 재어봄으로서 양감 기르기
	2.2.3. 몇 시 몇 분까지 시각 읽고, 시간과 분의 관계 알기
	2.2.4. 시간, 일, 주일, 개월, 년의 상호 관계 이해하기
2.2.5. 발걸음, 양 팔을 이용한 신체 활동을 통하여 길이를 재고 비교하기 [심화]	
2.2.6. 길이의 측정값을 '약'으로 나타내기	
수학 3단계 (3학년)	3.1.1. 생활의 예를 통하여 각, 직각 이해하기
	3.1.2. 직각삼각형, 직사각형, 정사각형 이해하기
	3.1.3. 간단한 평면도형이나 무늬의 이동(옮기기, 뒤집기, 돌리기)을 통하여 그 변화를 알고, 설명하여 공간감각 익히기 [기본, 심화]
	3.1.4. 원을 알고, 중심, 반지름, 지름의 관계를 이해하고, 지름과 반지름을 이용한 문제 해결 하기 [기본, 심화]
	3.1.5. 컴퍼스를 이용하여 여러 가지 모양 그리기
	3.1.6. 거울을 사용하여 거울에 비치는 상을 다양하게 만들어 관찰하여 공간감각 익히기
	3.2.1. cm와 mm, km와 m의 관계를 이해하고, 길이를 단명수와 복명수로 말할 수 있다.
	3.2.2. 구체적인 상황에서 시각과 시간의 의미를 이해하기
	3.2.3. 분 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈하기
	3.2.4. 생활에서 사용되는 여러 가지 시간표를 수집하여 문제 만들고 해결하기
	3.2.5. 들이 단위(L, mL) 알고, 관계 이해하기
3.2.6. 여러 가지 그릇의 들이를 짐작하고, 재어서 양감 기르기	
3.2.7. 들이의 덧셈, 뺄셈 하기	

초등 학교	우리나라(단계)
수학 4단계 (4학년)	4.1.1. 이등변삼각형, 정삼각형 이해하기
	4.1.2. 예각과 둔각, 예각삼각형과 둔각삼각형 이해하기
	4.1.3. 삼각형과 사각형의 내각의 크기의 합 구하기
	4.1.4. 삼각형의 각과 관련된 여러 가지 문제 해결하기 [심화]
	4.1.5. 수직과 평행의 관계, 평행선의 성질 알기
	4.1.6. 사각형(사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형) 개념과 성질 알기
	4.1.7. 실생활에서 사각형이 활용되는 예 찾기 [심화]
	4.1.8. 간단한 다각형과 정다각형 이해하기
	4.1.9. 주어진 도형으로 여러 가지 모양 만들어 공간감각 익히기
	4.2.1. 초 단위까지 시각 읽기
	4.2.2. 초 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈 하기
	4.2.3. 각의 크기의 단위원 1도를 알고, 각도기를 이용하여 각의 크기 측정하고 주어진 각의 크기에 맞는 각 그리기
	4.2.4. 각도와 관련된 문제 해결하기 [심화]
	4.2.5. 무게의 단위(g, kg)를 알고, 이를 이용하여 물체의 무게 측정하기
4.2.6. 무게의 합과 차 구하기	
4.2.7. 우리나라 고유의 무게 단위 조사하기	
4.2.8. 어림(반올림, 올림, 버림)의 뜻 알고, 이를 생활에 활용하기	
수학 5단계 (5학년)	5.1.1. 직육면체와 정육면체의 구성 요소와 성질 알기
	5.1.2. 직육면체와 정육면체의 전개도 그리기
	5.1.3. 여러 가지 모양으로 주어진 도형 덮는 활동을 통해 공간감각 익히기
	5.1.4. 합동의 의미 이해하고, 합동인 도형 식별하기
	5.1.5. 자와 컴퍼스를 이용하여 조건에 맞는 삼각형 그리기
	5.1.6. 선대칭도형과 점대칭도형의 의미 알고 그리기
	5.1.7. 선대칭도형과 점대칭도형과 관련된 여러 가지 문제 해결하기 [심화]
	5.2.1. 평면도형의 둘레의 길이 구하기
	5.2.2. 넓이 단위 (cm^2 , m^2) 알고, 넓이 측정하기
	5.2.3. 직사각형, 정사각형, 평행사변형, 삼각형의 넓이 구하기
5.2.4. 몇 개의 기본도형으로 이루어진 복합도형의 둘레와 넓이 구하기 [심화]	
5.2.5. 무게, 넓이의 여러 가지 단위(t, a, ha, km^2)의 관계 알기	
5.2.6. 사다리꼴과 마름모의 넓이 구하기	
수학 6단계 (6학년)	6.1.1. 각기둥, 각뿔의 구성 요소와 성질 알기
	6.1.2. 주어진 모양을 앞, 옆, 위에서 보고 쌓기나무로 만들어 공간감각 익히기 [기본, 심화]
	6.1.3. 원기둥과 원뿔의 구성 요소와 성질 알기
	6.1.4. 원기둥의 전개도 이해하기
	6.1.5. 회전체 이해하고, 이를 통해 구에 대해 알기
	6.2.1. 직육면체와 정육면체의 겹넓이와 부피 구하기
	6.2.2. 몇 개의 직육면체와 정육면체로 이루어진 복합도형의 부피 구하기 [심화]
	6.2.3. 이상, 이하, 초과, 미만의 뜻을 알고, 수의 범위 나타내기
	6.2.4. 측정을 통해 원주를 이해하고, 원주와 원의 넓이 구하기
	6.2.5. 원, 원주를 등에 관련된 생활 속의 여러 가지 문제 해결하기
6.2.6. 원기둥의 겹넓이와 부피 구하기	

중학교	우리나라(단계)
수학 7단계 (1학년)	7.1.1. 점, 선, 면, 각에 대한 간단한 성질 이해하기(반직선, 중점, 평각)
	7.1.2. 점과 점의 위치 관계(두 점 사이의 거리), 점과 직선의 위치 관계(수선의 발), 직선과 직선의 위치 관계(교점, 평행선, 꼬인 위치, 수직이등분선, 직교, 교각, 맞꼭지각), 평면과 평면의 위치관계(교선) 이해하기
	7.1.3. 평행선의 성질 알기
	7.1.4. 자와 컴퍼스를 이용하여 간단한 도형 작도하기
	7.1.5. 합동인 도형의 간단한 성질을 알아보고, 삼각형의 합동조건 알기
	7.1.6. 다각형의 성질(대변, 대각, 대각선) 알기
	7.1.7. 호, 현, 중심각, 부채꼴, 활꼴의 뜻을 알고, 중심각과 호의 관계 알기
	7.1.8. 원과 직선의 위치관계의 이해를 통해 활선, 접선, 접점 알기
	7.1.9. 다면체, 각뿔대, 정다면체, 원뿔대에 대하여 알기
	7.1.10. 회전체의 성질 알기
	7.1.11. 정다면체의 전개도 그리기 [심화]
	7.1.12. 다면체에서 꼭지점의 수, 모서리의 수, 면의 수 사이의 관계 알아보기 [심화]
	7.2.1. 다각형의 내각과 외각의 크기 구하기
	7.2.2. 부채꼴의 넓이와 호의 길이 구하기
7.2.3. 입체도형의 겹넓이와 부피 구하기	
7.2.4. 실생활에서 관찰할 수 있는 도형에서, 그 길이, 넓이, 부피 구하기	
수학 8단계 (2학년)	8.1.1. 명제의 뜻 알고, 명제의 역 말하고, 정의, 정리, 증명의 뜻 알기
	8.1.2. 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형에 관한 성질(외심, 내심 등) 증명하기
	8.1.3. 삼각형의 합동조건을 이용하여 여러 가지 사각형의 성질 증명하기
	8.1.4. 도형의 닮음의 뜻과 닮은 도형의 성질 알고, 닮음조건 이해하기
	8.1.5. 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비 증명하고, 이를 활용하기
	8.1.6. 삼각형의 중점연결정리 증명하고, 이를 활용하기
	8.1.7. 삼각형의 무게중심 알기
	8.1.8. 닮음비를 이용한 닮은도형의 넓이와 부피 구하기
	8.1.9. 실생활 문제에서 합동인 도형과 닮은 도형을 찾아보기 [심화]
	8.2.1. 근사값과 오차 이해하고, 근사값에 대한 참값의 범위 구하고 근사값 표현하기
	8.2.2. 근사값의 덧셈, 뺄셈 하기
8.2.3. 근사값을 활용한 실생활 문제 해결하기 [심화]	

중학교	우리나라(단계)	
수학 9단계 (3학년)	9.1.1. 피타고라스 정리를 알고 증명하기	
	9.1.2. 피타고라스의 정리를 간단한 도형에 활용하기	
	9.1.3. 원에서 현에 관한 성질 이해하기	
	9.1.4. 원의 접선에 대한 성질 이해하고, 증명하기	
	9.1.5. 원주각의 성질 이해하기	
	9.1.6. 원에 내접하는 사각형의 성질 이해하기	
	9.1.7. 원과 비례(두 현 사이의 관계, 할선과 접선 사이의 관계)에 관한 성질 이해하기	
	9.1.8. 삼각형의 변과 각 사이의 관계 이해하기 [심화]	
	9.2.1. 삼각비의 뜻을 알고, 간단한 삼각비의 값 구하기	
	9.2.2. 삼각비를 활용하여 거리와 높이 구하기	
	9.2.3. 삼각비를 이용하여 여러 가지 문제 해결하기 [심화]	
	10단계 (1학년)	10.1.1. 좌표평면 위에서 두 점 사이의 거리 구하기
		10.1.2. 선분의 내분과 외분 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표 구하기
10.1.3. 여러 가지(한 점과 기울기가 주어진, 두 점을 지나는) 직선의 방정식 구하기		
10.1.4. 두 직선의 평행 조건과 수직 조건 이해하기		
10.1.5. 좌표평면에서 점과 직선 사이의 거리 구하기		
10.1.6. 원의 방정식 구하기		
10.1.7. 두 원의 위치 관계를 이해하고, 공통현, 중심선, 중심거리, 공통접선 알기		
10.1.8. 원과 직선의 위치관계 이해하고, 원에 접하는 직선의 방정식 구하기		
10.1.9. 평행이동과 원점, X축, Y축, 직선 $Y=X$ 에 대한 대칭이동 이해하기		
10.1.10. 실생활에서 도형의 이동(평행이동과 대칭이동)에 관한 문제 해결하기 [심화]		
10.2.1. 부등식의 영역 이해하고, 부등식의 영역을 이용하여 간단한 최대 문제와 최소 문제 해결하기		
10.2.2. 실생활의 문제 상황에서 최대 문제와 최소 문제 해결하기 [심화]		
수학II (3학년)	수학II-1. 포물선의 뜻 알고 포물선의 방정식 구하고, 포물선과 직선의 관계 이해하기	
	수학II-2. 타원의 뜻 알고 타원의 방정식 구하고, 타원과 직선의 관계 이해하기	
	수학II-3. 쌍곡선의 뜻 알고 쌍곡선의 방정식 구하고, 쌍곡선과 직선의 관계 이해하기	
	수학II-4. 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계 이해하기	
	수학II-5. 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 평행 관계와 수직 관계 이해하기	
	수학II-6. 삼수선의 정리 이해하고 이를 활용하기	
	수학II-7. 정사영의 뜻 알고 이를 구하기	
	수학II-8. 좌표공간에서 점의 좌표, 두 점 사이의 거리 구하기	
	수학II-9. 좌표공간에서 선분의 내분점과 외분점의 좌표 구하기	
	수학II-10. 공간좌표에서 구의 방정식 구하기	
	수학II-11. 벡터의 뜻 알고, 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배 하기	
	수학II-12. 두 벡터의 내적의 뜻 알고, 이를 구하기	
	수학II-13. 좌표공간에서의 직선의 방정식과 평면의 방정식 구하기	