

< 논문 >

## 2 자유도 병렬 기구의 비교 연구: 작업영역 최적화 및 기구학적 성능

남윤주\* · 이육형\*\* · 박명관†

(2006년 5월 15일 접수, 2006년 9월 26일 심사완료)

### Comparison Study of 2-DOF Parallel Mechanisms: Workspace Optimization and Kinematic Performance

Yun-Joo Nam, Yuk-Hyung Lee and Myeong-Kwan Park

**Key Words :** Jacobian(자코비안), Kinematics(기구학), Optimization(최적화), Parallel Mechanism(병렬 기구), Workspace(작업영역)

#### Abstract

This paper presents the kinematics and workspace optimization of the two different 2-DOF (Degrees-of-Freedom) planar parallel mechanisms: one (called 2-RPR mechanism) with translational actuators and the other (called 2-RRR mechanism) with rotational ones. First of all, the inverse kinematics and Jacobian matrix of each mechanism are derived analytically. Then, the workspace including the output-space and the joint-space is systematically analyzed in order to determine the geometric parameters and the operating range of the actuators. Finally, the kinematic optimization of the mechanisms is performed with regards to their dexterity, stiffness and space utilization. It is expected that the optimization results can be effectively used as a basic material for the applications of the presented mechanisms to more industrial fields.

#### 1. 서론

병렬 기구는 적어도 두 개 이상의 직렬 부속기구에 의해 이동 가능한 말단효과장치가 고정된 하판과 연결되어 구성된 닫힌 형태의 기구이다.<sup>(1)</sup> 병렬 기구는 직렬 기구에 비해 질량 대비 높은 강성, 빠른 이동속도, 적은 설치 공간과 같은 많은 장점을 가지고 있기 때문에 비행 조정 시뮬레이터, 다축 고속가공기계, 미세수술용 로봇, 그리고 정밀이송장치와 같은 다양한 분야에서 적극 활용되고 있다.<sup>(2-4)</sup> 그러나 병렬기구의 닫힌 구조로부터 기인되는 제한된 작업영역과 복잡한 기구학 해석은 병렬 기구의 주된 결점이다.

이러한 단점을 극복하기 위해, 감소된 자유도

(limited-DOF)를 갖는 병렬기구에 대한 관심이 최근 고조되고 있다.<sup>(5-20)</sup> 이러한 기구들은 지금까지의 완전 자유도(full-DOF)를 갖는 기구들이 요구되는 많은 작업들을 성공적으로 수행할 수 있다. 또한, 상대적으로 적은 수의 관절과 작동기를 포함하기 때문에, 적은 제작비용 및 간단한 제어 알고리즘을 요구한다. 특히, 상대적으로 넓은 작업영역을 가진다는 점은 이들의 큰 장점이다.

제한된 자유도를 갖는 병렬기구들 중 임의의 평면 곡선운동이 가능한 2 자유도 기구는 로봇 분야에서 중요하다.<sup>(5-11)</sup> 이들은 광학 미세조절장치, 초정밀가공 및 반도체 공정기기와 같은 첨단 기계로의 적용이 용이하기 때문에, 새로운 기구뿐만 아니라 기존 기구의 기구학 해석 및 최적설계에 관한 연구는 매우 중요하다. 그럼에도 불구하고, 제한된 자유도를 갖는 기구에 대한 기존 대부분의 연구가 공간 운동하는 3 자유도 병렬기구<sup>(12-20)</sup>로 제한되었던 것이 사실이다.

따라서 본 논문의 목적은 기존의 대표적인 2 자유도 병렬기구들의 작업영역 최적화를 수행하고,

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소  
E-mail : mkpark1@pusan.ac.kr  
TEL : (051)510-2464 FAX : (051)514-0685

\* 회원, 부산대학교 대학원 지능기계공학과

\*\* 부산대학교 기계기술연구소

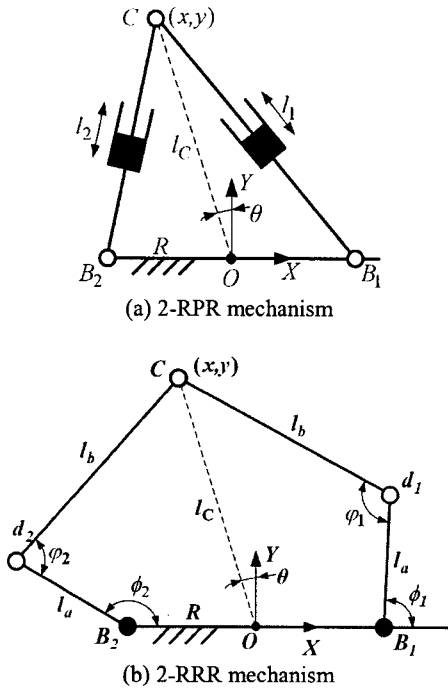


Fig. 1 Kinematic configuration of 2-DOF mechanisms

기구학적 성능을 비교·평가하는 것이다. 제시된 병렬기구들은 2 개의 능동 작동기와 3 개의 수동 회전 관절을 갖는 5 절 링크 기구이다. 이들 중 하나는 직선 작동기를 갖는 반면, 다른 하나는 회전 작동기를 갖는다. 본 논문에서는 먼저, 제시된 2 자유도 병렬 기구들의 역기구학 및 자코비안 행렬이 해석적으로 유도된다. 다음으로, 입력 관절 영역과 출력 작업영역을 해석적으로 유도한 후, 기구학적 최적화를 수행한다. 마지막으로, 제시된 기구들의 유연성(dexterity) 및 강성(resistivity)에 대한 비교 평가가 이뤄진다. 본 논문에서 도출된 결과는 제시된 2 자유도 기구를 보다 다양한 시스템으로의 확대 적용함에 있어 기초적 설계자료로써 적극 활용될 수 있다.

## 2. 기구학 해석

Fig. 1 에 주어진 것과 같이, 본 논문에 제시된 2 자유도 병렬 기구들은 동일한 기구학적 구조를 갖는 두 개의 능동다리와 하판으로 구성된다. 2-RPR 기구(R: 회전관절, P: 직선관절)의 능동다리는 하판 상의 수동회전관절  $B_i (i=1,2)$ 와 말단효과장치로 고려되는 수동회전관절  $C$  를 연결하는 직선작동기  $l_i (i=1,2)$ 의 조합으로 구성된다. 반면, 2-RRR 기구의 능동다리는 하판 상의 능동회전관절  $B_i$  에

부착된 하부 링크  $l_a$ ,  $C$  와 연결될 상부 링크  $l_b$  그리고 이들을 연결하는 수동회전관절  $d_i (i=1,2)$  의 조합으로 구성된다. 이때,  $B_i$  와 연결된 회전 작동기의 구동입력은  $\phi_i (i=1,2)$ 로 표기된다.

기구학 해석을 위해, 기준 좌표계  $O\_XY$  는 하판의 중심  $O$  에 설치된다. 하판에 대한 말단효과 장치의 위치는  $(x, y)$ 로 나타낸다. 또한 기구학 해석의 편의를 위해서,  $O$  와  $C$  의 거리  $l_C = \sqrt{x^2 + y^2}$  및 회전각  $\theta = \arctan(-x/y)$  가 추가로 정의되었다.

### 2.1 역기구학

역기구학은 하판에 대한 말단효과장치의 위치가 주어졌을 때, 모든 입력 관절 변수를 찾는 문제로 정의된다. 제시된 병렬 기구들에 대해서 출력 변수  $(x, y)$  는 주어지는 변수이며, 입력 변수  $(l_1, l_2)$  또는  $(\phi_1, \phi_2)$  은 구해져야 하는 변수이다.

#### 2.1.1 2-RPR 기구

2-RPR 기구의 기구학적 구속관계식은 Fig. 1(a)로부터 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\begin{cases} (x-R)^2 + y^2 = l_1^2 \\ (x+R)^2 + y^2 = l_2^2 \end{cases} \quad (1)$$

위 식으로부터, 제시된 기구의 역기구학 해는 다음과 같이 닫힌 형태(closed form)로 얻어진다.

$$\begin{cases} l_1 = \pm\sqrt{(x-R)^2 + y^2} \\ l_2 = \pm\sqrt{(x+R)^2 + y^2} \end{cases} \quad (2)$$

각 다리의 길이는 실제로 음의 값을 취할 수 없으므로 역기구학 해는 위 식의 ‘±’에서 ‘+’를 선택함으로써 유일하게 결정될 수 있다.

#### 2.1.2 2-RRR 기구

2-RRR 기구의 기구학적 구속관계식은 Fig. 1(b)로부터 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\begin{cases} (x-R-l_a \cos \phi_1)^2 + (y-l_a \sin \phi_1)^2 = l_b^2 \\ (x+R-l_a \cos \phi_2)^2 + (y-l_a \sin \phi_2)^2 = l_b^2 \end{cases} \quad (3)$$

다음의 항등식을 위 식에 대입하여 정리하면,

$$\cos \phi_i = \frac{1-t_i^2}{1+t_i^2}, \quad \sin \phi_i = \frac{2t_i}{1+t_i^2}, \quad t_i = \tan(\phi_i/2) \quad (4)$$

$t_i (i=1,2)$ 에 대한 2차 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$(\gamma_i - \alpha_i)t_i^2 + 2\beta_i t_i + (\gamma_i + \alpha_i) = 0 \quad (5)$$

여기서

$$\alpha_1 = 2l_a(x-R), \quad \beta_1 = 2l_a y,$$

$$\gamma_1 = -(\alpha_1^2 + \beta_1^2)/(4l_a^2) + l_b^2 - l_a^2,$$

$$\alpha_2 = 2l_a(x+R), \quad \beta_2 = 2l_a y,$$

$$\gamma_2 = -(\alpha_2^2 + \beta_2^2)/(4l_a^2) + l_b^2 - l_a^2$$

따라서, 2-RRR 기구의 역기구학 해는 다음과 같이 닫힌 형태(closed form)로 얻어진다.

$$\phi_i = \begin{cases} 2\arctan\left(\frac{-\beta_i \pm \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2 - \gamma_i^2}}{\gamma_i - \alpha_i}\right) & \text{for } (\gamma_i - \alpha_i) \neq 0 \\ -(y_i + \alpha_i)/(2\beta_i) & \text{for } (\gamma_i - \alpha_i) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

이로부터, 제안된 기구의 역기구학 해는 최대 4 개가 존재함을 알 수 있다. Fig. 1(b)와 같은 기구의 형상은 위 식에 포함된 '±'에서  $i=1$ 에 대해 '+',  $i=2$ 에 대해 '-'을 선택하여 얻어진다. 이러한 형상은 다른 형상에서 발생할 수 있는 능동다리간의 기계적 간섭을 배제하기 위해서 선호된다.

## 2.2 자코비안 행렬

주어진 기구들에 대해서, 말단효과장치와 작동기 사이의 속도 입출력 관계식은 기구학적 구속관계식을 시간에 대해 미분함에 의해 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} \quad (7)$$

여기서  $\dot{\mathbf{q}} \in \{[\dot{l}_1, \dot{l}_2]^T, [\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2]^T\}$ 는 작동기의 입력속도벡터,  $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}, \dot{y}]^T$ 는 말단효과장치의 출력속도벡터,  $\mathbf{J}_q \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 역자코비안 행렬,  $\mathbf{J}_x \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 순자코비안 행렬을 각각 나타낸다. 따라서 주어진 병렬 기구의 자코비안 행렬은

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_q \quad (8)$$

로 주어진다.

### 2.2.1 2-RPR 기구

식 (1)을 시간에 대해 미분하면

$$\begin{cases} (x-R)\dot{x} + y\dot{y} = l_1\dot{l}_1 \\ (x+R)\dot{x} + y\dot{y} = l_2\dot{l}_2 \end{cases} \quad (9)$$

이며, 이로부터 역자코비안과 순자코비안 행렬은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{J}_q = \text{diag}(l_1, l_2) \quad (10)$$

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} x-R & y \\ x+R & y \end{bmatrix} \quad (11)$$

기구의 특이점은  $\mathbf{J}_q$ ,  $\mathbf{J}_x$  또는 두 자코비안 행렬이 동시에 특이상태에 놓일 때 얻어지므로, 2-RPR 기구의 특이점은 다음의 관계식으로부터 구해진다.

$$\det[\mathbf{J}] = \det[\mathbf{J}_q] \cdot \det[\mathbf{J}_x] = -2Ry l_1 l_2 = 0 \quad (12)$$

주어진 기구가 요구되는 작업을 수행하기 위해서는  $R \neq 0$  이여야 할 뿐만 아니라 실제 기구의 능동다리의 길이는  $l_i > 0$  이므로 제시된 기구의 특이점은  $y=0$ 에서 얻어진다.

### 2.2.2 2-RRR 기구

기구학적 구속관계식 (3)을 시간에 대해 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$X_i \dot{x} + Y_i \dot{y} = -l_a (X_i \sin \phi_i - Y_i \cos \phi_i) \dot{\phi}_i \quad (i=1, 2) \quad (13)$$

여기서

$$X_1 = x - R - l_a \cos \phi_1, \quad Y_1 = y - l_a \sin \phi_1$$

$$X_2 = x + R - l_a \cos \phi_2, \quad Y_2 = y - l_a \sin \phi_2$$

따라서 제시된 기구의 역자코비안과 순자코비안 행렬은 다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{J}_q = \text{diag}(-l_a (X_1 \sin \phi_1 - Y_1 \cos \phi_1), -l_a (X_2 \sin \phi_2 - Y_2 \cos \phi_2)) \quad (14)$$

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

그러면, 2-RRR 기구의 특이점은 다음과 같이 해석적으로 구할 수 있다..

$$X_1 Y_2 - X_2 Y_1 = 0 \quad \text{or} \quad X_i \sin \phi_i - Y_i \cos \phi_i = 0 \quad (16)$$

전자는 하부 링크와 상부 링크가 평행할 때 얻어지며, 후자는 두 개의 상부링크가 서로 평행할 때 만족된다. 이러한 특이형상은 기구의 작업영역 내에 존재할 수 있으므로 기구의 설계단계에서 적절하게 배제되어야 한다.

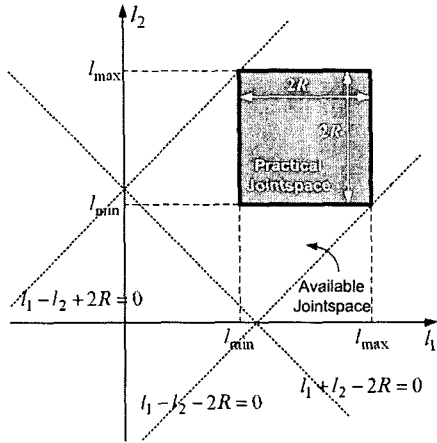
## 3. 작업영역 해석

작업영역은 기구의 기구학적 성능을 평가하는 중요한 요소중의 하나이다. 특히, 병렬 기구는 직렬 기구에 비해 상대적으로 작은 작업영역을 가지므로, 병렬 기구의 작업영역 해석은 매우 중요하다.

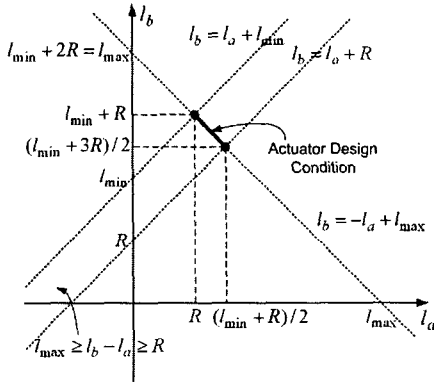
제안된 기구의 작업영역은 기구가 도달할 수 있는 모든 가능한 출력  $(x, y)$ 의 집합으로 정의될 수 있으며, 이는 기구의 구조, 작동기의 구동 범위 그리고 링크의 기계적 간섭에 의해 한정된다.<sup>(21)</sup> 본 논문에서는, 링크와 관절 사이의 기계적 간섭을 배제하기 위해서 말단효과장치의 회전각을  $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 로 제한하였다. 또한 2-RPR 기구의 경우, 작동기의 구동 범위를  $l_1, l_2 \in [l_{\min}, l_{\max}]$ 로 그리고 2-RRR 기구의 경우, 수동 회전관절의 구동 범위를  $\phi_i \equiv \angle B_i d_i C \in [0, \pi]$ 로 추가 제한하였다.

### 3.1 출력 작업영역 (output-workspace)

출력 작업영역의 외부 경계는 적어도 하나의



(a) Practical joint-space for 2-RPR mechanism



(b) Constraints of the design parameters for 2-RRR mechanism

Fig. 2 Joint-Space and geometric constraints for real outputs of the mechanisms

능동다리가 완전하게 펴졌을 때 ( $\varphi_i = \pi$  또는  $l_i = l_{max}$ ) 얻어진다. 내부 경계는 적어도 하나의 능동 다리가 완전히 수축되거나 ( $l_i = l_{min}$ ) 수동 회전관절이  $\varphi_i = 0$  에 도달할 때 얻어진다. 주어진 말단효과장치의 회전각  $\theta$  에 대해서, 하판의 중심  $O$  에서  $C$  까지 최대도달가능거리  $l_{CM}$  및 최소도달가능거리  $l_{Cm}$  는 기구학적 구속관계식 (1)과 (3) 으로부터 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{cases} l_{CM}(\theta) = -R \operatorname{sgn}(\theta) \sin \theta + \sqrt{\tilde{l}^2 - R^2 \cos^2 \theta} \\ l_{Cm}(\theta) = R \operatorname{sgn}(\theta) \sin \theta + \sqrt{\tilde{l}^2 - R^2 \cos^2 \theta} \end{cases} \quad (17)$$

여기서

$$\tilde{l} = \begin{cases} l_{max} & \text{for 2-RPR} \\ l_a + l_b & \text{for 2-RRR} \end{cases}, \hat{l} = \begin{cases} l_{min} & \text{for 2-RPR} \\ l_b - l_a & \text{for 2-RRR} \end{cases}$$

이때,  $\operatorname{sgn}(\theta)$  는 부호함수이다. 임의의  $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$

에 대해, (17)을 만족시키는  $l_{CM}$  및  $l_{Cm}$  의 실값 (real value)이 항상 존재하기 위한 조건은  $\{\tilde{l}, \hat{l}\} \geq R$  임을 상기하자.

### 3.2 입력 관절영역(input-jointspace)

입력 관절영역은 기구학적 구속관계식으로부터 출력  $(x, y)$  이 항상 실값(real value)으로 얻어질 수 있는 모든 가능한 관절 입력의 집합으로 정의된다.

2-RPR 기구의 경우, 기구학적 구속관계식 (1)을 연립하여 정리하면 말단효과장치의 출력은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{cases} x = (l_2^2 - l_1^2)/(4R) \\ y = \sqrt{l_1^2 - (x - R)^2} = \sqrt{l_2^2 - (x + R)^2} \end{cases} \quad (18)$$

위 식으로부터, 실수  $y$  가 존재하기 위한 조건은 Fig. 2(a)에 도시된 바와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} l_1^2 - (x - R)^2 \geq 0, \quad l_2^2 - (x + R)^2 \geq 0 \\ \Leftrightarrow (l_1 - l_2 + 2R)(l_1 + l_2 - 2R)(l_1 - l_2 - 2R) \leq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

두 개의 능동다리는 동일한 기구학적 구조를 가지므로, 두 개의 작동기가 동일한 구동영역을 가짐과 동시에 기구가 최대크기의 출력 작업영역을 갖기 위해 요구되는 작동기의 구동범위는 다음과 같이 한정된다.

$$R \leq l_{min} \leq l_i \leq l_{max} = l_{min} + 2R \quad (20)$$

여기서 능동다리의 최소 길이  $l_{min}$  는 기구의 작업영역 최적화 단계에서 이용되는 주요 설계변수임을 인지하자.

2-RRR 기구의 경우, 입력관절 ( $\phi_1, \phi_2$ ) 은 출력  $(x, y)$  와 상·하부 링크 길이의 함수로 주어지기 때문에 구속조건을 해석적으로 제시하기 어렵다. 또한, 회전 작동기는 넓은 구동범위를 갖기 때문에, 회전 입력관절이 제시된 기구의 출력 작업영역을 구속하지 않는다. 반면, 수동회전관절  $d_i$  의 구동각  $\varphi_i$  은 기구의 특이형상 회피를 위해서  $[0, \pi]$  로 제한될 뿐만 아니라 다음과 같은 구속 관계식을 가진다.

$$\varphi_i = \arccos \left( \frac{l_a^2 + l_b^2 - l_i^2}{2l_a l_b} \right) \quad (21)$$

따라서 (20)과 (21)의 한계치를 대응시키 정리하면 ( $\varphi_i = 0 \rightarrow l_{min}$ ,  $\varphi_i = \pi \rightarrow l_{max}$ ), 상·하부 링크의 길이는 Fig. 2(b)에 도시된 바와 같이 한정된다.

$$\begin{cases} l_{max} = l_a + l_b \\ R \leq l_b - l_a \leq l_{min} \end{cases} \quad (22) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} R \leq l_a \leq (l_{min} + R)/2 \\ (l_{min} + 3R)/2 \leq l_b \leq l_{min} + R \end{cases}$$

여기서, 위 식은 2-RRR 기구의 작업영역 최적화를 위한 설계변수의 구속조건으로 활용됨을 상기하자.

#### 4. 작업영역 최적화

일반적으로, 병렬 기구는 직렬기구에 비해 상대적으로 작은 작업영역을 갖는다. 따라서 병렬 기구의 작업영역 크기는 최대화되어야만 한다. 그러나, 작업영역을 최대화하기 위한 시도는 기구의 유연성(dexterity) 및 강성(stiffness)과 같은 기구의 기구학적 성능을 저하시킬 수 있다. 따라서, 기구의 작업영역 최적화를 위해서는 작업영역의 질적 평가가 반드시 병행되어야 한다.

##### 4.1 성능지수

본 논문에서는, 작업영역 최적화를 위해 최대화되어야 하는 목적함수로서 다음과 같은 세가지 성능지수를 이용하였다.

1) 전역등방성지수(Global Isotropy Index: GII)<sup>(2,5,7,12)</sup>

$$\eta_1 = \frac{\int_W 1/\kappa dW}{\int_W dW} \quad (23)$$

여기서  $dW$  는 기구의 미소 작업영역이며,  $\kappa$  는 작업영역내의 주어진 위치에서 얻어진 자코비안 행렬 (8)의 조건수(condition number)이다. 또한, 작업영역의 크기  $W$  는 (17)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$W = \int_W dW = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2+\varepsilon}^{\pi/2-\varepsilon} (l_{CM}^2 - l_{Cm}^2) d\theta \quad (24)$$

여기서  $\varepsilon > 0$  는 특이형상을 회피하기 위해 소개된 미소 각을 나타낸다. 전체 작업영역에 걸쳐 평균화된 등방성을 나타내는 이 지수는 말단효과장치가 작업영역 내에서 임의의 방향으로 얼마나 균일하게(uniformly) 이동할 수 있는가를 평가하기 위해 주어졌다.

2) 전역저항성지수(Global Resistivity Index: GRI)<sup>(1, 13)</sup>

$$\eta_2 = \frac{\int_W \omega dW}{\int_W dW} \quad (25)$$

여기서  $\omega = 1/|\det(\mathbf{J})| = |\det(\mathbf{J}^{-1})|$ . 이 지수는 기구가 외부로부터 주어진 힘과 모멘트를 견딜 수 있는 능력, 즉 기구의 위치 정확도(accuracy)와 직결되는 기구의 강성(stiffness)을 평가하기 위해 이용된다.

3) 공간활용지수(Space Utilization Index: SUI)<sup>(18)</sup>

앞서 제시된 두 지수는 작업영역의 크기에 대해 정규화되기 때문에, 병렬기구의 설계에 있어 중요한 작업영역의 크기를 효과적으로 평가하는데 한계를 갖는다. 따라서, 작업영역의 크기에 대한 평가는 다음과 같이 정의되는 공간 활용 지수를 이

용하여 이뤄진다.

$$\eta_3 = \frac{\int_W dW}{S} \quad (26)$$

여기서  $S$  는 전체 작업영역을 둘러싸는 사각형의 최소 넓이를 나타낸다. 따라서, 이 지수는 기구의 완전한 운동을 위해 요구되는 최소 공간에 대한 실제 작업영역의 넓이 비율을 반영한다.

제안된 기구의 최적화는 앞서 제시된 지수들을 복합적으로 고려하여 수행된다. 주어진 성능지수들은 서로 다른 범위 내에 분포될 수 있으므로, 얻어진 값들은 각각의 최대, 최소값을 이용하여 정규화되어야 한다. 따라서, 기구의 최적설계를 위한 복합성능지수(Composite Performance Index: CPI)는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\eta = w_1 \times \hat{\eta}_1 + w_2 \times \hat{\eta}_2 + w_3 \times \hat{\eta}_3 \quad (27)$$

$$\text{여기서 } \hat{\eta}_i = \frac{\eta_i - \min(\eta_i)}{\max(\eta_i) - \min(\eta_i)}$$

이고,  $w_i$  ( $i=1\sim 3$ ) 는 각 지수들의 상대적 중요성을 나타내는 양(positive)의 가중치를 나타낸다. 이러한 복합성능지수는 기구의 실제 크기에 독립적으로 주어지므로 그 결과의 적용에 있어 유연성을 갖는다.

##### 4.2 수치 최적화

작업영역 최적화의 목적은 제시된 복합성능지수를 최대화하는 기구의 설계변수를 결정하는 것이다. 2-RPR 기구의 설계변수는 (20)에 제시된 작동기의 구동한계  $l_{\min}$  과 하판의 크기  $R$  인 반면, 2-RRR 기구의 설계변수는 (22)에 제시된 상·하부 링크의 길이  $l_a, l_b$  및 하판의 크기  $R$  로 주어진다. 따라서 각각의 설계변수를  $R$  에 대해 무차원화 한다면 제안된 기구의 작업영역 최적화 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\text{Maximize } (\eta) \text{ subject to } \begin{cases} (20) & \text{for 2-RPR} \\ (22) & \text{for 2-RRR} \end{cases} \quad (28)$$

이에 대한 수치 계산은 MATLAB 환경에서 이뤄졌으며, 다음과 같은 이산화 합(discrete sum)을 이용하여 적분이 수행되었다.

$$\frac{\int_W I dW}{\int_W dW} = \frac{1/2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [I_{mn}(l_{C,m+1}^2 - l_{C,m}^2) \Delta\theta_n]}{1/2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [(l_{C,m+1}^2 - l_{C,m}^2) \Delta\theta_n]} \quad (29)$$

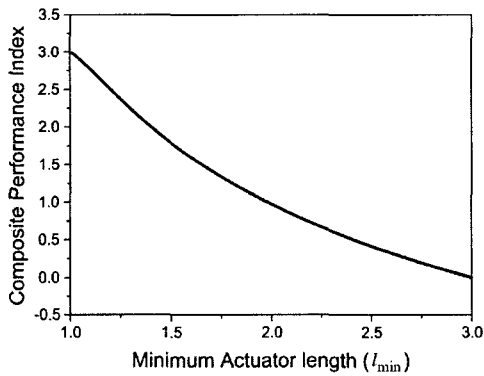
여기서  $l_{C,j}$  는  $O$  에서  $M$  개로 균등 분할된  $l_C \in [l_{Cm}, l_{CM}]$  의  $j$  번째 절점(node)까지의 거리이며,  $\Delta\theta_j$  는  $N$  개로 균등 분할된  $\theta \in [-\pi/2 + \varepsilon, \pi/2 - \varepsilon]$  의  $j$  번째 미소 회전각이다.

**Table 1** Numerical examples of the workspace optimization for the 2-RPR mechanism

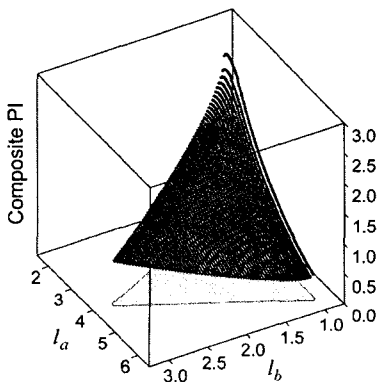
$(w_1, w_2, w_3)$	$l_{min} / R$	$l_{max} / R$	GII	GRI	SUI	CPI
			Max: 0.55592	Max: 0.80577	Max: 0.45157	Max: 2.99388
			Min: 0.22991	Min: 0.437	Min: 0.23765	Min: 0.0
(1, 0, 0)	1.01	3.01	0.55592	0.80577	0.44876	2.98687
(0, 1, 0)	1.01	3.01	0.55592	0.80577	0.44876	2.98687
(0, 0, 1)	1.0	3.0	0.55527	0.80423	0.45157	2.99388
(1, 1, 0)	1.01	3.01	0.55592	0.80577	0.44876	2.98687
(0, 1, 1)	1.0	3.0	0.55527	0.80423	0.45157	2.99388
(1, 0, 1)	1.0	3.0	0.55527	0.80423	0.45157	2.99388
(1, 1, 1)	1.0	3.0	0.55527	0.80423	0.45157	2.99388

**Table 2** Numerical examples of the workspace optimization for the 2-RRR mechanism

$(w_1, w_2, w_3)$	$l_{min} / R$	$l_a / R$	$l_b / R$	GII	GRI	SUI	CPI
				Max: 0.7078	Max: 2.42518	Max: 0.45216	Max: 2.58808
				Min: 0.25832	Min: 0.19528	Min: 0.1607	Min: 0.33213
(1, 0, 0)	2.08	1.39	2.69	0.7078	0.78609	0.29929	1.72942
(0, 1, 0)	1.12	1.0	2.12	0.5669	2.42518	0.42356	2.58634
(0, 0, 1)	1.0	1.0	1.0	0.50139	2.38451	0.45216	2.52255
(1, 1, 0)	1.36	1.0	2.36	0.62059	2.36238	0.38094	2.52834
(0, 1, 1)	1.3	1.06	2.24	0.63349	1.63565	0.39044	2.26439
(1, 0, 1)	1	1.0	1.0	0.50139	2.38451	0.45216	2.52255
(1, 1, 1)	1.15	1.0	2.15	0.57756	2.424	0.41744	2.58808



(a) 2-RPR mechanism



(b) 2-RRR mechanism

**Fig. 3** Composite performance indices

또한,  $I_{mn} \in \{1/\kappa, \varpi\}$  은 작업영역의 내·외부 경계 사이를 균일하게 분할하여 형성된  $(m, n)$  절점에서 계산된 성능지수를 나타낸다. 본 논문에서 이용된 분할 요소의 개수는  $(M, N) = (200, 300)$  이며, 이로부터 얻어진 결과에 대한 수치오차가 3%의 이내일 것으로 추정되었다.

가중치의 선택에 따른 2-RPR 기구와 2-RRR 기구의 성능지수 및 이에 대응하는 설계변수들은 Table 1 과 2 에 각각 제시되었다. 이러한 결과는 가중치의 선정이 최적의 설계 변수에 미치는 영향을 보여줄 뿐만 아니라 각 성능지수들이 기구의 특성에 미치는 영향력을 판단하는데 유용한 기초자료로 활용될 수 있다. 2-RPR 기구의 경우, 가중치에 따른 각각의 성능지수들의 변동폭이 최대값을 기준으로 최대 0.62% 이내로 매우 작다. 반면 2-RRR 기구의 경우, GII 는 최대 29.16%, GRI 는 67.59%, SUI 는 33.81%로 가중치에 따라 그 변동폭이 매우 크다. 이로부터, 2-RPR 기구에 비해 2-RRR 기구가 복합성능지수(CPI)를 선정함에 있어 더 많은 유연성을 가짐을 알 수 있다. 따라서, 2-RRR 기구의 설계변수는 기구의 적용 분야 및 사용 목적에 따라 적절하게 결정되어야 한다. 한편, 두 기구 모두 (23), (25) 그리고 (26)이 함께 고려된 경우에 최대 CPI 를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이는 복합성능지수 (27)이 본 논문에서 제시된 2 자유도 병렬 기구들의 작업영역 최적화에 적합함을 의미한다.

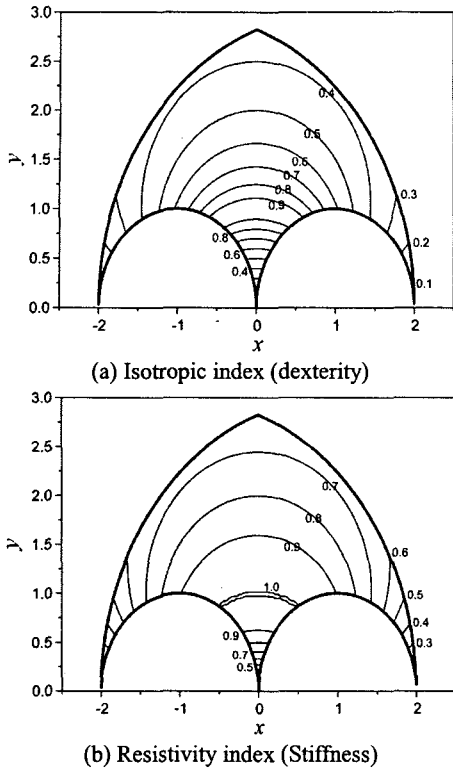


Fig. 4 Local performance indices of 2-RPR mechanism

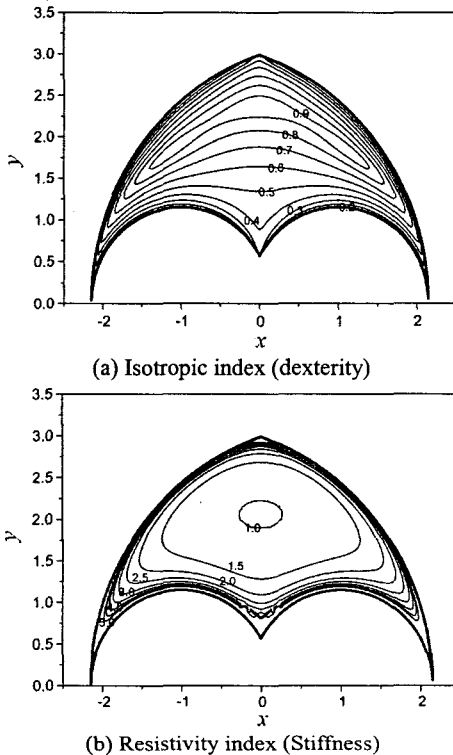


Fig. 5 Local performance indices of 2-RRR mechanism

뿐만 아니라 모든 지수가 고려될 때, 각각의 성능 지수가 그것의 최대값에 대해 근접한 결과를 제공한다. 따라서, 본 논문에서는 2-RPR 기구와 2-RRR 기구의 최적 설계치를 각각  $(l_{\min}/R, l_{\max}/R) = (1.0, 3.0)$  와  $(l_a/R, l_b/R) = (1.0, 2.15)$  로 선정하였다. Fig. 3 은 모든 성능지수를 고려했을 때 얻어진 설계변수에 따른 복합성능지수를 보여준다.

Fig. 4 는 최적화된 2-RPR 기구의 지역(local) 등방성지수 및 지역저항성지수를 각각 보여준다. Fig. 4(a)의 등방성 지수로부터, 기구의 말단효과장치가  $x$  축 근처( $y \approx 0$ )에 도달할 때 기구가 특이형상에 놓임을 확인할 수 있으며, 이는 식 (12)의 특이점 해석결과와 일치한다. 이러한 특이점은 작업영역의 첨단부분 근처에 존재하므로 실제 기구의 작업 경로 계획 단계에서 쉽게 배제될 수 있다. 또한, Fig. 4(b)의 저항성 지수로부터 기구가 특이점 근처에 놓일 때 기구의 저항성이 급격하게 감소함을 알 수 있다. 이는 (25)의 저항성  $\omega$  를 고려할 때, 기구가 특이점 근처에서 특정 방향으로 매우 큰 조작성(manipulability)을 가짐을 간접적으로 보여준다. 뿐만 아니라 등방성 지수와 저항성 지수의 등고선이 거의 유사한 형태로 전체 작업영역 내에 분포되어 있음을 확인할 수 있다. 이는 Table 1 에서 보여주듯이, 복합성능지수의 가중치 선정이 기구의 성능에 크게 영향을 주지 않는다는 사실과 일치한다.

Fig. 5 는 최적화된 2-RRR 기구의 지역 등방성지수 및 지역저항성지수를 각각 보여준다. 이 기구 또한 말단효과장치가  $x$  축 근처( $y \approx 0$ )에 있을 때 특이형상에 도달함을 Fig. 5(a)의 등방성 지수로부터 확인할 수 있다. 그리고 등고선들이 작업영역의 경계와 비교적 나란히 분포한다는 점에서, 2-RPR 기구에 비해 2-RRR 기구가 더욱 안정적인 유연성(dexterity)을 제시함을 알 수 있다. 또한, Fig. 5(b)의 저항성 지수로부터 기구가 작업영역의 경계에 가까워 질수록 기구의 저항성이 급격하게 증가됨을 확인할 수 있다. 이는 기구가 특이점 근처에 놓일 때 두 회전 작동기의 조작성이 급격하게 감소됨을 의미한다. 그리고 2-RRR 기구가 2-RPR 기구에 비해 작업영역 내부에서 양호한 저항성을 제시할 수 있음을 알 수 있다. 뿐만 아니라 2-RRR 기구는 등방성 지수에 비해 저항성 지수가 더욱 큰 값을 가짐을 알 수 있다. 이러한 특성은 제시된 기구가 유연성 보다는 강성에 대해서 더욱 효과적인 성능을 제시함을 의미한다. Table 2 에 제시된 바와 같이, GRI 만을 이용하여 최적화한 결과가 모든 지수를 이용한 결과와 거의 유사한 GPI

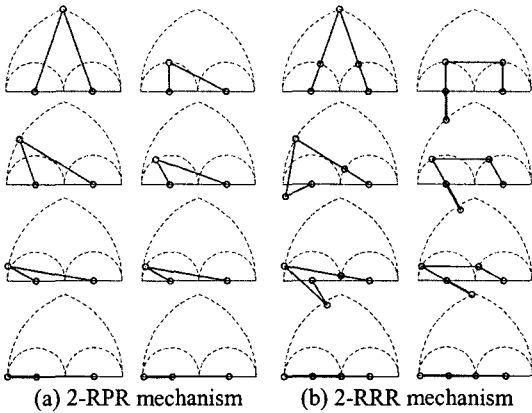
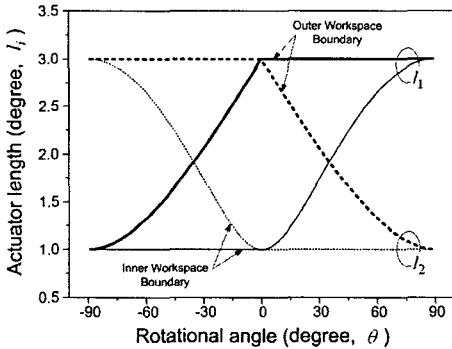
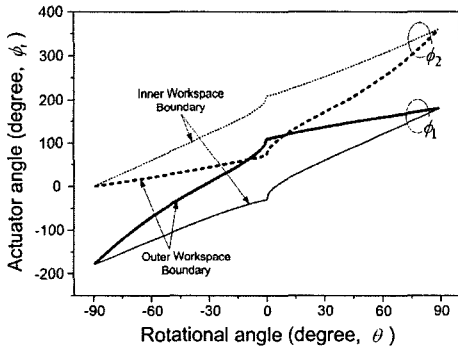


Fig. 6 Workspace and panoramic motions of the optimized mechanisms



(a) 2-RPR mechanism



(a) 2-RRR mechanism

Fig. 7 Operating range of the actuators for the optimized mechanisms according to the rotation angle of the end-effector

를 제시한다는 점에서 이러한 사실은 입증될 수 있다.

Fig. 6 은 말단효과장치가 작업영역의 내·외부 경계를 따라 이동할 때 얻어진 최적화된 기구의 기구학적 형상을 보여준다. 2-RPR 기구의 경우, 작업영역의 모든 경계가 작동기의 구동한계에 의해 생성되며, 특이점형상은 단지 말단효과장치가  $x$

축 위에 놓일 때 얻어짐을 확인할 수 있다. 반면, 2-RRR 기구의 경우,  $x$  축 뿐만 아니라 작업영역의 경계 또한 특이점 궤적과 일치함을 알 수 있다. 따라서 사용자는 작업경로 계획 또는 제어단계에서 2-RRR 기구의 말단효과장치가 작업영역의 경계에 도달하지 않도록 각별히 주의해야 한다.

한편, 말단효과장치가 작업영역의 내·외부 경계를 따라 이동할 때 얻어진 작동기의 입력이 Fig. 7 에 제시되었다. Fig. 7(a)로 부터, 2-RPR 기구의 직선 작동기는 식 (20)에 주어진 구동한계 내에서 작동됨을 확인할 수 있다. Fig. 7(b)는 2-RPR 기구의 회전 작동기가 작업영역의 경계에 도달하는 것을 방지하기 위한 관절 제어입력 계획단계에서 유용한 자료로 활용될 수 있다.

### 5. 결론

본 논문에서는, 동일한 기구학적 구조를 갖는 두 개의 능동다리와 하판으로 구성된 2 자유도 평면형 병렬 기구의 기구학 해석 및 작업영역 최적화가 수행되었다. 제시된 2종의 기구들 중, 2-RPR 기구는 직선 작동기를 가지며, 2-RRR 기구는 회전 작동기를 갖는다.

먼저, 기구의 기구학 해석이 수행되었다. 닫힌해를 갖는 역기구학 식과 기구학적 구속관계식에 기초한 자코비안 행렬이 해석적으로 유도되었다. 다음으로, 말단효과장치의 출력 작업공간과 입력 관절공간 해석에 기초한 기구의 도달가능 작업영역이 제시되었다. 특히, 입력 관절공간 해석으로부터 얻어진 구동입력 및 설계변수의 구속조건은 제시된 기구들의 작업영역 최적화를 위해 매우 효과적으로 이용되었다. 마지막으로, 기구의 유연성, 강성 그리고 공간 활용성이 모두 고려된 복합성능지수를 이용하여 제시된 기구의 작업영역 최적화가 수행되었다. 또한, 최적화된 기구들의 기구학적 성능평가 및 비교연구 결과가 제시되었다. 이러한 결과들은 제시된 2 자유도 기구들을 보다 다양한 응용시스템에 적용함에 있어 중요한 기초 설계자료로써 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

### 참고문헌

- (1) Choi, K. B., 2003, "Kinematic Analysis and Optimal Design of 3-PPR Planar Parallel Manipulator," *KSME International Journal*, Vol. 17, No. 4, pp.528-537.
- (2) Chung, J. -H., Ko, S. -Y., Kwon, D. -S., Lee, J. -J., Yoon, Y. -S., and Won, C. -H., 2003, "Robot-Assisted Femoral Stem Implantation Using an Intramedulla Gauge," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol



- 19, No. 5, pp. 855~892.
- (3) Park, M. K., Lee, M. C., Yoo, K. S., Son, K., Yoo, W. S., Han, M. C., 2001, "Development of the PNU Vehicle Driving Simulator and Its Performance Evaluation," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Seoul, Korea, pp. 2325~2330.
- (4) Wang, J. and Liu, X. -J., 2003, "Analysis of A Novel Cylindrical 3-DOF Parallel Robot," *Robotics and Autonomous System*, Vol. 42, pp. 31~46.
- (5) Huang, T., Li, M., Li, Z., Chetwynd, D. G., and Whitehouse, D. J., 2004, "Optimal kinematic Design of 2-DOF Parallel Manipulators With Well-Shaped Workspace Bounded by a Specified Conditioning Index," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 20, No. 3, pp. 538~543.
- (6) Nam, Y. -J., Lee, Y. -H., and Park, M. K., 2005, "Kinematic Analysis and Optimal Design of 2RPR-RP Parallel Manipulator," *Tran. of the Korean Society of Mechanical Engineering (Part A)*, Vol. 29, No. 11, pp. 1509~1517.
- (7) Gao, F., Liu, X., and Gruver, W. A., 1998, "Performance Evaluation of Two-Degree-Of-Freedom Planar Parallel Robots," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 33, No. 6, pp. 661~668.
- (8) Chung, Y. -H., Lee, J. -W., Sung, Y. -G., and Joo, H. -H., 2001, "Dynamics and Control of 2DOF 5-Bar Parallel Manipulator with Closed Chain," *International Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 2, No. 1, pp. 5~10.
- (9) Liu, X. -J., Tang, X., and Wang, J., 2003, "A Novel 2-DOF Parallel Mechanism Based Design of a New 5-Axis Hybrid Machine Tool," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, pp. 3990~3995.
- (10) Frisoli, A., Prisco, G. M., Salsedo, F., and Bergamasco, M., 1999, "A Two Degrees-Of-Freedom Planar Haptic Interface with High Kinematic Isotropy," *Proc. of IEEE Int. Workshop on Robot and Human Interaction*, Pisa, Italy, pp. 297~302.
- (11) Chung, Y. -H. and Lee, J. -W., 2001, "Design of a New 2 DOF Parallel Mechanism," *Proc. of IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics*, Como, Italy, pp. 129~134.
- (12) Kim, H. S. and Tsai, L. -W., 2003, "Kinematic Synthesis of a Spatial 3-RPS Parallel Manipulator," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 125, pp. 92~97.
- (13) Joshi, S. and Tsai, L. -W., 2002, "A Comparison Study of Two 3-DOF Parallel Manipulators: One with Three and the Other with Four Supporting Legs," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, DC, pp. 3690~3697.
- (14) Carretero, J. A., Podhorodeski, R. P., Nahon, M. A., and Gosselin, C. M., 2000, "Kinematic Analysis and Optimization of a New Three Degree-of-Freedom Spatial Parallel Manipulator," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 122, pp. 17~24.
- (15) Romdhane, L., Affi, Z., and Fayet, M., 2002, "Design and Singularity Analysis of a 3-Translational-DOF In-Parallel Manipulator," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 124, pp. 419~426.
- (16) Gregorio, R. D. and Parenti-Castelli, V., 2001, "Position Analysis in Analytical Form of the 3-PSP Mechanism," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 123, pp. 51~57.
- (17) Wolf, A., Ottaviano, E., Shoham, M., and Ceccarelli, M., 2003, "Application of Line Geometry and Linear Complex Approximation to Singularity Analysis of the 3-DOF CaPaMan Parallel Manipulator," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, pp. 75~95.
- (18) Stock, M. and Miller, K., 2003, "Optimal Kinematic Design of Spatial Parallel Manipulators: Application to Linear Delta Robot," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 125, pp. 292~301.
- (19) Birglen, L., Gosselin, C., Pouliot, N., Monsarrat, B., and Laliberté, T., 2002, "SHaDe, A New 3-DOF Haptic Device," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 18, No. 2, pp. 166~175.
- (20) Liu, X. -J., Wang, J., Gao, F., and Wang, L. -P., 2001, "On the Analysis of a New Spatial Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 6, pp. 959~968.
- (21) Gregorio, R. D., 2002, "Analytic Determination of Workspace and Singularities in a Parallel Pointing System," *J. of Robotic Systems*, Vol. 19, pp. 37~43.