

論文

분포종동력을 받는 외팔 송수관의 안정성에 관한 연구

공창덕*, 박요창**

Study on the Stability of Cantilevered Pipe Conveying Fluid
Subjected to Distributed Follower Force

Chang-Duk Kong* and Yo-Chang Park**

ABSTRACT

The paper discussed on the stability of cantilevered pipe conveying fluid subjected to distributed follower force. Governing equations of motion are derived by extended Hamilton's principle, and the numerical scheme using finite element method is applied to obtain the discretized equations. The critical flow velocity as a function of the distributed follower force for the various mass ratio is determined. The flutter configurations of the pipes at the critical flow velocities are drawn graphically at every twelfth period to define the order of quasi-mode of flutter configuration. The critical mass ratios, at which the transference of the eigenvalue branches related to flutter take place, are definitely determined. Also, the effect of damping on the stability of the system is considered.

초 록

본 연구에서는 분포 종동력을 받는 외팔 송수관의 안정성에 대하여 연구하였다. 지배 운동 방정식은 확장 해밀턴의 원리에 의해 유도 되었으며, 유한 요소법에 의해 수치해석이 이루어 졌다. 다양한 질량비에 대하여 분포 종동력 값에 따른 임계 유속 값을 결정하였다. 임계 유속에서의 플러터 모드 형상의 차수를 결정하기 위하여 1/12의 주기로 그려, 질량비에 따른 임계 유속의 그래프에 있어서 플러터가 발생하는 고유치 분기의 차수와 함께 명기하였다. 또한 내부감쇠가 시스템의 안정성에 미치는 영향을 조사하였다.

Key Words : Stability(안정성), Flutter(플러터), Cantilevered pipe conveying fluid(외팔송수관), Distributed follower force(분포 종동력), quasi mode(준 모드)

1. 서 론

비보존계(Nonconservative system)란 일반적으로 계에 가해지는 외력이 포텐셜 (Potential)을 갖지 않는 계로써 예를 들어 축과 항상 접선 방

향으로 비틀림을 받는 기둥, 제트 추진에 의한 로켓이나 미사일, 내부 유동유체가 흐르는 파이프 등을 들 수 있다. 이러한 보존계에 작용하는 외력의 하나인 종동력(follower force)은 비보존력의 일종으로써 그 이름의 기원은 미사일이나 로켓의 추력과 같이 "구조물에 가해지는 외력이 구조물이 변형되는 축방향에 항상 접선방향으로 쫓아간다"는 것에서 유래된다. 이러한 종동력이 작용하는 구조물은 동적 불안정(flutter)에 안정성을 잃을 수 있다는 사실로부터 종동력을 받는 구조물의 동적 불안정 현상을 바르게 이해하기 위

† 2004 년 4월 9일 접수 ~ 2005 년 3월 11일 심사완료

* 정희원, 조선대학교 항공우주공학과
E-mail: cdgong@mail.chosun.ac.kr

광주광역시 동구 서석동 375번지

** 정희원, 충남대학교 대학원 기계공학과

해서 지금까지 많은 연구자들에 의해 연구되어 오고 있다.

중동력을 받는 구조물의 동적 안정성에 대한 학술적 연구의 최초의 시도는 1952년 Beck¹⁾에 의하여 이루어졌는데 그는 외팔보의 자유단에 중동력이 작용하는 경우에 대한 임계 중동력 값(구조물의 안정과 불안정의 경계가 되는 임계하중 값)을 이론적으로 구하였다. 비록 Beck's column은 다양한 질량, 강성, 압축 응력 분포 등 실제 구조물과는 다르지만, 보의 안정성 연구의 기초적 이론을 공부하기에 중요한 자료가 되고 있다. 이 연구를 계기로 외팔보의 자유단에 집중질량의 고려하는 등 많은 파라메타의 효과가 확장 연구되어져 오고 있으며, 1985년에는 Park과 Mote²⁾에 의해 실제 유연미사일로부터 상정한 자유-자유단을 갖는 보의 한 끝에 보의 중동력이 작용하는 경우 중동력의 방향을 회전각 및 회전각속도를 제어에 따른 안정성 연구를 수행하였다. 최근 비보존 중동력에 관한 지금까지의 많은 연구들이 Langthjem와 Sugiyama의 논문³⁾에서 잘 언급되어져 있다.

로켓 추진력과 제트 엔진과 같은 비보존 중동력이라는 맥락에서 큰 관심이 집중되고 있는 외팔 송수관은 일찍이 1939년 Bourrieres⁴⁾에 의해 처음 연구되었는데 그는 현이나 무한히 유연한 구조물의 확장 연구로서 송수관을 연구하였는데 송수관 진동의 원인을 찾는데 초점을 두었다. 그 후 주목할만한 연구로서는 1961년 Benjamin^{5~6)}의 연구를 들 수 있는데 그는 2자유도 분절된 외팔 송수관의 동적안정성을 동역학과 진동의 관점에서 이론과 실험을 통하여 연구하였다. 1966년에는 Gregory와 Paidoussis^{7~8)}가 유체가 흐르는 연속체 외팔 송수관의 안정성 문제를 실험과 이론을 병행하여 연구하였다. 이 연구를 바탕으로 중력의 효과⁹⁾, 집중질량의 효과¹⁰⁾, 내부감쇠의 효과¹¹⁾, 외부스프링 지지의 효과¹²⁾, 외부 감쇠의 효과¹³⁾ 등 많은 시스템의 파라메타가 외팔 송수관의 안정성에 미치는 효과가 연구되어 오고 있다.

그러나 이러한 연구는 집중 중동력, 즉 유체력만 존재할 경우에 안정성 문제를 연구하였다.

본 논문에서는 응용 역학적인 면에서 송수관을 단순화된 보 모델의 일종으로 간주하고 역학적, 물리적 현상을 고찰하는데 있으며, 1962년 Leipholz¹⁴⁾에 의해 최초로 연구된 분포 중동력을 고려하여 분포 중동력을 받는 외팔 송수관의 안정성을 연구하였다.

또 지금까지의 대부분의 논문은 안정성 임계를 찾는데 주목하였으나, 본 논문에서는 플러터

에 관계하는 고유치분기와 플러터 모드 형상과의 관계를 조사하였다.

II. 본 론

2.1 수치해석

2.1.1 수학적모델

Fig. 1은 분포 점선 중동력 q 를 받는 전체 길이 L 의 외팔 송수관의 수학적 모델을 나타내고 있다. 송수관 내부의 유체는 비압축성이며 일정한 속도 v 로 흐르고 있다.

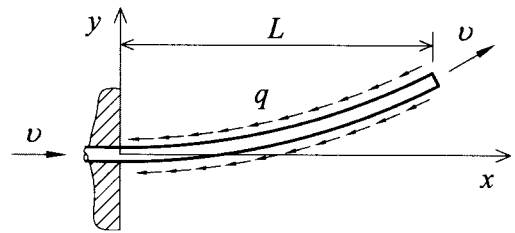


Fig. 1. Mathematical Model of a cantilevered pipe conveying fluid subjected to distributed follower force

2.1.2 운동방정식

Fig. 1 모델에 대한 운동 지배방정식을 얻기 위해 확장된 해밀톤 원리를 이용하면 다음과 같다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T + W_c - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} (\delta W_{id} + \delta W_{nc}) dt = 0 \quad (1)$$

여기서, T 는 운동에너지, W_c 는 보존 성분에 의한 일, U 는 탄성포텐셜 에너지, δW_{id} 는 내부감쇠에 의한 가상일, 그리고 δW_{nc} 는 비보존성분에 의한 가상일을 나타내고 각각의 에너지식은 다음과 같다.

식(1)에 있어서 파이프와 내부유동유체의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \int_0^L \left[\frac{m_b}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{m_f}{2} \left\{ v^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right\} \right] dx \quad (2)$$

여기서 m_b 와 m_f 는 각각 송수관과 유동유체의 단위길이 당 질량을 의미한다.

유체력과 분포 중동력의 보존성분에 의한 일은 다음과 같다.

$$W_c = \int_0^L \left\{ \frac{m_f v^2}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \frac{q(L-x)}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right\} dx \quad (3)$$

송수관의 탄성포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$U = \int_0^L \frac{EI}{2} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx, \quad (4)$$

여기서 EI 는 송수관의 굽힘 강성을 나타낸다.

파이프의 내부감쇠에 의한 가상일은 다음과 같다.

$$\delta W_{ad} = - \int_0^L E^* I \left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx, \quad (5)$$

E^* 는 파이프의 재질감쇠계수를 표시한다

유체력과 분포중동력에 의한 가상일은 다음과 같다.

$$\delta W_{nc} = -m_f v \left(\frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=L} \delta y + \int_0^L \left\{ \frac{q}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \delta y \right\} dx \quad (6)$$

식 (2)에서 (6)을 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left[(m_p + m_f) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) + m_f v \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \right. \\ & + m_f v \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + m_f v^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \\ & + q(L-x) \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) - EI \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \\ & - E^* I \left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) - q \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \delta y \left. \right] dx dt \\ & - \int_{t_1}^{t_2} \left[m_f v \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + v \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \right\}_{x=L} \delta y \right] dt = 0. \quad (7) \end{aligned}$$

계산상의 편리를 위해 다음과 같은 무차원화된 좌표와 파라미터들을 도입한다.

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{y}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_f + m_p}}$$

$$\beta = \frac{m_f}{m_f + m_p}, \quad \gamma = \frac{E^*}{EL^2} \sqrt{\frac{EI}{m_f + m_p}}$$

$$\rho = \frac{qL^3}{EI}, \quad u = vL \sqrt{\frac{m_f}{EI}} \quad (8)$$

식 (8)의 무차원 파라미터들과 좌표들을 식 (7)에 대입하면 식 (9)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_0^1 \left[\eta_\tau \delta \eta_\tau + \beta \frac{1}{2} u (\eta_\tau \delta \eta_\xi + \eta_\xi \delta \eta_\tau) + u^2 \eta_\xi \delta \eta_\xi \right. \\ & + \rho(1-\xi) \eta_\xi \delta \eta_\xi - \eta_{\xi\xi} \delta \eta_{\xi\xi} - \gamma \eta_{\xi\xi} \delta \eta_{\xi\xi} - \rho \eta_\xi \delta \eta \left. \right] d\xi d\tau \end{aligned}$$

$$- \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[\beta \frac{1}{2} u \eta_\tau \delta \eta_\tau + u^2 \eta_\xi \delta \eta_\xi \right]_{\xi=1} d\tau = 0 \quad (9)$$

2.1.3 유한요소법의 적용

식(9)의 수치 해를 얻기 위해 유한요소법을 이용하며, 외팔 파이프를 N개의 균일한 요소로 분할한 그림은 Fig. 2와 같다.

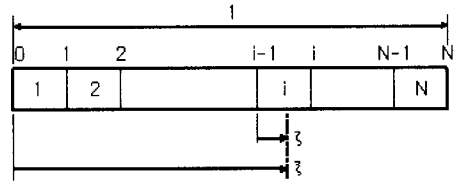


Fig. 2. Finite element model of the pipe.

Fig. 2의 국부좌표 ($\xi = N\xi - i + 1$; $0 \leq \xi \leq 1$)를 식 (9)에 대입하면 다음과 같은 이산화된 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[\sum_{i=1}^N \left\{ \int_0^1 \eta_\tau^{(i)} \delta \eta_\tau^{(i)} + \beta \frac{1}{2} u N (\eta_\tau^{(i)} \delta \eta_\eta^{(i)} + \eta_\eta^{(i)} \delta \eta_\tau^{(i)}) \right. \right. \\ & + u^2 N^2 \eta_\xi^{(i)} \delta \eta_\xi^{(i)} + \rho(1-\xi) \eta_\xi^{(i)} \delta \eta_\xi^{(i)} \\ & - N^4 \eta_{\xi\xi}^{(i)} \delta \eta_{\xi\xi}^{(i)} - \gamma N^4 \eta_{\xi\xi\tau}^{(i)} \delta \eta_{\xi\xi\tau}^{(i)} \\ & \left. \left. + \rho \eta_\xi^{(i)} \delta \eta^{(i)} \right\} d\xi \right. \\ & \left. - \beta \frac{1}{2} u N \eta_\tau^{(N)} \delta \eta^{(N)} - u^2 N^2 \eta_\xi^{(N)} \delta \eta^{(N)} \right]_{\xi=1} d\tau = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

다음의 형상함수 $e^{(i)}(\xi)$ 를 도입한다.¹⁵⁾

$$\eta^{(i)}(\xi, \tau) = \{e^{(i)}(\xi)\} \cdot \{v^{(i)}(\tau)\} \quad (11)$$

$\eta^{(i)}(\xi, \tau)$ 를 다음과 같이 ξ 의 3차 함수로 근사할 수 있다.

$$\eta^{(i)}(\xi, \tau) = [(1-\xi)^2(1+2\xi) \quad \xi(1-\xi)^2 \quad \xi^2(3-2\xi) \quad \xi^2(1-\xi)] \{v^{(i)}(\tau)\} \quad (12)$$

식(11)에 식(12)를 대입하면 다음과 같은 특성 방정식을 얻는다.

$$[M]\{v_{\tau\tau}\} + [C]\{v_\tau\} + [K]\{v\} = \{0\} \quad (13)$$

2.1.4 고유치문제

식 (13)에 있어서 변위벡터 $\{v(\tau)\}$ 를 다음과 같

이 가정한다.

$$\{v(\tau)\} = \{X\} \exp(\lambda\tau) \quad (14)$$

식 (13)은 다음과 같이 표준 고유치문제라 귀착된다.

$$\lambda [I] \{Z\} = [A] \{Z\} \quad (15)$$

여기서

$$\{Z\} = \begin{Bmatrix} \{X\} \\ \{W\} \end{Bmatrix}, \quad [A] = \begin{bmatrix} \{0\} & \{I\} \\ \{-M^{-1}K\} & \{-M^{-1}C\} \end{bmatrix}.$$

계의 안정성 판별은 특성근 ($\lambda = \sigma \pm i\omega$)의 실수부분인 σ 의 부호에 의해 판별된다. 즉, $\sigma > 0$ 일 때, 계는 불안정하게 되고, $\sigma < 0$ 일 때 계는 안정하게 된다. 따라서, $\sigma = 0$ 일 때 계의 안정과 불안정의 경계가 되는 임계조건으로 이때의 유속과 분포 종동력이 임계유속 (u_{cr})과 임계분포 종동력 (ρ_{cr})이 된다.

2.1.5 불안정 모드형상

플러터가 발생하는 임계유속 ($u_{cr} = u_*$)에서 고유벡터 $\{X\}$ 에 의해서 다음 식의 횡방향의 변위 $\{V(\tau)\}$ 를 계산하면 각 모드에 대한 모드형상을 얻을 수 있다.

$$\{V(\tau)\} = \{\{X_i\} \cos(\omega_i \tau + \phi_i)\}, \quad (16)$$

여기서, 위상각 ϕ_i 는 다음과 같다.

$$\tan \phi_i = \text{Im}\{X_i\} / \text{Re}\{X_i\}. \quad (17)$$

2.2 해석결과와 고찰

본 연구에서는 수치 시뮬레이션을 하기 위해 유한요소법을 적용하였고, 분포 종동력이 작용하는 송수관에 있어서 질량비의 변화에 따른 안정성을 조사할 수 있는 계산 프로그램을 개발하였다.

해의 정확도를 검증하기 위하여 Fig. 3에서는 분포 종동력 $\rho = 0$ 와 질량비가 $\beta = 0$ 일 때 내부감쇠를 무시한 경우 $\gamma = 0$ 와 미소 내부감쇠가 $\gamma = 0.001, 0.01$ 인 경우의 고유치 곡선을 그려 임계값을 구하여 참고문헌¹⁶⁾과 비교 검토하였다. 또 Fig. 4에서는 유속이 $u = 0$ 일 때 즉, 분포 종동력만 고려하였을 때 내부감쇠를 무시한 경우 $\gamma = 0$ 와 미소 내부감쇠가 $\gamma = 0.001, 0.01$ 인 경우의 고유치 곡선을 그려 임계값을 구하였다.

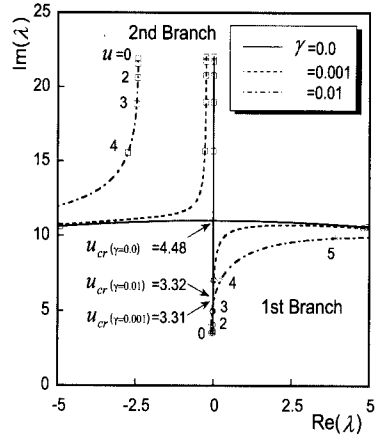


Fig. 3. Eigenvalue branches for $\rho = 0, \beta = 0$ ($\gamma = 0, 0.001, 0.01$)

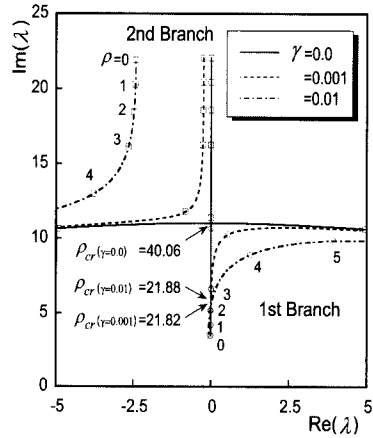
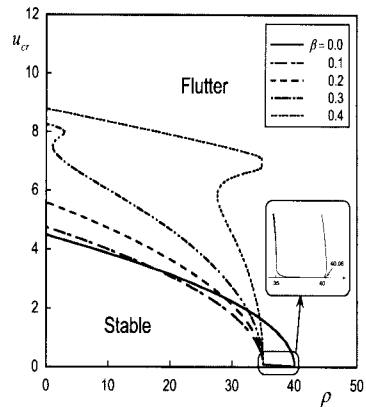
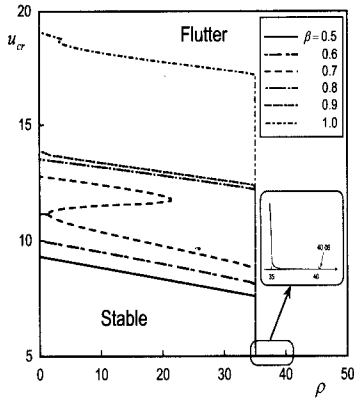


Fig. 4. Eigenvalue branches for $u = 0, \beta = 0$ ($\gamma = 0, 0.001, 0.01$)

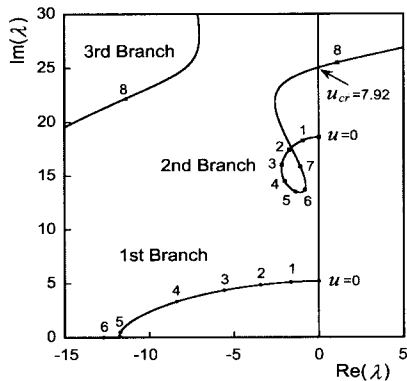


(a) $\beta = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$

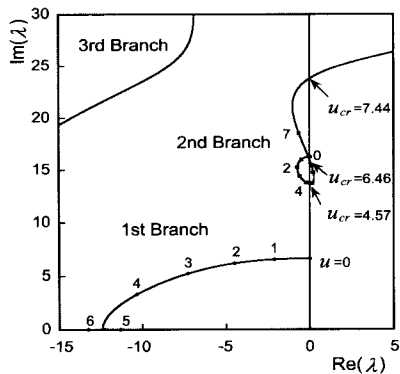


(b) $\beta=0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$

Fig. 5. Critical flow velocity and critical distributed follower force for mass ratio



(a) $\rho = 20$



(b) $\rho = 30$

Fig. 6. Eigenvalue branches for $\rho = 20, 30$ when $\beta = 0.4$

Fig. 5는 분포 종동력 값 ρ 의 변화에 따른 임계 유속 값 u_{cr} 을 나타내고 있다. Fig. 5(a)는 질량비 β 가 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 의 경우이다. $\beta=0.0$ 일 경우에 있어서 $\rho=0$ 일 때 임계 유속 값 $u_{cr}=4.48$ 이고, ρ 의 증가와 함께 임계 유속 값이 감소해 가며, $\rho=40.06$ 일 때는 u_{cr} 은 0이 된다. β 가 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 의 경우에는 ρ 의 증가와 함께 임계 유속 값이 감소해 가며 ρ 가 35 부근에서 임계 유속 값이 거의 0 이 되는 것을 알 수 있다.

Fig. 5(b)는 β 가 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0 일 경우의 분포 종동력 값의 증가에 따른 임계 유속 값을 나타내고 있다. Fig. 5(a)와 마찬가지로 ρ 의 증가와 함께 임계 유속 값이 감소해 가며 ρ 가 35 부근에서 임계 유속 값이 급격히 감소하여 거의 0 이 되는 것을 알 수 있다.

Fig. 6은 Fig. 5(a)에 있어서 $\beta=0.4$ 일 때 $\rho=20$ 과 30에 대한 고유치 곡선을 나타내고 있다. Fig. 6(a)는 $\rho=20$ 인 경우의 고유치 곡선을 나타내며, 2차 분기에서 가장 먼저 허수축을 가로 질러 플러터가 발생한다. 이 때의 임계 유속 값은 $u_{cr}=7.92$ 이다. 6(b)는 $\rho=30$ 인 경우의 고유치 곡선을 나타내며, 2차 분기에서 3회 허수축을 가로질러 플러터가 발생한다. 먼저 u_{cr} 이 4.57에서 불안정이 되고, 6.46에서 다시 안정이 되고 7.44에서 불안정이 되는 다중 안정 한계가 존재한다.

Fig. 7은 Fig. 6에서의 각각의 임계값에 대한 플러터 모드 형상을 나타내고 있으며 각각 1/12의 주기로 최대진폭이 파이프의 전체 길이의 1/10에 해당된다.

Fig. 7(a)은 $\beta=0.4, \rho=20$ 일 때의 임계 유속 $u_{cr}=7.92$ 에서의 플러터 모드 형상으로 두개의 이동절점을 가지므로 준(quasi) 3차 모드 형이다. Fig. 7(b)(c)은 $\beta=0.4, \rho=30$ 일 때의 각각 $u_{cr}=4.57, 6.46$ 에서의 플러터 모드 형상이고, 두 플러터 형상은 모두 하나의 이동 절점을 가진 준 2차 모드 형이다. Fig. 7(d)은 $\beta=0.4, \rho=30$ 일 때의 세 번째 임계값 $u_{cr}=7.44$ 에서의 플러터 모드 형상으로 Fig. 7(a)와 마찬가지로 두개의 이동절점을 가진 준 3차 모드 형이다.

Fig. 6에서의 플러터가 발생하는 고유치 분기의 차수와 플러터가 발생할 때의 Fig. 7에서의 진동 모드형의 차수와는 반드시 일치하지는 않는다는 것을 확인하였다¹⁵⁾.

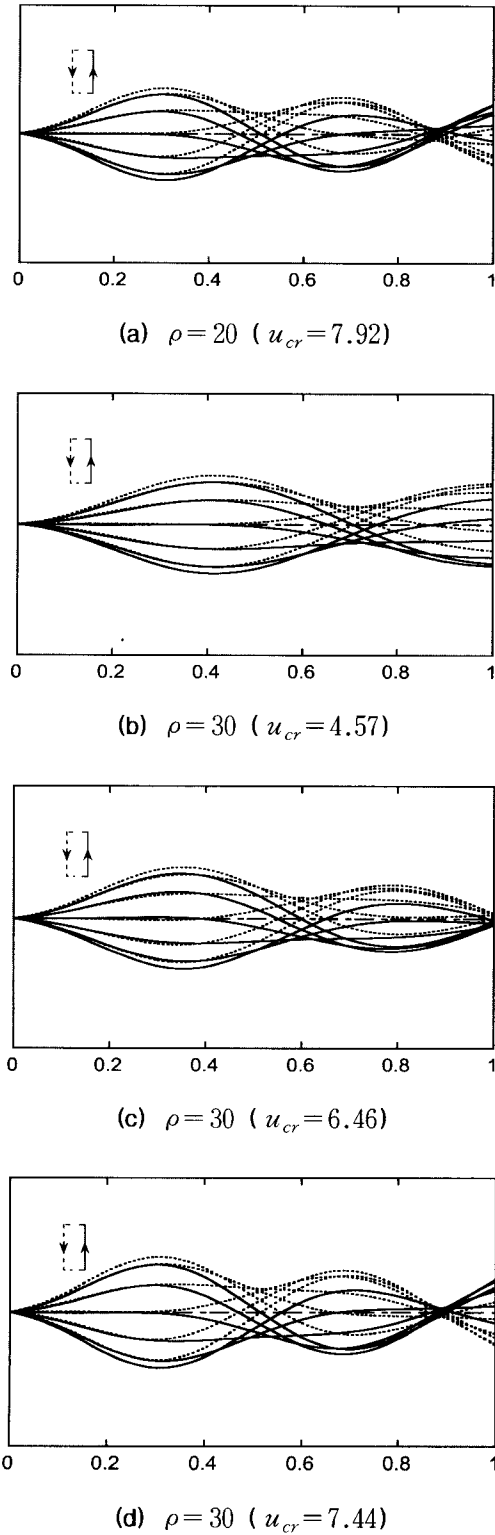


Fig. 7. Flutter configurations for $\rho = 20, 30$ when $\beta = 0.4$

Fig. 8에서는 내부감쇠의 효과를 관찰하기 위하여 내부감쇠를 무시한 경우와 미소 내부감쇠를 고려한 경우의 각각 분포 종동력이 $\rho = 10, 30$ 일 때의 β 값의 변화에 따른 임계 분포 종동력 값을 나타내고 있다. Fig. 8(a)은 분포 종동력이 $\rho = 10$ 일 때의 β 값의 변화에 따른 임계 분포 종동력 값을 나타내고 있다. $0 < \beta < 0.322$ 의 구간에서는 내부감쇠가 클수록 임계값이 증가하는 안정화 효과가 있고, $0.322 \leq \beta \leq 1$ 의 구간에서는 불안정화 효과가 있다. Fig. 8(b)은 분포 종동력이 $\rho = 30$ 일 때의 β 값의 변화에 따른 임계 분포 종동력 값을 나타내고 있다. 이 그림에서는 $0 < \beta < 0.413$ 의 구간에서는 내부감쇠가 클수록 임계값이 증가하는 안정화 효과가 있고, $0.413 \leq \beta \leq 1$ 의 구간에서는 불안정화 효과가 있다는 것을 알 수 있다.

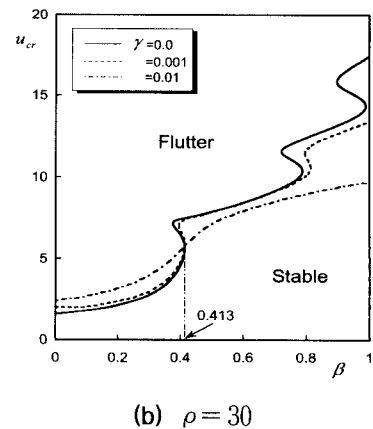
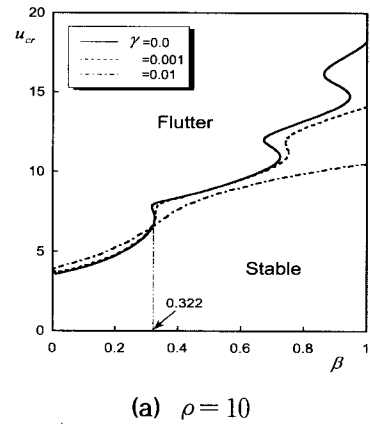
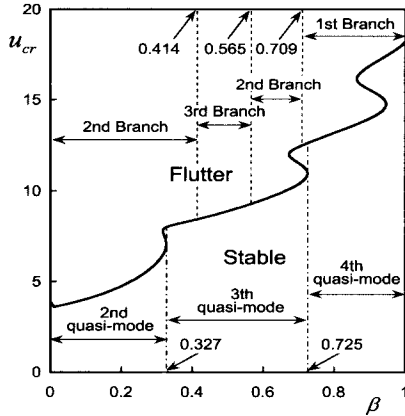
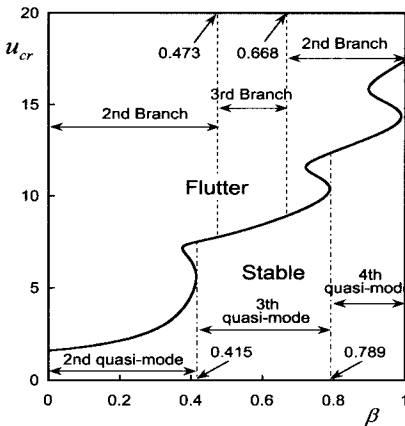


Fig. 8. Critical flow velocity as a function of the mass ratios for $\rho = 10, 30$



(a) $\rho = 10$



(b) $\rho = 30$

Fig. 9. Eigenvalue branches and quasi-modes depending on the mass ratios of the pipe for $\gamma = 0.0$.

Fig. 9는 내부감쇠가 없고, 분포 종동력 값이 $\rho = 10, 30$ 일 경우, 질량비 β 값의 변화에 따른 고유치 분기의 차수와 모드형 차수의 변화를 보여준다. Fig. 9(a)는 $\rho = 10$ 일 경우이며, 이 그림에서 알 수 있는 것은 플러터가 발생하는 고유치 분기에 있어, $\beta = 0.414$ 에서 2차 고유치 분기에서 3차로의 천이가 발생하고 $\beta = 0.565$ 에서는 3차에서 2차로 고유치 분기의 천이가 발생한다. 또한, 플러터가 발생하는 진동 모드형에 있어서는, $\beta = 0.327$ 일 때 준 2차 모드 형에서 준 3차 모드형으로 $\beta = 0.725$ 일 때 준 3차에서 준 4차 형으로의 차수가 바뀌는 것을 알 수 있다.

Fig. 9(b)는 $\rho = 30$ 일 경우이고, 여기서 알 수 있

는 것은 플러터가 발생하는 고유치 분기에 있어, 2차에서 3차로의 천이는 파이프의 임계질량비 $\beta = 0.473$ 이며, 3차에서 다시 2차로의 천이는 $\beta = 0.668$ 이다. 한편, 진동 모드형에 있어서는 준 2차에서 준 3차로, 준 3차에서 준 4차로의 천이를 나타내는 파이프의 임계질량비는 각각 $\beta = 0.415, 0.789$ 임을 알 수 있다.

III. 결 론

본 연구는 분포 종동력을 받는 외팔 송수관의 안정성에 대하여 연구하였다. 얻어진 주요한 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 분포 종동력 값의 변화에 따른 임계 유속은 감소하고 분포 종동력 값이 40.06에서 0이 된다. 즉 분포 종동력을 받는 보 모델에서의 얻어진 임계 분포 종동력 값과 일치하는 것을 알 수 있다.
2. 송수관의 플러터에 관계하는 고유치 분기의 차수와 플러터 모드 형상은 서로 일치하지 않는다는 것을 확인 하였다.
3. 내부감쇠를 고려한 경우에 있어 내부 감쇠를 무시한 경우에 비하여 내부 감쇠의 값이 클수록 큰 안정화 또는 큰 불안정화 효과를 가져온다.

참고문헌

- 1) Beck, M., "Die Knicklast des einseitig eingespannten, tangential gedrückten Stabes", ZAMP, Vol.3(3), 1952, pp.225-228.
- 2) Park, Y. and Mote, C. D., "The Maximum Controlled Follower Force on a Free-Free Beam Carrying a Concentrated Mass", Journal of Sound and Vibration, Vol. 98(3), 1985, pp.247~256.
- 3) Langthjem, M. A. and Sugiyama, Y. "Dynamic stability of columns subjected to follower loads: A survey", Journal of Sound and Vibration, Vol. 238(5), 2000, pp.809-851.
- 4) Bourrieres, F. J., "Sur un phenomene d'oscillation auto-entretenu en mecanique des fluides reels", Publications Scientifiques et Techniques du Ministere de l'Air, 1939, No.147.
- 5) Benjamin, T. B., "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid (I. Theory)", Proceedings of the Royal Society, Series A, Vol.261, 1961, pp.457~486.

- 6) Benjamin, T. B., "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid (II. Experiment)", Proceedings of the Royal Society, Series A, Vol.261, 1961, pp.487~499.
- 7) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid(I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol.293, 1961, pp.512~527.
- 8) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid(II. Experiment)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol.293, 1961, pp.528~542.
- 9) Paidoussis, M. P. "Dynamics of vertical tubular cantilevers conveying fluid", Mechanical Engineering Research Laboratories Erport MERL 69-3, Department of Mechanical Engineering, McGill University, Montreal, Québec, Canada, 1969.
- 10) Hill, J. L. and Swanson, C. P. "Effects of lumped masses on the stability of fluid conveying tubes", Journal of Applied Mechanics 37, 1970, pp.494~497.
- 11) Paidoussis, M. P. "Dynamics of tubular cantilevers conveying fluid", Journal of Mechanical Engineering Science 12, 1970, pp.85~103.
- 12) Sugiyama, Y., Tanaka, T., Kishi T. and Kawagoe, H. "Effect of a Spring Support on the Stability of Pipes Conveying Fluid", Journal of Sound and Vibration, Vol. 100, 1985, pp.257~270.
- 13) Sugiyama, Y., Matsumoto, S. and Iwatsubo, T., "Studies on Stability of Two-Degree-of-Freedom Articulated Pipes Conveying Fluid (The Effect of a Damper)", Jour. Jpn. Soc. Mech. Eng., (in Japanese) Vol.52, No. 85, 1986, pp.264~270.
- 14) Leipholz, H., "Stability of Elastic Systems", Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, 1962.
- 15) Ryu, S. U, Sugiyama, Y. and Ryu, B. J., "Eigenvalue Branches and Modes for Flutter of Cantilevered Pipes Conveying Fluid", Computers and Structures, Vol. 80, 2002, pp.1231~1241.
- 16) Becker, O., "Zum Stabilitätsverhalten des durchströmten geraden Rohres mit elastischer Querstützung", Maschinenbautechnik, Vol.28, 1979, pp.325~327.