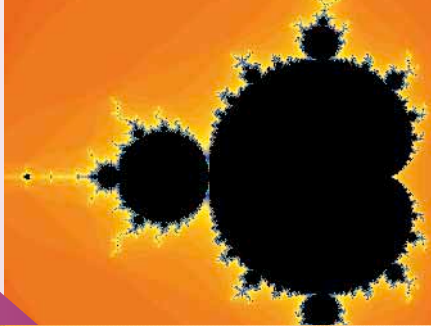
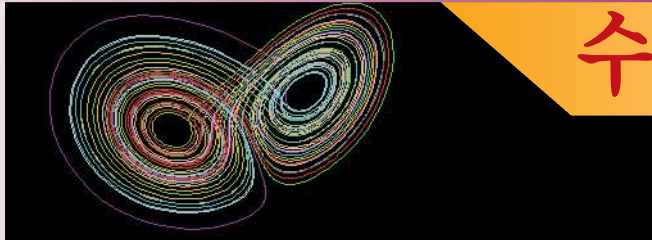


혼돈 속에 숨어있는

수학



글_조용승 이화여자대학교 수학과 교수 yescho@joins.com

자연계에 나타나는 여러 가지 현상 중에는 예측하기 쉬운 것과 어려운 것이 있다. 물체에 힘을 가했을 때 일어나는 뉴턴의 운동법칙이나 만유인력에 따르는 지구와 달의 공전운동, 또는 시계추의 진자운동 등은 수학방정식으로 쉽게 유도해 낼 수 있고 이에 따라 정확히 미래를 예측할 수 있다. 반면에 기상 변화를 일으키는 대기운동이나 동남아를 휩쓸어버린 쓰나미 현상, 시세 변동에 따른 주가 예측, 인간 심리의 변동을 나타내는 선거에서의 바람 등은 예측하기 어렵다.

그러나 예측하기 힘든 자연 현상도 그 내부를 잘 살펴보면 불규칙한 혼돈 속에 커다란 틀과 비선형적인 법칙이 존재한다. 이것을 찾는 데에는 고도의 수학이 필요하며, 그 결과를 이용하면 어느 정도 예측이 가능하다. 비선형 수학에 근거를 두고 있는 카오스이론은 그간 수학이 일궈내고 파생시킨 많은 학문과 이론 중의 하나이다.

카오스이론, 비선형 수학이 근거



17세기말 뉴턴은 그 유명한 뉴턴의 운동법칙을 발표하여 '물체의 운동은 물체에 가해진 힘에 의하여 생긴다'는 것을 보였다. 태양과 지구, 지구와 달 사이에 만유인력이 작용하기 때문에 현재 우리가 아는 것과 같은 공전운동이 생겨났다. 이러한 운동들은 매우 규칙적이어서 뉴턴의 만유인력 법칙만 알면 수천년 후에 일어날 일식이나 월식 등도 매우 정확하게 예측할 수 있다. 태양계내의 행성의 공전운동 이외에도 자연계에 존재하는 규칙운동의 예는 무수히 많다. 줄에 매달린 추를 당겼다가 놓으면 추는 주기적인 진동을 보인다. 또 스프링에 매달린 물체를 당겼다가 놓으면 이 역시 주기적인 진동을 한다. 이러한 진동운동들은 주위에서 쉽게 볼 수 있는 규칙운동의 예이다.

카오스 이론은 18세기말 프랑스 수학자인 푸앵카레의 아이디어에서 출발했다. 그는 수학을 응용한 대기방정식으로 기상현상을 설명하려 했다. 특히 일기는 변수에 대단히 민감하기 때문에 작은 초기값의 차이가 맑은 날씨와 소나기의 결과를 낳을 수 있다는 것이 학계의 정설이다. 카오스 이론은 개별종목의 낙차가 큰 주식시장에도 적용된다. 이 이론은 80년대 이래 꾸준히 경제학자들의 관심을 끌어 실제로 단기 주가예측에 사용돼왔다. 이러한 주식장세의 변화나 해안선 등 불규칙한 모양을 표현해 내는 수단으로 프랑스인 망델브로의 프랙탈 이론이 나오기도 했다.

1887년 스웨덴의 국왕 오스카 2세는 "태양계는 과연 안정된 상태인가?"라는 천문학의 오랜 궁금중을 해결하는 사람에게 상금을 준다고 발표했다. 태양과 9개의 행성, 그리고 소행성과 수많은 위성들이 안정된 궤도를 계속 돌 것인가, 아니면 어느 행성이 궤도를 이탈해 태양과 정면 충돌할 것인가의 문제이다. 뉴턴 역학은 지구의 공전주기는 태양과 지구만을 고려한 결과이다. 푸앵카레는 두 물체만을 고려해서는 안 된다고 생각했다. 그러나 지구와 달의 관계에서 태양을 고려할 때 삼체문제는 뉴턴의 방정식으로 풀리지 않는다. 푸앵카레는 태양계는 본질적으로 다체문제이기 때문에 비선형 방정식으로 풀 수밖에 없다고 결론짓고 새로운 방정식을 구성하였다. 어떤 경우 매우 작은 변화가 행성을 큰 폭으로 움직이게 하고 충분한 시간이 지나면 궤도를 이탈할지 모른다는 결론이 나왔다. 그는 혼돈의 예측 불허성의 원인이 되는 '결론론적 계에서의 초기 조건에의 민감성'을 최초로 알았다.

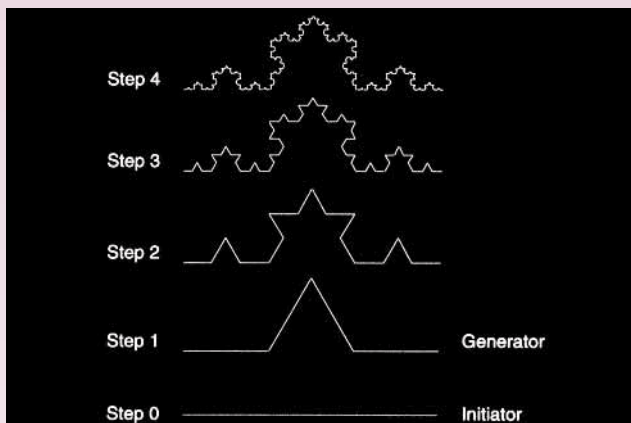
카오스 이론의 대표적 예가 나비효과이다. 나비효과는 일본 도쿄에서의 나비의 날갯짓 같은 작은 변화가 대기에 영향을 주고 또 이 영향이 시간이 지날수록 증폭되어 긴 시간이 흐른 후 미국 샌프란시스코를 강타하는 해일과 같은 엄청난 결과를 가져온다는 것을 말한다. 나비 효과는 만약 이 나비가 가만히 꽃에 앉아 있었다면 해일이 샌프란시스코를 지나는 일이 없었을 것을 의미

하기도 한다. 이처럼 카오스는 스스로 불규칙하게 변화할 뿐만 아니라 나비 효과와 같이 작은 차이가 엄청난 결과를 가져오기 때문에 카오스를 장기적으로 예측하기는 불가능하다. 카오스의 변덕스런 성질과 카오스 속에 숨겨진 나비 효과 때문에 한 달 후, 또는 일년 후의 일기예보는 불가능하다. 일기예보에 관한 한 최첨단의 현대과학을 동원한 장기예보나 관절염에 걸린 노인들의 예측이나 정확성에서 별 차이가 없다고 해도 지나치지 않다. 단지 하루나 1주 후와 같은 단기예보에서는 현대과학이 성공을 거두고 있다.

프랙탈로 자연재해 예측

그럼 어떤 것들이 카오스, 또는 나비 효과를 보이는가? 카오스의 예에는 여러 가지가 있다. 자연 현상에서는 기상변화나 물체의 운동, 경제 현상에서는 주식가격을 대표적인 예로 들 수 있다. 주식가격의 예측이 어려운 것은 카오스적이기 때문이다. 이 세상에는 나비 효과가 나타나지 않는 비카오스적인 것도 많다. 예를 들어 잘 알려진 시계추의 운동을 생각해 보자. 시계추의 주기적인 반복 운동은 정확한 예측이 가능하기 때문에 비카오스적이다. 시계추에 아주 작은 충격을 가한다고 하더라도 시계추의 운동이 크게 달라지지 않는다. 즉 나비 효과처럼 작은 변화가 큰 차이를 가져오지 않는다. 우리 태양계도 비카오스적인데 만약 카오스적이었다면 매일 지구에 떨어지는 수많은 별뿔뿔 때문에 일찌감치 지구는 궤도에서 벗어나 우주 공간을 헤매고 있을 지도 모른다. 카오스적인 현상은 수학적으로는 비선형적이기 때문에 어렵다.

70년대초 나타난 금융파생상품은 고도의 수학이론이 도입되면서 거래가 폭발적으로 증가했다. 미국의 두 수학자가 개발한 '블랙-숄스 공식'은 파생상품의 투자가치 계산시간을 1/100로



단축시켰다. 불확실성을 실제에 응용하려는 퍼지이론은 이미 공학으로 발전한 사례로서 수학적으로 추론결과가 올바른 사실을 정도의 문제로 나타낸 이론이다.

이제 수학의 응용분야는 전방위적이다. 94년 LA폭동 사태 때는 UCLA의 한 수학교수가 흑인을 폭행한 백인 트럭운전사를 잡아내는데 공헌했다. 폭행 장면을 담은 비디오에서 범인 팔뚝에 검은 점으로 나타난 부분을 수학적으로 분리추출, 장미꽃 문신이란 사실을 밝혀내 범인을 잡은 것이다. 군사 및 외교상의 이유로 사용돼 왔던 암호는 인터넷을 통한 전자상거래가 활성화하면서 그 용도가 끊임없이 확산되고 있다.

프랙탈은 70년대말부터 물리학자, 지리학자, 건축, 미술, 철학 등의 분야에서 주목을 받았다. 망델브로는 프랙탈에 대해 많은 연구를 처음 시작한 사람으로 자신이 생각한 형상, 차원 및 기하학에 대한 이름을 생각하고, 라틴어의 '부서지다'라는 뜻의 동사 'frangere'에서 파생한 형용사 'fractus'를 찾았다. fractus란 '온전한 것이 아닌', '어중간한'이란 뜻이다. 어원이 같은 영어 단어 'fracture'와 'fraction'의 어감도 적절한 것으로 생각했다. 망델브로는 영어이면서 불어이며, 명사이자 형용사인 'fractal'을 만들었다.

자연과학의 목적은 자연의 모든 현상을 자연법칙의 규칙으로 환원시켜 설명하는데 있다. 여기서 유일한 전제는 완전한 인과관계의 성립이다. 한 원인은 반드시 한 결과에 앞서야 한다. 자연의 다양성이 몇몇의 규칙으로 환원되는 것은 관찰된 결과에 대한 원인 규명이 이루어짐을 의미한다. 동일한 원인은 동일한 결과를 낳는다는 것이 지금까지 자연해석의 근간이었다. 반면에 전자기학의 아버지인 맥스웰은 이미 나름의 독특한 자연해석을 제시하였다. "동일한 원인이 동일한 결과를 낳는다는 것은 형이상학적 독단이다. 어느 누구도 그렇게 확신할 수 없다. 동일한 원인이 두 번 다시 나타나지 않으며, 결코 반복되지 않는 세계에서는 위의 생각이 적용될 수 없다"라며 동일한 원인이 동일한 결과를 낳는다는 좁은 의미의 결정론 대신에 유사한 원인이 유사한 결과를 낳는다는 넓은 의미의 결정론을 이야기했다.

끊임없이 불규칙하게 변화하는 카오스적인 현상들에 대해서도 현대과학의 발전 속도로 보아 예측과 정확성을 높일 수 있는 충분한 자료만 축적된다면 기상이나 지진에 대해서도 언젠가는 정

확히 예측할 수 있을 것이다. ㉓



글쓴이는 미국 시카고대학교에서 박사학위를 취득하였으며, 현재 이화여대 수학과 교수로 재직중이다.