

## 수중 음향 측정을 위한 새로운 임계치 함수에 의한 TI 웨이블릿 잡음제거 기법

### Translation-invariant Wavelet Denoising Method Based on a New Thresholding Function for Underwater Acoustic Measurement

최 재 용†

Jae-Yong Choi

(2006년 9월 8일 접수 ; 2006년 10월 16일 심사완료)

Key Words : Wavelet(웨이블릿), Denoising(잡음제거), Acoustic(음향), Translation-invariant(이동-불변), Thresholding(임계치)

#### ABSTRACT

Donoho et al. suggested a wavelet thresholding denoising method based on discrete wavelet transform. This paper proposes an improved denoising method using a new thresholding function based on translation-invariant wavelet for underwater acoustic measurement. The conventional wavelet thresholding denoising method causes Pseudo-Gibbs phenomena near singularities due to the lack of translation-invariant of the wavelet basis. To suppress Pseudo-Gibbs phenomena, a denoising method combining a new thresholding function based on the translation-invariant wavelet transform is proposed in this paper. The new thresholding function is a modified hard-thresholding to each node according to the discriminated threshold so as to reject unknown external noise and white gaussian noise. The experimental results show that the proposed method can effectively eliminate noise, extract characteristic information of radiated noise signals.

#### 1. 서 론

웨이블릿 이론은 여러 가지 실용적인 응용을 위한 유용한 수학적 도구로서 최근에 다양한 분야에 이용되고 있다. 이중 웨이블릿 기반의 잡음제거 기법이 제시된 후 이에 대한 연구가 최근까지 많이 이루어지고 있다<sup>(1-9)</sup>.

웨이블릿을 이용한 잡음제거 방법은 측정된 신호에 대해 이산 웨이블릿 변환(discrete wavelet transform, DWT)을 수행하여 웨이블릿 계수를 취하고, 이러한 계수에 적절한 임계치를 적용한다. 이는 설정된 임계치보다 작은 계수는 잡음에 의해 발

생한 것으로 간주하며, 임계치보다 큰 계수는 원 신호에 의해 기인한다고 본다. 그리고 나서 웨이블릿 계수로부터 역 이산 웨이블릿 변환(inverse discrete wavelet transform, IDWT)을 취하면 잡음이 제거된 신호를 얻을 수 있다. 임계치 적용 방법은 Donoho 등에 의해 제시된 하드 임계처리와 소프트 임계처리가 있다. 전통적인 웨이블릿 잡음제거 방법은 이산 웨이블릿 변환에 의해 웨이블릿 기저(wavelet basis)의 translation-invariant(TI) 결핍으로 인한 특이점(singularity) 부근에서 Pseudo-Gibbs 현상이라는 인위적인 간섭 현상이 발생한다<sup>(7-9)</sup>. 그러므로 Pseudo-Gibbs 현상을 제거하기 위해 TI 웨이블릿 잡음제거 방법이 Donoho 등에 의해 제시되었다.

이 논문에서는 수중 방사소음 측정시 천이소음과 같은 낮은 신호대 잡음비를 가지는 신호에 대해 유

† 책임저자 ; 정회원, 국방과학연구소  
E-mail : c jy680@add.re.kr  
Tel : (055)540-6834, Fax : (055)542-3737

용한 신호 성분을 추출하기 위해 TI 웨이블릿 기반으로 새로운 임계치 함수를 적용한 잡음제거 기법을 제안한다. 새로운 임계치 함수는 수중 소음 측정시 측정된 신호는 배경잡음 뿐만 아니라 외부잡음도 함께 측정되는 경우가 많으므로 이러한 외부잡음을 제거하기 위해서는 원 신호와 잡음을 구분하여 각 노드별 임계치를 차별화하여 적용하는 다중 하드 임계치 함수이다. 제안된 방법에 의한 타당성은 컴퓨터 시뮬레이션 및 해상실험을 통하여 고찰한다.

## 2. 백색잡음에 대한 TI 웨이블릿 잡음제거

일반적으로 측정 신호는 다음과 같은 수식으로 표현한다.

$$y_i = f_i + z_i \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

여기서  $f_i$ 는 잡음이 없는 원 신호이고,  $z_i$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 백색 가우시안 잡음이다.

Donoho 등에 의해 제시된 웨이블릿 잡음제거는 식 (1)과 같은 측정 신호에 대해 웨이블릿 변환을 수행한 후, 웨이블릿 계수가 어떤 기준 임계치보다 작으면 잡음에 의해 생성된 것으로 간주하여 제거하고, 임계치보다 크면 원 신호에 의해 생성된 것으로 간주하여 복원한다.

이러한 방법은 다음과 같은 3단계를 거쳐 수행된다.

(가) 측정 신호  $y_i$ 를 이산 웨이블릿 영역으로 변환하여 웨이블릿 계수  $C_{j,k}$ 를 얻는다.

(나) 웨이블릿 계수  $C_{j,k}$ 에 다음과 같은 임계치를 적용하여 임계치보다 작은 계수가 제거된 추정  $\hat{C}_{j,k}$ 를 얻는다.

하드 임계치 함수(hard-thresholding function) :

$$\hat{C}_{j,k} = \begin{cases} C_{j,k} & |C_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |C_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (2)$$

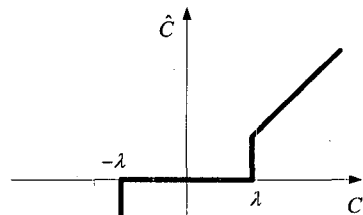
소프트 임계치 함수(soft-thresholding function) :

$$\hat{C}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(C_{j,k})(|C_{j,k}| - \lambda) & |C_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |C_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (3)$$

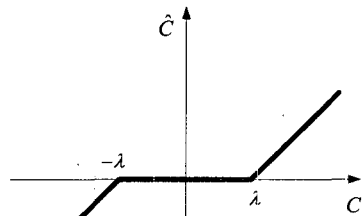
여기서 임계치  $\lambda = \sigma\sqrt{2 \log(N)}$ 이고,  $N$ 은 샘플 수이다. Fig. 1은 위의 두 임계치 함수를 나타낸다<sup>(3)</sup>.

(다) 역 이산 웨이블릿 변환에 의해  $\hat{C}_{j,k}$ 로부터 잡음이 제거된  $\hat{y}_i$ 를 복원한다.

직교 웨이블릿 기저(orthogonal wavelet basis)는 웨이블릿 함수의 확장(scale)과 이동(shift)에 의해 얻어진 기저함수의 집합이다. 기존의 웨이블릿 변환에 의한 잡음제거는 웨이블릿 기저(wavelet basis)의 TI 결핍으로 인한 Pseudo-Gibbs 현상이 발생한다. 이것은 신호 복원시 신호의 특이점 부근에서 오버슈트(overshoot)와 언더슈트(undershoot)가 교대로 나타나는 현상으로 원 신호 고유의 특성이 아니며, 그들의 크기는 특이점의 실제 위치와 밀접한 관계가 있다. 그래서 Donoho와 Coifman은 이러한 현상을 극복하기 위해 TI 잡음제거 방법을 제시했다. 이것은 신호를 강제적으로 이동(shift)시켜 신호의 특성 위치를 변화시킨다. 이를 cycle spinning이라 하며, 이동된 신호를 원 신호와 비교하면 위상변이(phase shift)를 가진다. 이제 이동된 신호에 대해 임계치를 적용하여 잡음제거를 수행한 후 역 웨이블릿 변환시 역 cycle spinning을 수행하면 Pseudo-Gibbs 현상



Hard-thresholding



Soft-thresholding

Fig. 1 Sketch of hard- and soft-thresholding function

이 발생하지 않는 신호를 복원할 수 있다. 이를 수식으로 표현하기 위해 시간 이동 오퍼레이터 (time-shift operator)  $S$ 를 도입하여 식 (1)에 대해  $h$ 만큼 순환 이동 시키면 다음과 같다.

$$S_h(y_{(n)}) = y_{(n+h) \bmod N} \quad (4)$$

이 오퍼레이터는 유니터리(unitary)이므로 가역성을 가진다. 즉,  $(S_h)^{-1} = S_{-h}$ 를 만족한다. 그러나 식 (4)는 모든 신호에 대해 항상 Pseudo-Gibbs 현상을 최소화 시키지는 못한다. 이는 신호가 다수의 불연속성(discontinuity)을 가질 때, 그들은 서로 간섭이 일어날 수 있다. 즉, 하나의 불연속에 대해 최선의 이동(best shift)이 다른 불연속에 대해서는 최악의 이동이 될 수 있기 때문이다. 그러므로 이를 해결하기 위해 이동의 범위를 적용하여 다수의 결과에 대해 평균을 취한다. 이를 평균 이동(averaging shift)라 하며, 이동 범위  $H$ 와 잡음제거 오퍼레이터  $T$ 를 적용하여 TI 잡음제거 기법을 표현하면 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$Ave_{h \in H} S_{-h}(T(S_h(y))) \quad (5)$$

여기서  $H$ 의 최대값은  $N$ 이다.

### 3. 외부 잡음에 대한 새로운 임계치 함수의 TI 웨이블렛 잡음제거 기법

일반적으로 수중 방사소음 측정시 센서에 측정된 신호는 식 (1)과 다르게 표현된다. 즉, 센서에 측정된 신호는 측정하고자 하는 원 신호와 잡음으로 구성되나, 잡음 성분은 가우시안 백색잡음 뿐만 아니라 원하지 않는 외부 잡음이 함께 포함됨으로 이를 표현하면 식 (6)과 같다<sup>(10)</sup>.

$$y_i = f_i + z_i + e_i; \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

여기서  $f_i$ 는 잡음이 없는 원 신호,  $z_i$ 는 평균이 0 이고 분산이  $\sigma^2$ 인 가우시안 백색잡음,  $e_i$ 는 미지의 외부 잡음이다. 그리고 실제 음원의 위치는 알고 있다고 가정한다.

다채널 데이터의 경우에는 채널별 시간지연 차를 측정하여 실제 음원의 위치 추정 가능성이므로, 실제 음원의 위치를 아는 경우, 노드별 다중 임계치를

신호의 위치로부터 거리함수로 표현하여 신호를 선별해내는 것이 가능하며, 새로운 임계치 잡음제거 방법은 Fig. 2와 같이 수행된다.

(가) 획득된 다채널 데이터로부터 fully DWT\_TI를 각각 수행하여 공통의 웨이블렛 트리 구조를 만든다. 정해진 분해수준까지 노드를 분리하되 각 채널별 분리될 노드의 엔트로피 합이 현재 노드의 엔트로피보다 모두 작아야 분리하는 것을 원칙으로 한다. Fully TI의 장점은 미리 cycle spinning의 범위를 결정할 필요없이 자동적으로 전체적인 계산을 수행한다.

(나) 공통의 웨이블렛 트리 구조로부터 각 공통노드 계수의 절대값에 대해 각 채널간의 상관계수를 구하고, 두 채널의 시간지연 차를 식 (7)에 의해 도출한다. 각 노드별로  $n$ 개의 센서로부터  $nC_2$ 개의 상관계수와 시간지연 차를 구할 수 있다.

$$R_{j,m}^{p,q} = |C_{j,m}^p| \otimes |C_{j,m}^q| \quad (7)$$

$$\tau_{j,m}^{p,q} = \{k | \max_k (R_{j,m}^{p,q})\}$$

여기서  $R, \tau$ 는 상관계수와 시간지연이며,  $p, q$ 는 센서 채널이고,  $j, m$ 은 노드 레벨과 인덱스이다.

(다) 식 (7)에서 얻어진 시간지연을 최소자승법에 적용하여 각 노드별 음원의 위치를 추정한다.

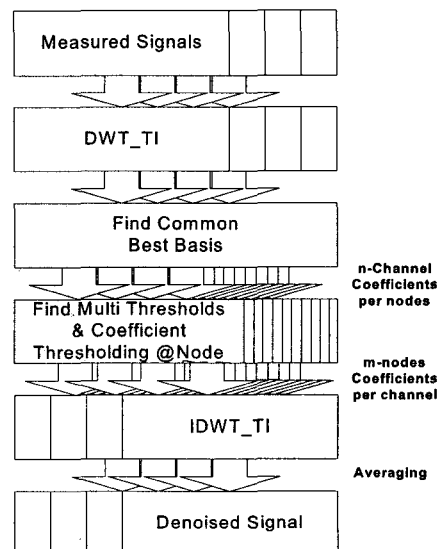


Fig. 2 The block diagram of denoising with a new thresholding

(라) 각 노드별로 추정된 음원 위치와 실제 음원 위치 사이의 거리에 대한 함수로 식 (8)과 같이 제안된 임계치 함수에 의해 하드 임계처리법을 적용하여 음원의 위치에서 발생된 신호만을 추출한다. 이는 추정위치가 원하는 음원위치에 근접하면 해당 노드의 신호를 음원이라고 보고, 그렇지 않으면 추정 위치와 음원위치사이의 거리에 따라 임계치를 높여 해당 노드의 신호를 제거하는 개념이다<sup>(11)</sup>.

$$\lambda_{new} = \xi \sqrt{2 \log(N)} \sigma \quad (8)$$

여기서  $\xi$ 는 임계치 결정 거리함수이다. 이는 추정된

노드의 음원 위치와 실제 음원 위치사이의 거리에 의해 식 (9)와 같이 결정된다. 식 (9)는 실제 음원 위치와 추정된 노드별 음원 위치의 거리 오차에 따라서 임계값을 지수상승 함수로 설정하여 외부 잡음에 의한 영향을 줄인다.

$$\xi = \begin{cases} 1 & d \leq \epsilon \\ \frac{1}{e^m} e^{(m/\epsilon)d} & d > \epsilon \end{cases} \quad (9)$$

여기서  $d$ 는 노드의 음원과 실제 음원사이의 거리이고,  $\epsilon$ 는 거리 오차 경계치(error bound)이며  $m$ 은 0보다 큰 양의 값으로 거리함수의 기울기를 결정한다.

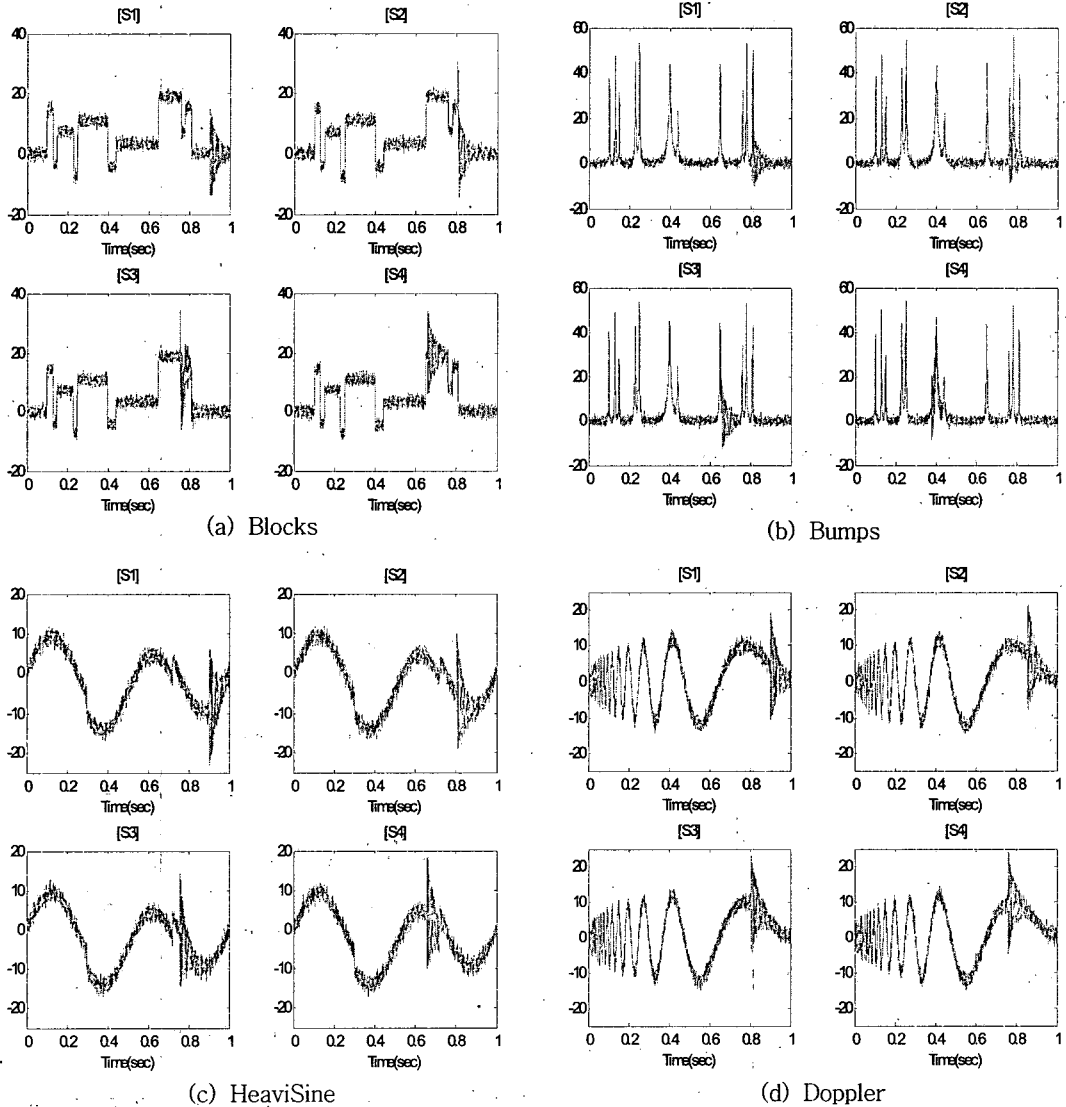


Fig. 3 Measured signals of four channels

(마) 식 (8)에 의해 추정된 웨이블릿 계수에 대해 fully 역 DWT\_TI를 수행한다.

(바) 평균(average)에 의한 최종적인 잡음제거 신호를 얻는다.

#### 4. 실험 및 결과 고찰

##### 4.1 컴퓨터 시뮬레이션

제안된 기법의 타당성을 검증하기 위하여 Table 1 과 같은 모의 신호에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

원 신호는 Donoho 등에 의해 제시된 Blocks, Bumps, HeaviSine 및 Doppler 신호를 사용하였고,

Table 1 Signal for the computer simulation

	Signal type
Original signal	Blocks, Bumps, HeaviSine, Doppler
Gaussian white Noise( $z$ )	$E : 0, \quad \sigma : 1$
External noise( $e$ )	$15 e^{(-30 t)} * \sin(3000 t)$

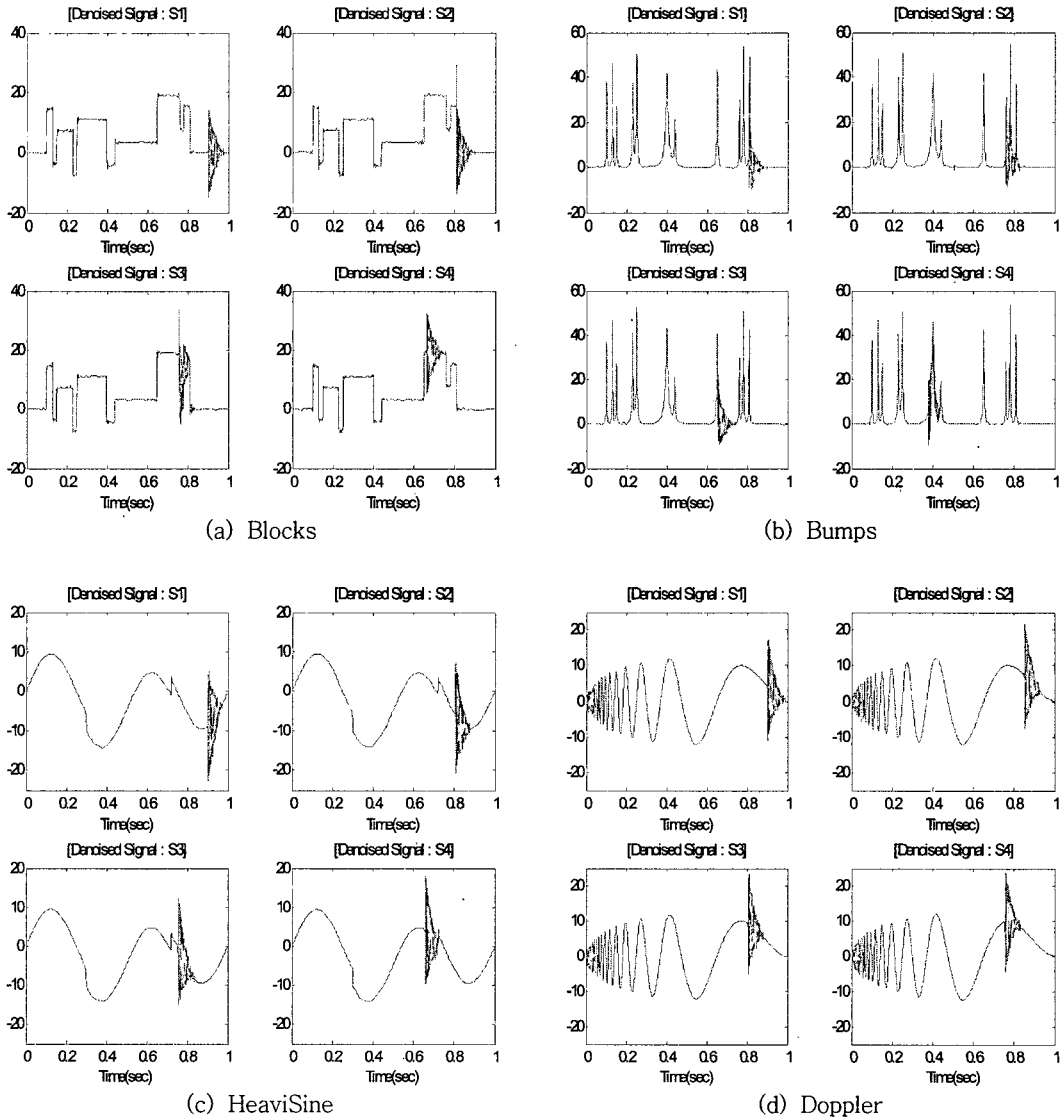


Fig. 4 The denoised signals by the conventional TI

백색잡음은 평균값이 0이고 표준편차가 1이며, 외부 잡음은 쉬프트된 지수감소 신호를 적용하였다. 채널 수는 4개이고, 식 (9)의 임계치 결정 거리함수에서 거리 오차 경계치는 10이고 기울기  $m$ 은 3을 적용하였다.

Fig. 3은 4개의 채널에 수신된 Blocks, Bumps, HeaviSine 및 Doppler 신호로서, 원 신호에 백색잡음 및 시간지연을 가지는 외부 잡음이 섞여있다.

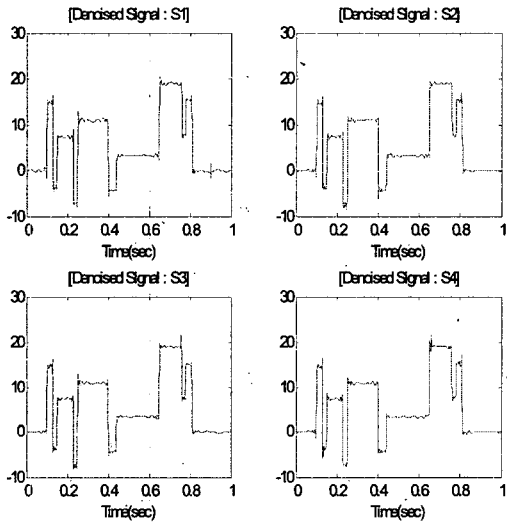
Fig. 4는 측정된 4채널 신호에 대해 기존의 하드 임계치 TI 잡음제거 방식을 적용한 결과이다. 그림에서 볼 수 있듯이 백색잡음은 제거가 되었지만 외

부 잡음은 전혀 제거되지 못하므로 실제 해양에서의 소음 측정에는 적용이 어렵다.

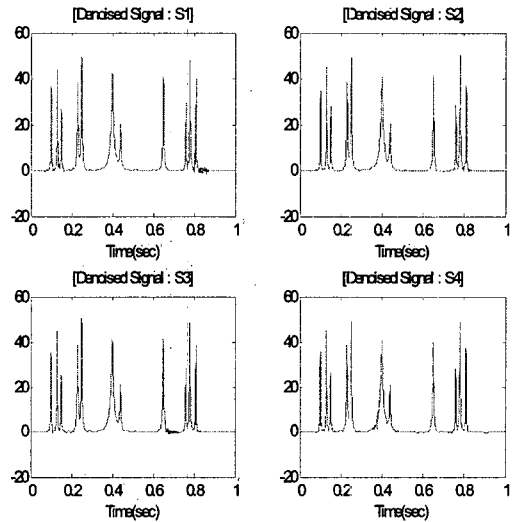
Fig. 5는 측정된 4채널 신호에 대해 식 (8)을 이용하여 임계치를 설정한 후 하드 임계처리법을 수행한 결과로서 Fig. 4와 달리 백색잡음 뿐만 아니라

Table 2 The SNR and RMSE of denoised signals

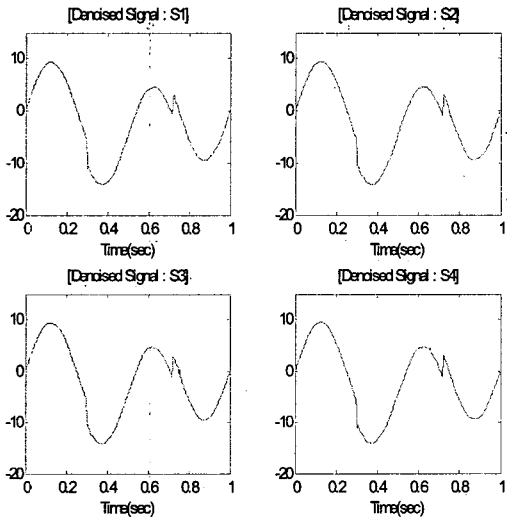
	Blocks	Bumps	HeaviSine	Doppler
SNR	23.10dB	23.27dB	32.00dB	29.61dB
RMSE	25.18	26.72	9.69	13.09



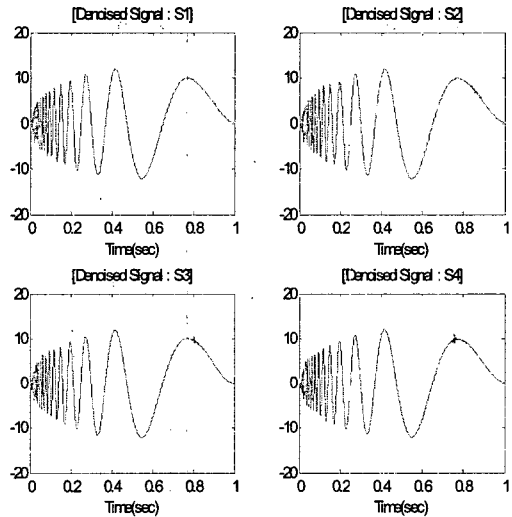
(a) Blocks



(b) Bumps



(c) HeaviSine



(d) Doppler

Fig. 5 The denoised signals by the proposed TI

외부 잡음도 거의 제거되어 원 신호의 특성이 그대로 복원 되었다.

Table 2는 잡음이 제거된 신호의 신호대 잡음비 및 RMSE(root mean square error)로서 네 신호의 신호대 잡음비가 23 dB이상으로 향상되었음을 볼 수 있다.

#### 4.2 해상 실험

제안된 기법을 실제 해상실험을 통하여 검증할 수 행하였다. 센서 배치는 Fig. 6과 같이 음원을 중심으로 50m 떨어진 곳에 4개의 센서를 설치하였고, 신호 확인을 위해 음원으로부터 1m 떨어진 곳에 1개의 센서를 설치하였다.

Fig. 7에서 4개의 센서에 측정된 신호는 배경소음

및 외부 잡음에 의한 낮은 신호대 잡음비로 인하여 측정하고자 하는 원 신호를 거의 볼 수가 없다.

방사된 소음 신호 형태를 살펴보기 위하여 음원으로부터 1m 떨어진 곳에 별도의 센서(S5)를 설치하여 소음을 측정하였다. Fig. 8은 시간영역 및 스펙트럼 신호로서, 측정된 신호는 아주 짧은 시간동안 발생한 선박의 천이소음이다. 그림에서 신호의 주파수 성분은 1.5 kHz 미만의 저주파에서 미약하게나마 신호 성분이 보이지만 배경소음에 의해 거의 분별하기가 힘들다.

Fig. 9는 측정된 신호에 대해 기존의 하드 임계치 TI 웨이블렛 잡음제거를 수행한 결과이다. 1, 3번 센서의 신호 형태는 Fig. 7과 거의 변화가 없으며, 2, 4번 센서의 신호는 약 2.5초 부근에서 천이소음

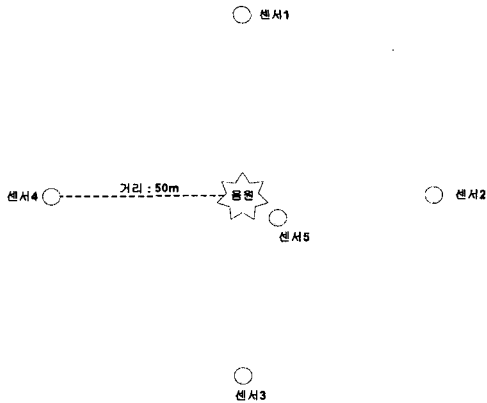


Fig. 6 Sensor configuration for sea-trial

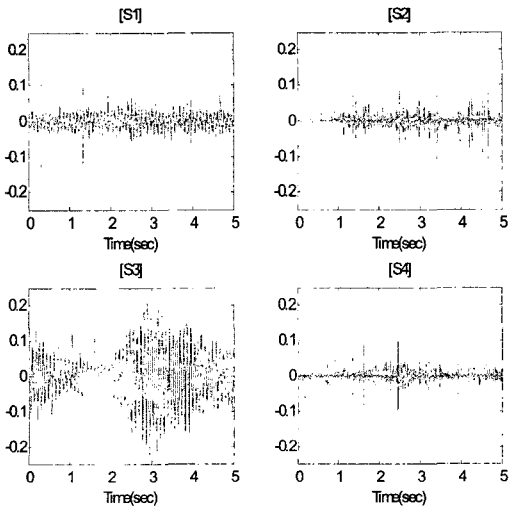


Fig. 7 Measured signals at 50m

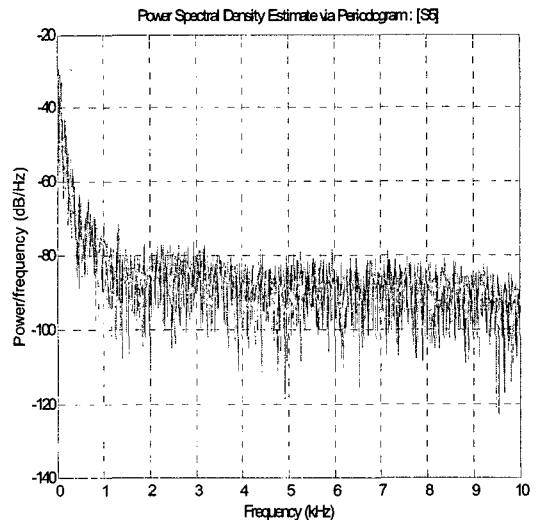
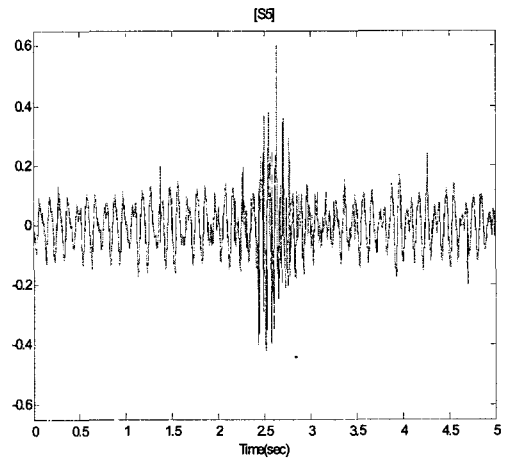


Fig. 8 Measured signal at 1m(S5)

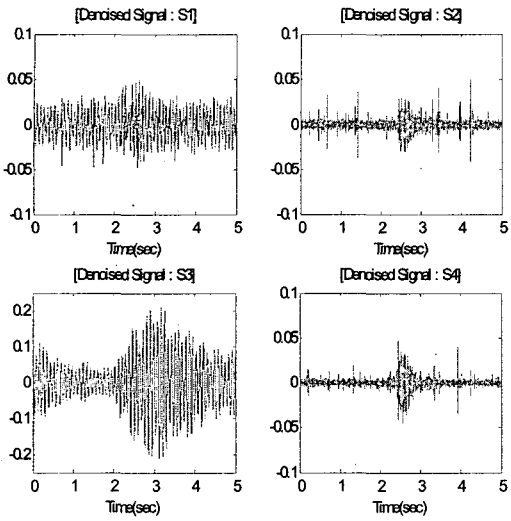


Fig. 9 The denoised signals by the conventional TI

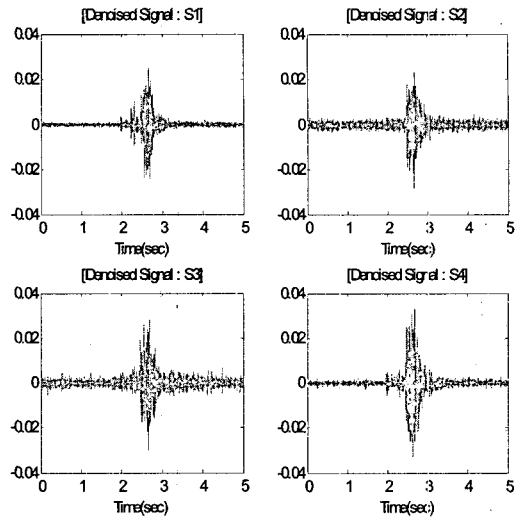


Fig. 10 The denoised signals by the proposed TI

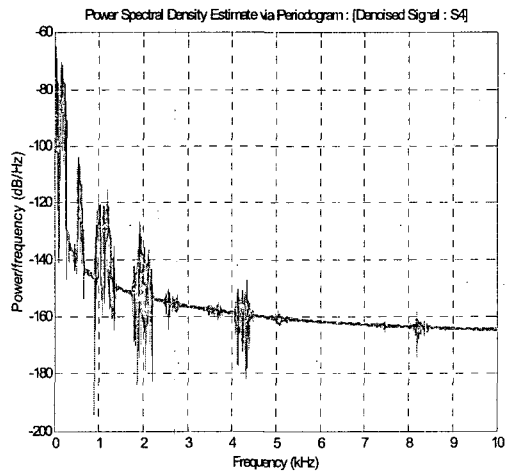
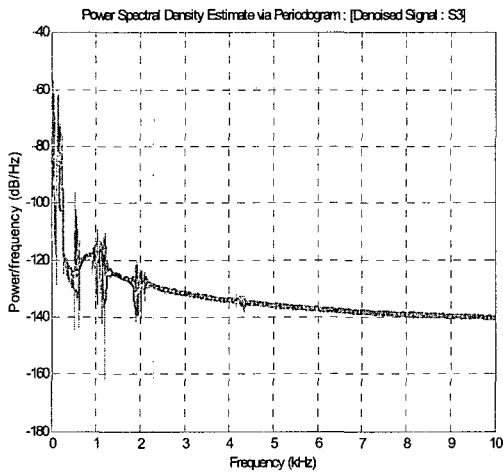
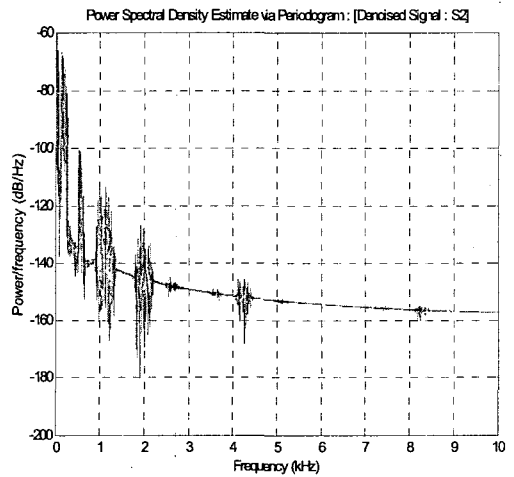
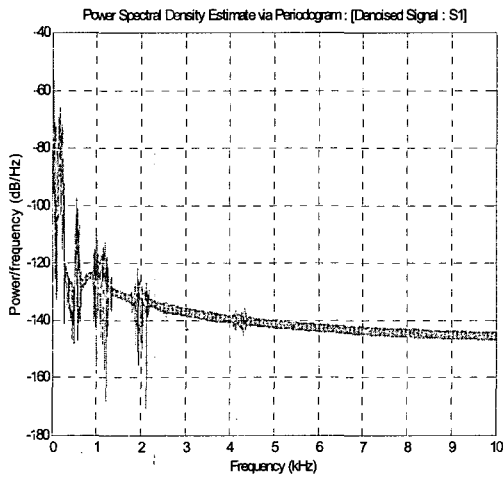


Fig. 11 The spectrum of denoised signals by the proposed TI



Table 3 The SNR of denoised signals

	S1	S2	S3	S4
SNR	23.01 dB	18.98 dB	20.11 dB	26.62 dB

신호 형태가 보이고 있지만 외부 잡음을 제거하지는 못하고 있다.

Fig. 10은 측정된 신호에 대해 제안된 기법을 적용하여 잡음제거를 수행한 결과이다. Fig. 9와는 달리 4채널 센서 모두 외부 잡음이 제거되어 약 2.5초 부근에서 천이소음 신호가 나타나고 있다.

Fig. 11은 제안된 기법에 의해 잡음이 제거된 4채널 신호에 대해 스펙트럼 분석을 수행하였다. 4채널의 주파수 특성은 거의 동일하게 나타나고 있으며, 1, 3번 센서에서 잡음에 의해 8 kHz 이상에서의 신호 성분이 보이지 않고 있다. Fig. 11에서 0.2kHz, 0.5kHz, 1.2 kHz 부근의 신호는 Fig. 8에서도 볼 수 있다.

Table 3은 잡음이 제거된 신호의 신호대 잡음비로서 각 센서별 약 18 dB 이상 개선되었다.

그러므로 제안된 기법은 컴퓨터 시뮬레이션 및 해상실험을 통하여 배경잡음 뿐만 아니라 외부 잡음이 존재하는 곳에서의 방사소음 측정시 유용한 신호를 얻기 위한 잡음제거 수행에 있어서 좋은 성능을 보여주고 있다.

## 5. 결 론

이 논문에서는 새로운 임계치 함수를 적용한 TI 웨이블렛 잡음제거 방법을 제안하였다. 새로운 임계치 함수는 측정된 신호의 백색잡음 및 외부 잡음 제거를 위하여 기존의 백색잡음 제거 하드 임계치를 노드별 거리에 따라 하드 임계치를 차별화하여 적용하였다.

제안한 기법을 이용하여 시뮬레이션을 수행한 결과 백색잡음 및 외부 잡음이 포함된 신호에 대해 잡음 제거시 23 dB 이상의 신호대 잡음비를 향상시킬 수 있었으며, 실제 방사소음 측정 신호에 적용하였을 때, 신호대 잡음비를 18 dB 이상 향상시켜 방사소음 신호를 뚜렷하게 추출할 수 있음을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

(1) Donoho, D. L. and Johnstone, I. M., 1994,

"Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage", *Biometrika*, Vol. 81, pp. 425~455.

(2) Liu, G. and Qu, L., 2002, "Study On Wavelet Adaptive-threshold Denoising Method", *Signal Processing*, Vol. 18, pp. 509~512.

(3) Donoho, D. L., 1995, "De-noising by Soft-thresholding", *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. 41, No. 3, pp. 613~627.

(4) Donoho, D. L. and Johnstone, I. M., 1995, "Adapting to Unknown Smoothness Via Wavelet Shrinkage", *Journal of American Statistical Association*, Vol. 12, pp. 1200~1224.

(5) Ma Xiaoyan, Yuan Junguan, and Xue Linguang, 2000, "Signal Reconstruction Based on Mean Threshold Wavelet Packet De-noising", *IEEE Proceeding of ICSP 2000*, pp. 387~390.

(6) Ching, P. C., So, H. C. and Wu, S. Q., 1999, "On Wavelet Denoising and Its Application To Time Delay Estimation", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 47, pp. 2879~2882.

(7) Coifman, R. R. and Donoho, D. L., 1994, "Translation-invariant De-noising", In *Wavelets and Statistics*, Springer Lecture Notes in Statistics 103, New York: Springer-Verlag, pp. 125~150.

(8) Bui, T. D. and Chen, G., 1998, "Translation-invariant Denoising Using multiwavelets", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 46, pp. 3414~3420.

(9) Li Su, Guoliang Zhao and Renyan Zhang, 2005, "Translation-invariant Wavelet De-noising Method with Improved Thresholding", *IEEE Proceeding of ISCIT 2005*, pp. 599~602.

(10) Lee, P. H. and Yoon, J. R., 2005, "Ship Radiated Noise Measurement Methods and Accuracy Analysis", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 738~748.

(11) Choi, J. Y. and Dho, K. C., 2001, "A Study on the Denoising Method by Multi-threshold for Underwater Transient Noise Measurement", *The Journal of the Acoustical Society of Korea*, Vol. 21, No. 6, pp. 5~13.