

전도성 원형관 내에 안정화된 예혼합 화염의 구조와 경계 조건에 관한 이론해석

김 남 일*†

An Analytical Study on The Structure and Boundary Conditions of The Premixed Flame Stabilized in Conductive Cylindrical Tubes

Nam Il Kim

ABSTRACT

When a flame is stabilized in a tube of a finite thickness, a conductive heat transfer through the tube significantly changes the wall temperature and affects the flame characteristics. Thus the tube length and thermal boundary conditions affect on the structure of the flame in a conductive tube. A one-dimensional analytical study was conducted by employing two energy equations for tubes and mixtures and a species equation for the mixture. Variation of the maximum temperatures and indicating displacements were observed. A parametric study on the effects of inner Peclet numbers, normalized wall conductivities, and heat transfer conditions of the tube was conducted. This study provides essential data for a more efficient computational simulation of the flame stabilized in conductive tubes.

Key Words : Conductive tube, Boundary condition, Flame stabilization

기 호 설 명

θ	normalized wall temperature	k_i	gas conductivity
T^+	normalized gas temperature	k_w	wall conductivity
Y^+	normalized gas concentration	k^+	normalized wall conductivity
η	normalized distance from a flame	Le	Lewis number
δ	flame thickness	Z_e	Zel'dovich number
U^+	normalized flame speed	Pe_i	Peclet number for inner diameter
S_o	laminar adiabatic flame speed	Pe_w	Peclet number for wall thickness
T_0	inlet (room) gas temperature	Nu_i	Nusselt number at inner surface
T_{ad}	adiabatic flame temperature	Nu_o	Nusselt number at outer surface
T_{act}	activation temperature	ε	emissivity of tube surface
T_f^+	normalized flame temperature		

1. 서 론

근래의 마이크로연소기 개발과 더불어 연소공간에 안정적으로 화염을 유지하는 기술에 대한 관심이 증대되고 있으며 화염과 연소기의 열유동 상호작용을 적극적으로 이용하고자 하는 시도가

* 중앙대학교 기계공학부

† 연락처자, nikim@cau.ac.kr

이루어지고 있다[1-4]. 이와 함께 연소기 내에 안정화된 화염의 가장 기본적인 모델로서 관내 화염이 다시 관심을 받게 되었다[5,6].

관내 예혼합 화염의 연구는 연소공학에 있어 가장 기본적인 주제의 하나로서 오랜 시간에 걸쳐 다루어져 왔다. 초기에는 주로 화재 안전성의 관점에서 관내 화염의 소화를 실험적으로 연구하였다[7]. 그 결과 다양한 재질, 형상의 관이나 채널 내에 화염이 전파할 수 있는 최소 거리인 소염거리(quenching distance)에 대한 많은 보고가 있었으며, 이러한 소염거리는 역화 방지를 위한 기본적인 방안으로 널리 사용되었다. 그런데 이러한 소염 현상 자체는 근본적으로 비정상(unsteady) 과정에 해당하며 화염과 연소기 간의 열유동 관계에 영향을 받는다.

관내에 안정화된 화염에 대한 실험적 연구는 소수의 제한된 조건에서 행해졌는데 그 이유는 관과 화염의 시간스케일의 차이에 주로 기인한다[6]. 또한, 이전의 실험 결과에서 정상 및 비정상 거동에 대해 주기적 재점화를 비롯한 다양한 실험 사실들이 제시되었으나[5] 그러한 현상의 근본 원인을 밝히기 위해서는 실험적인 접근 외에도 수치적 접근이 요구되었다.

관내 화염에 대한 기존의 수치해석 방법은 크게 나누어 점근해석에 근거한 것과 유한 반응 모델을 이용한 것으로 구분할 수 있다. 해석에 소요되는 시간을 줄이고 화염의 정성적 특성을 이론적으로 도출하는 데에는 점근해석에 근거한 방법이 유리하지만, 실제의 관내 화염에 발생하는 많은 특성을 설명하지는 못한다는 단점을 가지고 있다. 반면에 유한 반응 모델은 신뢰할 수준의 화염 구조 해석을 위해 방대한 격자가 요구되는 단점으로 인해 그 수가 상대적으로 적었지만 최근에는 컴퓨터의 발전과 함께 보다 일반화 되고 있다[8,9].

특히, 관내에 안정화된 화염은 수학적으로 특이해를 가지는 문제로서 그 값을 구하는 과정이 실험이나 수치해석 모두에 있어 상대적으로 까다롭다. 그런데, 이러한 유한반응 모델을 전도성 관내에 적용할 때는 앞서 언급한 수학적 특이해 존재의 어려움뿐만 아니라 벽면 진도와 화염의 반응의 시간 스케일 차이로 인한 추가적인 해석 부담이 발생하게 된다. 따라서 관 열전달과 유동변화를 고려한 유한반응의 해석 연구에 대해서는 매우 제한된 논문이 현재까지 보고되고 있다[10].

하지만 기존 연구의 가장 아쉬운 점은 해석의 대상 공간이 제한됨으로써 벽을 통한 축방향 열전달의 영향을 충분히 반영하지 못하고 있다는 것이다. 결론적으로 화염이 해석 영역의 입구 경계 근처에서만 안정화 되어서 화염과 벽면조건과의 상호작용에 있어 입구경계조건의 영향을 명확

하게 배제하지 못하고 있다. 이러한 문제점은 해석공간의 충분한 확대를 통해 해결되었지만, 그에 따른 해석 부담은 여전히 간과할 수 없는 단점일 뿐 아니라 충분한 해석공간을 판단하는 근거가 명확하지 않다는 점도 우선적으로 해결되어야 할 과제이다.

본 연구에서는 화염으로 인한 경계조건의 변화 정도를 고찰함으로써 화염과 연소기의 상호작용에 대한 보다 근본적인 이해를 돕고 이를 바탕으로 유한 반응 수치해석의 신뢰성 확보를 위해 전제되어야 할 해석공간의 스케일을 가늠할 수 있는 근거를 마련하고자 한다. 이를 위해 기존의 1차원 점근 해석을 개선하여 소화한계 근처의 크기를 가지는 관에 부여된 외부 열 경계조건의 변화에 따라 관내에 정지한 화염이 경계조건에 미치는 영향을 해석적으로 고찰하였다.

2. 해석방법

2.1 지배방정식과 경계조건

실내온도(T_∞) 분위기에 있으며 소염거리에 가까운 내경(D_i)을 가지는 관을 대상으로 하였으며 유동 방향 길이 스케일(x)을 화염의 위치를 기준으로($x=0$) 설정하였다. 관 두께 t_w 이 관의 길이에 비해 충분히 작아서 $T_{w,i} \approx T_{w,o} \approx T_w$ 로 둘 수 있다면 관의 온도분포에 대한 1차원 식을 유도할 수 있는데, 그 정성적 특성은 튜브 형태의 연소기 대부분에 적용이 가능할 것으로 판단된다.

관 온도의 입구 경계조건은 실내온도 및 예혼합기의 온도와 같이 두고($T_{w,o} = T_{i,o} = T_\infty$), 예혼합기의 연료(혹은 부족성분)의 질량분율은 $Y_F = Y_{F0}$ 로 둔다. 이 때 출구 경계조건은 모두 축방향 변화량이 없다는 조건을 사용하였으며, 사용된 물성치는 모두 일정한 값을 가정하였다.

벽면과 가스의 온도, 농도에 대한 지배방정식을 Table 1에 나타내었다. 식(1)은 관의 에너지 방정식을 관온도(T_w)로 표현한 것으로 관의 전도율(k_w), 관의 외경과 내경(D_o , D_i), 관 외면과 내면의 대류열전달 계수(h_o , h_i), 그리고 관 외면에서의 방사율(ϵ)이 사용되었다. 관내 열전달의 경우 완전 발달의 조건에서는 균일 열원과 균일 온도 조건에 대해 Nusselt 수가 각각 4.36, 3.66 임이 알려져 있어서 어느 경우이나 대략 4 정도로 가정함이 타당하다[11,12]. 단위 면적당 복사열손실은 관의 방사율(ϵ)과 관 표면온도에 의해 결정되는 것으로 단순화 할 수 있으며 복사열손실을 계산하기 위해 스테판-볼츠만 상수

$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} [W/m^2K^4]$ 를 사용하였다.

식(2)는 관 내부를 흐르는 기체의 에너지 방정식을 기체온도(T_i)로 표현한 것이다. 여기서 기체의 전도율(k_i), 밀도(ρ_0), 열용량(c_p), 연료의 반응열(\dot{m}_F''')과 연소 생성열(Δh_c)이 사용되었다. 식(3)은 가스 연료의 보존식을 연료의 질량분율(Y_F)로 나타낸 것이다.

벽면 온도에 대한 식(1)을 무차원화된 벽면의 온도는 $\theta \equiv (T_w - T_0)/\Delta T$ 와 화염대 두께(δ)를 기준으로한 무차원 길이 η 를 도입함으로써 무차원화할 수 있으며, 그 결과를 Table 2의 식(4)에 나타내었다. 여기서 온도차는 $\Delta T = T_{ad} - T_0$ 로

두었다.

마찬가지로, 가스의 온도와 농도에 대한 일반적인 지배 방정식인 Table 1의 식(2), 식(3)을 무차원 온도와 농도 그리고 무차원 길이를 사용하여 표현하면, 아래의 식(5), 식(6)을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 T^+}{d\eta^2} - U^+ \frac{dT^+}{d\eta} - 4 \frac{Nu_{D_i}}{Pe_i^2} (T^+ - \theta) - \frac{\delta \dot{m}_F''' \Delta h_c}{\rho_0 S_o c_p \Delta T} = 0 \quad (5)$$

Table 1. Governing equations

$\frac{d}{dx} \left[k_w \frac{\pi(D_o^2 - D_i^2)}{4} \frac{dT_w}{dx} \right] - \pi [D_i h_i (T_w - T_i) + D_o h_o (T_w - T_\infty) + D_o \varepsilon \sigma (T_w^4 - T_\infty^4)] = 0$	(1)
$\left(\frac{\pi D_i^2}{4} \right) \frac{d}{dx} \left(k_i \frac{dT_i}{dx} \right) - \rho_0 U_0 c_p \left(\frac{\pi D_i^2}{4} \right) \frac{dT_i}{dx} + \pi D_i h_i (T_w - T_i) - \left(\frac{\pi D_i^2}{4} \right) \dot{m}_F''' \Delta h_c = 0$	(2)
$\left(\frac{\pi D_i^2}{4} \right) \frac{d}{dx} \left(\rho D_F \frac{dY_F}{dx} \right) - \rho_0 U_0 \left(\frac{\pi D_i^2}{4} \right) \frac{dY_F}{dx} + \left(\frac{\pi D_i^2}{4} \right) \dot{m}_F''' = 0$	(3)

Table 2. Non-dimensional governing equations and concerned parameters

$k^+ \frac{d^2 \theta}{d\eta^2} - \left[Nu_{D_i} (\theta - T^+) + Nu_{D_o} \theta + \frac{D_o \varepsilon \sigma}{k_i} \Delta T^3 f(\theta) \right] = 0$	(4)
(where, $f(\theta) = \theta^4 + 4 \left(\frac{T_\infty}{\Delta T} \right) \theta^3 + 6 \left(\frac{T_\infty}{\Delta T} \right)^2 \theta^2 + 4 \left(\frac{T_\infty}{\Delta T} \right) \theta$)	
$\frac{d^2 T^+}{d\eta^2} - U^+ \frac{dT^+}{d\eta} - 4 \frac{Nu_{D_i}}{Pe_i^2} (T^+ - \theta) = 0$	(7)
$\frac{d^2 Y^+}{d\eta^2} - Le U^+ \frac{dY^+}{d\eta} = 0$	(8)
$U^+ = \exp \left[\frac{Ze}{2} (T_f^+ - 1) \right]$	(9)
(where $Ze \equiv \frac{T_{act}(T_{ad} - T_0)}{T_{ad}^2}$, $T_f^+ = \frac{T_f - T_0}{T_{ad} - T_0}$)	
$\eta = x/\delta, \quad \delta \equiv \frac{\bar{k}_i}{\rho_0 S_o c_p}, \quad Le \equiv \frac{D_F}{\alpha} \approx 1$	$Nu_{D_i} = \frac{h_i D_i}{k_i}, \quad Nu_{D_o} = \frac{h_o D_o}{k_i}$
$Pe_i = \frac{D_i}{\delta}, \quad U^+ = \frac{U_0}{S_0}$	$T_0 = 300 \text{ K}, \quad \Delta T = 2300 \text{ K}$
$k^+ = \frac{k_w}{k_i} Pe_w^2, \quad Pe_w = \frac{d_w}{\delta}, \quad d_w \equiv \frac{\sqrt{D_o^2 - D_i^2}}{2}$	$T_{ad} = T_0 + \Delta T = 2300 \text{ K}$
	$\rho_0 = 1.16 \text{ [kg/s]}, \quad \bar{c}_p = 1243 \text{ [J/kgK]}$
	$\bar{k}_i = 0.101 \text{ [W/mK]}$
<B.C.>	$\eta \rightarrow 0 : \left(\frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=\Delta\eta} - \left(\frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0} = 0$
$\eta \rightarrow -\infty : \theta = 0, \quad T^+ = 0, \quad Y^+ = 1$	$\left(\frac{dY^+}{d\eta} \right)_{\eta=0} = Le \left[\left(\frac{dT^+}{d\eta} \right)_{\eta=\Delta\eta} - \left(\frac{dT^+}{d\eta} \right)_{\eta=0} \right]$
$\eta \rightarrow +\infty : \frac{d\theta}{d\eta} = 0, \quad \frac{dT^+}{d\eta} = 0, \quad \frac{dY^+}{d\eta} = 0$	$\left(\frac{dY^+}{d\eta} \right)_{\eta=\Delta\eta} = 0$

$$\frac{d^2 Y^+}{d\eta^2} - Le U^+ \frac{dY^+}{d\eta} + Le \frac{\delta \dot{m}_F'''}{\rho_0 S_0 Y_{F0}} = 0 \quad (6)$$

여기서 기체의 온도는 $T^+ \equiv (T_i - T_0)/\Delta T$ 로 두었고, 외부 기체의 온도는 내부기체의 입구 온도와 같다고 가정하였다. 연료 농도는 입구에서의 연료 농도로 무차원화 된 $Y^+ = Y_F/Y_{F0}$ 값을 사용하였다.

반응대를 제외한 부분에서 반응률을 무시하면 ($\dot{m}_F''' = 0$) Table 2의 식(7)와 식(8)이 유도되며 이후의 해석은 주로 이 식들을 이용하여 이루어졌다. 전반적인 해석 전개 과정은 상당부분 Matkowsky and Sivashinsky[13]의 논문과 Zamashchikov and Minaev[14]의 논문을 참고하고 있다. 기존 해석과의 차이점은 원형관 내에 정지한 화염에 대한 전개가 이루어 졌고 관의 전도 및 복사 열전달을 고려한 해석이 이루어 졌다는 점이다. 또한 해석 대상을 실제 마이크로 연소기의 특성 스케일 범위를 주로 다루었으며, 해석 결과를 고찰함에 있어서도 화염의 구조변화보다는 열전달 변수에 의해 벽면온도, 가스온도, 가스농도에 유효한 변화가 발생하는 축방향 길이 스케일에 주안점을 두었다는 것이다.

해의 완성을 위해서는 반응대를 전후로 경계조건의 일치가 이루어져야하며 이를 통해 화염의 온도(T^+)와 연소속도(U^+) 간의 상관관계가 도출된다. 그 과정을 간단히 살펴보면, 반응 속도가 Arrhenius의 관계식을 가짐을 가정함으로써 $\dot{m}_F''' = -A \exp(-T_{act}/T)$ 로 둘 수 있다. 여기서 반응온도는 $T_{act} = E/R = 24358 K$ 로 두었으며 이 값은 화염의 온도보다 충분히 크다. 미소구간의 반응대($0 \leq \eta \leq \Delta\eta$)에서의 반응율의 적분값을 구하면 아래와 같이 근사적으로 표현할 수 있다. 여기서, 반응대 전후의 화염 온도를 각각 T_f, T_b 로 나타내었다.

$$\begin{aligned} & \int_{\eta=0}^{\eta=\Delta\eta} \dot{m}_F''' d\eta \quad (12) \\ &= -\frac{A\Delta\eta}{\delta(T_b - T_f)} \int_{T_f}^{T_b} \exp\left(\frac{-T_{act}}{T}\right) dT \\ &\approx -\frac{A\Delta\eta}{\delta} \exp\left[-\frac{T_{act}}{2T_b} \left(\frac{T_b}{T_f} + 1\right)\right] \end{aligned}$$

단열화염의 경우 반응대 내에서 반응률의 적분된 값이 연소속도로 유입되는 유체 내의 모든 연료의 양과 일치해야 한다는 조건을 통해 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$A\Delta\eta = \rho_0 S_0 Y_{F0} \exp\left[\frac{T_{act}}{T_{ad}}\right] \quad (13)$$

이러한 관계 조건은 화염을 관내에 안정화시키기 위한 최소한의 필요조건이다. 실제의 경우는 관의 열용량과 화염의 응답시간의 차이로 화염 진동, 역화, 날림 등이 발생할 수 있지만, 본 연구의 관심이 안정화된 화염의 존재시에 경계조건에 미치는 영향에 제한되어 있으므로 비정상(unsteady) 현상과 추가적인 안정성 해석은 이루어지지 않았다.

식(13)을 식(12)에 대입하면 반응률에 관한 식을 완성할 수 있는데, 이 과정에서 부분적으로 $T_{ad} \approx T_b \approx T_f$ 값이 사용되었으며, Zel'dovich 수를 $Ze \equiv T_{ad}(T_{ad} - T_0)/T_{ad}^2$ 로 정의하였다.

$$\begin{aligned} & \int_{\eta=0}^{\eta=\Delta\eta} \dot{m}_F''' d\eta \quad (14) \\ &\approx -\frac{\rho_0 S_0 Y_{F0}}{\delta} \exp\left(\frac{T_{act}}{T_{ad}}\right) \exp\left[-\frac{T_{act}}{2T_b} \left(\frac{T_b}{T_f} + 1\right)\right] \\ &\approx -\frac{\rho_0 S_0 Y_{F0}}{\delta} \exp\left[-\frac{T_{act}}{2T_b} \left(\frac{T_b}{T_f} + 1\right) + \frac{T_{act}}{T_b}\right] \\ &\approx -\frac{\rho_0 S_0 Y_{F0}}{\delta} \exp\left[\frac{Ze}{2} (T_f^+ - 1)\right] \end{aligned}$$

이제, 반응대에서의 온도와 농도 변화에 대한 식을 이용하여 반응대 전후의 조건들을 일치시키게 된다. 우선 반응대 내에서 벽면으로의 열손실을 무시하고 각 항의 크기비교를 통해 정리하면 기체온도에 대한 식은 다음과 같다.

$$\frac{d^2 T^+}{d\eta^2} - \frac{\delta \dot{m}_F''' \Delta h_c}{\rho_0 S_0 c_p T \Delta T} \approx 0 \quad (15)$$

반응대에 대해 적분하고 식(14)를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{dT^+}{d\eta}\right)_{\eta=\Delta\eta} - \left(\frac{dT^+}{d\eta}\right)_{\eta=0} \right] \quad (16) \\ &= \frac{\delta}{\rho_0 S_0 Y_{F0}} \int_{\eta=0}^{\eta=\Delta\eta} \dot{m}_F''' d\eta \end{aligned}$$

마찬가지로 반응대 내에서의 농도 조건을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d^2 Y^+}{d\eta^2} + Le \frac{\delta \dot{m}_F'''}{\rho_0 S_0 Y_{F0}} \approx 0 \quad (17)$$

이 식을 반응대 영역에 대해 적분하고 반응대

이후에서 농도변화가 무시할 수 있다는 가정 즉, $(dY^+/d\eta)_{\eta=\Delta\eta} = 0$ 을 사용하면 아래의 식을 구할 수 있다.

$$\left(\frac{dY^+}{d\eta}\right)_{\eta=0} = \frac{Le \delta}{\rho_0 S_0 Y_{F0}} \int_{\eta=0}^{\eta=\Delta\eta} m_F'''' d\eta \quad (18)$$

위 식을 식(16)과 연계하면 아래의 경계 조건이 도출된다.

$$\left(\frac{dY^+}{d\eta}\right)_{\eta=0} = Le \left[\left(\frac{dT^+}{d\eta}\right)_{\eta=\Delta\eta} - \left(\frac{dT^+}{d\eta}\right)_{\eta=0} \right] \quad (19)$$

마지막으로, 농도식 식(8)과 경계 조건값 $\eta \rightarrow -\infty : Y^+ = 1$, $\eta \rightarrow 0 : Y^+ = 0$ 를 이용하여 반응대 상류에 대한 해를 구하면 다음과 같다.

$$Y^+ = 1 - \exp(U^+ Le \eta) \quad (20)$$

반응대 경계에서의 기율기 조건이 반응대 내외부에서의 조건과 일치하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{dY^+}{d\eta}\right)_{\eta=0} &= -U^+ Le \\ &= -Le \exp\left[\frac{Ze}{2}(T_f^+ - 1)\right] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\therefore U^+ = \exp\left[\frac{Ze}{2}(T_f^+ - 1)\right] \quad (22)$$

결과적으로 화염을 정지시키기 위해 입구 경계에서의 유입되어야 할 혼합기의 속도, 즉, 연소속도 $U^+ = U_0/S_0$ 를 구할 수 있다. 그 외의 무차원 변수들에 대한 정의와 화염의 확산대 평균온도에서 구한 공기의 물성치로 표현된 혼합기의 물성은 Table 2의 식(10)에 나타내었으며, 무차원 지배방정식에 대한 경계조건은 식(11)에 정리되었다. 이와 같이 정리된 이론식과 경계조건에 대해 수치해석을 통해 해를 구하였다.

2.2 해석 조건

본 연구에서는 소염한계 근처의 특정 기준조건을 중심으로 해석변수들에 변화를 가함으로써 각 변수들의 영향을 살펴보고자 한다. 해석에 사용된 변수는 관 내경에 대한 Peclet 수(Pe_i), 관의 무차원 전도율(k^+), 관 내외벽의 Nusselt 수(Nu_i , Nu_o) 그리고 관의 방사율(ϵ)이다. 길이 척도의 기준이 되는 화염대의 두께를 정의하기 위해 이론혼합비의 매탄 화염의 온도를 대략 2300 K로 가정하고 그 때의 단일화염의 연소속

Table 3. Parameters in this analytical study

parameter	Min. value	Reference value	Max. value
Pe_i (D_i [mm])	2 (0.35)	15 (2.60)	500 (87.5)
k^+ (k_w [W/mK]) (Pe_w)	5 (0.02) (5)	250 (1 pyrex) (5)	5×10^5 (2000) (5)
Inner Nu_i	0.01	4	20
Outer Nu_o	0.01	1	50
ϵ	0	0.1	1

도를 $S_0 = 0.4 \text{ m/s}$ 로 두었다. 이러한 조건에서 앞의 Table 2의 식(10)에 주어진 물성들을 사용하여 화염두께를 구하면 약 0.175 mm이다.

이러한 해석 변수에 대한 기준조건을 Table 3에 나타내었다. 기준 조건은 소염직경(quenching diameter)보다 조금 큰 2.6 mm 내경을 설정하였는데, 이 때 Peclet 수(Pe_i)가 약 15 정도이다. Pyrex관의 대략적인 전도율 $k_w = 1 \text{ W/mK}$ 를 이용하고 관의 외경이 내경의 1.2배 정도라고 가정할 때 Table 2의 식(10)에 정의한 무차원 전도율(k^+)의 값은 약 250 이었다. 내부 Nusselt 수는 4, 외부 Nusselt 수는 1, 관의 방사율은 0.1로 두었다. 이러한 기준 조건을 중심으로 마이크로 연소기 및 소형 연소기의 일반적인 스케일이 모두 포함될 수 있도록 각 변수의 최대 최소값의 해석 범위를 설정하였으며 그 값 또한 Table 3에 나타내었다.

3. 해석 결과

3.1 기준조건에서의 특성

Table 3에 나타낸 기준조건에 대한 해석 결과를 Fig. 1에 나타내었다. Fig. 1(a)는 스칼라 값들의 변화를 축방향으로 선형좌표계에 나타낸 것이다. 본 연구에서는 화염의 존재로 인해 화염 주위의 온도, 농도 값이 어느 정도의 길이 스케일까지 영향을 미치는지에 관심이 있으므로 변화의 정도를 보다 명확히 제시하기 위해 로그좌표계로 나타낸 것이 Fig. 1(b)이다. 이 때 가로축의 길이 스케일은 화염으로부터의 거리의 절대값을 취하였다. 이렇게 함으로써 각 스칼라 값은 화염 상류의 값(붉은 선)과 하류의 값(가는 선)이 모두 하나의 축에 도시되었으며 하차자 u , d 를 이

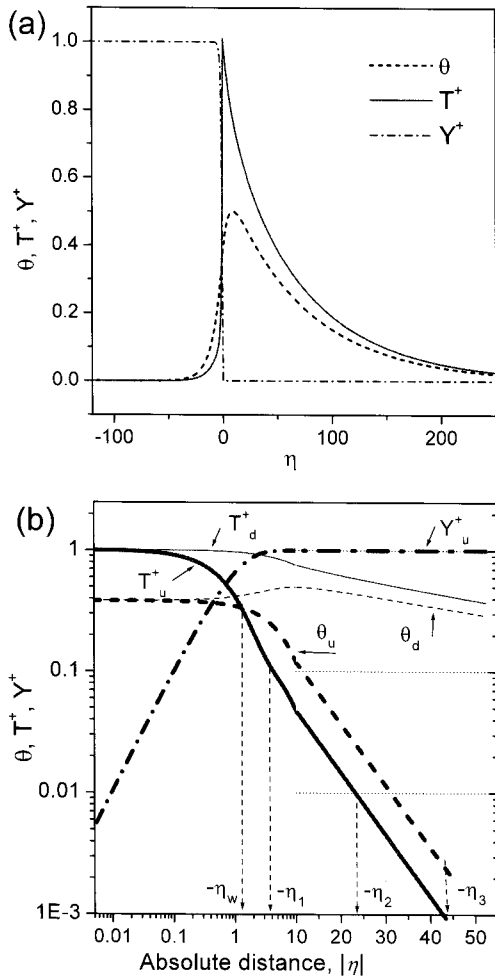


Fig. 1 Scalar distribution at the reference state (a) presented in linear length scale (b) presented in modified logarithmic length scale

용하여 상류와 하류의 값을 구분하였다. 또한 편의를 위해 화염두께의 10배 이내까지의 거리좌표는 로그좌표계로 나타내고 그 이상에 대해서는 선형좌표계로 나타내었다.

그 결과 기준조건에서 벽면의 온도(θ)는 화염 하류에서 최고값을 가지는 것을 명확히 알 수 있고 화염대로부터 $|\eta| \geq 10$ 의 조건에서는 벽면의 온도와 가스의 온도가 지수적 비례관계에 있음을 알 수 있다. 화염 하류에서의 온도 조건은 화염의 전파특성에 미치는 영향이 적으므로 가스의 온도의 상류측 변화를 기준으로 네 가지의 유의미한 무차원 거리를 정의하였다. 첫 째는 가스의 온도가 벽면의 온도와 같아지는 지점($-\eta_w$)이다. 화염 근처에서는 가스의 온도가 벽면보다 높지만 상류쪽으로 거리가 멀어지면 벽면의 열전도율이

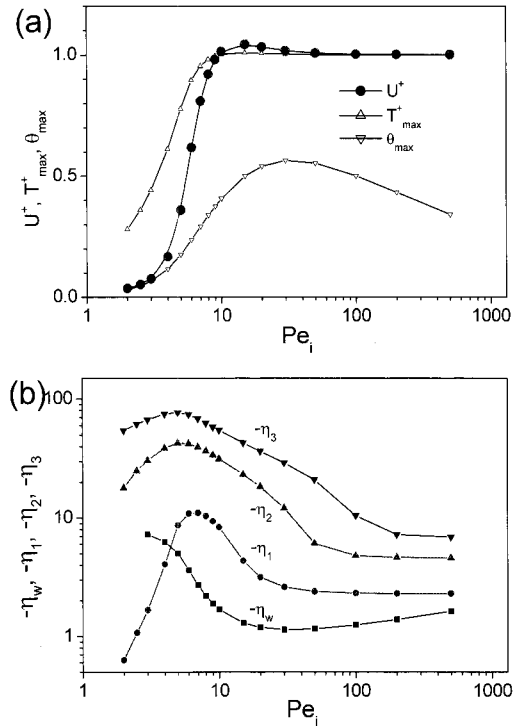


Fig. 2 The effect of the inner Peclet number (a) Burning velocity, maximum temperatures of the wall and mixture (b) Variation of Indicating distances

대체로 가스의 전도율 보다 크기 때문에 벽면온도와 가스온도의 역전이 발생하게 되고 이 지점을 기준으로 보다 상류에서는 벽면에서 혼합기 쪽으로 열전달이 발생한다. 나머지 세 개의 지시좌표는 화염으로부터 거리 증가에 따라 감소하는 가스의 무차원 온도가 10^{-n} 의 크기를 가지는 지점을 각각 지시좌표 $-\eta_n$ 으로 표시하였다. 이 지점들은 유한한 공간에 대해 수치해석을 수행할 때 화염에 의해 입구 경계에서의 가스의 온도 변화가 발생하는 정도를 일정 수준 이하로 제한하기 위해 요구되는 최소 길이를 의미한다. 다시 말해서 기준 조건에서 화염에 의한 입구 경계에서의 온도 변화를 1% 이하로 줄이기 위해서는 최소한 화염 두께의 24배의 상류공간($-\eta_2 \approx 24$) 이 수치해석에 포함되어야함을 의미한다.

본 연구에서는 이후에 각각의 해석인자에 대해 안정화된 화염의 $\eta=0$ 에서의 최고온도(T_{max}^+), 벽면의 최고온도(θ_{max}^+)의 변화를 살펴보고, 이 조건에서의 연소속도의 변화(U^+)와 위에 제시한 네 개의 지시좌표($-\eta_w, -\eta_1, -\eta_2, -\eta_3$)의 변화를 비교 고찰하고자 한다.

3.2 관 내경($Pe_i = D_i/\delta$)의 효과

관 내경의 변화를 Peclet 수(Pe_i)로 나타내고 가스와 벽면의 최고 온도변화와 화염 안정화를 위한 평균속도의 변화를 보여준 결과가 Fig. 2이다. 관 내경의 감소에 따라 화염대 체적에 비해 화염과 접촉하는 벽면의 면적이 증가하고 화염은 더 많은 열을 잃게 되어 관과 가스의 최고온도는 감소하고 화염의 연소속도도 감소하는 것은 당연하다. 그런데 Fig. 2(a)는 동일한 전도성 특성을 가지는 관의 경우에 관 내경의 증가에 의해서도 관의 최고온도가 감소함을 보이고 있다. Pe_i 가 증가하면서 관의 무차원 전도율 k^+ 를 일정하게 유지하는 것은 Table 2의 식(10)에 의해 결국 $D_o^2 = D_i^2 + const$ 임을 의미한다. 따라서 Table 2의 식(6)에서 모든 값이 일정한 조건에서 복사 항에 관여된 외경만 증가하게 된다. 따라서 동일한 관의 온도에 대해 외부로의 복사열손실이 증가하므로 결과적으로 벽면의 온도가 감소하는 것으로 판단된다.

이와 마찬가지로 연소속도도 기준조건 근처의 특정 Peclet 수에 대해 최대값을 가지게 되는데, 식(22)에 의하면 비록 그 값의 차이가 작지만 가스온도 역시 동일한 조건에서 최고가 됨을 알 수 있다. 이러한 조건 또한 벽면을 통한 열제생이 벽면 외부에서의 복사 열손실의 증대와 연관이 있는 것으로 판단된다.

Fig. 2(b)에서는 내부 Peclet 수의 변화에 따른 지시좌표의 변화를 보여준다. Peclet 수가 감소할 때 화염의 최고 온도가 감소함에 따라 벽면온도도 감소하게 됨을 알고 있다. 그런데 기준조건에서 벽면의 열전도율이 혼합기의 전도율에 비해 매우 커서 가스와 벽면의 최고온도가 감소함에 따라 두 값이 동일해지는 상류 쪽 거리($-\eta_w$)는 오히려 멀어짐을 보이고 있다. 아울러 가스온도가 단열화염 온도의 0.1, 0.01, 0.001 배로 감소하는데 요구되는 상류방향 길이는 특정 Peclet 수에서 최대값을 가지는 것을 알 수 있다. 만일 해석 공간이 지시좌표의 길이 정도로 제한된다면, 각각 입구경계가 화염에 의해 10%, 1%, 0.1% 정도 영향을 받게 됨을 의미한다. 다시 말해 수치해석의 결과가 입구 경계에 의해 일정 비 이하의 영향을 받기 위해서 최소한 화염 두께의 약 10, 40, 80 배의 길이가 요구됨을 의미한다.

3.3 관 전도의 효과 ($k^+ = Pe_w^2 k_w/k_i$)

Table 3에 보인 기준 상태에서 무차원 전도율의 값은 $k^+ = Pe_w^2 k_w/k_i = 250$ 이고 해석 범위는 $5 \sim 5 \times 10^6$ 이다. 가스와 벽면의 최고온도와 연소속도의 변화를 Fig. 3(a)에 보였다. 전도율의 변

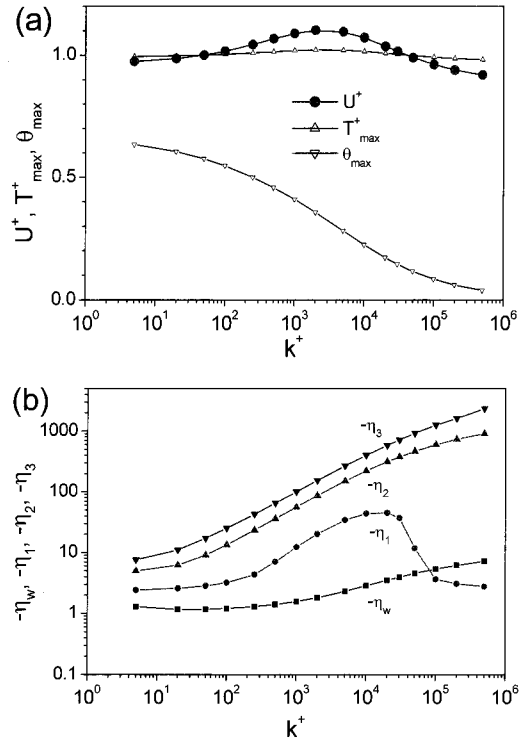


Fig. 3 The effect of the normalized wall conductivity (a) Burning velocity, maximum temperatures of the wall and mixture (b) Variation of Indicating distances

화는 화염의 소화를 일으키지 않으며 단지 연소속도가 특정 무차원 전도율(약 20000)에서 최대가 됨을 보여주고 있어서 기체의 최고온도 역시 동일 조건에서 최대값을 가질 것을 짐작할 수 있다. 하지만 무차원 전도율의 증가에 따라 관의 최대온도는 급격히 떨어지는 것을 알 수 있다. 예를 들어 관 외벽에서의 열손실이 없는 경우라면, 관의 전도율이 감소함에 따라 관의 온도는 기체의 단열화염온도에 근접할 것이다. 반대로 전도율이 무한히 증가하면 화염대에서 발생한 열이 관의 길이 방향으로 빨리 전도되고 결국 외부로의 열손실이 발생하는 면적이 증가하는 효과를 발생시킴으로써 관 온도가 감소하게 될 것이다.

가스온도의 지시점 변화를 나타낸 Fig. 3(b)를 살펴보면 가스의 온도가 벽면온도와 같아지는 지점은 무차원 전도율의 증가에 따라 서서히 상류 쪽으로 이동함을 알 수 있다. 하지만 가스온도에 대한 지시점을 살펴보면, 가스온도가 단열화염온도의 10%에 이르는 지점($-\eta_1$)은 최대전과속도의 조건보다 조금 큰 무차원 전도율 조건에서 가장 멀리 위치하며(약 45) 이후에는 무차원 전도율의 증가에 따라 감소하게 된다. 이는 벽면의

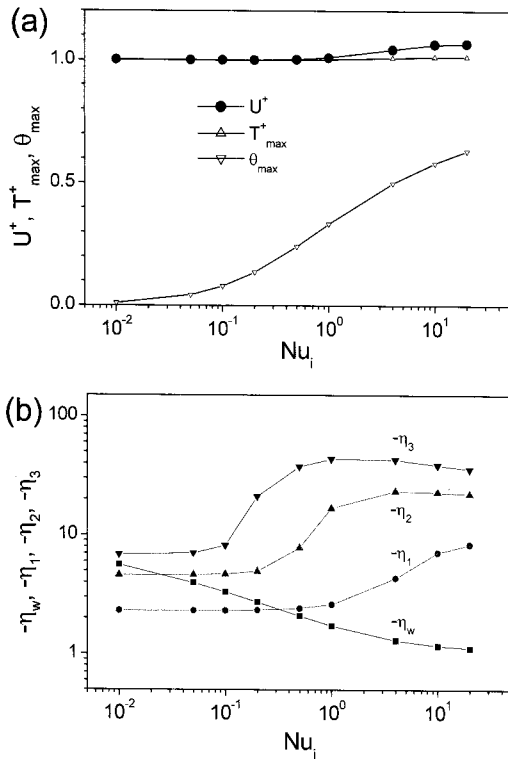


Fig. 4 The effect of the inner Nusselt number (a) Burning velocity, maximum temperatures of the wall and mixture (b) Variation of Indicating distances

온도는 전도율 증가에 따라 감소하지만 화염의 온도는 특정 조건에서 최대값을 가지기 때문이다. 하지만 이러한 효과는 지시 좌표가 화염면에 비교적 가까워서 직접 영향을 받는 경우인 $-\eta_1$ 에서만 관측되며, $-\eta_2, -\eta_3$ 의 경우에는 관의 무차원 전도율의 증가에 따라 지수적으로 증가해서 $k^+ = 10^6$ 정도에 이르러서는 약 1000 이상의 값에 이르렀다.

3.4 관 외부 열전달(Nu_i, Nu_o, ε)의 효과

관의 내부 외부 Nusselt 수의 변화에 따른 연소속도, 가스의 최대온도, 벽면의 최대온도 그리고 가스온도의 지시좌표의 변화를 Fig. 4와 Fig 5에 나타내었다. 내부 Nusselt 수의 증가는 화염의 연소속도를 조금 증가시킨 반면 (Fig. 4(a) 참조), 외부 Nusselt 수의 증가는 화염의 연소속도를 상대적으로 많이 감소시켰다(Fig. 4(b) 참조). 내부 Nusselt 수가 작을 때에는 관으로부터 화염으로의 열전달이 감소할 뿐만 아니라 화염으로부터의 관으로의 열이 근본적으로 차단되므로 관의 온도가 감소하는 것을 알 수 있다. 반면에 관 외벽의 Nusselt 수는 그 값이 증가할 때 관의 온도

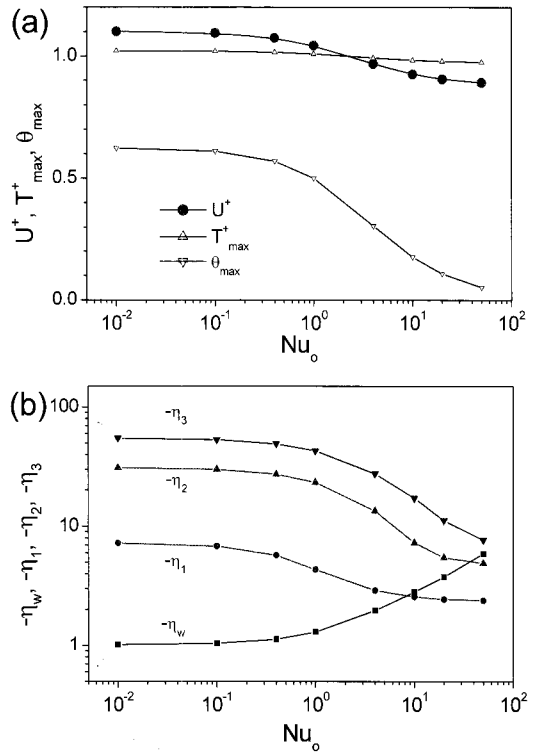


Fig. 5 The effect of the outer Nusselt number (a) Burning velocity, maximum temperatures of the wall and mixture (b) Variation of Indicating distances

를 감소시킨다.

가스온도 지시점의 변화를 살펴보면, 내부 Nusselt 수가 0.1 이하로 감소할 때 지시점의 좌표 값이 급격히 감소하고 이후에는 변화가 거의 없는 것을 보여준다. 앞서 언급하였듯이 내부 Nusselt 수의 감소는 관의 최고온도를 낮추어 화염이 낮은 온도의 관 내부에 존재하는 것처럼 보이지만 실제 내부 Nusselt 수가 작으므로 마치 단열벽면 내에 존재하는 것처럼 벽면의 영향을 거의 받지 않고 화염 자체의 특성을 추종하게 된다. 따라서 일정 Nusselt 수 이하에서는 가스온도의 지시점 변화 역시 거의 발생하지 않았다.

반대로 외부 Nusselt 수의 증가는 관의 온도를 감소시키는 데 영향을 준다. 이 같은 경우에도 외부 Nusselt 수가 1보다 충분히 작은 조건에는 외부로의 열손실은 약한 복사에 의해서만 지배되고 내벽의 열전달에 의해 영향을 받는데, 그 양이 적어서 실제적인 온도 변화는 거의 발생하지 않는 것으로 판단된다. 외부 Nusselt 수의 증가에 따라 관의 최고온도가 감소하고 전반적으로 매우 완만한 온도 구배를 가질 것이므로 가스온도가 관의 온도와 같아지는 지점의 물리적 거리

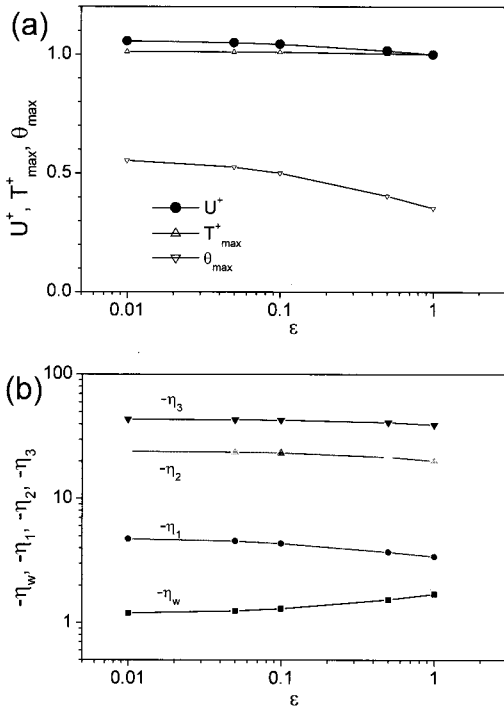


Fig. 6 The effect of wall emissivity (a) Burning velocity, maximum temperatures of the wall and mixture (b) Variation of Indicating distances

는 반대로 증가하게 된다.

한편, 관의 표면방사율의 효과를 Fig. 6에 보았다. 그 결과 주어진 기준조건에서는 표면의 방사율이 화염의 연소속도나 온도에 미치는 영향이 매우 적음을 알 수 있다. 반면에 벽면의 온도는 약 40 % 정도 감소함을 알 수 있다. 따라서 나머지 부분이 대류에 의해 영향을 받는 값을 알 수 있다. 또한 Fig. 6(b)에서 가스온도의 지시점의 변화를 살펴보면 화염에 가까운 $-\eta_1$ 정도만 조금 영향을 받고 멀리 떨어진 지점에서의 변화는 상대적으로 적음을 알 수 있다. 결론적으로 기준조건인 연소기는 복사현상에 의해 화염의 특성이 거의 영향을 받지 않는 조건임을 알 수 있다. 복사가 지배적인 현상이 되기 위해서는 벽면의 온도의 최대값이 매우 큰 조건이 유리할 것이다.

4. 결론

전도성 미소관 내부에 안정화된 화염에 대한 1차원 점근법을 이용한 지배방정식 도출하였고 이를 이용하여 다양한 열적 경계조건에 대해 수치

해석을 수행하였다. 관의 내경, 관의 열전도율 변화, 그리고 관 내외부의 대류 및 복사 열전달이 화염의 구조에 미치는 영향과 화염의 존재가 기체온도의 길이 방향으로 영향을 미치는 거리에 대한 논의가 이루어 졌다. 관에 의한 열전도는 단지 화염으로 재순환 되는 열량의 변화만을 일으키는 것이 아니라 이로 인한 다양한 형태의 화염 특성의 변화를 야기한다. 아울러 각각의 변수에 대해 연소속도와 지시좌표의 값들은 비선형적인 거동을 보이고 있어서 특정 조건에서 최대 혹은 최소값을 가지는 것을 알 수 있다. 따라서 마이크로 연소기의 설계에 있어 특정 스케일의 설계 제한이 있는 경우를 기준으로 각각의 설계 변수에 대한 평가가 독립적으로 이루어져야함을 알 수 있다. 또한 본 연구의 결과를 활용하여 유한 반응 모델을 이용한 수치해석에서 입출구 경계조건의 영향을 배제하기 위해 요구되는 최소 해석영역의 크기를 미루어 짐작할 수 있다.

후 기

본 논문은 2006년도 중앙대학교 일반연구비 지원에 의한 것으로 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] A. C. Fernandez-Pello, "Micro Power Generation Using Combustion: Issues and Approaches," Proc. Combust. Inst. 29, 2002, pp. 883-899.
- [2] J. Vican, B. F. Gajdeczko, F. L. Dryer, F. L. Milius, A. Aksay and R. A. Yetter, "Development of a Microreactor as a Thermal Source for Microelectromechanical Systems Power Generation," Proc. Combust. Inst. 29, 2002, pp. 909-916.
- [3] J. M. Ahn, C. Eastwood, L. Sitzki, and P. D. Ronney, "Gas-phase and Catalytic Combustion in Heat-recirculating Burners," Proc. Combust. Inst. 30, 2005, pp. 2463-2472.
- [4] N. I. Kim, S. Aizumi, T. Yokomori, S. Kato, T. Fujimori, and K. Maruta, "Development and Scale Effects of Small Swiss-roll Combustors," Proc. Combust. Inst. 31, 2007, pp. 3243-3250.
- [5] K. Maruta, T. Kataoka, N. I. Kim, S. Minaev, R. Fursenko, "Characteristics of combustion in narrow channel with temperature gradient," Proc. Combust. Inst. 30, 2005, pp. 2429-2436.
- [6] N. I. Kim, T. Kataoka, K. Maruta, and S. Maruyama, "Flammability Limits of Stationary

- Flames in Tubes at Low Pressure,' *Combustion and Flame*, Vol. 141(1-2), 2005, pp. 78-88.
- [7] B. Lewis and G. Von Elbe, "Combustion, Flames, and Explosions of Gases," Academic Press, San Diego, 1987.
- [8] N. I. Kim and K. Maruta, "A Numerical Study on Propagation of Premixed Flames in Small Tubes," *Combustion and Flame*, Vol. 146, 2006, pp. 283-301.
- [9] C. L. Hackert, J. L. Ellzey, and O. A. Ezekoye, "Effects of Thermal Boundary Conditions on Flame Shape and Quenching in Ducts," *Combustion and Flame*, Vol. 112, 1998, pp. 73-84.
- [10] D. G. Norton and D. G. Vlachos, "A CFD study of propane/air microflame stability," *Combustion and Flame*, Vol. 138, pp. 97-107.
- [11] Frank P. Incropera & David P. De Witt, 2002, "Heat and Mass Transfer", John Wiley & Sons, Inc., 2004, pp. 545-558.
- [12] W. M. Kays and M. E. Cranford, "Convective Heat and Mass Transfer," McGraw-Hill, New York, 2005, pp.80.
- [13] B. J. Matkowsky and G. I. Sivashinsky, "An asymptotic derivation of two models in flame theory associated with the contact density approximation," *SIAM J., Appl. Math.*, Vol. 37(3), 1979, pp. 689-699.
- [14] V. V. Zamashchikov and S. S. Minaev, "Limits of Flame Propagation in a Narrow Channel with Gas Filtration," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, Vol. 37, No. 1, 2001, pp. 21-26.