

# 움직임을 고려한 전기기기의 유한요소기법에 관한 연구

論文  
55B-12-1

## A study on Moving Surface Method to Consider a Motion of Electrical Machine with Finite Element Method

元聖弘<sup>\*</sup>·任承彬<sup>\*</sup>·裴在男<sup>\*\*</sup>·金明鎮<sup>\*\*\*</sup>·李柱<sup>†</sup>

(Sunghong Won · Seoungbin Lim · Jaenam Bae · Myungchin Kim · Ju Lee)

**Abstract** - As one of numerical methods, the Finite Element Method (FEM) is very widely used to analyze electrical machines these days. However, the most electrical machines have a motion and it is very important to consider a motion in electrical machine analysis. In this paper, Moving Surface Method is suggested as a new approach to consider a motion and discuss its advantages and disadvantages. And also, a finite element analysis program which applied Moving Surface Method is developed and we evaluate its results compared with experimental results of a real model.

**Key Words** : Finite element method, Moving Surface method, Motion

### 1. 서 론

전기기기의 설계 및 해석기법은 유도전동기 발명 이후 120년에 걸쳐 다양한 형태로 발전해 왔다. 최근에는 컴퓨터의 획기적인 발달에 힘입어 전기기기의 해석과 설계에 컴퓨터에 의한 수치해석기법이 많이 활용되고 있으며, 10여 년 전부터는 이러한 수치해석 기법이 실제 기기의 해석에 중요한 기법으로 활용되고 있다[1]. 수치해석기법에는 유한요소법(Finite Element Method), 경계요소법(Boundary Element Method), 유한차분법(Finite Difference Method), 적분법(Integral Method) 등이 있으며 유한요소법은 미분방정식에 변분원리 혹은 가중잔차법을 적용하여 시스템을 해석하는 방법으로, 복잡한 구조나 다양한 매질특성에 대하여 적용이 용이하고 비교적 일반화된 프로그램으로 구현이 가능하기 때문에 현재 가장 광범위하게 사용되고 있는 해석기법이다.

유한요소법을 적용하기 위해서는 우선 해석 대상을 유한 개의 요소로 나누는 과정이 필요한데 전기기기 중 정지기를 제외한 회전기 혹은 선형기는 시간에 따라 회전자 혹은 이동자가 고정자에 대해 상대적인 운동을 하게 되므로 요소의 일그러짐이 발생하게 된다. 전기기기에 있어 움직임이 발생하는 부분은 회전자 혹은 이동자이나 요소의 변형이 발생하는 곳은 움직이는 영역과 고정된 영역의 경계인 공극에서이다.

일반적으로 2차원 유한요소 해석에서 삼각형 요소를 쓸 때, 요소가 정삼각형에 가까울수록 해의 정밀도가 높아지므

로 공극요소의 일그러짐은 유한요소 해석결과의 정밀도를 떨어뜨리게 되는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위해 움직임의 발생 시 요소의 일그러짐이 크게 되면 요소를 재분할 해주거나, 처음부터 공극에서는 요소를 나누지 않고 다른 기법과 커플링 하는 방법을 쓸 수 있다.

커플링을 하는 방법으로는 경계요소법과 커플링 하는 방법[2], 해석적인 방법과 커플링 하는 방법[3] 등이 있으며 이러한 방법들을 쓸 경우에는 전체 시스템 행렬의 대칭성이 깨지거나 회소성이 사라질 수 있으며 결과식인 시스템행렬의 대역폭이 커지는 단점이 있다.

커플링을 하지 않고 요소를 재분할 해 주는 방법에는 현재 가장 많이 쓰이고 있는 방법으로 Moving Band기법이 있다[4][5]. Moving Band기법은 공극에 정지한 부분과 이동하는 부분의 사이의 이동라인 주위에 Band를 두어 Band내의 경계부분의 요소들만을 간단하게 재분할 해주는 방법으로, 해석상의 각 스텝에 따라 이동라인상의 요소 절점들의 관계만 재설정 해줌으로써 쉽게 이동자의 이동을 표현할 수 있다. 그러나 이 방법의 단점은 이동라인 상의 요소의 간격과 이동스텝이 같을 경우를 제외하고는 요소의 일그러짐이 나타나 후처리과정에서의 여러 가지 오차를 가져오게 하는 요인이 된다.

여기서 공극에서 일어나는 요소의 일그러짐 문제를 좀 더 깊이 고찰해 보면 커플링 기법이나 요소 재분할과정 없이 문제를 해결할 수 있는 방안을 찾을 수 있다. 움직임을 고려한 해석 시, 해석 영역은 움직이는 부분과 정지한 부분을 경계를 기준으로 나누어 볼 수 있는데 경계면에서는 서로가 서로를 참조 할 수 있으며 이러한 특성을 이용하면 요소 재분할 과정이 필요치 않게 된다. 즉, 해석영역을 둘로 나눠 독립적으로 생각한 다음 움직임을 적용 해주고 움직임이 발생한 영역의 요소들 중 경계에 접해 있는 요소들과 정지한 영역의 요소들 중 경계에 접해 있는 요소들의 관계를 이용해 독립적으로 생각했던 두 영역을 이어주는 것이다. 이 기

<sup>†</sup> 교신저자, 正會員 : 漢陽大 電氣工學科 副教授  
E-mail: julee@hanyang.ac.kr

\* 正 會 員 : 漢陽大學 電氣工學科 博士課程

\*\* 學 生 會 員 : 漢陽大學 電氣工學科 碩士課程

\*\*\* 正 會 員 : 國防과학연구소

接受日字 : 2006年 7月 20日

最終完了 : 2006年 10月 30日

법을 Moving Surface기법이라 한다.

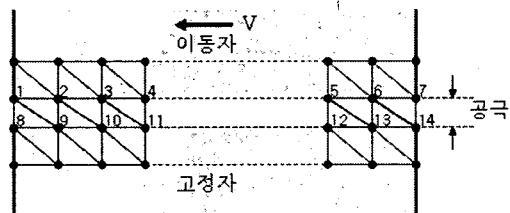
본 논문에서는 위에서 언급한 Moving Surface기법에 대해 좀 더 세밀하게 고찰하고, 이를 유한요소해석에 적용해 해석을 하고 그 결과를 실험값 및 기준에 쓰던 Moving Band기법을 이용한 결과와 비교해 그 장단점을 검증하였다.

## 2. 본 론

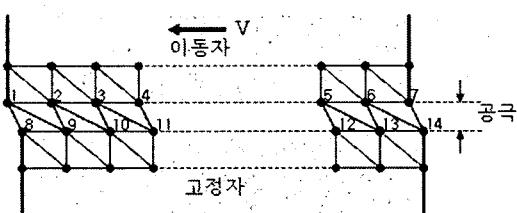
### 2.1 Moving Band기법

Moving Band기법이란 이동을 고려한 해석 시 요소를 효율적으로 재분할 해 주는 방법으로써, 해석영역 전체에 대해서 요소를 분할하지 않고 일정 영역을 가지는 Band를 기준으로 이동영역과 고정영역을 구분하고 Band내의 요소들의 절점관계만 재설정 해줌으로써 쉽게 이동영역의 이동을 표현하는 방법이다. 이를 위해 선 처리 작업 시 일정한 폭을 가지는 Band를 만들고 Band의 양 경계 상에 존재하는 절점들의 간격을 일정하게 주고 요소를 생성한 다음(즉 Band내의 요소는 일정한 형상을 가지게 됨), 해석상의 각 이동 스텝에 따라 Band내의 요소들의 절점관계들만 재설정해 주게 된다.

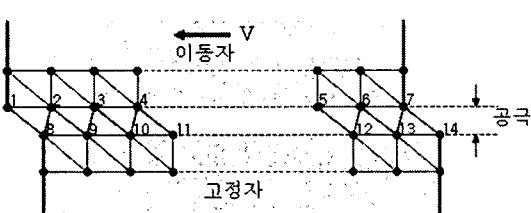
그림 2.1은 Moving Band기법에 의한 요소 재분할 과정을 나타낸 것이다. 그림 2.1(a)은 초기 요소형상을 나타내고 있으며 이동자가 이동할 경우 이동거리가 공극상의 절점거리의 1/2미만인 경우에는 그림 2.1(b)과 같이 요소와 요소를 구성하는 절점들의 관계는 변하지 않고 절점들의 좌표값을



(a) 초기 요소형상



(b) 이동이 공극상의 절점거리의 1/2보다 작은 경우



(c) 이동이 공극상의 절점거리의 1/2보다 큰 경우

그림 2.1 Moving Band기법을 이용한 요소 재분할 과정

Fig. 2.1 Element re-meshing process using the moving band method

이동거리만큼 이동시켜줌으로써 이동을 표현하게 된다. 이동거리가 공극상의 절점거리의 1/2이상인 경우에는 요소들의 과도한 씨그러짐을 방지하기 위하여 그림 2.1(c)과 같이 요소들 간의 관계를 재구성하게 된다. 이 경우 전체 요소 수에는 변화가 없으며, 요소방정식들을 결합하여 만들어진 계방정식의 계수행렬은 대칭성과 Sparsity를 계속 유지하게 된다.

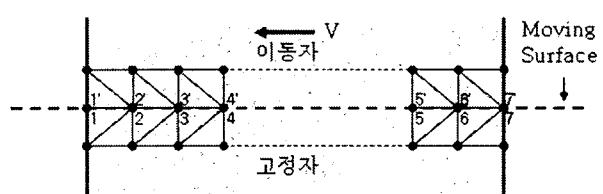
### 2.2 Moving Surface기법

Moving Surface기법은 공극에서 요소의 재분할 혹은 재설정 과정이 필요하지 않으며 복잡한 수학적 기법도 필요치 않은 아주 간단한 방법이며 적용하기도 용이하다.

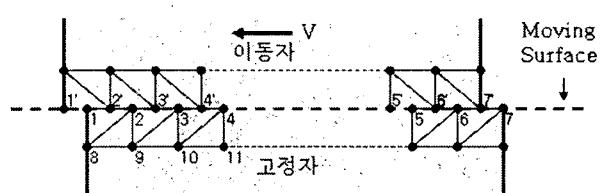
그림 2.2은 Moving Surface기법을 이용했을 경우 요소의 형상을 보여주고 있다. 그림 2.2(a)은 초기요소 형상으로써 고정자와 이동자 그리고 경계면으로 이루어져 있다. 여기서 경계면은 이동하는 영역과 그렇지 않은 영역을 분리하는 면으로써 이 경계면을 기준으로 해석영역을 두 부분으로 나누게 된다. 즉, 경계면상에 있는 절점들은 초기요소 형상에서는 같은 좌표를 가지지만 고정자 측의 번호와 이동자 측의 번호를 따로 부여받게 된다. 그림 2.2에서는 절점번호에 프라임(')을 붙여 이동자 절점번호와 고정자 절점번호를 분리해 두었다.

이제 이동자가 이동을 하면 그림 2.2(b)처럼 변하게 된다. 이 경우 Moving Surface에 존재하는 이동자와 고정자의 절점들이 서로 일치하지 않게 되며 일반적인 유한요소 해석수순을 따라 어셈블리과정을 거치게 되면 고정자와 이동자의 해석 영역이 독립적으로 분리되어 각 영역을 따로 풀어주는 결과를 낳는다. 따라서 Moving Surface기법을 사용하기 위해서는 고정자 영역과 이동자 영역을 이어줄 방안이 필요한데 Moving Surface상에 존재하는 절점들의 포텐셜 관계를 이용하면 된다.

한 요소 내에서 포텐셜 값은 요소를 이루는 절점  $i$ 에서의 포텐셜 값과 보간함수  $N_i$ 의 곱으로 나타난다. 따라서 Moving Surface상에 있는 절점 중 이동자 측에 해당하는 절점에서의 포텐셜 값은 Moving Surface상의 절점 중 고정자 측의 절점에서의 포텐셜 값들의 조합으로 나타낼 수 있



(a) 초기요소 형상



(b) 이동 후 요소 형상

그림 2.2 Moving Surface기법

Fig. 2.2 Moving surface method

다. 예를 들면, 그림 2.2와 같이 2차원 유한요소 해석에서 삼각형 요소를 쓰고 1차원으로 근사한 경우 절점 3'에서의 포텐셜 값을  $A_{3'}$ 이라 하면  $A_{3'}$ 은 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$A_{3'} = N_1 A_2 + N_2 A_3 + N_3 A_9 \quad (2.1)$$

여기서  $N_1, N_2, N_3$ 는 절점 2, 3, 9에서의 보간함수이다.

### 2.3 유한요소 정식화 및 계방정식

#### 2.3.1 유한요소 정식화

유한요소 정식화를 위해서 가장 널리 쓰이고 있는 방법으로는 범함수를 이용한 변분법과 가중잔차법이 있다. 변분법은 유한요소법을 이용한 전자계 해석에 처음으로 도입된 방법이며 다른 응용분야에서는 이미 널리 쓰이고 있던 방법이다[6]. 하지만 실제로로 몇몇 전기기기 해석에 있어 범함수를 구할 수 없거나 범함수가 존재하지 않아 변분원리를 적용할 수 없는 경우가 있다. 하지만 가중잔차법은 이러한 제약이 없어 더 일반적으로 쓰일 수 있으며 그 중 젤러킨법이 주로 쓰이고 있다. 따라서 본 논문에서는 가장 일반적이고 널리 쓰이는 방법인 젤러킨법을 이용하여 유한요소 정식화를 수행하겠다.

변위전류를 무시할 수 있는 준 정상상태에서의 맥스웰 방정식의 미분형 및 보조방정식은 식(2.2)~식(2.5)과 같이 주어진다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.4)$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} + \vec{M}_r \quad (2.5)$$

여기서,  $\vec{H}$ 는 자계의 세기,  $\vec{J}_0$ 는 입력전류밀도,  $\vec{B}$ 는 자속밀도,  $\mu_0$ 는 공기의 투자율,  $\vec{M}$ 은 자화량,  $\chi_m$ 은 자화율,  $\vec{M}_r$ 은 영구자석의 잔류 자화량이다.

자속밀도  $\vec{B}$ 와 자기벡터포텐셜  $\vec{A}$ 와의 관계는 다음 식으로 정의된다.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.6)$$

식(2.5)를 식(2.4)에 대입하고, 식(2.6)의 관계를 이용하여 식(2.2)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J}_0 + \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \vec{M}_r \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{\mu} (\nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}) = \vec{J}_0 + \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \vec{M}_r \quad (2.8)$$

식(2.8)에 Coulomb Gauge조건( $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ )을 적용하면 다음과 같은 자기벡터포텐셜  $\vec{A}$ 에 대한 벡터 푸아송 방정식

을 얻는다.

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \vec{A} = \vec{J}_0 + \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \vec{M}_r \quad (2.9)$$

식(2.9)에 대하여 다음과 같은 가정들을 두고 유한요소 정식화를 수행하면 x-y 평면의 2차원 지배방정식인 식(2.10)이 구해진다.

- (1) z축 방향으로 모든 기하학적, 물리적 현상은 동일하다.
- (2) 해석영역에서 전류와 자기벡터 포텐셜은 z축성분만 가진다.
- (3) 재질의 투자율은 등방성이다.
- (4) 영구자석의 잔류 자화량  $\vec{M}_r$ 은 x,y성분만 존재한다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) &= - \left( J_{0z} + \frac{1}{\mu_r} \left( \frac{\partial M_{ry}}{\partial x} - \frac{\partial M_{rx}}{\partial y} \right) \right) \\ \frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \vec{A} &= \vec{J}_0 + \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \vec{M}_r \end{aligned} \quad (2.10)$$

해석영역을 1차 삼각형 요소로 이산화하고 각각의 삼각요소 내에서의 자기벡터 포텐셜이 선형적으로 변한다고 가정하면, 요소 내에서의 근사값  $A^{(e)}$ 는 식(2.11)과 같다.

$$A^{(e)} = \sum_{i=0}^3 N_{ie}(x, y) A_{ie} \quad (2.11)$$

식(2.11)에서  $N_{ie}$ 는 요소 형상함수이며, 2차원 평면에 대해 식(2.12)과 같이 좌표의 함수로 표현된다.

$$N_{ie}(x, y) = \frac{1}{2\Delta^e} (b_{ie} + c_{ie}x + d_{ie}y) \quad (2.12)$$

여기서  $\Delta^e$ 는 삼각요소의 면적이며,  $b_{ie}, c_{ie}, d_{ie}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} b_{ie} &= x_{je}y_{ke} - x_{ke}y_{je} \\ c_{ie} &= y_{je} - y_{ke} \\ d_{ie} &= x_{ke} - x_{je} \end{aligned} \quad (2.13)$$

요소 내에서의 근사함수  $A^{(e)}$ 를 식(2.10)에 대입하고 젤러킨법을 이용해 각 요소에 대해 정식화 하면 잔차  $I_{je}$ 는 식(2.14)과 같다[7].

$$\begin{aligned} I_{je} &= \int_{S^e} \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} + \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \frac{\partial N_{je}}{\partial y} \right) A_{ie} dx dy \\ &\quad - \int_{S^e} J_{0z}^e N_{je} dx dy - \int_{S^e} \frac{1}{\mu_r} \left( M_{rx}^e \frac{\partial N_{je}}{\partial y} - M_{ry}^e \frac{\partial N_{je}}{\partial x} \right) dx dy \\ &\quad (j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (2.14)$$

식(2.14)을 잔차  $I_{je}$ 가 0이 되도록 하고 행렬로 표현하면 식(2.15)을 얻는다. 여기서 요소행렬의 계수 값들은 다음의 식(2.16), 식(2.17)과 같다.

$$\begin{bmatrix} S_{ij}^{(e)} \end{bmatrix} \{A_{ie}^{(e)}\} = \{F_j^{(e)}\} \quad (2.15)$$

$$S_{ij}^{(e)} = \frac{1}{4\mu\Delta^{(e)}} (c_{ie}c_{je} + d_{ie}d_{je}) \quad (2.16)$$

$$F_j^{(e)} = \frac{J_0^{(e)}}{3} \Delta^{(e)} + \frac{1}{2\mu_r} (M_{rx}^{(e)} d_{ie} - M_{ry}^{(e)} c_{ie}) \quad (2.17)$$

### 2.3.2 계방정식

각 요소에 대해 요소방정식을 구하면, 전체 시스템의 통합된 특성을 표현하기 위해 모든 절점에 대한 요소데이터를 한데 묶어 주어야 하는데 데이터 통합과정은 데이터의 연속성에 근거해 이루어지게 된다. 즉, 서로 인접한 요소가 있으면 공통되는 절점을 가지게 되고 공통된 절점에서 구하고자 하는 미지수(혹은 미지수의 미분)들은 서로 일치해야 한다. 그렇게 함으로써 해석 영역에서의 모든 해는 연속성이게 된다.

위에서 언급한 바와 같이 Moving Surface기법을 사용하면 고정된 영역의 절점들과 이동하는 영역의 절점들이 완전히 분리되고 이 경우 요소방정식들을 연속성에 의거해 어셈블리하면 독립된 행렬 방정식 2개가 나오게 된다. 즉,

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

여기서  $S_{ij}$ 와  $R_{ij}$ 는 각각 고정된 영역과 이동하는 영역에 대한 시스템 행렬 방정식의 계수이며 첨자 2와 3은 각각 고정된 영역의 Moving Surface상의 절점과 움직이는 영역의 Moving Surface상의 절점들을 의미하고 공극에서는 구동 소스가 없으므로  $F_2 = F_3 = 0$ 이 된다. 또한 포텐셜  $A_2$ 와  $A_3$ 는 Moving Surface상의 절점들이므로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$A_3 = bA_2 \quad (2.20)$$

여기서  $b$ 는 사각행렬로써,  $A_3$  벡터 크기를  $n$ ,  $A_2$  벡터 크기를  $m$ 이라고 했을 때,  $n \times m$ 의 크기를 갖는 행렬이다.

식(2.19)에 식(2.20)을 대입하고 식(2.18)과 식(2.19)을 풀어 주게 되면,

$$S_{11}A_1 + S_{12}A_2 = F_1 \quad (2.21)$$

$$S_{21}A_1 + S_{22}A_2 = 0 \quad (2.22)$$

$$R_{11}bA_2 + R_{12}A_4 = 0 \quad (2.23)$$

$$R_{21}bA_2 + R_{22}A_4 = F_4 \quad (2.24)$$

식(2.22)과 (2.23)을 더해 하나의 식으로 표현하고 이를 행렬식으로 나타내면,

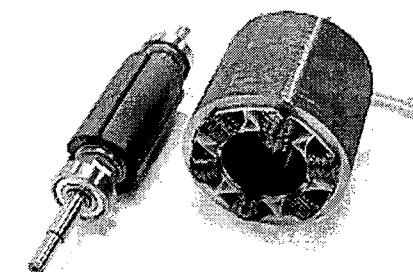
$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} + R_{11}b & R_{12} \\ 0 & R_{21}b & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

어셈블리 결과식인 식(2.25)을 보면 계수행렬이 Moving Surface기법을 쓰지 않았을 때 보다 더 복잡하다는 사실을 알 수 있으며 대칭성을 상실하는 것을 알 수 있다. 일반적으로 비대칭 행렬 방정식을 푸는 알고리즘은 대칭 행렬 방정식을 푸는 알고리즘보다 복잡하며 더 많은 시간을 요구한다. 따라서 대칭성의 상실은 Moving Surface기법의 단점으로 볼 수 있다.

### 2.4 결과비교

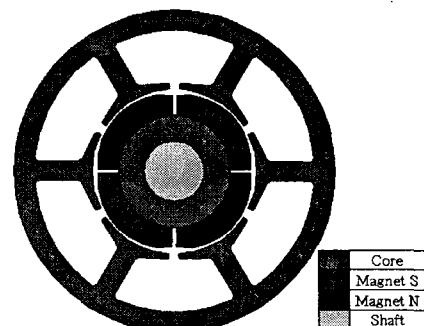
본 논문에서는 해석 결과를 실험치와 비교하기 위해 그림 2.3과 같은 4극 BLDC를 해석 모델로 선정하였으며 기본사양 및 재질은 각각 표 2.1과 표 2.2에 나타내었다. 해석과 실험에 사용된 BLDC는 EPS용의 300W급 모터이며 코킹토크 측정장치를 이용하여 실제 측정된 코킹토크를 해석결과와 비교하였다.

그림 2.4는 Moving Band기법을 사용했을 경우와 Moving Surface기법을 사용했을 경우 스텝각이 Moving Line상의 절점간격과 같을 때와 다를 때 코킹토크의 결과를 실험치와 비교한 그래프이다. 두 경우 모두 Moving Line상의 절점 간격은 기계각 1.5°로 일정하다. 여기서 코킹토크는 Maxwell Stress Tenser법을 이용해 구하였으며 이때 적분경로는 Moving Surface에 인접해 있는 요소 중 정지한 영역에 포함된 요소들을 대상으로 하여 요소의 중앙을 가로지르는 원



(a) 实验模型

(a) Experiment model



(b) 유한요소 해석 모델

(b) Finite element analysis model

그림 2.3 실험 및 해석 모델

Fig. 2.3 Model for Experiment and analysis

표 2.1 BLDC기본사양

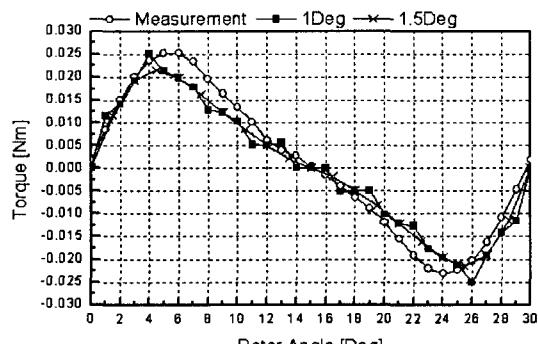
Table 2.1 Specifications of the BLDC

고정자 외경 [mm]	80
고정자 내경 [mm]	41
회전자 외경 [mm]	40.5
축방향 길이 [mm]	70
극 수	4
슬롯 수	6

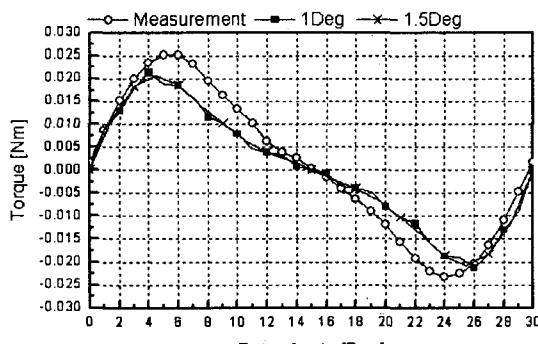
으로 하였다.

Maxwell Stress Tenser법을 이용해 토크를 구할 경우에는 적분경로상의 요소들의 형상이 일정하게 유지되어야 오차가 발생하지 않는데 Moving Surface기법을 사용했을 경우 위치에 따른 요소형상변화는 일어나지 않으므로 Maxwell Stress Tenser법을 사용하는데 큰 무리가 없다. 하지만 Moving Band기법을 사용할 경우 스텝각이 Moving Line상의 절점간격과 일치하지 않으면 요소가 일그러지므로 결과의 왜곡이 발생할 수 있다.

그림 2.4(a)는 Moving Band기법을 사용해 코킹토크를 구한 것인데 스텝각이 Moving Line상의 절점 간격과 일치하지 않았을 경우의 토크 파형은 일치할 경우와 비교해 고조파 성분이 눈에 띄게 증가함을 알 수 있다. 하지만 그림 2.5(b)와 같이 Moving Surface기법을 사용했을 경우는 스텝각이 Moving Line상의 절점 간격과 일치하지 않아도 큰 왜곡은 보이지 않음을 알 수 있다. 이러한 장점은 Transient 해



(a) Moving Band기법을 사용  
(a) Using the moving band method



(b) Moving Surface기법을 사용  
(b) Using the moving surface method

그림 2.4 스텝간격에 따른 토크비교

Fig. 2.4 Torque comparison according to the step variance

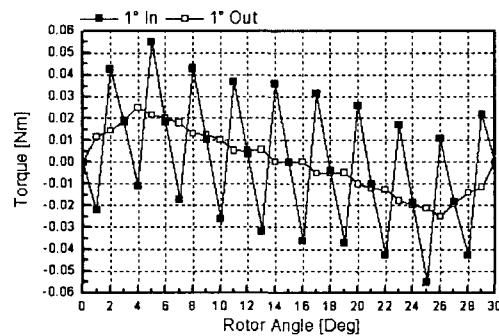
표 2.2 재질

Table 2.2 Material

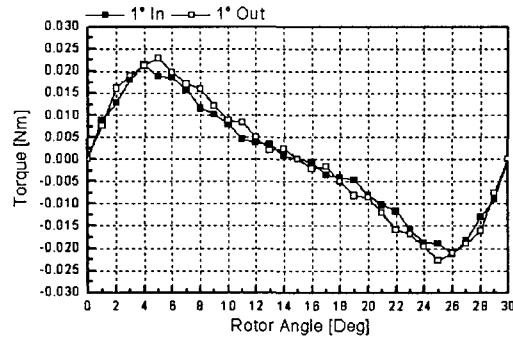
영구자석	잔류자속밀도[T]	0.4
	보자력[A-turn]	303152
	비투자율	1.05
	착자형태	방사방향
철심	S23	

석시의 해의 오차에 크게 영향을 줄 수 있는데, 정지상태에서 정상상태에 이르기까지의 해석을 수행하는 동특성 해석시에는 이동자를 일정한 속도로 움직일 수 없고 순시적으로 변화하는 속도에 따라 이동자를 이동시켜야 하기 때문에 Moving Line상의 절점간격과 일치하도록 스텝각을 정할 수 없다.

그림 2.5은 동일한 해석모델과 해석 조건하에 Maxwell Stress Tenser법의 적분경로를 달리하여 토크를 구해본 것인데 In은 Moving Line에 접해 있는 요소들 중 Moving Line에 내접한 요소들의 중앙을 지나는 원을 적분경로로 택한 경우이고, Out은 Moving Line에 외접한 요소들의 중앙을 지나는 원을 적분경로로 택한 것이다. 그림 2.5(a)과 같이 Moving Band기법으로 해석한 결과는 적분경로를 어떻게 잡느냐에 따라 그 결과가 완전히 달라지는데 변형이 일어나는 요소들을 통과하는 적분경로 즉, In의 경우는 토크 계산을 위한 적분경로로 사용할 수 없을 정도로 결과 왜곡



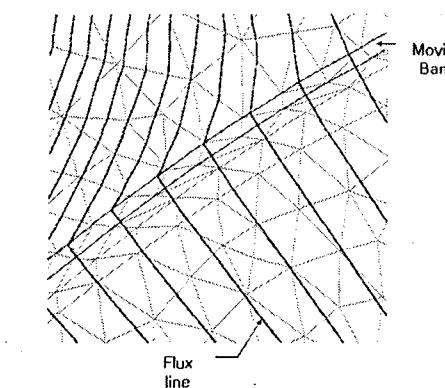
(a) Moving Band기법을 사용  
(a) Using the moving band method



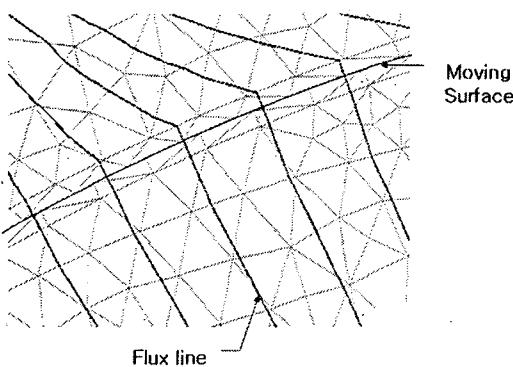
(b) Moving Surface기법을 사용  
(b) Using the moving surface method

그림 2.5 적분경로에 따른 토크비교

Fig. 2.5 Torque comparison according to the integration path variance



(a) Moving band법  
(a) Using the moving band method



(b) Moving surface법  
(b) Using the moving surface method

그림 2.6 Moving Surface기법 사용시 요소형상 및 자속선도  
Fig. 2.6 The mesh shape and fluxline

이 심하다. 반면 그림 2.5(b)과 같이 Moving Surface기법을 사용했을 경우는 요소의 변형이 일어나지 않기 때문에 결과가 적분경로의 영향을 크게 받지 않음을 알 수 있다.

그림 2.6은 Moving band법과 Moving Surface법을 사용했을 경우 Moving Line에 인접해 있는 요소들과 자속선을 보여주고 있다. 그림에서와 같이 고정자와 회전자가 분리되어

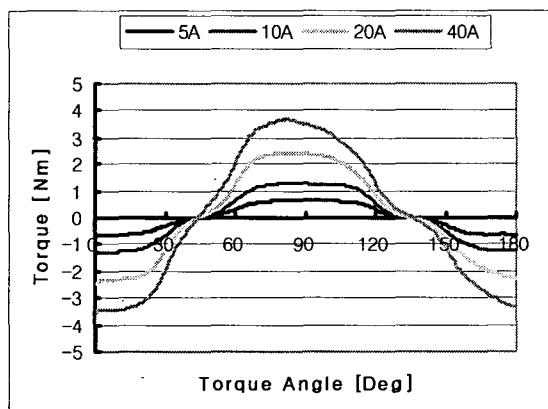


그림 2.7 전류의 크기에 따른 토크특성변화

Fig. 2.7 Torque characteristics according to current value variance

있음에도 불구하고 앞서 설명한 어셈블리 과정을 통해 Moving Surface상을 지나는 자속선은 끊어짐 없이 부드럽게 연결되어 있는 것을 볼 수 있으며, Moving band의 경우는 요소의 일그러짐이 나타난 반면, Moving Surface의 위와 아래의 요소들은 절점들이 서로 연결되어 있지 않아 이동 각도에 관계없이 일정한 요소의 형태를 가지고 있는 것을 볼 수 있다.

일반적으로 인가전류에 의해 해석대상 전동기에 국부포화가 발생할 경우 해석법으로서의 Moving surface법의 유효성을 알아보기 위해 전류의 크기별로 부하각이 달라짐에 따른 토크변화를 그림 2.7에 나타내었다. 전류값이 커짐에 따라 포화의 영향이 나타나고 있음을 확인할 수 있으며, 그림 2.8에서 이때의 자속밀도분포를 볼 수 있다.

표 2.3은 Moving band법과 Moving surface법의 해석시간을 같은 요소와 절점수를 가진 경우에 비교한 것이다. 계행렬의 대칭성이 상실됨으로 인해 해석시간이 증가된 것을 확인할 수 있다. 그러나 상대적으로 공극을 여러 층으로 나누어야 안정된 계산결과를 얻을 수 있는 Moving band법에 비해 Moving surface법은 그보다 적은 층으로 공극을 구성할 수 있고, 같은 결과를 얻기 위해 더 적은 요소수를 필요로 하게 되므로, 단순히 같은 요소수의 해석시간 차이로 생각할 수는 없고, 경우에 따라 장단점이 있음을 알 수 있다.

표 2.3 해석시간 비교

Table 2.3 Comparison of the calculation times

절점수	요소수	해석시간 (sec)	
		Moving Surface	Moving Band
526	978	0.09	0.03
1016	1935	0.27	0.08
1562	2995	0.52	0.16
2047	3941	0.83	0.23
2629	5082	1.36	0.38
3114	6029	1.55	0.65
3664	7111	2.81	0.94
4421	8620	4.30	1.14
5930	11579	9.65	1.92

5.7e-06 3.2e+00

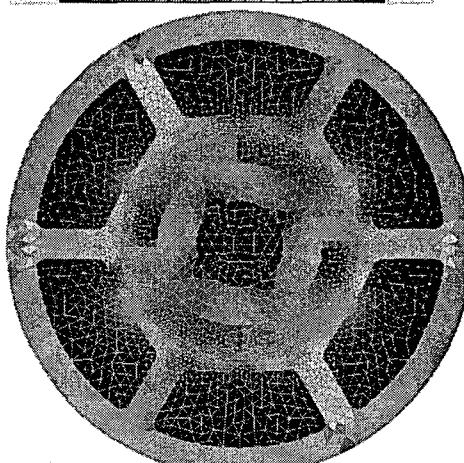


그림 2.8 40A의 전류 인가 시 자속밀도 분포

Fig. 2.8 Flux density distribution at 40A current

### 3. 결 론

본 논문에서는 전기기기의 유한요소 해석 시 움직임을 고려할 수 있는 방법에 대하여 논하였다. Moving Surface기법은 이론적으로 아주 간단해 이해하기 쉬우며 아주 명쾌한 방법이라는 것에는 의심의 여지가 없으나, 실제 구현 시에는 전처리 과정이 Moving Band기법과 같이 요소관계를 재설정해 주는 방법에 비해 약간 복잡해 질 수 있다. 우선 Moving Surface기법을 사용하려면 이동영역의 요소와 고정된 영역의 요소를 분리해 독립적으로 관리해야 하며 Moving Surface상의 절점들의 관계를 부가적으로 저장하고 있어야 한다. 두 영역의 요소를 결합하는 과정에서는 Moving Surface상의 절점들에 대한 관계식을 찾고 이를 연결해 주는 부가적인 작업이 필요하게 된다. 또한 결과식으로 나온 시스템 행렬 방정식의 계수행렬이 일반적으로 비대칭으로 나오기 때문에 행렬식의 대칭성을 이용한 빠른 계산이 어려운 면이 있다. 그럼에도 불구하고 Moving Surface기법은 큰 장점을 가질 수 있는데, 해석 영역을 분리해 두었기 때문에 상대 영역의 요소 정보가 바뀌어도 해당영역의 요소 정보는 바뀔 필요가 없어 Maxwell Stress Tenser법을 이용한 토크계산과 같은 후처리 과정의 적용이 용이하다. 또한 Moving Surface기법을 이용하면 이동라인 경계 상에서 이동영역과 고정영역의 절점의 개수를 일치시킬 필요가 없게 되어 과도상태해석 시에 Adaptive mesh를 사용하기 어려워서 국부 포화로 인하여 발생하는 오차를 줄이기 어려웠던 난점을 해결할 수 있어 앞으로 새로운 용용에 활용될 가능성을 가지고 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 에너지관리공단에서 시행한 프리미엄급 고효율 단상 유도전동기 설계/해석 과제 (과제 번호 : 2005-01-0031-3-010)의 지원으로 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

- [1] 최홍순, "스페이스 매핑과 매개변수 유한요소 해석에 위한 전기기기 설계", 서울대학교 박사학위논문, 2000
- [2] Stefan Kurz, Joachim Fetzer, Gunther Lehner, "An improved algorithm for the BEM-FEM-coupling method using domain decomposition", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, No. 3, May 1995, p.1737-p.1740
- [3] M. J. DeBortoli, M. J. Lee, and S. J. Salon, "Coupling finite elements and analytical solution in the airgap of electric machines", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 27, No. 5, Sep. 1991, p.3955-p.3957
- [4] Byung Il Kwon; Kyung Il Woo; Duck Jin Kim; Seung Chan Park; "Finite element analysis for dynamic characteristics of an inverter-fed PMLSM by a new moving mesh technique", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.36, No. 4, Jul. 2000, p.1574-p.1577
- [5] 정인성, "개선된 수치해석 기법을 이용한 영구자석형 선형기의 특성해석", 한양대학교 박사학위논문, 1999

- [6] Sheppard J.Salon, "Finite element analysis of electrical machines", KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1995
- [7] 임달호, "전기계의 유한요소법", 동명사, 1992

### 저 자 소 개



#### 원 성 흥(元 聖 弘)

1971년 1월 14일생. 1993년 한양대 전기 공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2004년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정  
Tel : (02) 2220-0349,  
E-mail: sagewide@hanyang.ac.kr



#### 임 승 빙 (任 承 彬)

1974년 6월 16일생. 2001년 한양대 전기 공학과 졸업. 2003년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2003년~현재 동대학원 전기공학과 박사과정.  
Tel : (02) 2220-0349,  
E-mail : sblim@hanyang.ac.kr



#### 배 재 남 (裴在男)

1981년 11월 21일생. 2004년 한양대 전자 전기공학과 졸업. 2006년 동 대학원 전기 공학과 졸업(석사).  
Tel : (02) 2220-0349,  
E-mail : baejn81@hanyang.ac.kr



#### 김 명 진 (金明鎮)

1981년 12월 21일생. 2004년 한양대 전자 전기공학과 졸업. 2006년 동 대학원 전기 공학과 졸업(석사). 2006년~현재 국방과학연구소.  
E-mail : sob316@hanmail.net



#### 이 주 (李柱)

1963년 8월 30일 생. 1986년 한양대 전기 공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1988~1993년 국방과학연구소 연구원. 1997년 일본 큐슈대학교 SYSTEM 정보과학연구과 졸업(공박). 1997년 한국철도기술연구원 선임연구원. 1997년~현재 한양대 공대 전자전기공학부 부교수.  
Tel : (02) 2220-0342,  
E-mail : julee@hanyang.ac.kr