

## 시간지연을 갖는 적분시스템용 PID 제어기의 동조규칙

이윤형\* · 소명옥\*\* · 황승욱\*\*\* · 안종갑\*\*\*\* · 김민정\*\*\*\*\* · 진강규†

(원고접수일 : 2006년 7월 18일, 심사완료일 : 2006년 9월 2일)

### PID Controller Tuning Rules for Integrating Processes with Time Delay

Yun-Hyung Lee\* · Myung-Ok So\*\* · Seung-Wook Hwang\*\*\* · Jong-Kap Ahn\*\*\*\* ·  
Min-Jung Kim\*\*\*\*\* and Gang-Gyoo Jin†

**Abstract** : Integrating processes are frequently encountered in process industries. In this paper, new tuning formulae of the PID controllers for set-point tracking and load disturbance rejection are presented for integrating processes involving time delay. First, the controller parameter sets are tuned using a real-coded genetic algorithm (RCGA) such that performance criterion(IAE, ISE or ITSE) is minimized. Then, tuning rules are addressed using tuned PID parameter sets, tuning model and another RCGA. The performances of the proposed rules are tested on two processes.

**Key words** : Integrating process(적분시스템), PID controller(PID 제어기), Performance criteria(성능지수), Real-coded genetic algorithm(실수코딩유전알고리즘)

### 1. 서 론

지난 수십 년 동안 제어이론의 획기적인 발전이 있었음에도 불구하고 아직도 PID 제어기는 대부분의 산업 현장에서 광범위하게 적용되고 있는데, 그 이유는 구조가 단순하고, 조정해야 할 매개변수(계수)의 수가 적을 뿐만 아니라 동작점에서 만족할만한 제어성을 보이고 있기 때문이다. 대부분의 산업 프로세스들은 안정한 개회로 시스템이고 또 시간지연을 갖는 1차 과감쇠 시스템(Over-damped

system)으로 근사화될 수 있어서 지난 60여 년간 제안된 설계방법들은 주로 이러한 프로세스를 대상으로 하고 있다<sup>[1]-[4]</sup>.

최근 산업공정의 자동화로 탱크의 수위제어, 달린 용기의 압력제어, Batch내에서 농도제어, 단열된 공간에서 온도제어 등에서 적분시스템의 제어 문제를 찾아볼 수 있다<sup>[5]</sup>. 적분시스템은 원점에 존재하는 극으로 인해 근원적으로 불안정한 개회로 시스템이고, 여기에 시간지연 요소가 결합된 경우에는 제어기 설계가 까다로워 연구자들의 관심을 끌지

† 책임저자(한국해양대학교 IT공학부), E-mail:ggjin@mail.hhu.ac.kr, Tel: 051)410-4341

\* 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과

\*\* 한국해양대학교 선박전자기계공학과

\*\*\* 한국해양대학교 IT공학부

\*\*\*\* 한국해양대학교 부산연수원

\*\*\*\*\* 한국해양대학교 제어계측공학과

못했고 지금까지 한정된 연구 결과만 발표되어 왔다.<sup>(6)-(9)</sup>

기존의 연구로 Chien과 Fruehauf<sup>(6)</sup>는 화학공정 플랜트를 시간지연을 갖는 적분모델로 간주하여 IMC기법으로 PI 제어기를 동조하는 방법을 제안하였고, Tyreus<sup>(7)</sup>는 이를 개선하는 연구와 함께 적분시스템에 적용이 어려웠던 Ziegler-Nichols의 한계감도법을 개선하는 연구를 수행하였다. Luyben<sup>(8)</sup>은 Tyreus가 다루었던 Z-N 동조법을 더욱 개선하는 문제를 다루었다. 한편 Wang과 Cluett<sup>(9)</sup>는 사용자가 속도조절계수  $\beta$ 를 정의해서 적용할 수 있는 동조법을 제시하였다. 그러나 이들은 시간지연이 큰 프로세스에 대해서는 응답 성능이 만족스럽지 못하는 단점을 가진다.

따라서 본 연구에서는 기존 연구의 단점을 개선하도록 실수코딩 유전알고리즘(Real-coded genetic algorithm : RCGA)을 이용하여 시간지연을 갖는 적분시스템용 PID 제어기의 동조규칙을 체계적으로 얻는 문제를 다룬다. 특히 PID 제어기는 설정치 추종성능을 개선하거나 또는 외란억제 성능을 개선하기 위해 이용되므로 두 가지 성능에 대한 동조규칙을 얻는다. 먼저 RCGA를 이용하여 주어진 성능지수(Performance criteria)를 최소로 하는 관점에서 최적 계수를 구하고, 최적계수와 동조규칙 모델과 또 다른 RCGA를 이용하여 최종적으로 일반화된 동조규칙을 얻는다. 제안하는 방법은 시뮬레이션을 통해 기존의 방법과 비교하여 그 유효성을 검토한다.

## 2. 적분시스템과 PID 제어기

적분시스템의 일례는 탱크 출구쪽에 밸브대신 펌프가 설치된 수위제어 장치에서 찾아볼 수 있다. 펌프 유출량은 일정한데 탱크 유입량이 증가하면 수위는 계속적으로 상승하게 되어 적분시스템과 같은 동특성을 갖게 된다. 본 연구에서 다룰 제어대상은 (1)의 전달함수로 표시된다.<sup>(6)-(9)</sup>

$$G_p(s) = \frac{K}{T_s} e^{-Ls} \quad (1)$$

여기서  $K$ ,  $T$ ,  $L$ 은 각각 시스템의 정상이득, 적분

상수와 시간지연을 의미하며, 전달함수를 일반화하기 위해서 적분상수를 고려하였다. 한편 PID 제어기는 (2)로 표시된다.

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2)$$

여기서  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ 는 각각 비례이득, 적분시간, 미분시간을 나타낸다. (2)는 이상적인 형으로서 계측 잡음이 전체 성능에 크게 영향을 줄 경우에는 미분제어기에 미분필터가 내포된 실현가능한 형을 사용하여야 한다.

제어대상과 제어기가 결합된 블록선도는 Fig.1과 같으며, 오차  $E(s)$ 는 (3)과 같이 설정치  $R(s)$ 와 외란  $D(s)$ 의 함수로 표시될 수 있다.

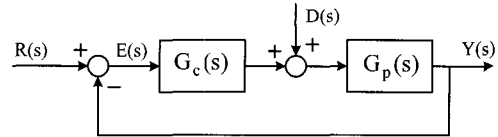


Fig. 1 Unit feedback PID control system

$$\begin{aligned} E(s) &= \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)} R(s) - \frac{G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} D(s) \\ &= \frac{TT_i s^2}{\Delta(s)} R(s) - \frac{KT_i}{\Delta(s)} D(s) \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\Delta(s) = (KK_p T_i T_d + TT_i) s^2 + KK_p T_i s + KK_p \quad (3b)$$

앞에서 잠시 언급하였듯이 PID 제어기는 설정치 추종성능 또는 외란억제 성능을 개선할 목적으로 이용되므로, 본 연구에서는 설정치 추종제어용과 외란억제용으로 구분하여 동조한다. 어느 경우나 과도응답이 개선되고 또 정상편차가 없도록  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ 를 조정하게 되는데 이 때 시스템의 성능의 좋고 나쁨을 계량할 수 있도록 다음 성능지수를 사용하였다.

$$J_k(\phi) = \int_0^t t^n |e(\phi, t)|^m dt \quad (n = 0, 1; m = 1, 2; k = 0, 1, 2) \quad (4)$$

여기서  $\phi = [K_p, T_i, T_d]^T \in R^3$ 는 세 계수로 구성되는 벡터이고,  $e$ 는 설정치와 출력 간의 오차이며,  $t_n$ 는 이후의 적분값이 무시될 수 있도록 충분히 큰 시각이다.

본 연구에서는  $n$ ,  $m$ 의 값에 따른  $J_0(n=0, m=1)$ ,  $J_1(n=0, m=2)$ ,  $J_2(n=1, m=2)$  세 가지 성능지수를 고려하며, 이는 각각 절대오차적분 (IAE), 제곱오차적분 (ISE), 시간곱 제곱오차적분 (ITSE)을 뜻한다. 짐작할 수 있듯이 최적의 PID 계수는 어떤 성능지수를 선택하느냐에 따라 그 값이 달라지게 된다.

### 3. PID 제어기의 동조규칙

#### 3.1 최적동조(Optimal tuning)

여기서는 제어대상의 매개변수에 대해 (4)의 성능지수를 최소로 하는 설정치 추종제어용과 외란의 제용 PID 제어기의 최적 계수를 얻고, 이를 일반화하여 새로운 동조규칙을 얻도록 한다. 편의상 제어기와 제어대상의 이득을 묶어 표시하고, 또 매개변수들을 무차원화<sup>[2]</sup>하기 위해  $t' = t/T$ 라 하면 주파수 영역에서는  $s' = T_s$ 의 관계가 성립되므로 (1)과 (2)는 다음과 같게 된다.

$$G_c(s') = KK_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s'} + \frac{T_d}{T} s' \right) \quad (5)$$

$$G_p(s') = \frac{1}{s'} e^{-\frac{L}{T} s'} \quad (6)$$

이로서 제어대상은 매개변수  $L/T$ 만의 함수로 표시되므로 이를 0~3 범위 내에서 변경해가면서 최적의 계수 집합  $\{KK_p, T_i/T, T_d/T\}$ 을 찾게 된다. 이때 사용된 블록선도는 Fig. 2와 같다. 최적화 도구로는 RCGA<sup>[10]</sup>를 사용하였고 RCGA의 제어변수로는 집단의 크기  $N = 20$ , 재생산 계수  $n_i = 1.7$ , 교배확률  $P_c = 0.9$ , 돌연변이 확률  $P_m = 0.1$ 을 사용하였으며 세 계수는 각각 구간  $0 \leq K_p \leq K_{pm}$ ,  $0 \leq T_i \leq T_{im}$ ,  $0 \leq T_d \leq T_{dm}$ 에서 탐색된다.  $K_{pm}$ ,  $T_{im}$ ,  $T_{dm}$ 은 탐색되는 각 계수의 상한값을 의미한다.

먼저 계단상의 설정치 변경에 대한 추종제어용 최적 계수를 구하였다. 예상했듯이 RCGA의 탐색은 적분제어에는 영향을 받지 않는 방향으로 진행되었는데, 이것은 제어대상이 1형의 시스템(원점에서

극 하나를 내포)이기 때문이다. (3)에서 알 수 있듯이 PD 제어만으로도 계단상의 설정치를 정상상태 오차 없이 잘 따라갈 수 있으므로 여기서는  $KK_p$ 와  $T_d/T$ 만을 구하였다.

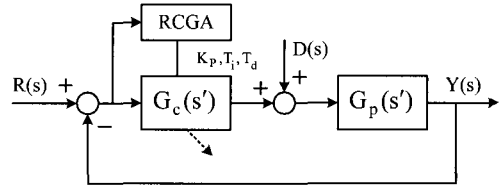
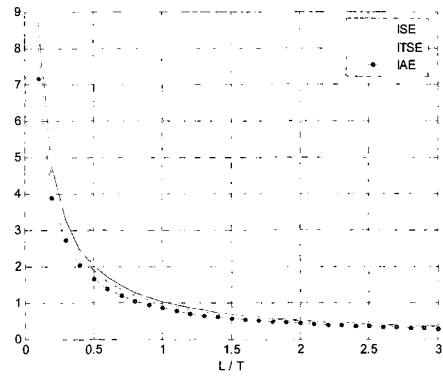
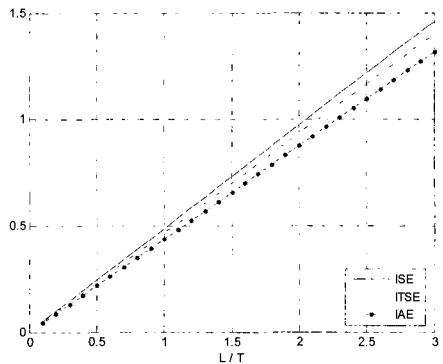


Fig. 2 Optimal tuning of the PID controller

Fig. 3은 세 가지 성능지수에 대해  $KK_p$ 와  $T_d/T$ 를 구해 그린 것이다. 모두 비슷한 패턴을 보이며, 특히  $KK_p$ 는  $L/T$ 에 반비례하는데 비해  $T_d/T$ 는 비례해서 증가하는 결과를 보여주고 있다. 한편 Fig. 4



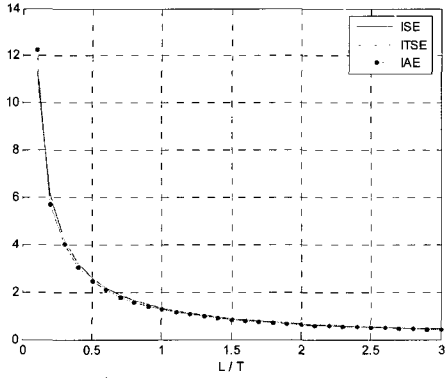
(a)  $KK_p$



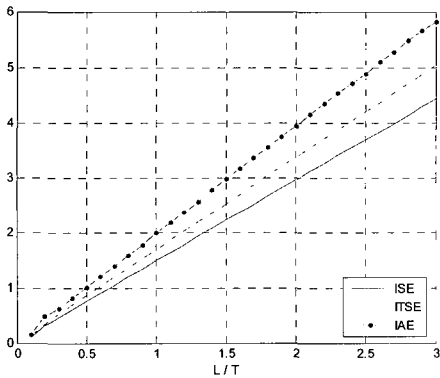
(b)  $T_d/T$

Fig. 3 Optimal PD parameters for set-point tracking

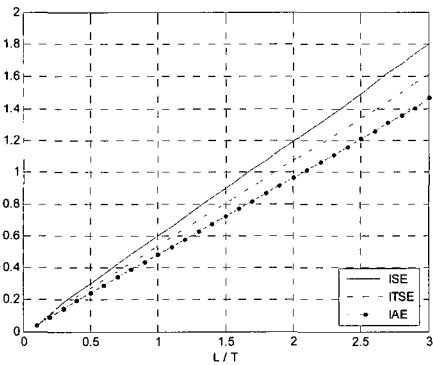
는 외란억제용으로 사용된 PID 제어기에 대하여 L/T에 따른 최적 계수를 그린 것이다.  $KK_p$ ,  $T_d/T$ 는 앞의 추종제어용과 유사한 패턴을 보이며,  $T_i/T$ 는 L/T에 비례해서 증가하는 결과를 보이고 있다.



(a)  $KK_p$



(b)  $T_i/T$



(c)  $T_d/T$

Fig. 4 Optimal PID parameters for disturbance rejection

3.2 동조규칙(Tuning rule)

이렇게 찾아진 최적 계수는 동조규칙 모델과 또 다른 RCGA를 사용하여 새로운 동조규칙을 도출하는데 이용된다. Fig. 5는 이를 보여주고 있다.

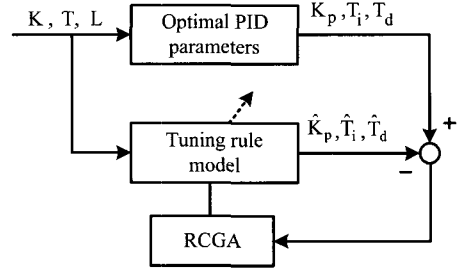


Fig. 5 Optimization of tuning rule using a RCGA

이때 사용된 모델은 Table 1과 같다. Fig. 3-4에서 볼 수 있듯이 L/T에 따른 최적 계수들은 세 가지 성능지수 모두 비슷한 패턴을 보이므로 동일한 동조규칙 모델을 사용하였다.

Table 1 Tuning rule model

PID parameter	Tuning rule model
$KK_p$	$a_0(L/T)^{-a_1}$
$T_i/T$	$b_0(L/T) + b_1$
$T_d/T$	$c_0(L/T)$

이 동조규칙 모델의 매개변수들은 RCGA를 사용하여 (7)-(9)의 성능지수가 최소가 되도록 구해진다.

$$L_0 = \sum_j |K_p - \hat{K}_p| \tag{7}$$

$$L_1 = \sum_j |T_i - \hat{T}_i| \tag{8}$$

$$L_2 = \sum_j |T_d - \hat{T}_d| \tag{9}$$

독립된 씨드(seed)로 5번 프로그램을 돌려 구한 결과를 평균하였고, 계산된 동조규칙은 Table 2에 나타내었다. 동일한 방법으로 구한 외란억제용 동조규칙은 Table 3에 나타내었다.

**Table 2** Tuning rule for set-point tracking

	ISE	ITSE	IAE
$KK_p$	$1.012(L/T)^{-0.934}$	$0.942(L/T)^{-0.933}$	$0.834(L/T)^{-0.933}$
$T_i/T$	-	-	-
$T_d/T$	$0.486(L/T)$	$0.465(L/T)$	$0.437(L/T)$

**Table 3** Tuning rule for disturbance rejection

	ISE	ITSE	IAE
$KK_p$	$1.336(L/T)^{-0.993}$	$1.339(L/T)^{-0.992}$	$1.273(L/T)^{-0.983}$
$T_i/T$	$1.471(L/T) + 0.02$	$1.671(L/T) + 0.02$	$1.956(L/T) + 0.02$
$T_d/T$	$0.595(L/T)$	$0.534(L/T)$	$0.482(L/T)$

### 4. 시뮬레이션 및 검토

여기서는 제안한 방법의 유효성을 검증하기 위하여 Tyreus<sup>[7]</sup>, Luyben<sup>[8]</sup> 그리고 Wang<sup>[9]</sup>의 방법과 응답을 비교하는 시뮬레이션을 실시하였다.

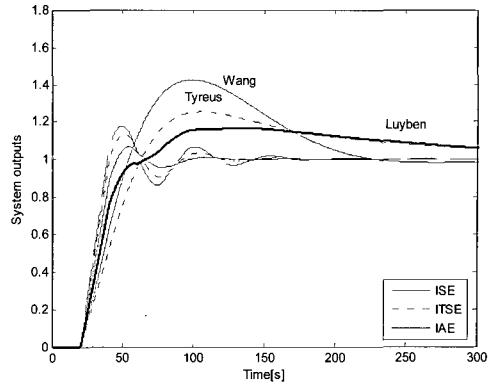
#### 4.1 추종제어

세 가지 성능지수에 대해 제안한 추종제어용 동조규칙과 기존의 방법을 비교 검토한다. 먼저 다음 시스템을 고려하였다. 이 시스템은  $L/T = 2$ 이다.

$$\text{시스템 I: } G_p(s) = \frac{1}{10s} e^{-20s} \quad (10)$$

Tyreus가 제안한 PI 제어기의 계수는  $K_p = 0.243$ ,  $T_i = 175$ 이다. Tyreus의 방법을 개선한 Luyben의 PID 제어기는  $K_p = 0.356$ ,  $T_i = 176.66$ ,  $T_d = 12.746$ 이다. Wang의 방법은  $\zeta = 0.707$ 에 대하여 속도계수  $\beta$ 값이 2인 경우로서, 사용된 제어기 계수는  $K_p = 0.275$ ,  $T_i = 80.232$ ,  $T_d = 4.412$ 이다. Fig. 6은 외란  $d = 0$ 인 상태에서 단위계단상의 설정치  $r = 1(t>0)$ 가 주어졌을 때의 응답을 나타낸 것이다.

그림에서 알 수 있듯이 모든 응답들이 시간이 진행됨에 따라 진동이 줄어들고 설정치에 접근하지만 제안한 PID 제어기가 오버슈트, 상승시간, 정정시간 등에서 기존의 방법보다 우수한 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 제안한 방법 중에서는 IAE, ITSE, ISE 순으로 좋은 응답 성능을 보인다.

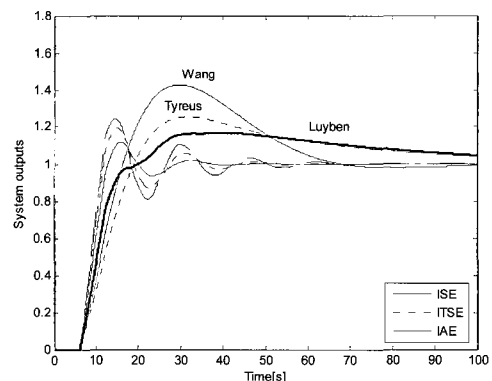


**Fig. 6** Set-point tracking responses for system I

다음은 동조규칙을 얻는데 이용된 데이터 범위 밖의 시스템 ( $L/T > 3$ )에 대해서도 적용가능한 지를 살펴보기 위하여 다음 시스템<sup>[7)-(9)]</sup>을 고려하였다. 이 시스템은  $L/T = 6$ 이다.

$$\text{시스템 II: } G_p(s) = \frac{0.0506}{s} e^{-6s} \quad (11)$$

이 경우 Tyreus의 PI 제어기 계수는  $K_p = 1.604$ ,  $T_i = 52.5$ 이고, Luyben의 PID 제어기 계수는  $K_p = 2.347$ ,  $T_i = 52.8$ ,  $T_d = 3.809$ 이다. Wang의 방법은 역시  $\zeta = 0.707$ 에 대하여 속도계수  $\beta$ 값이 2인 경우로서,  $K_p = 1.811$ ,  $T_i = 24.069$ ,  $T_d = 1.323$ 이다.



**Fig. 7** Set-point tracking responses for system II

시스템 II에 대한 시뮬레이션 결과를 보여주는 Fig. 7도 시스템 I과 유사한 경향을 확인할 수 있다. 역시 제안한 방법이 기존의 방법보다 양호한 응

답특성을 보이고 있다.

4.2 외란억제

다음으로 제안한 방법의 외란억제 성능을 확인하기 위하여 앞서 사용한 두 예제 시스템에서 기존의 방법과 비교하였다. Fig. 8과 Fig. 9는 각각의 시스템에 대해 설정치  $r = 0$ 인 상태에서 단위계단 외란  $d = 1(t>0)$ 이 입력될 때의 응답을 그린 것이다.

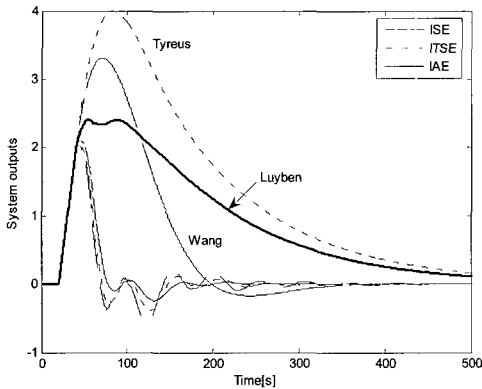


Fig. 8 Disturbance rejection responses for system I

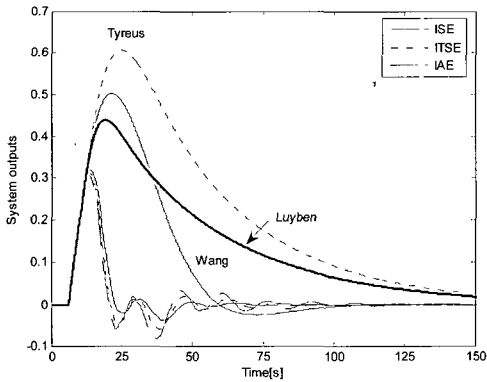


Fig. 9 Disturbance rejection responses for system II

시스템 I에 대한 외란억제 성능을 보인 Fig. 8에서 보면 제안한 PID 제어기의 성능이 기존의 방법보다 우수함을 알 수 있다. 기존의 방법들은 응답의 최고치(Perturbance peak)도 클 뿐 아니라 Tyreus와 Luyben 방법은 외란의 영향이 제거되는 회복시간(Recovery time)도 길다. 설정치 추

중제어와 비슷하게 기존의 방법들 중에는 Wang의 방법이 나은 결과를 보이며, 제안한 방법 중에서는 IAE, ITSE, ISE 순으로 좋은 응답 성능을 보인다. 시스템 II에 대한 시뮬레이션 결과인 Fig. 9도 역시 제안한 방법이 기존의 방법보다 양호한 응답 특성을 보이고 보여주고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 적분시스템에 대한 PID 제어기를 설정치 추종제어용과 외란억제용으로 구분하여 세 가지 성능지수(ISE, ITSE, IAE)를 최소화하는 관점에서 새로운 동조규칙을 유도하고 제안하였다. 먼저 RCGA를 이용하여 추종제어용과 외란억제용에 대해 각 성능지수를 최소로 하는 최적 계수를 얻고, 동조규칙 모델과 또 다른 RCGA를 이용하여 모델의 매개변수를 구하였다. 시뮬레이션 결과 기존의 방법보다 양호한 성능을 보이고 있음을 확인하였다. 제안한 방법은 적분시스템용 PID 제어기 동조에 유용한 방법이 될 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum setting for PID controllers," Trans. ASME, Vol. 64, pp. 759-768, 1942.
- [2] 김도용, 진강규, "RCGA를 이용한 PID 제어기의 모델기반 동조규칙," 제어·자동화·시스템공학회 논문지, 제8권, 제12호, pp. 1056-1060, 2002.
- [3] D. E. Rivera, M. Morari, and S. Skogestad "Internal model control 4 : PID controller design", Ind. End. Chem. Process Des Dev., 25, pp.252-265, 1986.
- [4] M. Zhuang, and D. P. Atherton, "Automatic tuning of optimum PID controllers", IEE Proc. Control Theory Appl., 140, pp.216- 224, 1993.

- [5] Astrom, and Hagglund, PID Controllers: theory, design and tuning, ISA Press, 1995.
- [6] I. L. Chien, P. S. Fruehauf, "Consider IMC tuning to improve performance", Chem. Eng. Prog., pp. 33-41, 1990.
- [7] B. D. Tyreus and W. L. Luyben, "Tuning PI controllers for integrator/dead time processes", Ind. Eng. Chem. Res., 33, pp. 2625-2628, 1992.
- [8] W. L. Luyben, "Tuning Proportional-Integral-Derivative Controllers for Integrator/ Deadtime Processes", Ind. Eng. Chem. Res., 35, pp. 3480-3483, 1996.
- [9] L. Wang, and W. R. Cluett, "Tuning PID controllers for integrating processes", IEE Proc. Control Theory Appl., 144, pp. 385- 392, 1997.
- [10] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2000.



**안종갑 (安鍾甲)**

2000년 한국해양대학교 기관시스템공학부(공학사). 2006년 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과(석사). 2006~동대학원 메카트로닉스 공학과 박사과정. 현재 한국항만연수원 부교수



**김민정 (김민정)**

2005년 한국해양대학교 기계정보공학부(공학사). 현재 한국해양대학교 제어계측공학과 석사과정.



**소명옥 (蘇明玉)**

1980년 한국해양대학교 기관학과(학사). 1989년 한국해양대학교 대학원 기관학과 석사. 1997년 동 대학원 박사. 한국항만·운송노동연구원 연구위원. 2005~2006년 University of Wales Cardiff 파견교수. 현재 한국해양대학교 선박전자기계공학부 교수.



**황승욱 (黃勝郁)**

1984년 고려대학교 전자공학과(학사). 1986년 고려대학교 대학원 전자 공학과 석사. 1992년 동 대학원 전자공학과 박사. 1986년~1987년 삼성전자 연구원. 1987년~1992년 ETRI 선임연구원. 1992년~현재 한국해양대학교 IT공학부 부교수

**저 자 소 개**



**이윤형 (李潤炯)**

2002년 한국해양대학교 기관시스템공학부(공학사). 2004년 한국해양대학교 대학원 기관시스템공학과(석사). 현재 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스 공학과 박사과정.



**진강규 (陳康奎)**

1977년 한국해양대학교 기관학과(학사). 1985년 Florida Institute of Technology, 전기·전자·컴퓨터공학과(석사). 1996년 University of Wales Cardiff, 전기·전자·시스템공학과 박사. 현재 한국해양대학교 IT 공학부 교수.