

RCGA를 이용한 도립진자 시스템의 파라미터 추정 및 안정화 제어

안종갑† · 이윤형* · 유희한** · 소명옥** · 진강규***

(원고접수일 : 2006년 4월 18일, 심사완료일 : 2006년 8월 18일)

RCGA-Based Parameter Estimation and Stabilization Control of an Inverted Pendulum System

Jong-Kap Ahn† · Yun-Hyung Lee* · Heui-Han Yoo** · Myung-Ok So** and Gang-Gyoo Jin***

Abstract : This paper presents a scheme for the parameter estimation and stabilization of unstable systems, such as inverted pendulum systems. First, a stable feedback loop is constructed for an inverted pendulum system and then its parameters are estimated based on input-output data, a real-coded genetic algorithm(RCGA) and the model adjustment technique. Then, a PI-type LQ control scheme is designed based on the estimated model. The performance of the proposed algorithm is demonstrated through a set of simulation and experiment.

Key words : Inverted pendulum system(도립진자 시스템), Parameter estimation(파라미터 추정), LQ control(LQ 제어), Real-coded genetic algorithm(실수코딩 유전알고리즘)

1. 서 론

로켓 발사대의 안정화 문제를 다루면서 연구대상으로 검토된 도립진자 시스템은 대차를 트랙상의 원하는 위치에 오게 하고, 그 위치에서 진자를 항상 수직으로 유지하는 것을 목적으로 한다. 도립진자 시스템은 구조적으로 불안정하며, 자체적으로는 레일의 진동, 경사 등의 외란 발생 시 안정화 되지 못하는 결점을 갖고 있다. 또한 복잡한 동특성과 비선형성, 시스템의 시변 특성으로 인해 정확한 모

델을 파악하는 것도 쉽지 않다. 이와 같은 특성 때문에 도립진자는 비선형 시스템의 표본으로서 많은 연구자의 연구대상이 되어 왔다^[1].

초기에 도립진자 시스템의 안정화 제어에는 PD, PID 등 고전적인 방법에 주로 의존해 왔는데 이들은 조정할 매개변수가 적고, 구조가 단순하며, 익숙한 제어기라는 장점을 갖는다. 그러나 전체 제어시스템의 동특성이 전적으로 제어기의 이득에 의해 결정되어 초기 동조(Tuning)가 잘 되었다더라도, 부하나 제어대상의 파라미터 변동이 크면 제어기의

† 책임저자(한국해양수산연수원 부산연수원), E-mail: jjongabi@bada.hhu.ac.kr Tel: 051)621-0550

* 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과

** 한국해양대학교 선박전자기계공학부

*** 한국해양대학교 선박전자기계공학부

*** 한국해양대학교 IT공학부

이득을 재조정해야 할 필요가 있다. 이러한 고전 제어 기법이 가지는 한계를 극복하기 위하여 현대 제어 이론과 신경회로망을 이용하는 연구들이 제안되게 되었다^{[2]-[4]}. 특히 현대제어 이론은 다양한 제어 기법의 가능성을 제공하고 있기 때문에 현재까지 많은 연구자의 관심을 끌고 있다.

그러나 이들 연구는 정밀한 선형 모델을 얻을 수 있다는 가정 하에 수행되지만, 정작 제어기는 일반적으로 추정된 근사모델로부터 설계되는 경우가 대부분이다. 따라서 더욱 정교한 안정화 제어를 위해서는 선형 모델의 파라미터를 체계적으로 얻고 이를 기반으로 제어기를 설계하는 절차가 요구되므로 본 연구에서는 이러한 문제를 다루고자 한다. 또한 계단상의 외란이 존재하는 환경에서 대차가 가능한 고속으로 움직이면서 목표위치에 정상편차 없이 도달하고, 동시에 진자의 흔들림도 가능한 빨리 제어하도록 하는 제어기를 설계하고자 한다. 이를 위해 먼저 제어대상의 비선형 모델의 입출력 신호를 실수코딩 유전알고리즘과 모델조정기법을 이용하여 파라미터를 추정한다. 다음으로 도립진자 시스템의 안정화 제어를 위해 직분제어기를 직렬로 부가한 PI형의 LQ 제어기를 설계한다. 마지막으로 파라미터 추정과 제어기 성능을 검토하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션과 실험을 실시하여 그 유효성을 확인한다.

2. 도립진자 시스템의 모델링

본 연구에서 제어대상으로 다룰 도립진자 시스템은 Fig. 1과 같다.

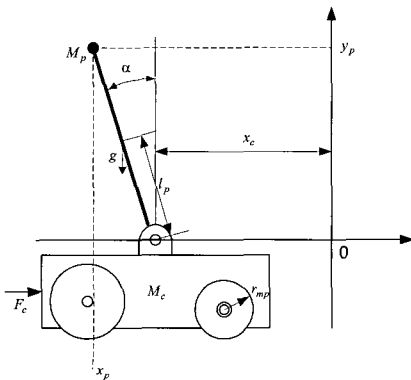


Fig. 1 An inverted pendulum system

도립진자는 x-y 방향으로만 움직이며, 진자의 질량은 막대의 끝에 집중된 것으로 간주하여 비선형 운동방정식을 나타내면 다음과 같다^[5].

$$(M_c + M_p)\ddot{x}_c(t) - M_p l_p \cos(\alpha(t))\ddot{\alpha}(t) + M_p l_p \sin(\alpha(t))\dot{\alpha}^2(t) = F_c - B_{eq}\dot{x}_c(t) \quad (1a)$$

$$-M_p l_p \cos(\alpha(t))\ddot{x}_c(t) + (I_p + M_p l_p^2)\ddot{\alpha}(t) - M_p g l_p \sin(\alpha(t)) = -B_p \dot{\alpha}(t) \quad (1b)$$

도립진자는 수직으로 유지되어야 하므로 α 의 변화가 미소한 상황에서 안정화가 이루어지면, 이 식은 다시 다음과 같이 선형 상태공간 모델로 표시할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2a)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서 $y \in R$, $u \in R$ 는 각각 도립진자 시스템의 출력과 제어입력, $x_1 = x_c$ (대차위치), $x_2 = \alpha$ (진자각), $x_3 = \dot{x}_c$ (대차속도), $x_4 = \dot{\alpha}$ (진자각속도)는 상태변수, $x \in R^4$ 는 상태벡터이고, 각 행렬과 원소들은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2b)$$

$$a_{32} = \frac{M_p^2 l_p^2 g}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$a_{33} = \frac{-(I_p K_g^2 K_t K_m + I_p B_{eq} R_m r_{mp}^2 + M_p l_p^2 K_g^2 K_t K_m + M_p l_p B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m^2 r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

$$a_{34} = \frac{-M_p l_p B_p}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$a_{42} = \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$a_{43} = \frac{-M_p l_p (K_g^2 K_t K_m + B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m^2 r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

$$a_{44} = \frac{-B_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$b_3 = \frac{K_g K_t (I_p + M_p l_p^2)}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

$$b_4 = \frac{K_g K_t M_p l_p}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

3. 독립진자 시스템의 파라미터 추정

(2)의 선형모델을 기반으로 안정화 제어를 설계하기 위해서는 먼저 행렬 A, B 의 값을 정확히 알아야 한다. 일반적으로 모델을 얻는 과정에서 모델링 오차는 필연적이며, 시스템 각 요소의 정수를 정확히 아는 것도 쉽지 않다. 따라서 모델의 파라미터를 체계적으로 얻는 방법이 요구되며 본 절에서는 비선형 독립진자 시스템으로부터 취득한 입출력 데이터와 실수코딩 유전알고리즘과 모델조정기법으로 파라미터를 추정하는 문제를 다룬다.

3.1 실수코딩 유전알고리즘

본 절에서는 파라미터 추정 시 발생하는 최적화 문제를 해결하는데 사용되는 실수코딩 유전알고리즘(Real-coded genetic algorithm: RCGA)에 대해 간단히 살펴본다.^{[6],[7]} RCGA는 자연선택 원리와 유전학을 알고리즘화한 것이다. 다수 개체(염색체)로 구성되는 초기집단으로부터 시작하며 적합도 평가(Fitness evaluation)와 유전 연산자를 통해 새롭게 형성된 집단은 최적의 해가 발견될 때까지 반복적으로 모의 진화를 수행하게 된다. Fig. 2는 RCGA의 동작과정을 보여 주고 있다.

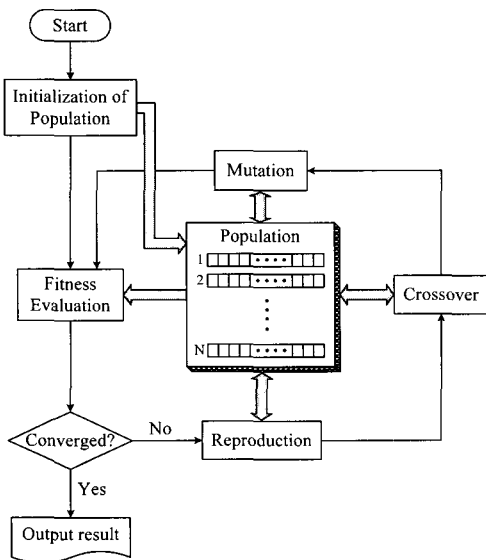


Fig. 2 Basic structure of a RCGA

RCGA의 유전 연산자로는 구배와 유사한 재생산^[7], 수정단순 교배, 동적 돌연변이를 사용하였고, 탐색 압(Selection pressure)을 높이기 위하여 스케일링 원도우법^[8], 한 세대의 최적 개체 소멸을 방지하여 가장 강한 개체가 다음 세대로 전달되는 것을 보장하기 위해 엘리트전략을 사용하였다.

3.2 파라미터 추정

독립진자 시스템의 파라미터 추정을 위해 Fig. 3의 블록선도로 표시되는 모델조정기법 (Model adjustment technique)을 사용하였다. 이는 시스템과 병렬로 연결된 조정모델(Adjustable model)에 같은 입력을 적용하고, 모델의 동특성이 시스템의 동특성에 가까워지도록 적응자로 모델의 파라미터를 조정하는 방법이다.

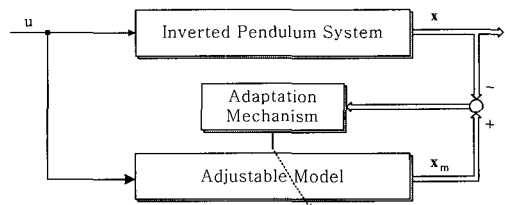


Fig. 3 RCGA-based model adjustment technique

조정모델로는 (2)의 상태방정식이 사용되고, 모델조정 적응자로는 RCGA가 사용된다. 실수코딩을 채용함으로써 추정되는 파라미터와 염색체의 유전자는 각각 일대일로 대응되며, 염색체는 다음과 같이 행렬 A, B 의 미지 원소로 표현된다.

$$s = (a_{32}, a_{33}, a_{34}, a_{42}, a_{43}, a_{44}, b_3, b_4) \tag{3}$$

집단 내 개체들의 적합도 평가에는 시스템과 조정 모델 상태벡터 차의 놈(Norm)이 최소가 되도록 다음 목적함수를 사용한다.

$$J_1 = \int_0^{t_f} \|x(t) - x_m(t)\| dt \tag{4}$$

여기서 $x(t)$ 와 $x_m(t)$ 은 각각 시스템과 조정모델의 상태벡터이고, t_f 는 최종 적분시간으로서 이후의 적분 값이 무시되어도 좋을 정도의 충분히 큰 시간이다.

Fig. 3의 방법은 시스템이 안정할 경우에는 적용 가능하지만, 도립진자 시스템과 같이 근원적으로 불안정한 경우에는 적용하기가 어렵다. 따라서 Fig. 3에 피드백 루프를 추가하여 Fig. 4와 같이 구성하였다.

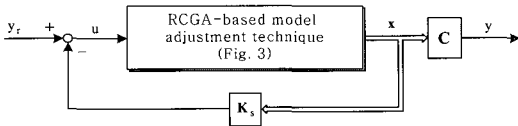


Fig. 4 Model adjustment technique with a feedback-loop

여기서, K_s 는 도립진자 시스템을 안정하게 하는 임의의 피드백 이득이다.

4. PI형의 LQ 제어기 설계

앞 절에서는 비선형 시스템으로부터 선형모델의 파라미터를 얻는 문제를 다루었고, 여기서는 추정된 모델을 기반으로 계단상의 외란에도 출력이 목표치에 정상편차 없이 잘 추종하도록 PI형의 상태 피드백 제어기를 설계한다.

(5)와 같이 새로운 상태변수 $z(t)$ 를 정의하면

$$z(t) = \int [y(t) - y_r(t)] dt \quad (5)$$

여기서, $y(t)$ 와 $y_r(t)$ 는 각각 대차 위치와 목표치를 의미한다. (5)의 양변을 한번 미분하여 정리하면 (6)과 같은 확장시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A} \tilde{x}(t) + \tilde{B} u(t) - d y_r(t) \quad (6)$$

$$y(t) = \tilde{C} \tilde{x}(t)$$

여기서,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ \dots & \dots \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} C \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dots \\ z \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

이다.

확장시스템은 (2)의 원래 시스템이 가제어 (Controllable)하고

$$\rho \begin{bmatrix} B & A \\ \dots & \dots \\ 0 & C \end{bmatrix} = 5 \quad (7)$$

이므로 역시 가제어하게 된다^[9].

확장시스템에 근거하여 다음과 같은 2차형식의 평가함수를 선정할 수 있다.

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\tilde{x}^T(t) Q \tilde{x}(t) + u^T(t) r u(t)] dt \quad (8)$$

(8)을 최소로 하는 제어입력은 (9)와 같다.

$$u(t) = -K \tilde{x}(t) = -K_1 x(t) + k_2 \int [(y_r(t) - y(t))] dt \quad (9)$$

여기서, $K = [K_1, k_2]$ 는 Ricatti 미분방정식의 해로부터 구해지는 피드백 이득 행렬이고, Q 와 r 는 설계사양이 만족하도록 적절히 선정되는 하중행렬과 하중계수이다. (9)를 피드백한 전체 시스템의 블록 선도는 Fig. 5와 같다.

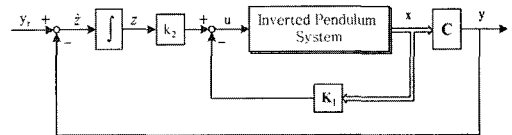


Fig. 5 Block diagram of the PI-type LQ control system

5. 시뮬레이션 및 실험

5.1 시뮬레이션

파라미터 추정 시뮬레이션에서 도립진자 시스템으로는 (1)의 모델이, 조정모델로는 (2)의 선형모델이 사용되었다. (1)의 시스템이 안정하도록 피드백 이득(K_s)을 적절히 선정한 다음 샘플링시간 10ms 단위로 총 3,000개의 데이터를 취득하였다. Fig. 6은 입출력 신호를 그린 것이다.

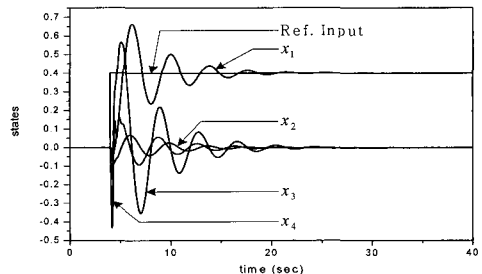


Fig. 6 Input-output signals for parameter estimation

이때 RCGA의 제어변수는 집단의 크기 $N=80$, 재생산계수 $\eta=1.8$, 교배확률 $P_c=0.9$, 돌연변이 확률 $P_m=0.2$ 가 사용되었다. (10)은 독립된 씨드(seed)로 프로그램을 5번 실행하고 구한 값들을 평균하여 구한 모델을 보여주고 있다.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2.35145 & -15.96343 & -0.00738 \\ 0 & 27.59864 & -36.26551 & -0.08513 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.28836 \\ 5.19829 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1000]x(t) \tag{10}$$

한편 (10)으로부터 피드백 이득행렬을 구하기 위해 Q, r 은 시행착오적으로 다음과 같이 결정하였다.

$$Q = \text{diag}([0.4 \ 0.01 \ 0 \ 0 \ 20]), \quad r = 0.0002 \tag{11}$$

이로부터 K 를 구한 결과는 다음과 같다.

$$K = [-231.9703 \ 205.5245 \ -88.9192 \ 43.0037 \ -316.2278] \tag{12}$$

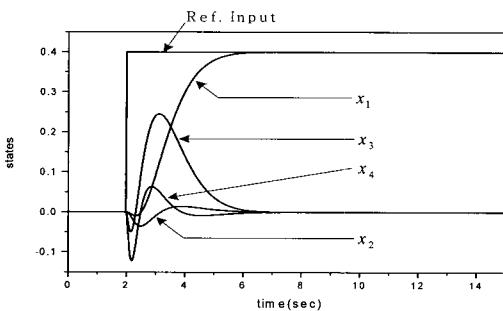


Fig. 7 Simulation result of step responses

Fig. 7은 계단상의 입력에 대한 응답을 보여주고 있다. 대차위치는 계단상의 입력에 대해 큰 오버슈트나 정상편차 없이 안정된 제어결과를 얻고 있으며, 독립진자의 각도 또한 빠른 시간에 안정화됨을 알 수 있다.

5.2 실험

(9), (12)의 제어법칙을 PC로 구현하고 QUANSER사의 IP02에 적용하여 안정화 실험을

실시하였다. IP02는 대차, 진자, Power Module, DACB, Encoder 등으로 이루어진다. Fig. 8은 실험장치의 구성도를 보여준다. IP02는 대차위치와 진자각을 측정하는 Encoder만 가지고 있으므로 나머지 두 상태변수는 측정 가능한 두 신호로부터 재구성된다.

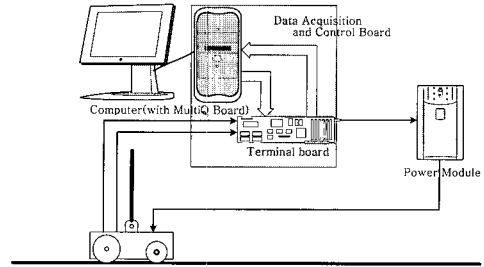


Fig. 8 Wiring diagram of the inverted pendulum system

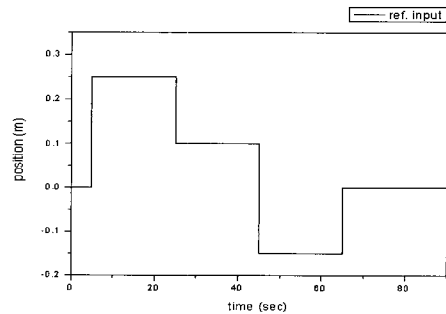


Fig. 9 Reference Input

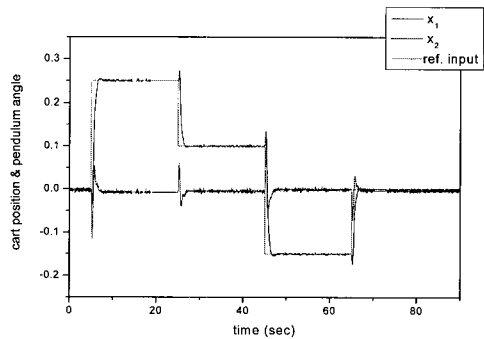


Fig. 10 Cart position & pendulum angle

실험에는 Fig. 9와 같은 계단입력이 사용되었고, 독립진자 시스템의 대차위치와 진자의 각을

Fig. 10에 나타났다. 그림에서 알 수 있듯이 레일의 진동 등으로부터 Encoder에서 발생하는 구조적인 잡음과 신호의 재구성 과정에서 이 신호가 약간 증폭되지만, 실험에서도 안정화 제어가 이루어짐을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 계단상의 외란이 존재하는 환경에서 대차가 가능한 빨리 목표위치에 정상편차 없이 도달하고, 동시에 진자의 흔들림을 가능한 빨리 안정화하는 제어를 설계하였다. 이를 위해 도립진자 시스템의 비선형 모델로부터 RCGA와 피드백 루프를 추가한 모델조정기법을 사용하여 선형 모델의 파라미터를 체계적으로 추정하는 방법을 제안하였고, 추정된 선형 모델로부터 PI형의 LQ 제어를 설계하였다. 시뮬레이션과 실험을 통해 설계된 제어기는 제어 목적에 부합하는 제어 성능을 나타내고 있음을 확인하였다.

참고문헌

- [1] 최재준, "퍼지-LQ 기법을 이용한 컨테이너 크레인의 강인한 제어기 설계," 한국해양대학교 공학박사학위논문, 2002.
- [2] Katsuhisa Furuta, Hiroyuki Kajiwara and Kazuhiro Kosuge, "Digital Control of Double Inverted Pendulum," Int. J. Control, Vol.32, No.5, pp.907-924, 1980.
- [3] Q. Feng and K. Yamafuji, "Design and Simulation of Control Systems of an Inverted Pendulum," Robotica, Vol.6, pp.235-241, 1987.
- [4] 김민성, 정종원, 성상규, 박현철, 심영진, 이준탁, "진화 신경회로망 제어기를 이용한 도립진자 시스템의 안정화 제어에 관한 연구," 한국박용기관학회 춘계학술대회 논문집, 2001.
- [5] 안종갑, "RCGA를 이용한 도립진자 시스템의 파라미터 추정 및 안정화 제어," 한국해양대학

교 공학석사학위논문, 2006.

- [6] J. H. Holland, "Adaptation in Natural and Artificial Systems," The University of Michigan Press, Michigan, 1975.
- [7] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2004.
- [8] J. J. Grefenstette, "Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol. SMC-16, No. 1, pp. 122-128, 1986.
- [9] B. Porter and A. Bradshaw, "Design of Linear Multivariable Continuous Time Tracking Systems," Int. J. Systems Science, Vol. 5, No. 12, pp. 1155-1164, 1974.

저 자 소 개



안종갑 (安鍾甲)

2000년 한국해양대학교 기관시스템공학부(공학사), 2006년 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과(석사), 2006~동대학원 메카트로닉스 공학과 박사과정. 현재 한국항만연수원 부교수



이윤형 (李潤炯)

2002년 한국해양대학교 기관시스템공학부(공학사), 2004년 한국해양대학교 대학원 기관시스템공학과(석사), 현재 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과 박사과정.



유희한 (柳熙漢)

1956년 1월생. 1979년 한국해양대학교 기관공학과(공학사), 1987년 한국해양대학교 대학원 기관공학과 졸업(석사), 1997년 한국해양대학교 대학원 기관공학과(박사), 1982~1989년 한국기계 연구소 선임연구원, 1991~1998년 포항공대 가속기 연구소 선임연구원, 1998~현재 한국해양대학교 해사대학 선박전

자기계공학부 부교수.



소명옥 (蘇明玉)

1980년 한국해양대학교 기관학과(학사).
1989년 한국해양대학교 대학원 기관학과 석사. 1997년 동 대학원 박사. 한국항만·운송노동연구원 연구위원. 2005~2006년 University of Wales Cardiff 파견교수. 현재 한국해양대학교 선박전자계공학부 교수.



진강규 (陳康奎)

1977년 한국해양대학교 기관학과(학사).
1985년 Florida Institute of Technology, 전기·전자·컴퓨터공학과(석사). 1996년 University of Wales Cardiff, 전기·전자·시스템공학과 박사. 현재 한국해양대학교 IT 공학부 교수.