韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 20집 제 4호, 2006. 11. 561-574

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 20, No. 4, Nov. 2006. 561-574

수학교육과 수학적 창의성

황 우 형 (고려대학교)
최 계 현 (고려대학교 대학원)
김 경 미 (고려대학교 대학원)
이 명 희 (고려대학교 대학원)

Ⅰ. 서 론

수학은 논리적 엄밀성 때문에 매우 딱딱하고 고정적이란 인상을 주기 쉽다. 그러나 수학은 그 대상을 자유로이 만들 수 있고 그에 관한 공리들을 자유롭게 설정할 수 있으며 계속 성장, 발전해 나가는 학문이라고 할 수 있다. 20세기에 들어와서 수학교육은 전반기의 생활 단원 중심 교육, 60년대의 현대화 운동, 70년대의 "Back to basics" 운동, 80년대 이후의 문제해결중심 교육 등 많 변화를 겪어 왔다. 최근의 수학교육은 21세기 정보 산업 사회에서 성공적인 삶을 영위할 수 있도록 모든 학생들에게 수학적 소양을 갖출 기회를 제공해야 한다는 목표 아래, 학생들에게 수학 학습을 통해서 수학의 가치와 유용성을 이해시키고, 수학을 행하는 자신의 능력에 대한 자신감을 가지며, 유능한 수학적 문제 해결자가 되도록 하고, 수학적으로 의사소통하는 것을 배우며, 수학적으로 추론할 수 있도록 지도할 것을 요구하고 있다. 또한 그러한 목표 달성을 위해서는 수학 교실이 학생들의 능동적인 활동을 통한 적극적인 탐구와 협동의 장이 되도록 권고하고 있다.

이러한 최근의 수학교육계의 세계적 동향의 이면에는 Romberg가 지적하고 있는 바와 같이 '수학은 인간의 활동'이라는 생각과 이에 따르는 교수와 학습에 대한 새로운 관점이 자리 잡고 있다 (Romberg, 1995, p.7). 이는 수학을 절대 불변의 진리라기보다는 인간의 노력에 의해서 이루어지는 창조적 활동으로 받아들여지고 수동적인 학습이라기보다는 능동적인 활동 학습이 더욱 중시되는 학문으로 보고 있음을 의미한다.

지금까지 일반적으로 수학은 바뀌지 않는 고정 불변의 진리라고 생각하고, 수학 교육은 이러한 수학을 일정한 교재를 가지고 교사와 학생이 학교라는 공간에서 서로 가르치고 배우는 것이라 생각되어 왔다. 그러나 수학을 절대 불변의 진리라기보다는 인간의 노력에 의해서 이루어지는 창조적 활동으로 받아들인다면 수학교육에서 창의성을 논하는 것은 어찌 보면 자연스러운 것이라 할 수 있다.

---

* ZDM 분류 : C43
* MSC2000분류 : 97C20
* 주제어 : 수학적 창의성

지금까지 수학교육에서 국내외 연구들(김진호, 2004; 유윤재, 2004; Davis, G. A., 1983; Ervynck, 1991; Mann, 2005; Sriraman, 2004)을 통해 창의성에 대한 논의는 많이 있었지만, 대부분의 연구들에서는 수학적 창의성(Mathematical Creativity)을 일반적인 창의성(Creativity)과 비슷하게 여기거나, 수학적 문제 해결과 유사한 개념으로 인식하고 있다(Silver, 1997; Pehkonen, 1997). 또한 교사와 연구자들은 일반적으로 수학적 창의성을 수학자의 입장에서 논의한 결과, 학교 수학에서도 소수의 영재 학생들에게만 관련된 특별한 능력으로 간주해 왔다. 그러나 수학적 창의성은 일반적인 창의성과는 분명 다르며, 특정한 소수의 전유물도 아니다. 이는 모든 학생들에게서 발현될 수 있는 능력이며 학생 및 교사의 노력에 따라 계발 가능한 것이다(Yoshihko Hashimoto, 1997).

본 고에서는 기존의 수학적 창의성에 관한 논의들을 학교수학의 관점에서 재조명하고 수학이 가지고 있는 특성과 기존의 수학적 창의성을 기반으로 학교수학의 관점에서 수학적 창의성을 새롭게 정의하고 학교수학의 창의성 모델을 제시하고자 한다.

Ⅱ. 본 론

1. 수학의 특성

조용욱(1999)에 따르면, 수학의 특성으로는 추상성, 형식성, 이상성, 일반성, 특수성, 계통성·누적성, 기호성, 염두성, 선험성, 단순성, 연역성, 규약성, 객관성·보편성을 들 수 있다. 특히 수학 교과가 타 교과와 다른 특성 중의 하나는 '계통성'을 갖고 있다는 것이다. 수학이 계통성이 있다는 것은 어떤 기초적인 수학적 지식을 토대로 하여 그 위에 새로운 수학적 지식을 덧붙여 발전시키고, 이를 통하여 통합된 새로운 수학적 내용을 형성한다는 것을 의미한다. 모든 지식은 개인의 선행 지식에 기초하여 형성되는 것으로 볼 수 있다. 특히 수학 교과는 개인의 선행 지식이 어떤 요소보다도 수학적 사고 과정에 중요하게 작용하며, 그것은 수학적 창의성에 있어서도 예외는 아니다.

Hiebert(1986)는 수학적 지식을 절차적 지식과 개념적 지식으로 구분하였는데, 개념적 지식이란 개념을 정의하고, 말로 표현하며, 분류하는 능력이라 볼 수 있다. 개념적 지식을 갖고 있으면 예와 반례를 사용할 수 있고, 기호, 도식, 모델을 이용하여 개념을 표현할 수 있다. 또한 표현 방식을 바꾸어 새로운 방식으로 표현할 수도 있고, 개념을 비교, 대비할 수도 있다. 절차적 지식으로는 계산 기능 요소, 수학적 도구와 일반 기술 관련 요소, 사고 요소가 있다. 수학적 창의성이 발휘되기 위해서는 얼마나 많은 지식을 가지고 있느냐 보다는 지식을 어떠한 구조로 가지고 있느냐가 중요하다. 학교 수학에서 새로운 개념을 이해하거나, 문제 상황에 직면했을 때 기존 지식이 부족하거나 옳지 못하다면, 이들을 이해하거나 해결할 수 없게 된다. 또한 기존 지식이 충분하거나 옳다고 하더라도 그것들을 논리적으로 결합하지 못한다면 이 또한 무용지물이 될 것이다.

따라서 학교 수학에서 창의성을 발휘하는데 가장 기본이 되는 것은 지식의 올바른 이해라고 할 수 있다. 이러한 수학 지식의 이해 수준을 Skemp(1987)는 관계적 이해와 도구적 이해로 구분하였다.

관계적 이해는 수학적 관계로부터 특별한 규칙 또는 절차를 이끌어 내는 능력으로 방법과 이유를 아는 상태, 즉 보다 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 규칙이나 알고리즘을 연역할 수 있는 상태이다. 도구적 이해는 주어진 규칙을 적용하여 정답을 찾아낼 수 있지만 이유 또는 원리는 알지 못한 채 문제에 적용하는 상태이다. Skemp(1987)는 의미 있는 수학 학습과 창의적인 학습을 위해서는 도구적 이해보다 관계적 이해가 이루어져야 한다고 하였다.

수학에 있어 올바른 수학적 개념의 이해와 구조 없이는 창의적 사고가 일어날 수 없다. 즉, 관계적 이해를 통하여 개념과 개념의 구조가 형성되며, 이것은 창의적 사고에 중요한 밑거름이 된다. 이러한 수학적 특성을 기초로 수학적 창의성에 대하여 논하겠다.

2. 수학적 창의성

최근 창의성에 관련된 연구에서는 창의성이 문제해결 과정에서 나타나게 된다는 점을 강조하고 있다(Yoshinhiko, 1997; 조석희, 2003; 김부윤 · 이지성, 2006). Weisberg(1986)는 창의적 과정이 일반적인 문제해결 과정과 다르지 않다고 하였으며, 문제해결과정에 창의적인 요소가 포함되며 창의적 과정에 문제해결의 단계가 포함되는 관계에 있다고 하였다(조석희, 2003). Isaksen과 Trffinger(1985)는 창의적 문제해결이란 "문제 이해, 아이디어 산출, 행동 계획 및 실행의 3단계를 거치면서 수렴적 사고와 확산적 사고가 작용하여 창의적 또는 생산적 사고가 일어나는 문제 해결의 과정"으로 정의하였다. Urban(1995) 역시 창의성과 문제해결의 구성요소 및 이들 간의 역동적인 관계를 구체화하였다. 창의성의 6가지 요인으로 확산적 사고와 행동, 일반 영역의 지식과 기능기반, 특정 영역의 지식과 기능기반, 초점 맞추기와 과제 집착력, 애매모함에 대한 참을성, 동기와 동기화간의 역동적이고 기능적인 체계를 들었으며, 이 6가지 요인을 통해 창의적 문제해결에 이를 수 있다고 주장하였다(조석희, 2003). 즉, 창의성(Creativity)을 "문제해결 과정에서 다양한 요인이 복합적이며 역동적으로 상호작용하여 문제 해결에 유용하며 독창적인 산출물 또는 해결책을 만들어내는 것"으로 정의하기도 하였다(조석희, 2003).

본 절에서는 수학적 창의성에 관한 기존의 연구들을 통해 수학적 창의성의 정의와 발달단계, 특성을 알아보겠다.

(1) 정의

수학자들은 수학적 창의성이 수학적 능력을 구성하는 중요한 요인으로 인식하고 이를 규명하려고 노력해 왔다. Romey(1970)는 수학적 창의성을 새로운 방식으로 수학적 아이디어, 사물, 기법, 접근 방법을 결합하는 능력이라 정의했으며, Ervynck(1991)은 본질적으로 수학적 대상을 만들고 그 대상들의 상호관련성을 찾아나는 능력이라고 전제하면서, 수학교과의 특별한 논리 · 연역적인 성격과 생성된 개념들이 수학의 중요한 핵심에 통합되는데 적절한지를 고려하여 문제를 풀고 구조적으로 사고

하는 능력이라 하였다. 임재훈(2002)은 사고의 고착화를 극복하고 정신적 틀을 벗어나는 능력 즉 개방된 수학적 상황에서 다양하고 독창적인 반응을 할 수 있는 능력 또는 수학의 독특한 논리 연역적 속성과 생성된 개념이 수학적 주요 핵심적 내용에 부합하는 적절성을 가지면서 문제를 해결하거나 혹은 동시에 구조적으로 사고를 발전시키는 능력이라고 정의하였다.

이처럼 지금까지 수학적 창의성에 대한 정의는 수학자의 입장에서 정의한 것으로, 실제 학교 현장에 있는 대부분의 일반 학생들의 수학 학습과는 다소 거리가 있다. 학교수학에서는 학생들이 새로운 수학 이론과 구조를 창조하는 것이 아니라, 이미 만들어져있는 수학 이론을 교사의 지도 하에 학습하고 있기 때문이다. 수학자의 측면에서 정의된 수학적 창의성은 말 그대로 기존의 수학적 지식을 이용하여 새로운 수학 이론 또는 구조를 창조하는 고차원적인 사고를 의미한다. 수학교육의 목적이 수학자를 키워내려는 것 보다는 선량한 시민이 되기 위한 소양과 다양한 분야에서 수학과 수학적 사고를 할 수 있게 하는 것이므로 우리는 학교수학 수준에서 수학적 창의성을 논의해볼 필요가 있다. 이에 관련된 내용은 학교수학에서의 창의성에서 자세히 논의하고자 한다.

(2) 발달단계

수학적 창의성은 진공상태에서는 발생하지 않는다. 이는 개인이 어떤 방향으로 나아가는 중요한 단계에서 선행 경험으로 준비되어 있는 어떤 상황을 필요로 한다. 이를 위한 준비는 창의성의 발달을 위한 적절한 환경을 제공하는 선행적인 활동을 통하여 발생한다. 수학적 창의성은 수학적 절차들이 수학적 사고의 대상들로 되기 전에 활동을 통하여 내면화 되는 준비 단계에서 시작된다고 볼 수 있다. 수학적 창의성의 발달단계를 분류해 보면 다음과 같다(Ervynck,1991).

① 〈0 단계〉 예비적인 기교 단계(Preliminary Technical Stage)

순수한 수학적 활동은 일종의 수학적 규칙과 절차들에 대한 이론적 기초에 대해서 인식하지 않고서도 일종의 기교적 또는 실용적인 응용으로 구성된 예비 단계에서 선행될 수 있다고 볼 수 있다. 그러한 실용적인 절차의 예는 고대 메소포타미아와 이집트에서 직각을 만드는 데 이용된 규칙을 들 수 있다. 그들은 길이 3, 4, 5의 세 부분의 눈금으로 나누어 표시된 줄을 사용하여 삼각형 모양을 만들고 3과 4의 길이를 가진 변들 사이에서 직각을 얻었다. 이러한 준비단계는 가령 "도구-대상 변증법"(Douady, cited in Ervynck,1991)이라는 것으로 설명 될 수 있으며, 이것은 아이디어가 문제 해결 활동의 한 부분으로써의 도구로 먼저 도입되었다는 것이다.

② 〈1 단계〉 알고리즘적 활동 단계(Algorithmic Activity Stage)

이 단계에서 절차들은 수학적 연산들을 수행하고, 계산하고, 조정하고, 해결하는 데 사용된다. 알고리즘적 활동은 본질적으로 수학적 기교와 수행과 관련되어 있다. 그러한 기교의 예들로는 알고리즘의 응용, 공식의 유도, 다항식의 인수분해, 적분 계산, 미분방정식의 해결을 위한 수치적 방법들과 같은 컴퓨터 프로그램들을 포함한 컴퓨터를 이용한 계산적인 활동 등을 예로 들 수 있으며, 이 단계에

서는 매우 분명한 활동이 이루어진다는 특징이 있다.

정확한 계산을 요구하는 단계로 심한 오차가 발생한다면 다음 단계인 창의적 활동이 이루어지지 않는다. 이 단계의 정확한 활동은 2단계에서 설명 될, 보다 높은 활동들의 원리들과 조화를 이루어 창출될 전반적인 이론의 일부로 볼 수 있기 때문에 수학학습의 본질적인 부분을 이루고 있다고 할 수 있다.

③ 〈2 단계〉 창의적(개념적, 구성적) 활동 단계(Creative(Conceptual, Constructive) Activity Stage)

1단계의 알고리즘적인 활동을 통하여 얻어진 지식을 바탕으로 진정한 수학적 창의성이 발생하고 수학 이론의 발전에서 원동력으로서 작용하는 단계이다. 수학적 창의성이 세인의 이목을 끄는 것은 그러한 복잡한 활동들에서의 창의성이다. 수학적 창의성이 활성화되도록 하는 데는 독단적으로 어떤 형식적인 이론을 가질 필요는 없다. 창의성이 가장 활발하게 이루어지는 부분은 재생과 개혁의 정신으로서의 직관적인 수준에서 작용하는데 Davis & Hersh(1981)는 그것은 조잡한 것(직관적인 것)에서 정제된 것(형식화된 것)으로의 과정에서 성취된다고 주장하였다(Ervynck, 1991). 수학을 연구하는데 있어서 필수적인 사고방식은 지금까지는 무관계한 개념들을 어떤 구체물과 관련시키는 정신적 활동을 위하여 항상 마음의 준비를 해놓은 상태이다. 이것은 가끔 모든 상황과 구성 요소들에 대한 의식 상태가 고조된 일련의 강렬한 활동이 있은 후에 발생하는 것으로 관찰되었다.

Ervynck(1991)은 진정한 의미에서의 수학적 활동이 일어나기 전에 수학 규칙과 절차들을 이론적 근거에 대한 의식 없이 기술적으로 또는 실제적으로 적용하는 예비 단계가 필요하다고 하였다. 또한 반복적인 계산과 연습, 조작 활동의 알고리즘 단계를 거쳐야 창의적 사고 단계로 나아갈 수 있다고 하였다. 그러나 창의적 사고는 절차적인 지식의 양보다는 개념적 지식 구조가 얼마나 잘 형성되었는가에 달려있다. 절차적 지식의 축적은 수학의 창의적 사고 과정에 있어 없어서는 안 될 기본적인 요소이지만, 창의적 사고가 발달하는데 중요하게 작용하는 요소라고 보기는 어렵다. 수학의 창의성 발달 단계에서 공식의 암기와 계산 등의 알고리즘 단계보다는 개념의 올바른 이해가 수학적 창의성을 발휘하는데 더 중요하게 작용할 것이다.

(3) 특성

수학적 창의성은 수학적 개념을 이해하거나 문제를 풀이하는 과정에서 나타나는데, 이것은 관계성, 선택성, 적합성, 요약성의 네 가지 특성을 가진다(Ervynck, 1991).

① 관계성(relational) : 수학적 창의성은 상호 작용을 통하여 자극되며, 어떤 아이디어가 출현하여 초기의 서로 다른 형태의 개념들을 단 하나의 개념으로 통합하는 것처럼, 두 세 개의 개념들 간의 개념적 연결을 달성한다.

② 선택성(selective) : 생물학에서의 적자생존의 원리와 마찬가지로 수학적 개념들 중에서도, 자연

적으로 선택이 이루어지는 적자만이 생존하게 된다. 가령 19세기말과 20세기 초에 리이만 적분을 일반화하기 위해 확립된 여러 가지 적분이론이 서로 경쟁하여 마침내 Lebesgue 적분이 살아남아 수학의 해석학을 석권하고 있다.

③ 적합성(fitness) : 적합성은 수학에서의 정의와 정리 그리고 일련의 공리들에 대한 질을 평가하는 준거이다. 잘 알려진 것과 같이 Stamislas Ulam의 추산에 의하면 일 년 동안에 이십만 개의 정리들이 공포되므로 거름 장치가 필요하다. 사실상 거름 장치는 존재하며 우선 수많은 생존 경쟁을 통하여 적절한 생각들만이 생존한다.

④ 요약성(Condensing) : 수학적 창의성은 수학적 개념들의 표상을 위한 적절한 문구와 기호들을 선택할 능력을 포함한다. 수학에서의 기호적 표상의 중요성은 과대평가될 수 없다. 잘 선택된 기호는 그 기호가 교재에 출현할 때마다 일깨워지는 한 개념의 여러 가지 측면들을 단 하나의 전체로 압축할 수 있게 한다. 이러한 방법으로 기호의 사용은 마음속의 "기억 공간"을 자유롭게 하여 다른 여전히 모르거나 불분명한 개념들을 위하여 사용될 수 있게 해준다.

수학적 창의성의 4가지 특성 중 특히 수학적 개념이 적자 생존한다는 선택성과 정의, 정리, 공리에 대한 질을 평가하는 준거가 되는 적합성은 전문적인 수학자의 입장에서 본 수학적 창의성의 특성이라 할 수 있다. 그러나 실제 학교수학에서 학생들은 새로운 수학 이론이나 구조를 창조하는 것이 아니라, 이미 창조된 수학적 개념과 구조를 재발명하게된다. 이러한 측면에서 기존의 수학적 창의성을 그대로 학교수학에서의 수학적 창의성으로 받아들이기에는 적절하지 않다. 이에 수학자의 관점에서 바라본 수학적 창의성을 학교수학의 측면에서 재조명해 보고자 한다.

3. 학교수학에서의 창의성

지금까지 수학적 창의성에 대한 기존 연구에 대해서 알아보았다. 대부분은 전문적인 수학자의 관점에서 바라 본 수학적 창의성의 정의와 발달단계, 특성이다. 본 절에서는 학교수준에서의 수학적 창의성을 정의하고, 학교수학의 창의성 모델을 제시하고자한다.

(1) 학교수학의 창의성 정의

수학교육에서 창의성이란 소수의 천재나 수학자들만의 전유물로 간주되어서는 안 된다. 수학적 창의성은 모든 학생들이 지니고 있는 능력이며, 교사와 환경에 의해 계발 가능한 수학적 능력으로 이해되어야 한다. 그렇다면 학교수학의 관점에서 수학적 창의성이란 무엇일까?

최근의 연구에서는 수학에서 창의적 사고 과정이 기존의 문제 해결 과정과 유사하고, 수학적 창의성이 문제 해결 과정에서 중요한 역할을 한다고 하면서 수학적 문제해결을 강조하고 있다(Yoshinhiko Hashimot, 1997; Silver, 1997; Shuk-kwan & Leung, Chiayi, 1997). 김홍원(1998)은 수학적 창의성이란 용어 대신 수학 창의적 문제해결력(Mathematical Creative Problem Solving Ability:

MCPSA)이란 용어를 정의하고, 학교현장에서 수학 창의적 문제해결력의 증진을 강조하였다. 수학 창의적 문제 해결력이란 기존에 알고 있는 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법을 새롭게 관련지어 수학 문제를 해결하거나, 자신이 새롭게 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법을 창안하여 수학 문제를 해결하는 능력이다(김홍원, 1998).

그러나 수학적 창의성은 문제 해결과정에서만 발현되는 것은 아니다. 학교수준에서 새로운 개념을 배울 때 기존에 가지고 있는 개념을 연결 또는 연합하여 새로운 개념을 쉽게 이해하거나 스스로 새로운 개념을 구성하는 것도 창의적인 사고 과정이라 할 수 있다. 학교수준에서 어떤 학생이 새로운 문제나 개념을 접하였을 때 학생 개인의 입장에서 스스로 문제 해결의 아이디어를 발견하고, 개념 간의 새로운 관계를 형성하여 개념을 확장하는 과정에서 창조의 기쁨을 맛보았다면, 이것은 학교 수준에서의 창의적 과정에 포함시켜야 한다.

따라서 학교수학에서의 창의성은 새로운 개념을 배우거나 문제를 해결하려고 할 때 기존에 갖고 있는 개념을 연결・연합하여 새로운 개념을 쉽게 이해하거나 스스로 새로운 개념을 구성하는 능력으로 정의할 수 있다.

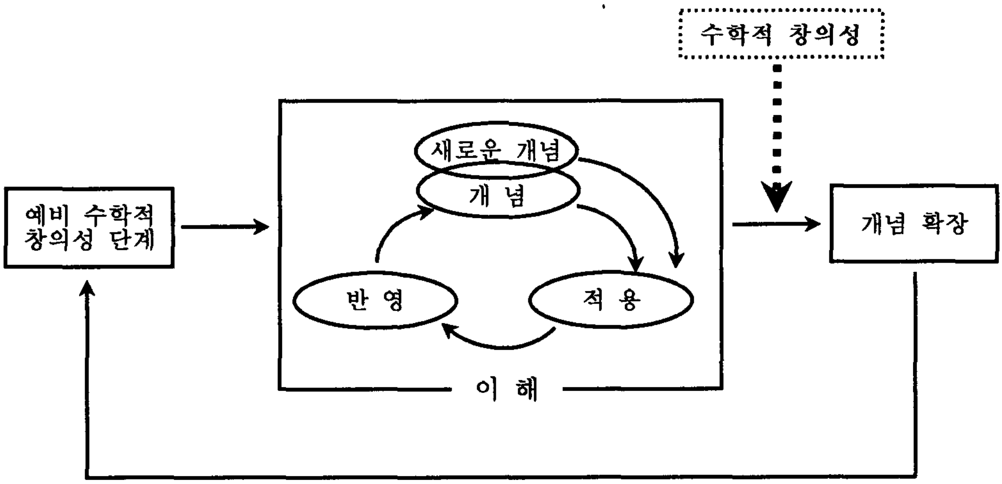
엄밀하게 말하자면, 학교수학에서의 창의성은 일반적인 창의성과는 다른 의미이다. 학교수학에서의 창의성은 학교수학의 내용으로 제한한 것으로, 학생들은 수학 내용을 새롭게 창조된 것이 아니라 과거 많은 수학자에 의해 정제된 수학 내용을 스스로 발견하는 것이다. 즉, 학교수학에서의 창의성은 독창성, 유창성, 융통성, 정교성을 강조하는 일반적인 창의성과는 차이가 있으며, 수학자 관점에서의 창의성과도 다른 특성을 지닌다.

학교수학에서는 독립되어있는 여러 가지 수학 개념을 알고 있는 것만으로는 창의적인 사고를 발휘할 수 없다. 또한 많은 지식을 알고 있는 것이 도움이 될 수는 있겠지만, 지식을 어떤 형태로 가지고 있느냐가 중요하다. 분절된 많은 지식보다는 이들의 의미를 진정으로 이해하고 논리적인 의미와 서로의 관계를 유기적으로 연합할 수 있을 때만 살아있는 수학적 지식이 되며, 그 지식을 기반으로 창의적인 사고가 발현될 수 있다. 또한 수학교과에서는 수학의 구조를 알아야만 새로운 개념으로의 전이와 확장이 자연스럽게 이루어진다. 살아있는 생물이 성장과 발달을 하듯이, 살아있는 지식이라면 성장과 발달을 할 수 있어야 한다. 살아있지만 활동하지 않는 달걀은 부화의 과정을 거쳐야만 살아있는 병아리로서 인정을 받는다. 마찬가지로 수학적 지식도 하나의 살아있는 유기체로 작용하려면 개념들의 진정한 이해와 개념들 간의 유기적 조직체로 이루어져 살아있는 지식으로 변화되어야 한다. 따라서 학교수학은 학생 내부에서 유기적 조직체로 성장할 수 있도록 안내되어야 한다.

(2) 학교수학의 창의성 모델

학교수학에서의 창의성을 새로운 개념을 배우거나 문제를 해결하려고 할 때 기존에 갖고 있는 개념을 연결・연합하여 새로운 개념을 쉽게 이해하거나 스스로 새로운 개념을 구성하는 능력이라는 입장에서 학교수학의 창의성 모델을 제안하겠다.

학교수학에서 창의성은 문제 해결 상황에서만이 아니라 새로운 개념을 배울 때에도 발현되는 것이며, 수학자만이 아니라 일반적인 모든 학생을 대상으로 발현되는 것이라 생각한다면, 수학적 창의성은 다음과 같은 단계로 발달할 것이다.



<그림 1> 학교수학의 창의성 모델

예비 수학적 창의성 단계는 학생이 학교 현장에서 교사나 교재, 동료, 자기 자신 등에 의해서 지적 탐구의 욕구를 품고 이를 해결하고자 시도하는 예비적인 학습 단계이다. 이 단계에서 학생은 자신이 처한 문제 상황을 교사의 설명이나 질문, 교재의 내용, 동료와의 의사소통 등을 통하여 해결하고자 노력하려는 동기를 품게 된다.

이해 단계에서는 기존 개념을 연결·연합하여 새로운 개념이나 상황에 적용하고 반영하여 새로운 개념을 구성하거나 이해하는 과정을 거친다. 새롭게 구성된 개념은 다시 이해를 위해 적용되고, 반영되어 보다 발전된 개념이 된다. 이러한 이해 단계가 학교수학의 창의성 발달 모델에서 중요한 단계이다. 이해 과정은 학습자가 새롭게 구성하고 이해한 개념을 또 다시 다른 개념을 형성하는데 밑거름으로 작용하는 순환적 과정을 거친다.

일단 형성된 개념이 확장되려면 이해 과정에서 품고 있던 수학적 창의성이 발현되어야 한다. 확장된 개념은 학습자에게 이해가 선행된 진정한 의미 있는 수학 개념이다. 이것은 보다 고차원적 개념을 위한 예비 수학적 개념이 되는 순환 과정을 거친다. 이러한 순환 과정에서 학교수학적 창의성은 이해 단계를 거쳐 개념 확장 단계에서 발현된다.

그러나 학교수학의 창의성 모델에서 창의성이 발현되는 것은 이해에서 개념 확장 단계로 가는 과정뿐만 아니라, 예비 수학적 창의성 단계에서 이해 단계로 가는 과정, 더 나아가 순환적인 이해 단계의 각 과정에서도 발현될 수 있다. 그러나 특히 모델의 이해 단계에서 개념 확장 단계 사이에 수학적 창의성이 발현된다고 강조한 것은 학교수학에서 창의성을 교사와 환경에 의해 계발 가능한 수학

적 능력으로 이해했기 때문에, 이 단계에서 특히 창의성이 두드러지게 나타난다고 보았다.

더 나아가 학교수학에서의 창의성은 소수의 수학자나 학생들을 대상으로 한다는 고정관념에서 벗어나, 이제는 일상적인 학교 수업에서 일반적인 학생들을 대상으로 실현될 수 있는 것이라는 교사의 의식 전환이 필요하다. 위에서 제시한 모델은 일반적인 현장의 모든 교사들이 수학 수업 현장에서 실현 가능한 모델이다. 현장의 모든 수학 교사들은 어떤 학생들에게도 창의성 발현을 기대하고, 이에 대한 의지를 갖고 실천해야 한다.

(3) 학교수학의 창의성 구현의 예

학교수학의 창의성에 있어 가장 중요한 것은 새로운 개념을 배울 때 기존에 갖고 있던 개념을 연결·연합하여 새로운 개념을 쉽게 이해하거나 스스로 새로운 개념을 구성하는 것이다. 학습자가 수학적 지식을 어떠한 형태로 갖고 있느냐에 따라 개념들 간의 진정한 이해가 가능하며, 유기적으로 조직되어 새로운 개념으로의 전이 및 확장이 자연스럽게 이루어질 수 있다.

수학은 인간이 현실세계에 존재하는 현상이나 대상에 대하여 오감과의 접촉을 통한 상호작용 및 조작과 그 자체를 대상으로 추상화한 학문이기 때문에, 이를 수학의 세계로 연결하기 위해서는 구체(실제)와 추상(관념)을 연결시켜줄 만한 매개체가 필요하다(남승인, 2003). 창의성 발현을 위한 매개체로 학교 현장에서는 다양한 교구를 활용하고 있다. 그러나 교구 활용이 수업에서 흥미를 유발할 수는 있겠지만, 흥미에 치우치게 되면 수학적 개념 이해의 측면이 소홀해 질 수도 있다. 다양한 활동 속에 수학적 개념의 이해가 병행되는 학교수학이 되어야 한다.

다음은 본 논문에서 제시한 수학적 창의성 모델에 기초한 예로, 교구 Unit Cube를 사용하여 수학적 개념을 이해하고, 더 나아가 이를 확장하는 예이다. 학습 대상은 7학년으로 7-가 Ⅰ. 집합과 자연수 3. 기수법 학습 이후 심화학습으로 적용할 수 있는 예이다.

① 예비 수학적 창의성 단계

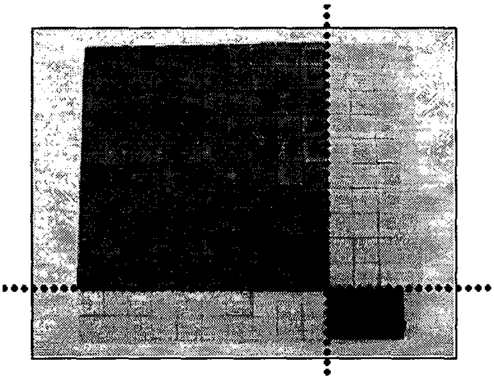
예비 수학적 창의성 단계는 학생들 스스로 지적 탐구의 호기심을 가지고 수학적 개념 또는 수학적 문제를 해결하고자 시도하는 예비적인 학습 단계이다. 수학 교구는 학생들의 지적 호기심을 자극하기에 매우 좋은 학습 도구이다. Unit Cube를 이용하여 13×12를 구해보자. 곱셈의 넓이 모델을 이용하여 학생들은 가로가 13이고, 세로가 12인 직사각형을 만든 후 unit의 총 개수를 세어 답을 구할 수 있다. 구체물 또는 반구체물의 조작 활동은 예비 수학적 창의성 단계에 매우 적절한 교수-학습 방법이다.

② 이해 단계

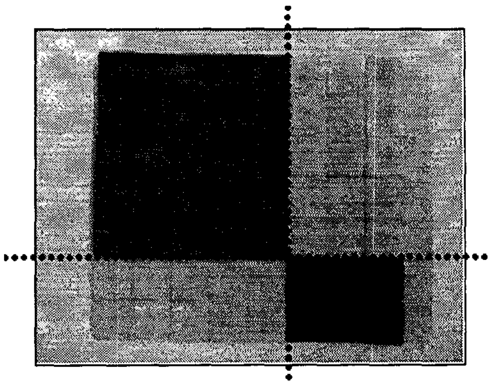
이해 단계에서는 기존의 개념을 연결·연합하여 새로운 개념이나 문제 상황에 적용하고 반영하여 새로운 개념을 구성하거나 이해하는 과정이다. 새롭게 구성된 개념은 또 다시 적용단계를 거쳐 반영

되어 좀 더 발전된 개념이 되는데 이 때 수학적 창의성이 발현된다고 할 수 있다.

학생들에게 Unit Cube를 이용하여 $13_{(5)}\times12_{(5)}$를 구하게 한다. $13_{(5)}\times12_{(5)}$ 문제는 집필 환경에서는 어려울 수 있지만 기수체계와 곱셈구조에 대한 개념이 형성된 이후라면 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.



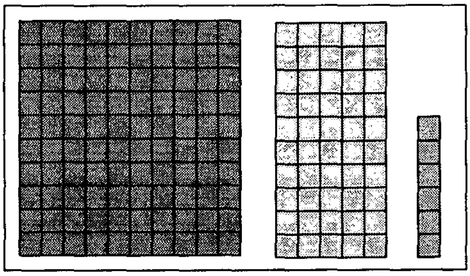
<그림 2> 십진수 13×12



<그림 3> 오진수 $13_{(5)}\times12_{(5)}$

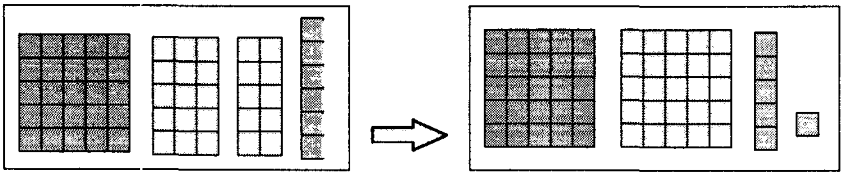
기수법에서 십진수체계의 구조와 오진수체계의 구조가 같듯이 십진수체계에서의 곱셈 구조와 오진수체계에서의 곱셈 구조도 마찬가지이다. 일반적으로 두 구조가 같다는 것을 이해하지 못하면, 오진수체계의 곱셈은 오진수체계를 십진수체계로 바꾸어 곱셈을 한 후 그 결과를 다시 오진수체계로 바꾸는 작업을 해야 한다. <그림 2>는 십진수체계에서의 13×12이고, <그림 3>는 오진수체계에서의 $13_{(5)}\times12_{(5)}$로 각 수체계에서 13×12 라는 상황은 같다. 수체계에 대한 개념적 이해가 부족하면 $13_{(5)}\times12_{(5)}$를 십진수체계인 $13_{(5)}=1\times5^1+3\times5^0=8$, $12_{(5)}=1\times5^1+2\times5^0=7$로 바꾼다. 이것을 계산하면 $13_{(5)}\times12_{(5)}=8\times7=56$이 되고, 이 결과를 다시 오진수체계로 바꾸면 $56=2\times5^2+1\times5^1+1\times5^0=211_{(5)}$이다. 그러나 수체계에 대한 개념적 이해가 바르다면 이러한 과정을 거치지 않고, 십진수체계의 곱셈 개념에서 오진수체계의 곱셈 개념으로의 자연스러운 확장이 이루어질 수 있을 것이다.

<그림 2>의 십진수체계의 곱셈 결과를 Unit Cube로 표현하면 <그림 4>와 같다.



<그림 4> 십진수 13×12=156

<그림 3>의 오진수체계의 곱셈 결과를 Unit Cube로 표현하면 <그림 5>와 같다.



<그림 5> 오진수 $13_{(5)} \times 12_{(5)} = 211_{(5)}$

13×12의 결과는 십진수체계에서는 156으로 표현되고, 156을 오진수체계에 적절하게 표현하면 $211_{(5)}$이 된다. 결국 십진수체계의 기수법을 올바르게 이해하고 있으면, 오진수체계의 기수법으로 자연스럽게 확장할 수 있으며, 이것은 곱셈 상황에서도 마찬가지이다.

③ 확장 단계

이해단계의 순환적 과정을 통해 창의성이 발현되며, 개념 확장 단계로 도약하게 된다. 확장된 개념은 다시 더욱 고차원적인 개념을 위한 예비 수학적 개념이 된다.

확장 단계에서는 십진수체계 또는 오진수체계만이 아니라, 다양한 기수체계로의 개념 확장이 가능하다(예: $35_{(7)} \times 110_{(2)}$을 5진수로 나타내어라.). 또한 서로 다른 수체계에서 곱셈 연산의 개념 확장이 이루어지듯이, 일련의 유사한 활동을 통해 나눗셈의 개념 확장도 이루어질 수 있다(예: 156÷12를 구하여라. $211_{(5)} \div 12_{(5)}$를 구하여라.).

수학적 창의성이 발휘되기 위해서는 얼마나 많은 지식을 가지고 있느냐 보다는 지식을 어떻게 가지고 있느냐가 중요하다. 하나의 개념을 바르게 이해하고 있으면, 앞의 창의성 모델에서도 언급하였듯이 새로운 개념으로의 확장이 이루어 질 수 있는 힘을 갖게 된다. 이러한 확장 과정에서 결정적 역할을 하는 것이 수학적 창의성이다.

Ⅲ. 결 론

본 논문에서는 기존의 수학적 창의성에 관한 논의들을 학교수학의 관점에서 재조명하고, 수학이 가지고 있는 특성과 기존의 수학적 창의성을 기반으로 학교수학의 관점에서 창의성을 새롭게 정의하였다. 수학적 창의성을 발휘하는데 있어 가장 중요한 요소로 학교수학의 기본 개념과 원리에 대한 바른 이해를 강조하였다.

학교수학에서의 창의성은 일반적인 창의성과는 다른 의미이다. 학교수학에서의 창의성은 학교수학의 내용으로 제한한 것으로, 학생으로 인해 창조된 수학 내용은 새롭게 창조된 것이 아니라 과거 많은 수학자에 의해 정제된 수학 내용이다. 즉, 학교수학에서의 창의성은 독창성, 유창성, 융통성, 정교성을 강조하는 일반적인 창의성과는 차이가 있으며, 수학자 관점에서의 창의성과도 다른 특성을 지

닌다. 학교수학의 수학적 창의성은 새로운 개념을 배우거나 문제를 해결하려고 할 때 기존에 갖고 있는 개념을 연결·연합하여 새로운 개념을 쉽게 이해하거나 스스로 새로운 개념을 구성하는 능력으로 정의할 수 있다.

이러한 입장에서 학생이 학교 현장에서 지적 탐구의 욕구를 품고 해결하고자 시도하는 예비 수학적 창의성 단계, 개념을 연결·연합하여 새로운 상황에 적용, 반영하여 새로운 개념을 이해하는 순환적인 이해 단계, 형성된 개념이 수학적 창의성을 통해 확장되는 개념 확장 단계의 학교수학의 창의성 모델을 제안하였다. 이 모델에서 창의성은 이해에서 개념 확장 단계로 가는 과정뿐만 아니라, 모든 단계에서 발현될 수 있다.

학교수학의 창의성은 이것이 발현되는 현장인 수학교실에서 체계적인 교수-학습 활동을 통해 꾸준히 지도될 때 더욱더 빛을 발할 수 있다. 향후 수학 교과에서는 교과 전문가와 현장 교사가 함께하여 일반적인 창의성과는 다른 학교수학의 특성을 살린 수학적 창의성 신장을 위한 수업 방법, 수업 모델, 교구 등에 대한 연구 및 개발이 필요하다. 무엇보다도 교사는 수학적 창의성이 모든 학생들에게서 발현될 수 있다는 데 대한 긍정적인 시각을 갖고, 적극적인 자기 연단과 노력이 필요하다.

참 고 문 헌

김부윤·이지성 (2006). 수학에 있어서 창의적 태도의 측정 결과 분석에 관하여. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> **45(2)**, pp.155-163.

김진호 (2004). 수학적 창의성에 대한 일 논의-창의적인 사람, 창의적인 산물, 창의적인 과정이란 관점으로. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **18(3)**, pp.45-56.

김홍원 (1998). 수학 영재 판별 도구 개발-수학 창의적 문제 해결력 검사를 중심으로. 영재수학연구, **8(2)**, pp.69-89.

남승인 (2003). 초등 학교 수학에서 교구활용에 관한 연구. 대구교육대학교 논문집 **38**, pp. 109-134.

유윤재 (2004). 수학적 창의성의 개념. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, **18(3)**, pp.81-94.

조용욱 (1999). 수학교육의 창의력 강화방안, 신라대학교 논문집 **48**.

조석희 (2003). 창의성 계발을 위한 수학영재 교육방안. 대한수학교육학회 수학교육학연구대회논문집, pp. 1-21.

Isaksen, S. G. & Trffinger, D. J. (1985). *Creative problem solving: The basic course*. Buffalo, NY: Bearly Limited.

Sriraman, B. (2004). The Characteristics of Mathematical Creativity. *The Mathematics Educator*. **14(1)**, pp.19-34.

Silver, E. A. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem

Solving and Problem Posing. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, **29(3)**, pp.75-80.

Mann, E. L. (2005). Mathematical Creativity and School Mathematics: Indicators of Mathematical Creativity in Middle School Students. Doctor of Philosophy University of connecticut.

Pehkonen, E. (1997). The State-of-Art in Mathematical Creativity. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, **29(3)**, pp.63-67.

Ervynck, G (1991). Mathematical creativity, In D. Tall(Ed.), *Advancedmathematical thinking, Dordrecht* : Kluwer Academic Pubisher.

Davis, G. A. (1983). *Creativity is forever* (2th Ed.). Dubuque, IA : Kendall/Hunt Publishing Company.

Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*: Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.

Romberg, T. A., & Wilson, L. D. (1995). "Issues Related to the Development of an Authentic Assessment System for School Mathematics", In Romberg, T. A. (Ed), *Reform in school Mathematics and Authentic Assessment*, Albany : State University of New York Press, pp.1-18.

Romey (1970). What is your creativity quotient?, *School Science and Mathematics* **70**, pp.3-8.

Shuk-Kwan S. Leung, Chiayi(1997). On the Role of Creative Thinking in Problem Posing. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, **29(3)**, pp.81-85.

Skemp, R. R (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*, Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Yoshihko Hashimoto(1997). The Methods of Fostering Creativity through Mathematical Problem Solving. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, **29(3)**, pp.86-87.

Mathematical Creativity in Mathematics Education

Whang, Woo-Hyung
Department of Mathematics Education, Korea University 5-ka, Anam-dong, Sungbuk-ku,
Seoul 136-701, Republic of Korea
e-mail: wwhang@korea.ac.kr

Choi, Kye hyen
Department of Curriculum and Instruction, Graduate school of Korea University
5-ka, Anam-dong, Sungbuk-ku, Seoul 136-701, Republic of Korea
e-mail: math0960@lycos.co.kr

Kim, Kyumg mi
Department of Curriculum and Instruction, Graduate school of Korea University
5-ka, Anam-dong, Sungbuk-ku, Seoul 136-701, Republic of Korea
e-mail: kyungmi@korea.ac.kr

Lee, Myeong Hui
Department of Curriculum and Instruction, Graduate school of Korea University
5-ka, Anam-dong, Sungbuk-ku, Seoul 136-701, Republic of Korea
e-mail: lmh9981@chol.com

Mathematical creativity has been confused with general creativity or mathematical problem solving ability in many studies. Also, it is considered as a special talent that only a few mathematicians and gifted students could possess. However, this paper revisited the mathematical creativity from a mathematics educator's point of view and attempted to redefine its definition.

This paper proposes a model of creativity in school mathematics. It also proposes that the basis for mathematical creativity is in the understanding of basic mathematical concept and structure.

* ZDM Classification : C43
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C20
* Key Words : Mathematical Creativity