

지속적으로 향상되는 공정에서 기하 조정 관리한계를 사용한 \bar{X} 관리도

유미정*† · 박창순**

* 중앙대학교 통계학과

** 중앙대학교 통계학과 교수

\bar{X} Chart with Geometrically Adjusted Control Limits under Continually Improving Processes

Mijung Ryu*† · Changsoon Park**

* Department of Statistics, Chung-Ang University

** Professor, Department of Statistics, Chung-Ang University

Key Words : \bar{X} Chart, Continually Improving Process, Geometrically Adjusted Control Limit, Exponentially Weighted Moving Average, Steady State Variance, Retrospective Control Chart

Abstract

An adjusted control limit of the \bar{X} chart is proposed for monitoring the continually improving processes. The continual improvement of the process implies the decrease of the process variance, which is represented by a logistic curve. The process standard deviation is estimated by the exponentially weighted moving average of the sample standard deviations from the past to the current times. The control limits are adjusted by the estimated standard deviation at every sampling time. The performance of the adjusted control limit is compared with that of the standard control limits for various cases of the decreasing speed and size of the variance. The results show that the \bar{X} chart with the adjusted control limits provides better performances for monitoring the small and moderate shifts in continually improving processes.

1. 서 론

관리도(control chart)는 1924년 미국 Bell 전화연구소의 W. A. Shewhart에 의해 최초로 제안되었다. Shewhart의 제안 이후 관리도는 많은 연구와 발전을 거듭하여 오늘날에는 제조 공정에서 품질 관리를 위한 중요한 도구로 사용되고 있다. 관리도는 생산 공정을 통계적으로 관리하는데 널리 사용되어 왔으며, 또한 공정 모수들을 추정하고 공정 능력을 분석하는데 효과

적인 장치라고 할 수 있다.

생산 공정에서 제품 품질의 변동은 어디에서나 존재하는 것이고 품질의 변동이 있는 곳에서 통계적 기법은 공정 개선, 공정 관리, 실험, 최종제품에 대한 판단 등에 널리 응용될 수 있다. 연속 생산공정에서 추출한 자료를 통해 공정품질이 일정수준에 도달하도록 통계적인 방법을 응용하는 절차를 통계적 공정관리(statistical process control)라 한다. 통계적 공정관리의 도구로는 관리도가 주로 사용되고 있으며, 대표적인 관리도의 형태는 Shewhart 관리도, Page(1954)의 누적합(CUSUM) 관리도, Roberts(1959)의 지수가중이동평균(EWMA) 관리도 등을 들 수 있다.

† 교신저자 rosedos@freechal.com

* 이 논문은 2004년도 중앙대학교 학술연구비(일반연구비) 지원에 의한 것임.

Shewhart 관리도 중 \bar{X} 관리도는 공정 평균을 관리하는 관리도로서 이해하기 쉽고 적용이 간편한 장점을 가지고 있어 가장 널리 이용되는 관리도이다. 그러나 현 시점의 관측값만을 사용하여 공정의 상태를 판단하기 때문에 공정의 작은 변화나 서서히 일어나는 변화에는 민감도가 떨어지는 비효율적인 면을 가지고 있다.

이 연구에서는 공정이 계속적으로 향상되어 공정 분산이 서서히 감소하는 공정(continually improving processes)을 가정하고, 매 시점마다 새로 얻어진 자료를 사용하여 관리한계를 최신화(update)하고 공정의 상태를 판단하는 조정 관리한계(adjusted control limit)를 제안하였다. 공정향상으로 공정분산이 감소하는 경우에는 이상원인의 발생으로 인한 공정의 편차도 줄어들게 되어 과거의 넓은 폭의 관리한계로 이를 탐지하고자 할 경우 민감도(sensitivity)가 떨어지게 된다. 따라서 관리도의 민감도를 향상시키기 위해서는 관리한계를 조정할 필요가 있다.

이 논문에서는 Shewhart \bar{X} 관리도를 적용할 때, 제안된 조정 관리한계와 전통적으로 사용하는 고정 관리한계의 효율을 비교하였으며, 조정 관리한계에 사용되는 모수의 선택에 대하여 연구하였다.

2. 공정모형과 관리도의 적용단계

생산공정에서 시간이 흐름에 따라 공정이 점차 숙련되고 안정되어 공정 분산이 줄어드는 경우를 고려해 보자. 이러한 경우에 초기 단계에서 공정 분산은 서서히 감소할 것이며 공정이 진행됨에 따라 분산의 감소가 빨라지다가 일정 시점이 흐른 후에는 공정이 안정된 상태를 유지하여 공정 분산이 일정한 값(steady state variance)으로 수렴하게 된다. 이와 같이 시간의 흐름에 따른 지속적 공정향상은 분산모형을 로지스틱 함수를 사용하여 표현하였으며, 모형에 포함된 여러 계수들을 변화시킬 경우 분산의 감소 폭과 감소하는 속도를 변화시킬 수 있어 일반적 분산감소모형의 표현이 가능하게 된다.

관리도의 적용단계는 관리모수의 추정과 적용에 따른 시점에 따라 제 1국면(Phase I)과 제 2국면(Phase II)로 구분한다.

2.1 제 1국면

제 1 국면은 표본군을 얻어 관리상태일 때의 공정

모수를 추정하는 단계이다(Boyles, 2000 ; Borrer and Champ, 2001 ; Montgomery, 2005 참조).

공정이 관리상태일 때의 공정분포는 평균 μ_0 , 분산 σ_0^2 인 정규분포로 가정한다. 크기 n 인 표본을 일정시간 간격으로 m 회 추출한 자료는 다음과 같이 표현한다.

| 시점(t) | 표본 | 표본평균 | 표본범위 |
|----------|---------------------------------|-----------------|-----------|
| 1 | $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}$ | \bar{X}_1 | R_1 |
| 2 | $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n}$ | \bar{X}_2 | R_2 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| m | $X_{m1}, X_{m2}, \dots, X_{mn}$ | \bar{X}_m | R_m |
| | 총평균 | $\bar{\bar{X}}$ | \bar{R} |

위 표의 자료로부터 관리상태의 공정평균과 공정분산은 아래와 같이 추정한다.

$$\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{X}}, \quad \hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{R}}{d_2(n)}$$

단, $d_2(n)$ 은 범위를 사용하여 공정 표준편차를 추정할 때 사용하는 상수로서 표본크기 n 에 따라 달라진다.

이렇게 추정된 모수를 사용하여 관리한계는(3 σ 관리한계를 사용한 경우)

$$\bar{\bar{X}} \pm 3 \frac{\bar{R}}{\sqrt{n} d_2(n)} \quad (2.1)$$

로 설정하고, 현재까지 추출된 표본평균에 적용하여 모든 m 개의 점이 관리한계 내에 있는지를 확인한다. 이와 같이 이미 지나간 시점의 공정상태를 판단하기 위한 관리도의 적용을 소급(retrospective)관리도라 한다.

모든 m 개의 점이 관리한계 내에 있는 경우에는 공정을 관리상태로 판단하고 다음 단계인 제 2국면으로 넘어간다. 만일 몇 개의 점이 관리한계 밖에 나타나면, 해당 시점에서 이상원인을 찾아내어 교정활동(rectifying action), 즉 발견된 이상원인을 제거하거나 수리한다. 만일 이상원인을 찾을 수 없으면 오경보(false alarm)로 판단한다. 이와 같이 교정활동이나 오경보로 판단한 경우에는 해당 시점의 표본을 제외한 나머지 표본을 사용하여 모수추정을 다시 하게 된다. 모수추정 후에는 소급관리도의 적용을 통해 모든 표본평균 점들이 관리한계 내에 들어올 때까지 이 과정을 반복한 다음 제 2국면으로 이동한다.

2.2. 제 2국면

제 2국면은 제 1국면에서 설정한 관리한계를 이후에 관측되는 표본에 적용하고 관리상태를 판단하는 단계이다.

지속적으로 향상되는 공정을 나타내기 위해 제 2국면이 시작되는 시점부터 공정 분산이 감소하도록 하였고, 이는 로지스틱 함수를 이용하여 표현하였다.

제 2국면의 공정 모형은 제 1국면 이후의 시점 $m+t, t=1, 2, \dots$, 에서 공정분포는 $N(\mu_t, \sigma_t^2)$ 으로 가정한다. 이 때 공정 평균 μ_t 는 일정시간(U)동안 관리값 μ_0 에 머물고 그 이후에는 이상원인에 의해 관리값으로부터 $\delta\sigma_U$ 만큼 멀어진다고 가정한다. 이 때 U 는 관리상태시간(duration of in-control state)을 의미한다. 공정표준편차 σ_t 는 시간이 흐름에 따라 로지스틱 커브에 준하여 점차 감소한다고 가정한다. 지속적으로 향상되는 공정에서 제 2국면에서의 공정평균과 표준편차는 다음과 같이 표현한다.

$$\mu_t = \mu_0 + \delta\sigma_U \cdot I_U(t), \tag{2.2}$$

$$\sigma_t = \left[(1-\gamma) \frac{(1+\alpha) \cdot e^{-t/\beta}}{1+\alpha \cdot e^{-t/\beta}} + \gamma \right] \sigma_0 \tag{2.3}$$

단, $I_t(u) = \begin{cases} 1, & t > u \\ 0, & t \leq u \end{cases}$

식 (2.3)에서 계수 α, β, γ 의 역할을 살펴보자. α 와 β 는 분산이 줄어드는 속도를 조정하는 계수이다. α 와 β 값의 크기를 각각 변화시켜 분산의 감소 추세를 살펴 본 결과 두 계수 값의 변화가 분산의 감소에 미치는 영향이 크게 다르지 않아 β 값은 일정하게 고정하고($\beta=1$) α 값만 변화시켜 분산의 감소 속도를 표현하였다. 계수 γ 는 시작시점의 공정표준편차에 대한 안정상태의공정표준편차(steady state standard deviation)의 비를 나타낸다. $\gamma=0.5$ 인 경우에는 시간이 흐름에 따라 공정 표준편차가 점차 감소하다가 안정되면 초기 공정 표준편차의 0.5배의 값으로 수렴함을 의미한다.

<표 1>은 $\gamma=0.5$ 일때 α 값과 시점 t 가 변함에 따라 표준편차비(σ_t/σ_0)가 감소하는 추세를 나타낸 것이다. 공정 표준편차비는 초기에는 1의 값을 가지다가 점차 감소하는 형태이며, α 값이 작을수록 시간이 흐름에 따라 표준편차의 줄어드는 속도가 빠르고 공정이 안정상태에 도달하는 시간도 짧음을 알 수 있다.

고정관리한계(fixed control limit)는 지속적 공정

향상을 고려하지 않고 제 1국면에서 사용한 관리한계(2.1)을 계속하여 사용하는 것을 말한다. 고정관리한계를 사용하는 경우에는 일정시간 경과하여 공정이 향상된 경우, 즉 공정분산의 현저한 감소가 나타나면 다시 제1국면으로 돌아가 변화된 공정모수를 추정하여 관리한계를 조정하여야 한다.

<표 1> 표준편차비(σ_t/σ_0)의 감소 추세 ($\gamma=0.5$)

| $\alpha \backslash t$ | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 10 | 0.998 | 0.932 | 0.816 | 0.683 | 0.585 |
| 20 | 0.999 | 0.962 | 0.883 | 0.762 | 0.641 |
| 50 | 1.000 | 0.984 | 0.944 | 0.864 | 0.744 |
| 100 | 1.000 | 0.992 | 0.970 | 0.921 | 0.827 |
| 200 | 1.000 | 0.996 | 0.985 | 0.957 | 0.898 |

3. 조정 관리한계의 작성

앞 절에서 언급한 바와 같이 공정이 지속적으로 향상되는 경우에 제 1국면에서 추정한 관리 모수를 이용하여 작성한 관리 한계를 그대로 쓰면서 제 2국면에서 추출한 표본평균을 타점해 나간다면 공정 분산에 비해 관리한계가 너무 넓어 이상원인이 발생하더라도 이를 감지하지 못하는 문제가 발생하게 된다. 이러한 문제점의 보완을 위해 매 시점마다 얻어지는 데이터를 관리 한계의 계산에 반영하여 관리한계를 조정하는 방법에 대해 알아보자.

공정표준편차가 식 (2.3)과 같이 감소하더라도 정확한 함수의 추정은 매우 어렵고 또한 감소형태를 특정함수모만 국한하는 것은 현실성이 부족하다. 따라서 공정표준편차 모형을 추정하는 대신 각 시점의 표본범위를 반영한 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average)으로 추정하는 방법을 고려하였다.

시점 $m+t$ 에서 공정표준편차의 지수가중이동평균 추정량은 다음과 같이 정의한다. 시점 $t=1, 2, \dots$ 에 대해,

$$\hat{\sigma}_t = r \cdot \frac{R_{m+t}}{d_2(n)} + (1-r)\hat{\sigma}_{t-1}, \tag{3.1}$$

단, r 은 가중치($0 \leq r \leq 1$), $\hat{\sigma}_0 = \bar{R}/d_2(n)$, R_{m+t} 는 $m+t$ 번째 관측표본의 범위를 나타낸다. 식 (3.1)에 의해 추정된 표준편차를 사용한 관리한계는, 시점 $m+t$ 에서

$$\bar{X} \pm 3\hat{\sigma}_t / \sqrt{n} \tag{3.2}$$

이 된다. 이와 같은 관리한계를 기하 조정 관리한계 (geometrically adjusted control limit)라 한다.

가중치 r 의 값이 0이면 $\hat{\sigma}_i = \hat{\sigma}_0$ 으로 분산의 감소가 관리한계에 반영되지 않는 고정 관리한계와 같아지며, 가중치 r 의 값이 1이라면 $\hat{\sigma}_i = R_i/d_2(n)$ 으로 현 시점의 데이터에 절대적으로 의존하는 관리한계가 된다. 모의실험에서 r 의 값은 {0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.6}을 사용하였으며, r 값이 커질수록 최근에 얻어진 자료가 관리한계에 주는 영향이 커지게 된다.

4. 관리한계의 효율 비교

관리도는 통계적 설계(statistical design)와 경제적 설계(economic design)로 구분하여 효율을 비교한다.

4.1 통계적 설계

관리도의 통계적 설계에서는 관리상태일 때 이상신호를 주는 시간에 비해 이상상태일 때 이상신호를 주는 시간이 얼마나 짧은가로 효율을 비교하게 된다. 이것은 결국 관리도의 제 1종 오류에 비해 제 2종 오류가 작을수록 효율이 증가함을 의미하게 된다. 제 1종 오류는 오경보 비율에 의해 설명되고 제 2종 오류의 크기는 이상상태 평균런길이에 비례한다. 따라서 조정 관리한계(adjusted control limit)와 고정 관리한계(fixed control limit)의 효율을 비교하기 위하여 오경보 비율(false alarm rate)과 이상상태 평균 런 길이(out-of-control average run length)를 측정하였다.

4.1.1 오경보 비율

오경보 비율은 제 2국면에서 이상원인이 발생하기 전 관리 통계량이 관리한계를 벗어나는 횟수를 측정하고 이것을 관리상태 동안 추출한 표본의 수로 나누어 계산한다. 조정 관리한계는 시간에 따른 공정분산의 감소를 반영하기 때문에 고정 관리한계보다 관리한계가 좁아지므로 상대적으로 오경보 비율이 크게 나타나는 경향이 있다.

4.1.2 이상상태 평균런길이(out-of-control average run length)

이상상태 평균런길이는 제 2국면에서 이상원인이

발생한 후 이상신호를 줄 때까지 추출한 표본의 수에 해당한다. 이상상태에서의 평균 런길이는 조정관리한계의 경우가 고정 관리한계의 경우보다 더 좁은 관리한계를 사용하므로 짧게 나타나는 경향이 있다.

4.2 경제적 설계(economic design)

관리도의 경제적 설계는 단위시간당 발생하는 비용을 계산하여 공정의 효율을 비교한다. 단위시간당 평균비용(expected cost per unit time)은 먼저 공정주기(process cycle)를 정의하고, 한 공정주기에서 발생하는 평균비용을 통해 계산한다. 하나의 공정주기는 관리상태에서 시작하여 이상원인이 발생한 후 이상신호에 따른 교정활동을 통해 공정을 관리상태로 되돌릴 때까지로 정의한다.

한 공정주기 내에서 발생하는 비용에는 여러 가지 다양한 요소가 있을 수 있으나(Lorenzen and Vance (1986), Montgomery (2005), Park et al.(2004) 참조) 그 중 가장 주된 요소는 오경보에 의한 비용과 이상원인에 의한 비용이다. 하나의 오경보 발생에 의한 비용은 C_F 라 하고, 이상원인의 발생으로 인한 공정수준 변화에 따른 비용은 σ_0 만큼의 수준변화량당 C_T 라 하자. 또한 오경보의 발령횟수를 N_F , 이상상태 런길이, 즉 이상원인 발생부터 이상신호를 줄 때까지의 시간, 을 N_1 이라 하자. 이 때 한 공정주기에서 발생하는 비용중 오경보에 의한 비용은 $C_F N_F$ 가 되고, 이상원인 발생으로 $\delta\sigma_U$ 만큼의 공정수준 변화가 발생할 때 그로 인한 비용은 $\delta(\sigma_U/\sigma_0) C_T N_1$ 이 된다. 따라서 단위시간당 평균비용은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$L = \frac{C_F E(N_F) + \delta(\sigma_U/\sigma_0) C_T E(N_1)}{E(U) + E(N_1)} \quad (4.1)$$

식 (4.1)을 고정관리한계와 조정관리한계의 경우에 대해 따로 표현하면, 고정관리한계의 경우는

$$L^f = \frac{C_F E(N_F^f) + \delta(\sigma_U/\sigma_0) C_T E(N_1^f)}{E(U) + E(N_1^f)}, \quad (4.2)$$

조정관리한계의 경우는

$$L^a = \frac{C_F E(N_F^a) + \delta(\sigma_a/\sigma_0) C_T E(N_1^a)}{E(U) + E(N_1^a)} \quad (4.3)$$

<표 4> 단위시간당 평균비용의 비(L'/L^a)

| γ | α | u | δ | R_F | L'/L^a | | | | |
|----------|----------|-----|----------|-------|----------|---------|---------|---------|---------|
| | | | | | $r=0.05$ | $r=0.1$ | $r=0.2$ | $r=0.4$ | $r=0.6$ |
| 0.5 | 10 | 300 | 0.5 | 1 | 8.23 | 12.26 | 13.75 | 15.31 | 15.57 |
| | | | | 5 | 6.90 | 9.39 | 9.26 | 7.88 | 6.02 |
| | | | | 10 | 5.74 | 7.26 | 6.58 | 4.91 | 3.41 |
| | | | | 20 | 4.30 | 5.00 | 4.17 | 2.881 | 1.83 |
| | | | | 50 | 2.46 | 2.59 | 2.00 | 1.23 | 0.77 |
| | | | 100 | 1.44 | 1.45 | 1.07 | 0.64 | 0.39 | |
| | | | 1 | 1 | 50.52 | 59.98 | 57.61 | 49.81 | 40.43 |
| | | | | 5 | 28.92 | 31.72 | 26.37 | 18.07 | 12.17 |
| | | | | 10 | 18.85 | 19.98 | 15.73 | 10.07 | 6.50 |
| | | | | 20 | 11.13 | 11.49 | 8.71 | 5.34 | 3.37 |
| | | | | 50 | 5.01 | 5.07 | 3.74 | 2.23 | 1.38 |
| | | | 100 | 2.64 | 2.65 | 1.93 | 1.14 | 0.70 | |
| | | | 1.5 | 1 | 18.13 | 18.86 | 16.43 | 12.34 | 9.14 |
| | | | | 5 | 7.71 | 7.83 | 6.08 | 3.87 | 2.50 |
| | | | | 10 | 4.59 | 4.64 | 3.49 | 2.13 | 1.35 |
| | | | | 20 | 2.65 | 2.66 | 1.96 | 1.18 | 0.73 |
| | | | | 50 | 1.31 | 1.32 | 0.96 | 0.57 | 0.35 |
| | | | 100 | 0.84 | 0.84 | 0.61 | 0.36 | 0.22 | |
| | | | 2 | 1 | 1.76 | 1.78 | 1.54 | 1.14 | 0.82 |
| | | | | 5 | 0.92 | 0.92 | 0.71 | 0.45 | 0.29 |
| | | | | 10 | 0.69 | 0.69 | 0.52 | 0.31 | 0.20 |
| | | | | 20 | 0.55 | 0.55 | 0.40 | 0.24 | 0.15 |
| | | | | 50 | 0.45 | 0.45 | 0.33 | 0.19 | 0.12 |
| | | | 100 | 0.42 | 0.42 | 0.30 | 0.18 | 0.11 | |
| | | | 3 | 1 | 1.13 | 1.13 | 1.00 | 0.78 | 0.59 |
| | | | | 5 | 0.71 | 0.71 | 0.56 | 0.36 | 0.23 |
| | | | | 10 | 0.57 | 0.57 | 0.44 | 0.27 | 0.17 |
| | | | | 20 | 0.49 | 0.49 | 0.36 | 0.22 | 0.14 |
| | | | | 50 | 0.43 | 0.43 | 0.31 | 0.19 | 0.11 |
| | | | 100 | 0.41 | 0.41 | 0.30 | 0.17 | 0.11 | |
| 0.7 | 10 | 300 | 0.5 | 1 | 7.28 | 9.49 | 10.74 | 13.15 | 16.35 |
| | | | | 5 | 6.00 | 7.36 | 8.06 | 9.28 | 10.70 |
| | | | | 10 | 4.93 | 5.75 | 6.15 | 6.80 | 7.49 |
| | | | | 20 | 3.64 | 4.02 | 4.19 | 4.46 | 4.71 |
| | | | | 50 | 2.08 | 2.16 | 2.19 | 2.23 | 2.28 |
| | | | 100 | 1.25 | 1.26 | 1.26 | 1.26 | 1.27 | |
| | | | 1 | 1 | 4.09 | 4.52 | 4.64 | 4.95 | 5.21 |
| | | | | 5 | 2.58 | 2.73 | 2.77 | 2.86 | 2.94 |
| | | | | 10 | 1.88 | 1.95 | 1.97 | 2.01 | 2.04 |
| | | | | 20 | 1.35 | 1.38 | 1.38 | 1.40 | 1.41 |
| | | | | 50 | 0.93 | 0.93 | 0.94 | 0.94 | 0.94 |
| | | | 100 | 0.76 | 0.77 | 0.77 | 0.77 | 0.77 | |
| | | | 1.5 | 1 | 1.46 | 1.51 | 1.50 | 1.48 | 1.47 |
| | | | | 5 | 0.84 | 0.85 | 0.85 | 0.85 | 0.85 |
| | | | | 10 | 0.68 | 0.68 | 0.68 | 0.68 | 0.68 |
| | | | | 20 | 0.57 | 0.58 | 0.58 | 0.58 | 0.58 |
| | | | | 50 | 0.51 | 0.51 | 0.51 | 0.51 | 0.51 |
| | | | 100 | 0.48 | 0.48 | 0.48 | 0.48 | 0.48 | |
| | | | 2 | 1 | 0.79 | 0.79 | 0.79 | 0.78 | 0.78 |
| | | | | 5 | 0.43 | 0.43 | 0.43 | 0.43 | 0.43 |
| | | | | 10 | 0.36 | 0.36 | 0.36 | 0.36 | 0.36 |
| | | | | 20 | 0.32 | 0.32 | 0.32 | 0.32 | 0.32 |
| | | | | 50 | 0.29 | 0.29 | 0.29 | 0.29 | 0.29 |
| | | | 100 | 0.28 | 0.28 | 0.28 | 0.28 | 0.28 | |
| | | | 3 | 1 | 0.59 | 0.59 | 0.59 | 0.597 | 0.59 |
| | | | | 5 | 0.29 | 0.29 | 0.29 | 0.29 | 0.29 |
| | | | | 10 | 0.23 | 0.23 | 0.23 | 0.23 | 0.23 |
| | | | | 20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 |
| | | | | 50 | 0.18 | 0.18 | 0.18 | 0.18 | 0.18 |
| | | | 100 | 0.18 | 0.18 | 0.18 | 0.18 | 0.18 | |

하급수적으로 길어지는 양상을 보였기 때문에 모의실험 번째 시점까지 이상신호를 주지 않는 경우에는 런길이의 값을 5,000으로 대체하였다.

모의실험의 결과는, 예상대로 조정 관리한계의 평균 런길이가 고정 관리한계의 평균 런길이보다 많이 짧았으며 r 값이 커짐에 따라 즉, 현 시점의 자료가 관리한계에 많이 반영될수록 이상상태의 평균 런길이가 짧아짐을 알 수 있다. 그러나 평균 변화가 비교적 큰 경우에는 고정 관리한계 역시 효율적인 것으로 나타나 고정 관리한계와 조정 관리한계의 평균 런길이에 차이가 거의 나지 않는다. 또한 α 값이 작을수록 즉, 분산이 감소하는 속도가 빠를수록 고정 관리한계의 평균 런길이는 큰 폭으로 증가하지만, 조정 관리한계의 평균 런길이는 분산의 감소 속도에 큰 영향을 받지 않는 것으로 나타났다.

5.2 단위 시간당 평균 비용

앞 절에서 측정한 오경보 비율과 이상상태의 평균 런길이를 바탕으로 고정 관리한계와 조정 관리한계의 단위 시간당 평균 비용을 계산하였다. 각 모수 조합의 수가 많고, 계산 결과의 추세가 크게 다르지 않아 $\gamma=0.5$ 또는 0.7 이고, $\alpha=10, u=300$ 일 때의 결과만 <표 4>에 제시하였다. 단위시간당 평균비용은 식 (4.2) 및 (4.3)을 사용하여 계산하였고, 오경보 비용과 공정수준 변화비용의 비 $R_F (= C_F/C_T)$ 는 1, 5, 10, 20, 50, 100의 6가지 값을 사용하였다.

<표 4>는 공정표준편차의 지수가중이동평균 추정량에 사용된 가중치 r 과 R_F 에 따른 고정 관리한계와 조정 관리한계의 단위시간당 평균비용의 비를 나타낸 것이다. <표 4>로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다. 먼저 $\gamma=0.5$ 인 경우에서 단위시간당 평균비용의 비가 1보다 큰 경우가 $\gamma=0.7$ 인 경우에서 보다 많이 나타나고 있다. 따라서 안정상태 표준편차가 시작상태의 표준편차보다 작을수록 조정관리한계가 고정관리한계보다 더 유용하게 사용될 수 있음을 알 수 있었다. 주어진 γ 의 값에서는 δ 가 작을수록 또한 R_F 가 작을수록 조정관리한계가 고정관리한계보다 더 유용하다. 조정관리한계에서는 가중치가 $r=0.1$ 일 때 가장 효율적임을 알 수 있었다.

6. 결 론

이 연구에서 제안된 조정 관리한계는 모의실험 결

과, 오경보 비율은 기존의 고정 관리한계에 비하여 약간 높게 나타났다. 이상상태에서의 평균 런길이의 측면에서 볼 때에는 평균 변화의 크기에 따라 다른 결과를 보이고 있다. 평균 변화가 비교적 큰 경우에는 기존의 고정 관리한계와 조정 관리한계의 평균 런길이에 큰 차이가 없었지만, 평균 변화가 작아짐에 따라 고정 관리한계에서는 이상상태에서의 평균 런길이가 큰 폭으로 증가하였고 조정 관리한계에서는 평균 런길이가 소폭 증가하여 고정 관리한계에 비해 민감도가 향상되었음을 알 수 있었다.

기하적으로 조정하는 관리한계를 계산함에 있어 현 시점에서 얻어진 데이터에 가중치를 주어 계산하였다. 가중치 r 의 값이 변화함에 따라 고정 관리한계와 조정 관리한계의 비용의 비를 계산해 본 결과 평균 변화량이 1 이하로 작은 경우에는 r 값이 비교적 큰 경우를 제외하고 두 관리한계의 단위 시간당 평균 비용의 비가 1보다 큰 값으로 나타나고 있다.

결과적으로 본 연구에서 제안하는 조정 관리 한계는 지속적으로 향상되는 공정에서 평균 변화 δ 나 오경보비용과 공정수준변화 비용의 비 R_F 가 비교적 작은 경우 매우 효율적이며 또한 안정상태 공정 표준편차가 작은 경우에도 효율적임이 알려졌다. 조정 관리한계를 사용할 때에는 가중치 r 의 값은 0.1내외의 값을 사용하는 것이 가장 좋다는 결론을 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] Borrór, C. M. and Champ, C. W.(2001), "Phase I Control Chart for Independent Bernoulli Data", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 17, pp. 391-396.
- [2] Boyles, R. A.(2000), "Phase I Analysis for Autocorrelated Processes", *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, pp. 395-409.
- [3] Lorenzen, T. J. and Vance, L. C. (1986), "The Economic Design of Control Charts: a Unified Approach", *Technometrics*, Vol. 28, pp. 3-10.
- [4] Montgomery, D. C.(2005), *Introduction to Statistical Quality Control*, Fifth Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- [5] Page, E. S.(1954), "Continuous Inspection

- Schemes”, *Biometrika*, Vol. 41, pp. 100-115.
- [6] Park, C., Lee, J., and Kim, Y.(2004), “Economic design of a Variable Sampling Rate EWMA Chart”, *IIE Transactions*, Vol. 36, pp. 387-399.
- [7] Roberts, S. W.(1959), “Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages”, *Technometrics*, Vol. 42, pp. 97-102.
-