

반응표면법을 이용한 집중권선 동기 릴럭턴스 전동기의 토크 리플 저감에 관한 회전자 설계

論 文

55B-12-5

Rotor Design on Torque Ripple Reduction for a Synchronous Reluctance Motor with Concentrated Winding using Response Surface Methodology

朴重民[†] · 李重浩^{*}
(Jung Min Park · Jung Ho Lee)

Abstract - This paper deals with the optimum rotor design solution on torque ripple reduction for a SynRM with concentrated winding using response surface methodology (RSM). The RSM has been achieved to use the experimental design method in combination with finite element method (FEM) and well adapted to make analytical model for a complex problem considering a lot of interaction of design variables. Comparisons are given with characteristics of a SynRM according to flux barrier number, flux barrier width variation, respectively.

Key Words : Torque Ripple, FEM, RSM, Optimum Design, Concentrated Winding SynRM

1. 서 론

일반적으로 동기형 릴럭턴스 전동기(SynRM)는 유도기에 비해 효율이 높고, 제작상의 비용이 적게 드는 등 많은 이점들이 있다. 만약 동기형 릴럭턴스 전동기의 고정자 권선이 종래의 분포권선형이 아니라 집중권선형으로 했을 때는 공장 제조 시 권선 작업이 단순해지며 동손이 저감되고 저가의 전동기를 확보할 수 있는 장점이 있다. 그러나 토크 리플에 의한 진동과 소음이 다른 기기에 비해 상대적으로 크다. 집중권선형 및 슬롯 수 감소에 따라 나타나는 SynRM의 단점인 토크리플, 낮은 인덕턴스 비와 차, 효율 및 역률 등의 단점을 고려하지 않는다면 좋은 특성을 얻기는 힘들 것이다.

일반적인 최적설계기법들과는 달리 반응표면법(RSM)은 여러 개의 독립변수와 출력간의 인과관계를 규명해내는 통계적인 근사기법으로 최근 전기기기의 설계에 있어 효과적인 최적화 방법으로 많이 사용되고 있다. 토크 리플의 크기에 영향을 주는 설계변수로서 고정자의 설계변수인 슬롯 오픈 폭, 치 폭, 슬롯 깊이와 회전자의 설계변수인 Kw, 공극 길이, 자속장벽(flux barrier) 수 등을 들 수 있다.

본 논문에서는 최적설계에 따른 적합한 조건을 찾아내기 위하여 RSM이 사용되었으며 조건에 따른 토크와의 관계를 예측하기 위해 필요한 실험 데이터는 유한요소법을 이용하였다. 따라서 SynRM의 토크리플을 줄이기 위해서는 많은 설계변수의 상호작용에 대한 영향을 고려해야하므로 실질적인 목적함수 형태를 구하기가 어려우며 유한요소법을 이용한 최적화를 수행한다 하더라도 많은 계산 시간이 요구된다.

그래서 설계변수와 응답(출력)에 대한 관측 자료로부터 해석적인 근사모형을 만듦으로써 실질적인 목적함수를 쉽게 만들 수 있는 RSM을 적용하였다[1]-[2].

참고문헌[2]는 기존의 24슬롯 모델에서 고정자의 슬롯 수를 6슬롯으로 만들어 토크리플과 관련된 고정자의 설계변수를 선택하여 최적 설계를 수행한 반면에, 본 논문은 고정자의 설계변수를 바탕으로 최적설계된 것을 초기모델로 선택하여 RSM을 이용해 회전자의 자속장벽(flux barrier) 수, 자속장벽(flux barrier) 폭을 설계변수로 하여 토크 리플을 감소시키기 위해서 집중권선형 SynRM의 최적 설계를 수행하였다. 일반 분포권선형 SynRM(24슬롯 모델)의 특성과 각 자속장벽 수, 자속장벽 폭등의 변화에 따른 집중권선형 SynRM (6슬롯 모델)의 특성을 비교하여 최적치를 구하였다.

2. 해석 모델

그림 1은 연구대상으로 선정한 집중권선형 SynRM의 자속장벽 수(3,4,5)에 따른 초기 설계 모델이다. 집중권선형 SynRM은 4극과 6슬롯의 모델이다. 적층 길이는 77(mm)이며 회전자 직경은 30.1(mm)이고 공극은 0.4(mm), 고정자 직경은 87.9(mm)이다.

SynRM에서 토크 리플과 관련된 설계 변수는 고정자의 슬롯, 공극(Air gap), 회전자의 릿(rib) 폭과 자속 장벽수이다. 최적 설계는 자속장벽 수(3,4,5)에 따른 자속장벽 폭을 설계변수로 고려했다.

그림 2은 3개의 자속장벽 수에서 자속장벽 폭에 따른 형상변화를 위한 변화점 변수와 변화방향을 보여준다. 각각 한 쌍이 되는 (W1,W8), (W2,W7),(W3,W6)……은 q축을 기준으로 하여 대칭적으로 움직인다. 그리고 P1-P8점들은 식(1)에서 자속장벽 수(r)에 따른 변수인 자속장벽 폭에 따라 변화하는 상태로 움직인다[3].

[†] 교신저자, 學生會員 : 한밭대학교 電氣工學果 碩士課程

E-mail : robinpjm@naver.com

^{*} 正 會 員 : 한밭대학교 電氣工學果 助敎授 · 工博

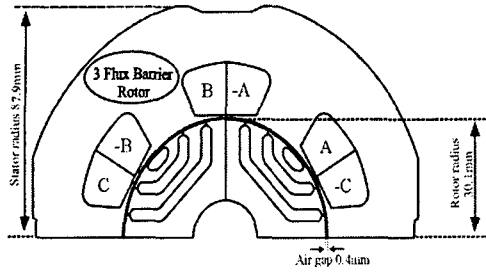
接受日字 : 2006年 9月 14日

最終完了 : 2006年 10月 19日

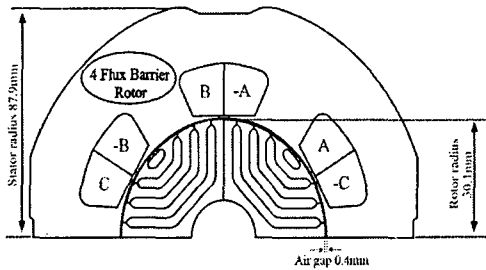
$$L_k = L_{r-1}, L_{k-1} = L_{r-2}, \dots, L_{k-(n-1)} = L_{r-n} \quad (n=2,3,4,)$$

여기서, 자속 장벽 수(r) ($r=3,4,5$)

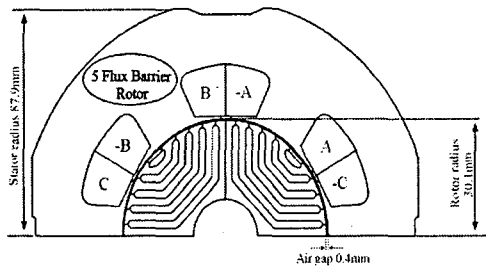
$$k=r-1 \quad (1)$$



(a) 3개의 자속장벽 모델
(a) 3 Flux Barrier Model



(b) 4개의 자속장벽 모델
(b) 4 Flux Barrier Model



(c) 5개의 자속장벽 모델
(c) 5 Flux Barrier Model

그림 1 6슬롯 SynRM의 초기 설계 모델
Fig. 1 The initial design model of 6 slot SynRM

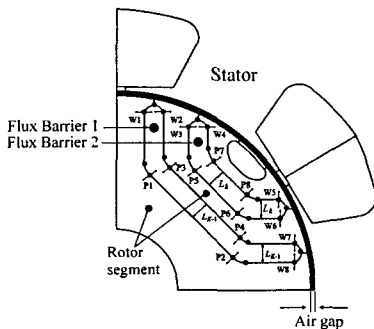


그림 2 6슬롯 SynRM의 설계 변수와 변화 방향
Fig. 2 The design variables and variation direction of 6 slot SynRM

3. RSM의 개념

그림 3에 RSM의 기본 개념도를 나타내었다. RSM은 설계변수와 응답간의 관계를 찾아 구하고, 관측된 자료를 사용하여 통계적인 근사방법을 통해 최적 시스템 응답을 찾아낸다. 여기서, 설계변수에 대응되는 응답 또는 출력값은 일반적으로 실제 실험이나 컴퓨터에 의한 시뮬레이션을 통해 얻어지고 이 실제 응답 y 는 기대값 또는 평균값이다.

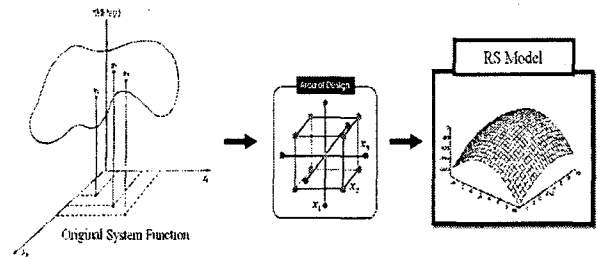


그림 3 RSM의 기본 개념
Fig. 3 Basic concept of RSM

따라서 본 논문에서는 설계변수와 출력값의 대응관계를 컴퓨터 시뮬레이션인 유한요소해석을 통해서 관측 자료를 확보하였다. RSM에서 k 개의 설계변수에 대한 실제 응답 y 은 다음과 같이 가정한다.

$$y = f(X, \theta) \quad (2)$$

식(2)에서 변수 (x_1, x_2, \dots, x_k) 는 자연변수(natural variables)이며, 실제의 측정 단위를 가진다. 실제 응답함수 f 의 근사함수인 y 는 Taylor 급수전개를 기본으로 하여 1차 또는 2차 다항 모형으로 근사하게 된다.

본 논문에서 선택한 연구대상의 반응표면이 곡면으로 표현될 것이라고 예측할 수 있으므로 근사함수를 2차 모형으로 사용하였다. 따라서, 실제 응답함수 f 와 근사함수 y 와의 관계는 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i \neq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (3)$$

ϵ 은 응답의 오차항이고, 변수 (x_1, x_2, \dots, x_k) 는 코드 변수이다. 여기서, ϵ 을 통계적인 오차로 다루고, 일반적으로 평균이 0이고 분산 σ^2 을 가지는 정규분포로 가정한다. 따라서 근사함수로부터 n 개의 샘플 자료에서 추정된 출력값 u 는 행렬의 형태로서 식(4)과 같이 정리된다.

$$y = X\beta + \epsilon \quad (4)$$

여기서 X 는 설계변수 레벨의 행렬, β 는 회귀계수의 벡터, ϵ 은 임의의 오차의 벡터이다. 그리고 식(4)에서 추정된 함수 \hat{y} 는 식(5)과 같다.

$$\hat{y} = Xb \quad (5)$$

RSM에는 많은 실험적인 설계방법이 있다. 본 논문에서 추정된 근사함수의 정도를 확인하기 위해 중심합성계획법(Central composite design : CCD)을 이용하였으며 반응표면 설계에서 가장 일반적으로 사용되어지는 방법이다.

2^k 요인실험(2^k factorial experiments)은 각 변수의 두 수

준에서만 실험이 되므로 변수의 수준변화에 따라서 발생하는 반응량의 곡면적인 변화를 감지할 수 없으며 이차 다항 회귀모형에서 제곱항 x_j^2 의 계수 β_{jj} 등을 추정할 수 없다.

이런 단점을 보완하고 적은 횟수의 실험으로 반응곡면을 추정하기 위하여 다음과 같이 중심점과 축점을 2^k 요인 실험에 추가시킨 실험계획을 중심합성계획이라고 부른다.

통계적인 근사방법인 RSM은 항상 오차를 포함하고 있으므로 추정된 근사함수의 정도를 확인해야만 한다.

본 논문에서 추정된 근사함수의 정도를 확인하기 위해 분산분석(Analysis of variance : ANOVA)을 이용하였으며 표 1에서 n 은 실험의 총계이고 k 는 적합한 모델에 대한 설계 변수의 수를 나타내었다[4].

결정계수 R^2 은 S_{yy} 와 SS_R 로 식(6)과 같다.

$$R^2 = \frac{SS_R}{S_{yy}} \quad (6)$$

결정계수는 총변동중에서 회귀선에 의하여 설명되는 변동이 차지하는 비율을 말한다.

R^2 을 수정하기 위한 결정계수는

$$R_A^2 = 1 - \frac{SS_E/n - k - 1}{S_{yy}/n - 1} \quad (7)$$

표 1에서 보는 것과 같이 평균제곱은 제곱합을 자유도로 나눈 것이다. 총 평균 제곱에 이용되는 오차분산 추정된 값의 잔차 평균제곱에 의하여 제공된 오차분산 추정된 값의 측도 비율을 말한다. 그러므로 회귀선의 타당성은 R^2 과 R_A^2 에 의하여 결정된다[5].

표 1 분산분석 (ANOVA)

Table 1 Analysis of variance

요인 Source of Variation	자유도 Degree of Freedom (DF)	제곱합 Sum of Squares (SS)	평균제곱 Mean Square (MS)	F_0
회귀	k	SS_R	$SS_R/k=MS_R$	MS_R/MS_E
잔차	$n - k - 1$	SS_E	$SS_E/n - k - 1 = MS_E$	
총	$n - 1$	S_{yy}		

- ◆잔차제곱합(Sum of squared error : SS_E)
- ◆총 편차의 제곱합(Sum of squared total : S_{yy})
- ◆회귀제곱합(Sum of squared regression : SS_R)
- ◆결정계수(The coefficient of multiple deternation: R^2)
- ◆평균제곱(Mean of squares due to regression: MS_R)
- ◆잔차로 인한 평균제곱(Mean of squares due to residual errors: MS_E)

3. 최적화

표 2는 5개의 자속장벽을 대상으로 중심합성계획법(CCD)에 의한 설계변수의 범위를 나타내며, 표 2의 설계변수를 바탕으로 유한요소해석을 통해서 토크 리플을 산정하였다. 본 논문에서는 집중권선형 SynRM의 토크 리플을 저감하기 위하여 목적함수로서 설계변수와 토크 리플의 관계를 2차 다

항식으로 근사한 T_{ripple} (%)로 정의하고, 제약조건으로서 평균 토크값에 대한 근사함수 $T_{average}$ (Nm)를 이용하여, 초기 모델의 평균 토크값이 0.2013(Nm) 이상이 되도록 다음과 같이 정의하였다.

$$\text{Objective function: } f(x) = T_{ripple}(x) \quad (8)$$

$$\text{Subject to: } g_1(x) = T_{average}(x) \geq 0.2013 \quad (9)$$

$$2.586 \leq L1 \leq 2.757, 1.534 \leq L2 \leq 2.382$$

$$1.534 \leq L3 \leq 2.382, 2.533 \leq L4 \leq 2.711$$

여기서, $T_{average}$ (Nm)는 토크의 평균값, T_{ripple} (%)은 토크리플을 각각 나타낸다.

표 2 설계변수의 범위(5개의 자속장벽 수)

Table 2 The Level of design variables(5 Flux Barrier number)

설계 변수	설계 변수의 범위				
	-2	-1	0	1	2
L1: 자속장벽1(mm)	2.586	2.633	2.677	2.718	2.757
L2: 자속장벽2(mm)	1.534	1.653	1.87	2.253	2.382
L3: 자속장벽3(mm)	1.534	1.653	1.87	2.253	2.382
L4: 자속장벽4(mm)	2.553	2.596	2.633	2.674	2.711

표 3 중심합성계획법을 이용한 실험 결과

Table 3 Experimental Results Using central composite design

실험 횟수	설계변수						
	L1 [mm]	L2 [mm]	L3 [mm]	L4 [mm]	$T_{peak-peak}$ (Nm)	$T_{average}$ (Nm)	T_{ripple} (%)
1	2.633	2.253	2.253	2.674	0.1879	0.2260	83.2
2	2.677	1.870	1.870	2.633	0.1634	0.2261	72.3
3	2.677	1.870	1.870	2.633	0.1634	0.2261	72.3
4	2.718	1.653	1.653	2.674	0.1566	0.2285	68.5
5	2.757	1.870	1.870	2.633	0.1489	0.2336	63.8
6	2.718	2.253	2.253	2.674	0.1638	0.2306	71.0
7	2.633	1.653	1.653	2.674	0.1776	0.2232	79.5
8	2.677	1.534	1.870	2.633	0.1567	0.2245	69.7
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
23	2.718	1.653	2.253	2.596	0.1644	0.2280	72.1
24	2.677	1.870	1.870	2.633	0.1634	0.2261	72.3
25	2.718	2.253	1.653	2.674	0.1618	0.2303	70.2
26	2.677	1.870	1.870	2.633	0.1634	0.2261	72.3
27	2.718	1.653	1.653	2.596	0.1536	0.2221	69.1
28	2.633	2.253	1.653	2.674	0.1847	0.2255	81.8
29	2.677	1.870	1.870	2.711	0.1832	0.2278	80.4
30	2.677	1.870	1.870	2.553	0.1726	0.2299	75.1
31	2.718	2.253	2.253	2.596	0.1709	0.2297	74.4

L1:자속장벽1, L2:자속장벽2, L3:자속장벽3, L4:자속장벽4

$T_{peak-peak}$: peak-peak Torque (Nm),

$T_{average}$: average Torque (Nm)

T_{ripple} : $T_{peak-peak} / T_{average}$ (%)

표 3은 표 2의 설계변수를 바탕으로 유한요소해석을 수행한 반응값을 나타낸다. 표 3에서 나타난 토크리플은 유한요소법으로 구하였다. 이러한 실험적인 결과를 이용하면 2차 다항식은

$$\hat{y} = 0.72254 - 0.04715L1 + 0.01261L2 + 0.01362L3 + 0.00533L4 + \dots + 0.00189L2L4 - 0.00681L3L4 \quad (10)$$

여기서, 토크 리플을 2차항으로 한 이유는 입력변수와 출력변수에 대한 RSM의 추정에 있어서 1차 회귀모형 또는 2차 회귀모형이 일반적으로 사용되는데 1차 회귀모형에는 2수준 입력변수에 대하여 2^k 요인배치법, 2수준계의 일부실시법, 심플렉스 계획법(Simplex design)이 사용되며, 2차 회귀모형을 완성하기 위해서는 3수준 입력변수 수준에 대하여 3^k 요인배치법, 3수준계의 일부실시법, 중심합성계획, 회전계획(rotatable design), 회전중심계획(rotatable central composite design), Box-Behnken 계획법을 사용하고 있다.

표 4는 분산분석을 수행한 결과를 보여준다. $F_0 = 49.73$ 은 $F_{(14,16,0.05)} = 2.372$ 을 초과했기 때문에 모든 계수 β_0 가 0을 나타내는 무효의 가설은 기각된다. $R^2 = 0.978$ 과 $R_A^2 = 0.958$ 은 총 변동 95.8%는 적합한 모델인 식 (10)을 설명되어 질 수 있다는 것을 나타내고, 잔차 평균제곱에 의해 제공된 잔차 변동의 추정은 총 평균제곱을 이용한 잔차 변동 추정의 4.2%이다.

표 4 분산분석 (ANOVA)

Table 4 Analysis of variance

요인 Source	자유도 (DF)	제곱합 (SS)	평균제곱 (MS)	F_0	R^2	R_A^2
회귀	14	0.072406	0.005172	49.73	0.978	0.958
잔차	16	0.001666	0.000104			
총	30	0.07407				

그림 2는 설계 흐름도를 보여준다.

그림 2의 설계흐름도를 이용한 시행순서는 다음과 같다.

- ① 초기 시작기의 CAD파일 선처리(pre-processor)작업 데이터를 작성한다.
- ② 설계변수는 토크리플에 영향을 주는 자속 장벽수, 자속 장벽폭을 주 설계변수로 채택하였다.
- ③ 주 설계변수 범위 설정은 선택한 설계 변수에 대한 적절한 설계영역을 설정하되 되도록 크게 잡아야 설계변수 변화에 시스템 반응 특성 파악이 쉽다.
- ④ 설계변수 범위 설정은 실험계획법인 중심합성계획(CCD)에 적용하여 최적설계에 대한 범위를 설정한다.
- ⑤ 자속 장벽폭의 변화에 따르는 변화된 회전자 형상을 해석할 때, 유한 요소 해석을 위한 선처리 작업을 다수 수행해야하는 어려움이 따른다. 본 연구에서는 자동으로 형상 변화에 따르는 CAD파일을 작성하고 선처리 작업을 하는 프로그램을 설계 프로그램에 포함하여 설계시간을 단축한다.
- ⑥ 설정된 범위에 따라 FEA를 이용하여 얻어진 데이터를 수집하고 이것을 통하여 반응표면모델을 생성한다.
- ⑦ 설계영역에서 요구하는 토크리플저감에 대한 최적해가 있는지 판별한다.

- ➡Yes: 자속장벽의 수를 증가시킨다.
- ➡No: 주 설계영역을 재설정한다.

⑧ 이와 같은 흐름도에 의하여 3-5개의 자속장벽수를 변화시키면서 최적토크리플을 고찰하였다.

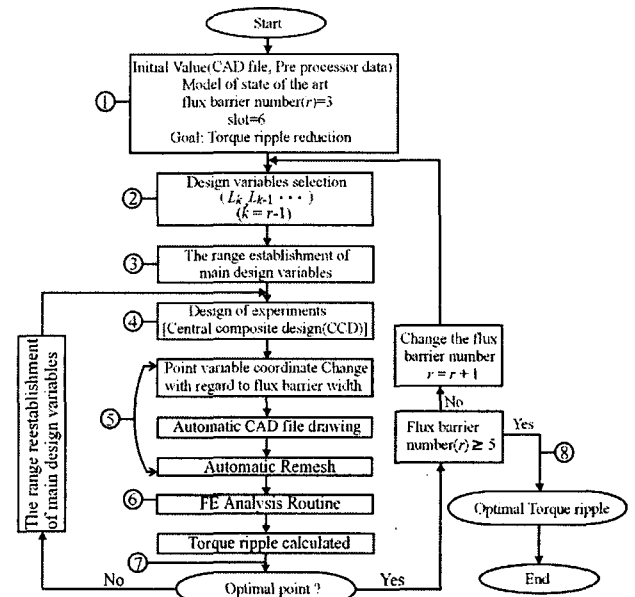


그림 2 설계 흐름도

Fig. 2 The flow chart of design procedure

5. 해석결과 및 분석

그림 3은 6슬롯 모델에 대한 초기 모델과 최적 설계된 모델의 형상이다. 그림 4에서 보여준 것처럼 최적 설계된 집중권선 SynRM의 토크리플은 기존의 24슬롯 모델보다는 더 크지만 초기 모델(109.8%)의 것보다는 더 작다.[2] 자속장벽 수가 5개이고 $L1$ 이 2.757[mm], $L2$ 가 1.870[mm], $L3$ 이 1.870[mm], $L4$ 가 2.633[mm]일 때 그림 4와 표 3에서 보여준 것처럼 집중권선 SynRM의 토크리플은 최소가 된다.

RSM과 FEA를 이용하여 설계변수와 평균 토크 및 토크리플에 대한 근사 다항식을 식(10)을 구하고, 식(8)과 식(9)에 정의한 목적함수와 제약조건으로부터 최적화를 수행한 결과를 표 5에 나타내었다. 표 5에서 나타낸 것과 같이 자속장벽 수에 따라서 평균 토크는 증가하고 토크리플은 저감된 것을 알 수 있다. 특히 최적모델은 초기 모델보다도 평균 토크 값(0.2335 Nm)이 증가하고 반면에 토크리플(63.8 %)은 저감된 것을 알 수 있다.

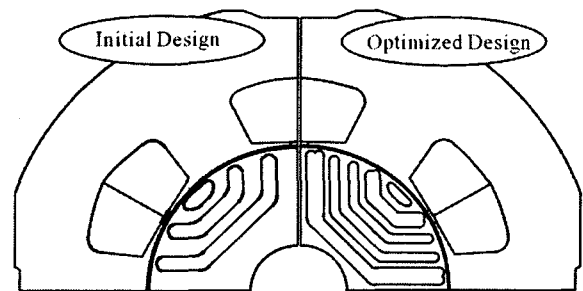


그림 3 6슬롯 SynRM에 대한 초기 모델과 최적 모델

Fig. 3 Configurations of optimized and initial design for 6 slots

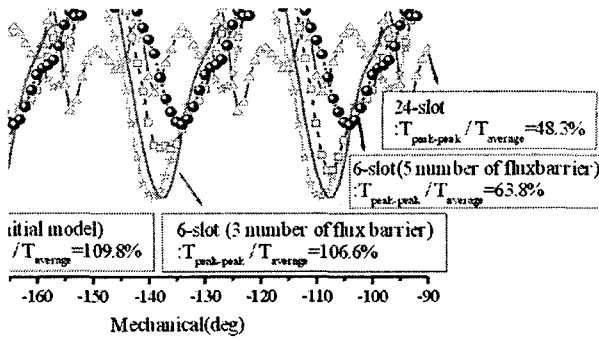


그림 4 토크리플의 해석 결과
Fig. 4 Result of Torque analysis

표 5 최적 결과
Table 5 Optimized results

설계변수에 대한 최적해			관측값 (FEA)	관측값 (FEA)	최적값 (RSM)
			평균토크	토크리플	토크리플
초기 모델	L1	3.456 (mm)	0.2013 (Nm)	109.8 (%)	111 (%)
	L2	3.471 (mm)			
3개의 자속 장벽	L1	3.514 (mm)	0.2075 (Nm)	106.7 (%)	106.6 (%)
	L2	3.529 (mm)			
4개의 자속 장벽	L1	3.317 (mm)	0.2097 (Nm)	98.7 (%)	98.1 (%)
	L2	2.001 (mm)			
	L3	3.140 (mm)			
5개의 자속 장벽 (최적 모델)	L1	2.757 (mm)	0.2335 (Nm)	64.2 (%)	63.8 (%)
	L2	1.870 (mm)			
	L3	1.870 (mm)			
	L4	2.633 (mm)			

6. 결 론

본 논문은 집중 권선 SynRM의 자속장벽수에 따라 토크 리플을 감소시키기 위해 RSM을 이용한 최적 설계 방법을 제시하였다. 빠른 설계를 위해서 자동으로 형상변화에 따르는 CAD파일을 작성하고 선처리 작업을 하는 프로그램을 설계 프로그램에 포함하여 설계시간을 단축하였다. 초기설계로부터 시작하여 최적의 설계값이 선택되었다. RSM은 SynRM과 다른 기기의 최적 설계를 위해 최적화 된 방법으로 고려되어질 수 있다.

감사의 글

본 연구는 산업자원부에서 시행하는 연구 개발 프로그램의 지원에 의한 연구로서, 관계부처에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- [1] Y. K. Kim, Y. S. Jo, J. P. Hong "Approach to the shape optimization of racetrack type high temperature superconducting magnet using response surface methodology", Cryogenics, Vol41, No 1, pp39~47, 2001
- [2] S. J. Park, S. J. Jeon, J. H. Lee, "Optimum design criteria for a synchronous reluctance motor with concentrated winding using response surface methodology", The 15th Conference on the Computation of Electromagnetic Fields CH_B_20, 2006.
- [3] S. B. Kwon, S. J. Park, J. H. Lee, "Optimum design criteria based on the rated watt of a synchronous reluctance motor using a coupled FEM & SUMT", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 41, No. 10, pp. 3970~3972, 10. 2005.
- [4] Raymond H. Myers and Douglas C. Montgomery, "Response Surface Methodology", Process and Product and Optimization Using Design Experiments, JOHN WILEY & SONS, 1995.
- [5] A.I.Khuri and J.A.Cornell, Response Surface: Design and Analyzes, New York: Marcel Dekker, 1996.

저 자 소 개



박성준 (朴聲準)

1979년 4월 22일생. 2005년 한밭대학교 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기공학과 석사과정
Tel : 042-821-1626
E-mail : robinpjm@naver.com



이중호 (李重浩)

1968년 8월 21일생. 1993년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1999년 9월 ~2000년 2월 한양대학교 부설 산업과학연구소 선임 연구원. 2000년 3월 ~2월 도립충북과학대학 전기과 전임강사. 2002년 3월~현재 국립한밭대학교 전기공학과 조교수
Tel : 042-821-1098
E-mail : limotor@hanbat.ac.kr
Home page : www.motorlovelab.com