

## 論文

## 실시간 동적 위성항법을 위한 단일차분 위치영역 Hatch 필터의 설계

이형근\*, C. Rizos\*\*, 지규인\*\*\*

## Designing Single-Differenced Position-Domain Hatch Filter for Real-Time Kinematic GNSS

Hyung Keun Lee\*, Chris Rizos\*\* and Gyu-In Jee\*\*\*

## ABSTRACT

A position domain Hatch filter is proposed as an efficient carrier-smoothed-code processing algorithm for real-time kinematic differential global satellite navigation systems. The well-known range domain Hatch filter is newly interpreted with a stochastic point of view. The interpretation result is extended to derive the position domain Hatch filter. By a covariance simulation, it is shown that Hatch gain is, in general, more efficient than Kalman-type gain in carrier-smoothed-code processing and the proposed position domain Hatch filter is more advantageous than the conventional range domain Hatch filter if the visible satellite constellation changes during the positioning task.

## 초 록

본 논문에서는 위상평활화코드 기법에 기반한 실시간 동적 차분위성항법의 효율적인 구현을 위하여 위치영역 Hatch 필터를 새로이 제안하고 그 성능을 분석하였다. 제안된 위치영역 Hatch 필터는 기존의 거리영역 Hatch를 새로운 각도에서 해석하고 이를 연장하여 유도되었다. 시뮬레이션을 통하여 Hatch 이득이 Kalman 형 이득보다 더 효율적이며 또한 위성의 출몰이 빈번한 환경에서는 위치영역 Hatch 필터가 거리영역 Hatch 필터보다 유리함을 보였다.

**Key Words :** real-time(실시간), kinematic(동적), GNSS(전역위성항법시스템), carrier-smoothed-code filter (위상평활화코드 필터), Kalman, Hatch

## 1. 서 론

다른 측위(positioning) 센서에 비하여, 전역위성 항법시스템 (Global Navigation Satellite System) GNSS 수신기는 다양한 종류의 측정치를 제공하여 준다. 이러한 다양성을 활용하면 추정된 위치의 정

확도를 극대화시킬 수 있게 된다. Hatch [1]에 의하여 처음 제안된 위상 평활화 코드 필터는 수신기 측정치의 다양성을 충분히 활용한 대표적인 예로서 부정확한 운동모델에 의한 위치 정확도의 악화를 방지하여 준다. Hatch가 제안한 거리 영역 위상 평활화 코드(Carrier-Smoothed-Code; CRC) 필터의 개념은 이후 확장되어 상호보완(complementary) 필터 [2] 그리고 위상연결(phase-connected) 필터 [3] 등 위치영역에서의 CRC 필터로 발전되었다. 일반적으로 CRC 필터에 있어서 누적위상 측정치는 항법 변수의 시전달에 그리고 의사거리 측정치는 항법 변수의 측정갱신에 활용된다.

† 2004년 4월 23일 접수 ~ 2005년 6월 15일 심사완료

\* 정희원, 한국항공대학교 전자정보통신컴퓨터공학부

\*\* School of Surveying and SIS, UNSW, Australia

\*\*\* 정희원, 건국대학교 전자공학과

연락처, E-mail : hyklee@mail.hankong.ac.kr

경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

효율적인 항법 필터는 정확한 위치 추정치와 더불어 추정치의 정확도에 대한 지침값(measure)을 일관성 있게 제공하여 주어야 한다. 이러한 필요성에 기인하여 항법 필터는 오차공분산 정보를 그 추정치의 정확도에 대한 지침값으로서 제공하게 된다. 생성된 오차공분산 정보는 위치 추정, 오차 해석, 고장 진단, 그리고 미지정수 결정 등 다양한 용도에 활용되게 된다.

기존의 CRC 기법 [1-5]을 연장하여 일관성 있고 현실적인 오차공분산 정보의 생성을 위한 연구가 근래에 들어 발표되었다[6]. 이에 의하면 기준 및 이동 수신기가 근거리에서 위치하거나 또는 이중 주파수 수신기를 활용한 경우 공분산 해석(covariance analysis)을 가능하게 하여 준다.

본 연구는 [6]에 의하여 가능하게 된 거리영역 Hatch 필터와 거리영역 Kalman형 필터의 공분산 해석 및 비교에 의하여 비롯되었다. 이후 본문에서 설명될 공분산 해석의 결과에 의하면 거리영역 CRC 필터링에 있어서 Hatch 이득이 Kalman형 이득보다 효율적임이 발견되었다.

의사거리가 수신기로부터 측정되는 매 시점에 있어서 Kalman형 이득은 상호 가우시안 분포를 가지는 전 추정치(*a priori state estimate*)와 측정치(measurement)의 정보 융합(information fusion)에 있어서 최적의 후 추정치(*a posteriori state estimate*)를 생성하고자 할 때 널리 활용되고 있다. 따라서, Kalman형 이득보다 우수한 성능을 보이는 Hatch 이득은 이에 상응하는 최적성과 부차적인 장점을 가지고 있으리라 예상된다.

본 연구의 또 다른 동기는 일부 수신기 채널의 간헐적인 사이클 슬립(cycle-slip)에 있어서 위치영역 필터와 거리영역 필터의 정보 손실 비교로부터 비롯된다. 수신기 주변 환경에 의하여 일부 위성에 대한 시선각이 방해되어 해당 채널의 신호 잠금(signal lock)이 유실되는 발생하는 상황은 적지 않은 빈도로 발생한다. 이러한 경우에 이 사이클 슬립 직전 시점까지 필터가 추정한 정보를 누적위상 증분(incremental carrier phase)에 의하여 사이클 슬립 직후 시점까지 투영(projection)하기에는 위치영역 필터가 거리영역 필터에 비하여 유리하다고 알려져 있다[6].

앞서 설명된 두 연구동기에서 비롯하여 본 논문에서는 Hatch 이득과 위치영역 필터의 장점을 결합한 위치영역 Hatch 필터를 제안하고 그 성능을 분석하고자 한다. 이를 위하여 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 본 논문 전반에 걸친 측정 모델과 가정을 소개하고 기존의 위치 및 거리영역 CRC 필터를 정리한다. 3장

에서는 기존의 거리영역 Hatch 필터를 새로운 관점에서 해석하고 이를 연장하여 위치영역 Hatch 필터를 유도한다. 4장에서는 간헐적인 가시위성의 출몰을 고려한 간단한 시뮬레이션을 통하여 제안된 위치영역 Hatch 필터가 기존의 CRC 필터들에 비하여 우수한 특성을 가짐을 보인다. 마지막으로, 결론을 맺도록 한다.

## II. 기존의 위상평활화코드 필터

### 2.1 가정 및 측정 모델

항법 수신기는 전역위성항법시스템 신호를 수신하기 위하여 크게 두 종류의 신호추적회로를 운용하게 된다. 이중 시간지연 추적회로(Delay Lock Loop; DLL)는 수신된 코드 신호(code signal)를 이용하여 의사거리 측정치를 그리고 위상추적회로(Phase Lock Loop; PLL) 또는 주파수 추적회로(Frequency Lock Loop; FLL)은 반송파 신호(carrier signal)를 이용하여 누적위상 측정치를 각각 생성한다 [7],[11-14]. 항법 수신기가 수신한 신호는 신호전달 경로 및 수신기 자체의 특성에 의하여 시계오차(clock error), 전리층 지연(ionospheric delay), 대류권 지연(tropospheric delay), 다중경로 오차(multipath error) 등 다양한 오차요인을 포함하게 된다. 이 중 위성 시계오차, 전리층 지연, 그리고 대류권 지연 등의 공통오차 요인은 기준 수신기와 이동 수신기를 근거리에서 위치시켜 단일차분(single-differencing)에 의하여 효과적으로 제거할 수 있으며 [7-11], 의사거리 측정치의 정확도에 크게 영향을 미치는 다중경로오차는 기존에 알려진 다양한 방법으로 검출, 분리 및 완화가 가능하다 [5], [12], [13], [15- 18]. 공통 오차 성분과 다중경로 오차를 분리 제거하여 생성된 단일차분 의사거리 및 누적 위상은 다음과 같이 모델링 될 수 있다.

$$\tilde{\rho}_{j,k} = e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + v_{j,k}$$

$$\tilde{\phi}_{j,k} = e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + \lambda N_j + n_{j,k}$$

$$\begin{bmatrix} v_{j,k} \\ v_{j,k+1} \\ v_{j+1,k} \\ n_{j,k} \\ n_{j,k+1} \\ n_{j+1,k} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r_\rho & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_\rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_\phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서

$e_{j,k}$ : 시선각 벡터

$x_{j,k}$ : ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed)

좌표계로 표현한  $j$ -번째 위성의 위치

$x_{u,k}$ : ECEF 좌표계로 표현한 기준 수신기로

부터 이동 수신기로의 기저선(baseline) 벡터

$b_{u,k}$ : 조합된 기준 및 이동 수신기 시계오차

$N_j$ : 단일차분 미지정수

$v_{j,k} \sim (0, r_\rho)$ : 의사거리 측정오차

$n_{j,k} \sim (0, r_\phi)$ : 누적위상 측정오차

$r_\rho, r_\phi$ : 의사거리 및 누적위상 오차 공분산  
 $\sim (m, P)$ : 평균과 오차공분산이 각각  $m$ 과  $P$ 인 가우시안(Gaussian) 분포

의사거리 대비 누적위상 잡음 비율  $\sqrt{r_\phi/r_\rho}$ 는 단일 주파수 수신기의 경우 0.01 정도의 값을 가지며 이중 주파수 수신기에 의한 wide-lane 위상 조합을 사용할 경우 0.06 정도에 이른다 [7]-[11].

$k$ -번째 시점에서 제안된 필터가 고려하는 참 상태 변수(true state)는 기저선(baseline) 벡터  $x_{u,k}$ 와 수신기 오차  $b_{u,k}$ 로서 다음과 같이 구성된다.

$$X_k = \begin{bmatrix} x_{u,k} \\ \dots \\ b_{u,k} \end{bmatrix} \quad (2)$$

참 상태 변수  $X_k$ 에 대하여 필터가 추정한 추정치, 추정오차, 그리고 오차공분산 행렬은 각각 다음과 같이 표현된다.

$\bar{X}_k$ : 전 추정치 (a priori state estimate)

$\delta\bar{X}_k$ : 전 추정오차 (a priori estimation error)

$\bar{P}_k$ : 전 추정 오차공분산 행렬  
(a priori error covariance matrix)

$\hat{X}_k$ : 후 추정치  
(a posteriori state estimate)

$\delta\hat{X}_k$ : 후 추정오차  
(a posteriori estimation error)

$\hat{P}_k$ : 후 추정 오차공분산 행렬  
(a posteriori error covariance matrix)

각각의 추정치, 추정오차, 그리고 오차공분산 행렬은 참 상태변수와 다음의 관계를 만족한다.

$$\bar{X}_k = \begin{bmatrix} \bar{x}_{u,k} \\ \dots \\ \bar{b}_{u,k} \end{bmatrix}$$

$$\delta\bar{X}_k := \bar{X}_k - X_k = \begin{bmatrix} \delta\bar{x}_{u,k} \\ \dots \\ \delta\bar{b}_{u,k} \end{bmatrix} \sim (O, \bar{P}_k)$$

$$\hat{X}_k = \begin{bmatrix} \hat{x}_{u,k} \\ \dots \\ \hat{b}_{u,k} \end{bmatrix}$$

$$\delta\hat{X}_k := \hat{X}_k - X_k = \begin{bmatrix} \delta\hat{x}_{u,k} \\ \dots \\ \delta\hat{b}_{u,k} \end{bmatrix} \sim (O, \hat{P}_k) \quad (3)$$

연속적인 두 시점 사이의 참 상태변수 증분  $\Delta X_k$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta X_k := [ (\Delta x_{u,k})^T : \Delta b_{u,k} ]^T$$

$$\Delta x_{u,k} := x_{u,k+1} - x_{u,k}$$

$$\Delta b_{u,k} := b_{u,k+1} - b_{u,k} \quad (4)$$

단위행렬 (identity matrix)과 영행렬 (zero matrix)은  $I$ 와  $O$ 로 각각 표시하며, 이들의 차수를 명확하게 밝히고자 할 경우 아래 첨자에 표시하도록 한다.

## 2.2 위치영역 필터

위치영역 필터를 측정갱신 (measurement update) 하기 위한 간접 측정치 (indirect measurement)  $z_{j,k}$ 는 다음과 같이 생성된다.

$$z_{j,k} = \tilde{\rho}_{j,k} - e_{j,k}^T (x_{j,k} - \bar{x}_{u,k}) - \bar{b}_{u,k} \quad (5)$$

(1)-(4)에 의하면  $z_{j,k}$ 는 다음의 조건을 만족한다.

$$z_{j,k} = h_{j,k} \delta\bar{X}_k + v_{j,k}$$

$$h_{j,k} := [ e_{j,k}^T : -1 ] \quad (6)$$

위치영역 필터에 있어서 모든 수신기 채널이 측정한 의사거리 및 누적위상 측정치는 위치 추정에 동시에 사용된다. 필터가 추정한 전 추정치  $\bar{X}_k$ 를 후 추정치  $\hat{X}_k$ 로 갱신하기 위한 측정식은 다음과 같이 벡터식으로 표현된다.

$$Z_k = H_k \delta \bar{X}_k + v_k \quad (7)$$

여기서

$$Z_k := \begin{bmatrix} z_{1,k} \\ z_{2,k} \\ \vdots \\ z_{j,k} \end{bmatrix}, H_k := \begin{bmatrix} h_{1,k} \\ h_{2,k} \\ \vdots \\ h_{j,k} \end{bmatrix}, v_k := \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ v_{2,k} \\ \vdots \\ v_{j,k} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$J$ : 가시위성의 수

비슷한 방법으로 후 추정치  $\hat{X}_k$ 를 전 추정치  $\bar{X}_{k+1}$ 로 시전달 하기 위한 간접추정치  $\Omega_{k+1}$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \Omega_{k+1} &= H_{k+1} \Delta X_k + W_{k+1} \\ W_{k+1} &= -\Delta H_k \delta \hat{X}_k - n_{k+1} + n_k \end{aligned} \quad (9)$$

여기서

$$\Omega_{k+1} := \begin{bmatrix} \varpi_{1,k+1} \\ \varpi_{2,k+1} \\ \vdots \\ \varpi_{j,k+1} \end{bmatrix}, W_{k+1} := \begin{bmatrix} w_{1,k+1} \\ w_{2,k+1} \\ \vdots \\ w_{j,k+1} \end{bmatrix},$$

$$n_k := \begin{bmatrix} n_{1,k} \\ n_{2,k} \\ \vdots \\ n_{j,k} \end{bmatrix}$$

$$\Delta H_k := H_{k+1} - H_k$$

$$\begin{aligned} \varpi_{j,k+1} &:= e_{j,k}^T \Delta x_{j,k} - (\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k}) \\ &\quad + \Delta e_{j,k}^T (x_{j,k+1} - \hat{x}_{u,k}) \\ &= h_{j,k+1} \Delta X_k + w_{j,k+1} \end{aligned}$$

$$w_{j,k+1} := -\Delta e_{j,k}^T \delta \hat{x}_{u,k} - n_{j,k+1} + n_{j,k} \quad (10)$$

(7)과 (9)에 정리된 두 간접 추정치를 활용하는 위치영역 CRC 필터는 다음과 같이 정리된다.

초기화:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k_0} &= E[X_{k_0} | \tilde{\rho}_{k_0}] \\ \hat{P}_{k_0} &= r_\rho [H_{k_0}^T H_{k_0}]^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

시전달:

$$\begin{aligned} U_{k+1} &= [H_{k+1}^T (Q_{k+1})^{-1} H_{k+1}]^{-1} \\ &\quad \cdot H_{k+1}^T (Q_{k+1})^{-1} \end{aligned}$$

$$M_k = H_k \hat{P}_k H_k^T$$

$$+ r_\rho \begin{bmatrix} 2I \\ -H_k (I - K_k H_k) U_k \\ -U_k^T (I - K_k H_k)^T H_k^T \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_{k+1} = \hat{X}_k + U_{k+1} \Omega_{k+1}$$

$$\bar{P}_{k+1} = U_{k+1} M_k U_{k+1}^T$$

$$\delta \bar{X}_{k+1} = U_{k+1} [H_k \delta \hat{X}_k - (n_{k+1} - n_k)]$$

$$Q_{k+1}: \text{weighting matrix} \quad (12)$$

측정갱신:

$$\hat{X}_k = \bar{X}_k - K_k Z_k$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_k &= (I - K_k H_k) \bar{P}_k (I - K_k H_k)^T \\ &\quad + r_\rho K_k K_k^T \end{aligned}$$

$$\delta \hat{X}_k = (I - K_k H_k) \delta \bar{X}_k - K_k v_k$$

$$K_k: \text{gain matrix} \quad (13)$$

위에서 나타난 이득행렬  $Q_k$ 와  $K_k$ 는 다음과 같이 필터의 종류 및 특성을 결정하게 된다.

a)  $Q_k = cI$ ,  $c$ : arbitrary constant value

$$\begin{aligned} K_k &= \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + r_\rho I)^{-1} \\ r_\rho &= 0 \end{aligned} \quad (14a)$$

b)  $Q_k = cI$ ,  $c$ : arbitrary constant value

$$\begin{aligned} K_k &= \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + r_\rho I)^{-1} \\ r_\rho &= E[(n_k)^2] \end{aligned} \quad (14b)$$

c)  $Q_k = E[W_k W_k^T]$ ,

$$\begin{aligned} K_k &= \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + r_\rho I)^{-1} \\ r_\rho &= E[(n_k)^2] \end{aligned} \quad (14c)$$

(14a), (14b), 그리고 (14c)는 각각 상호보완 (complementary) 필터 [2],[9], 단계별비편향 위치 투영(stepwise-unbiased position projection) 필터, 그리고 단계별최적 위치투영(stepwise-optimal position projection) 필터 [6]에 각각 해당된다. 단계별최적 위치투영 필터의 정상상태 (steady-state)에서 (9)에 나타난  $\Delta H_k \delta \hat{X}_k$ 는  $(n_{k+1} - n_k)$ 에 비하여 무시할 만 하며 이 경우

(14b)의 조건과 (14c)의 조건은 동일하게 된다. 이로 인하여 단계별최적 위치투영 필터와 단계별 비편향 위치투영 필터 사이의 실질적인 성능차는 무시할 만 하다 [6]. (14b)의 조건을 활용하는 단계별비편향 위치투영 필터의 시전달 식은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$M_k = \left(1 + \frac{2r_\phi}{r_\rho}\right) H_k \hat{P}_k H_k^T - 2r_\phi [I - H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T] \bar{P}_{k+1} = U_{k+1} M_k U_{k+1}^T \quad (15)$$

앞으로 유도될 위치영역 Hatch 필터와의 특성 대조를 위하여 단계별비편향 위치투영 필터를 지금부터는 위치영역 Kalman형 필터로 지칭하도록 한다.

### 2.3 거리영역 필터

수신기 각 채널에 대하여 운용되는 거리영역 CRC 필터는 압축 의사거리 (compressed pseudorange) 와 투영 의사거리 (projected pseudorange) 를 매시점 생성하게 된다. 압축 의사거리는 필터 초기화 후 현 시점까지 수신기가 제공한 의사거리 및 누적위상 측정치를 모두 활용한 등가 의사거리 (equivalent pseudorange)이며 투영 의사거리는 현 시점의 의사거리 측정치를 제외한 모든 의사거리 및 누적위상 측정치들을 활용한 등가 의사거리이다. 압축 의사거리와 투영 의사거리는 거리영역 필터의 후 추정치 및 전 추정치로 각각 해석할 수 있다.

위치영역 CRC 필터와는 달리 거리영역 CRC 필터는 수신기의 위치를 직접적으로 추정하지 않는다. 반면, 동일 시점에서 다수 채널로부터 압축 의사거리 또는 투영 의사거리를 수집하고 이들을 의사거리 측정치와 동일하게 취급하여 위치결정 알고리즘을 적용하면 정확도가 향상된 위치 추정치를 얻을 수 있으며 이 경우 오차 공분산 행렬은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\bar{P}_k^r = (H_k^T \bar{R}_k^{-1} H_k)^{-1} \hat{P}_k^r = (H_k^T \hat{R}_k^{-1} H_k)^{-1} \quad (16)$$

(17)에 나타난  $\bar{R}_k$ 와  $\hat{R}_k$ 는 채널별 거리영역 필터 공분산 값  $\bar{R}_{j,k}$ 와  $\hat{R}_{j,k}$ 들로부터 각각 다음과 같이 구성된다.

$$\bar{R}_k = \begin{bmatrix} \bar{R}_{1,k} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{R}_{2,k} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{R}_{j,k} \end{bmatrix} \hat{R}_k = \begin{bmatrix} \hat{R}_{1,k} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{R}_{2,k} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{R}_{j,k} \end{bmatrix} \quad (17)$$

위치영역 필터에 비하여 거리영역 필터의 단점은 위성에 대한 신호잠금 (signal lock)이 주위환경에 의하여 일시적으로 단절될 경우, 거리영역 필터가 오랜 기간 동안 추정해온 해당 채널의 등가 의사거리 정보가 유실된다는 점이다. 이 경우 (16)과 (17)에 나타난  $\bar{R}_{j,k}$ ,  $\hat{R}_{j,k}$  그리고  $H_k$  등의 차수는 감소하게 된다.

앞서 설명된 위치영역 CRC 필터와 거리영역 CRC 필터의 차이점을 참고로 하여, 채널별로 운용되는 거리영역 CRC 필터 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

초기화:

$$\alpha_{j,k0} = 0, \beta_{j,k0} = 1 \hat{\rho}_{j,k0} = \tilde{\rho}_{j,k0}, \hat{R}_{j,k0} = r_\rho, \hat{v}_{j,k0} = v_{j,k0} \quad (18)$$

시전달:

$$\bar{\rho}_{j,k+1} = \hat{\rho}_{j,k} + (\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k}) \bar{R}_{j,k+1} = \hat{R}_{j,k} + 2\tilde{\rho}_{j,k} r_\phi \bar{v}_{j,k+1} = \hat{v}_{j,k} + (n_{j,k+1} - n_{j,k}) \quad (19)$$

측정갱신:

$$\hat{\rho}_{j,k} = (1 - \beta_{j,k}) \bar{\rho}_{j,k} + \beta_{j,k} \tilde{\rho}_{j,k} \hat{R}_{j,k} = (1 - \beta_{j,k})^2 \bar{R}_{j,k} + \beta_{j,k}^2 r_\rho \hat{v}_{j,k} = (1 - \beta_{j,k}) \bar{v}_{j,k} + \beta_{j,k} v_{j,k} \quad (20)$$

$\beta_{j,k}$ : gain value (scalar)

위치추정:

$$\bar{X}_k^r = E[X_k | \bar{\rho}_{k0}], \bar{P}_k^r = (H_k^T \bar{R}_k^{-1} H_k)^{-1} \hat{X}_k^r = E[X_k | \hat{\rho}_{k0}], \hat{P}_k^r = (H_k^T \hat{R}_k^{-1} H_k)^{-1} \quad (21)$$

위에서 나타난 바와 같이 위치영역 CRC 필터에서는 한 개의 이득값만이 그 특성을 결정짓게 되

며 기존에 알려진 Hatch 필터 [1] 와 단계별최적 거리투영(stepwise-optimal range projection) 필터 [6] 는 각각 다음과 같은 이득값을 사용한다.

$$\beta_{j,k} = \frac{1}{k} \quad (22a)$$

$$\beta_{j,k} = \frac{\bar{R}_{j,k}}{\bar{R}_{j,k} + r_\rho} \quad (22b)$$

정보공유법칙 (information sharing principle) [19]을 활용하면 거리영역 CRC 필터의 측정갱신에 (22) 대신 다음의 식을 활용할 수도 있다.

$$\hat{R}_{j,k} = (\bar{R}_{j,k}^{-1} + r_\rho^{-1})^{-1} \quad (23)$$

거리영역 Hatch 필터와의 특성 대조를 위하여 단계별최적 거리투영 필터를 지금부터는 거리영역 Kalman형 필터로 지칭하도록 한다. 이후의 해석을 위하여 (21), (24b), 그리고 (25)로부터 거리영역 Kalman형 필터의 전 추정 오차공분산의 재귀식을 정리하면 다음과 같다.

$$\bar{R}_{j,k+1} = (1 + 2r_\phi/r_\rho)(\bar{R}_{j,k} + r_\rho)^{-1} \quad (24)$$

### III. 위치영역 Hatch 필터

본 절에서는 기존의 거리영역 Hatch 필터의 물리적 의미를 새로이 해석하고 이를 위치영역으로 확장한 위치영역 Hatch 필터를 유도하도록 한다. 그림 1은 성능을 다양한 의사거리 대비 누적위상 잡음 비율(carrier-to-code noise ratio)에 대하여 거리영역 Hatch 필터와 거리영역 Kalman형 필터의 성능을 정상상태(steady-state) 분산값을 비교한 결과이다. 그림 1에서 수평축은 단일 주파수 및 ionosphere-free 위상 조합(combination), 그리고 wide-lane 위상 조합 [2], [7-10] 등에 대한 의사거리 대비 누적위상 잡음 비율을 나타내며, 수직축은 의사거리만을 사용한 위치 추정치에 대하여 Hatch 필터의 전 추정치(a priori state estimate) 및 Kalman형 필터 [6]의 전 추정치에 의한 성능 개선 비율을 나타낸다. 그림 1에 나타난 바와 같이 거리영역 CRC 필터의 전 추정치의 성능면에 있어서는 Hatch 이득이 Kalman형 이득보다 더 유리함을 알 수 있다.

알려진 바와 같이 거리영역 Hatch 필터는 과거의  $l$ -번째 시점에서부터 현재의 시점으로 시정된  $k$  개의 투영 의사거리  $\hat{\rho}_{j,l} + (\tilde{\phi}_{j,k} - \tilde{\phi}_{l,k})$

대하여 균등 가중치  $1/k$ 을 다음과 같이 적용한다.

$$\hat{\rho}_{j,k} = \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k [\tilde{\rho}_{j,l} + (\tilde{\phi}_{j,k} - \tilde{\phi}_{j,l})] \quad (25)$$

거리영역 Hatch 필터에 의한 압축 의사거리를 각 측정 오차에 대하여 분해하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{j,k} &= \rho_{j,k} + \hat{v}_{j,k} \\ \hat{v}_{j,k} &= \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k v_{j,l} + \frac{1}{k} \sum_{l=1}^{k-1} n_{j,l} + \frac{k-1}{k} n_{j,k} \end{aligned} \quad (26)$$

(1)에 나타난 측정오차 사이의 상호 독립성을 활용하여 (26)에 의한 거리영역 Hatch 필터의 오차 공분산을 구하면 다음과 같다.

$$\hat{R}_{j,k} = \frac{1}{k} r_\rho + \frac{k-1}{k} r_\phi \quad (27)$$

(27)을 (19)에 대입하고 정리하면

$$\bar{R}_{j,k} = \frac{r_\rho + k r_\phi}{k-1} \quad (28)$$

(22a)와 (28)을 조합하면 새로운 형태의 Hatch 이득이 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \beta_{j,k} &= (\bar{R}_{j,k} - r_\phi)(\bar{R}_{j,k} + r_\rho)^{-1} \\ &= (\bar{R}_{j,k} - r_\phi)(\bar{R}_{j,k} - r_\phi + (r_\phi + r_\rho))^{-1} \\ &= [\hat{R}_{j,k-1} - (2\beta_{j,k-1} - 1)r_\phi] \cdot \\ &\quad [\hat{R}_{j,k-1} - (2\beta_{j,k-1} - 1)r_\phi + (r_\phi + r_\rho)]^{-1} \end{aligned} \quad (29)$$

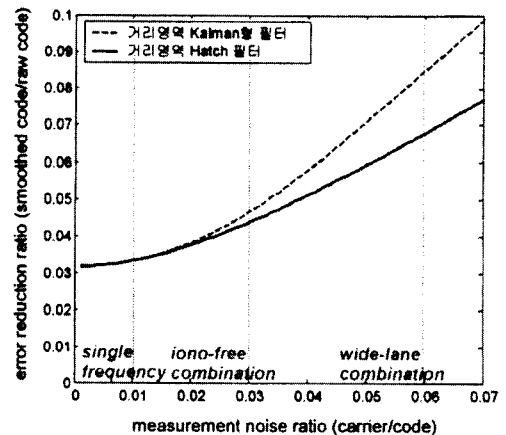


그림 1. 거리영역 Hatch 필터와 거리영역 Kalman형 필터의 정상상태 공분산 비교

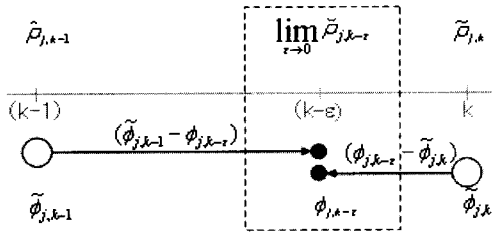


그림 2. 거리영역 Hatch 이득에 관련된 해석 개형

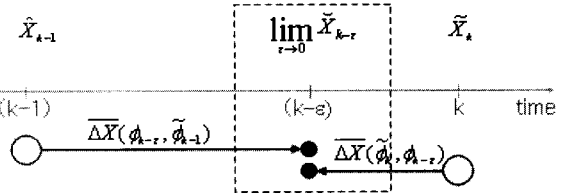


그림 3. 위치영역 Hatch 이득에 관련된 해석 개형

새로운 형태의 Hatch 이득을 관찰하면 그림 2에 나타난 바와 같이 오차성분을 포함하지 않은 이상적인 누적위상 측정치  $\phi_{j,k-\epsilon}$ 에 의하여 투영된 압축 의사거리  $\hat{\rho}_{j,k-1} + (\phi_{j,k-\epsilon} - \tilde{\phi}_{j,k-1})$ 와 의사거리 측정치  $\tilde{\rho}_{j,k} + (\phi_{j,k-\epsilon} - \tilde{\phi}_{j,k})$ 의 최적 조합임을 알 수 있다.

지금부터는 앞서 설명된 거리영역 Hatch 이득의 물리적인 의미를 바탕으로 위치영역 CRC 필터를 위한 Hatch 이득을 구하도록 한다. 이를 위하여, 시전달을 위한 가중치 행렬  $U_k$ 는 (14b)에 나타난  $Q_k = I$ 의 조건을 활용하는 것으로 간주한다. 앞선 그림 2에 나타난 거리영역 Hatch 이득의 개형을 위치영역으로 확장하면 그림 3과 같이 표현되며 이를 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{X}_{k-\epsilon} &= \hat{X}_{k-1} + U_{k-\epsilon} [\phi_{k-\epsilon} - \tilde{\phi}_{k-1}] \\ \delta \bar{X}_{k-\epsilon} &= U_{k-\epsilon} [H_{k-1} \delta \hat{X}_{k-1} + n_{k-1}] \\ \bar{X}_k &= \bar{X}_{k-\epsilon} + U_k [\tilde{\phi}_k - \phi_{k-\epsilon}] \\ \delta \bar{X}_k &= U_k [H_{k-\epsilon} \delta \bar{X}_{k-\epsilon} + n_k] \end{aligned} \quad (30)$$

여기서

$$0 < \epsilon < 1$$

$$U_l = [H_l^T H_l]^{-1} H_l^T$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \delta \hat{X}_{k-1} \\ n_{k-1} \end{bmatrix} \\ &\sim \left( O, \begin{bmatrix} \hat{P}_{k-1} & (K_{k-1} - I)U_{k-1} \\ U_{k-1}^T (K_{k-1} - I)^T & r_\phi \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

(30)과 (31)을 활용하여 (7)에 나타난 간접 측정식을  $(k-\epsilon)$ -번째 시점에 대한 식으로 조정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Z_k &= H_k \delta \bar{X}_k + v_k \\ &= H_k U_k H_{k-\epsilon} \delta \bar{X}_{k-\epsilon} - H_k U_k n_k + v_k \end{aligned} \quad (32)$$

(30)과 (31)로부터 편향되지 않은 전 추정오차  $\delta \bar{X}_{k-\epsilon}$ 는 다음과 같이 가우시안 분포를 만족한다.

$$\begin{aligned} \delta \bar{X}_{k-\epsilon} &\sim (O, M_{k-\epsilon}) \\ M_{k-\epsilon} &:= E[\delta \bar{X}_{k-\epsilon} \delta \bar{X}_{k-\epsilon}^T] \\ &= U_{k-\epsilon} H_{k-1} \hat{P}_{k-1} H_{k-1}^T U_{k-\epsilon}^T \\ &\quad + r_\phi U_{k-\epsilon} \begin{bmatrix} I - H_{k-1} & (I - K_{k-1} H_{k-1}) U_{k-1} \\ -U_{k-1}^T & (I - K_{k-1} H_{k-1})^T H_{k-1}^T \end{bmatrix} U_{k-\epsilon}^T \end{aligned} \quad (33)$$

(30)의 시전달된 전 추정치  $\bar{X}_{k-\epsilon}$ 와 (32)의 측정치  $Z_k$ 를 결합하면 후 추정치  $\tilde{X}_{k-\epsilon}$ 가 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{X}_{k-\epsilon} = \bar{X}_{k-\epsilon} - K_{k-\epsilon} Z_k \quad (34)$$

(34)의 결합에 의하여 후 추정오차  $\delta \tilde{X}_{k-\epsilon}$ 는 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$\delta \tilde{X}_{k-\epsilon} = \delta \bar{X}_{k-\epsilon} - K_{k-\epsilon} Z_k \quad (35)$$

(30), (33), 그리고 (35)을 활용하면 최적 이득  $K_{k-\epsilon}^*$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$K_{k-\epsilon}^* = E[\delta \bar{X}_{k-\epsilon} Z_k^T] (E[Z_k Z_k^T])^{-1} \quad (36)$$

여기서

$$\begin{aligned} E[\delta \bar{X}_{k-\epsilon} Z_k^T] &= M_{k-\epsilon} (H_k U_k H_{k-\epsilon})^T \\ E[Z_k Z_k^T] &= (H_k U_k H_{k-\epsilon}) M_{k-\epsilon} (H_k U_k H_{k-\epsilon})^T \\ &\quad + r_\phi (H_k U_k) (H_k U_k)^T + r_\rho I \end{aligned} \quad (37)$$

(12), (34), 그리고 (37)로부터  $\epsilon$ 이 영값으로 접근함에 따라 다음의 관계식들이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 \lim_{\epsilon \rightarrow 0} U_{k-\epsilon} &= U_k \\
 \lim_{\epsilon \rightarrow 0} U_{k-\epsilon} H_k &= I \\
 M_k &:= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} M_{k-\epsilon} \\
 &= U_k H_{k-1} \bar{P}_{k-1} H_{k-1}^T U_k^T \\
 &\quad + r_\phi U_k \begin{bmatrix} I - H_{k-1} (I - K_{k-1} H_{k-1}) U_{k-1} \\ - U_{k-1}^T (I - K_{k-1} H_{k-1})^T H_{k-1}^T \end{bmatrix} U_k^T \\
 &= U_k \left( \begin{array}{c} H_{k-1} \bar{P}_{k-1} H_{k-1}^T \\ I - H_{k-1} (I - K_{k-1} H_{k-1}) U_{k-1} \\ - U_{k-1}^T (I - K_{k-1} H_{k-1})^T H_{k-1}^T \end{array} \right) U_k^T \\
 K_k &:= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} K_{k-\epsilon} \\
 &= M_k H_k^T \begin{bmatrix} H_k M_k H_k^T + r_\phi I \\ + r_\phi H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T \end{bmatrix}^{-1}
 \end{aligned} \tag{38}$$

(12)에 나타난  $\bar{P}_k$ 를 활용하면 (38)에 나타난  $M_k$ 와  $K_k$ 를 더욱 간략화된 형태로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_k &= \bar{P}_k - r_\phi U_k U_k^T \\
 &= \bar{P}_k - r_\phi (H_k^T H_k)^{-1} \\
 K_k &= [\bar{P}_k - r_\phi (H_k^T H_k)^{-1}] H_k^T \\
 &\quad \cdot [H_k \bar{P}_k H_k^T + r_\phi I]^{-1}
 \end{aligned} \tag{39}$$

(39)에 나타난 바와 같이 위치영역에서의 Hatch 이득은 Kalman형 이득에 비하여 다소 뒤떨려 있음을 알 수 있다. 이로서 위치영역 CRC 필터의 Hatch 이득의 유도가 완료되었으며 전체적인 알고리즘은 표 1에 정리되어 있다. 표 1에는 급격한 가시위성의 출몰(abrupt satellite inclusions and outages)을 고려하기 위한 선택 행렬  $\Gamma_k$ 가 부가적으로 활용되고 있다. 위성 선택 행렬  $\Gamma_k$ 는 0과 1 값들로 구성되며 1 값은  $(k-1)$ -번째 시점과  $k$ -번째 시점 모두에서 활용 가능한 가시 위성을 지칭하게 된다.  $\Gamma_k$ 에 의하여 전체 측정치 벡터  $Y_k$ 와 유효 측정치 벡터  $Y_k^*$  사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$Y_k^* = \Gamma_k Y_k \tag{40}$$

### IV. 시뮬레이션

제안된 필터의 성능을 평가하기 위하여 공분산 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에서는 거리영역 Kalman형 필터, 거리영역 Hatch 필터, 위치영역 Kalman형 필터, 그리고 제안된 위치영역 Hatch 필터가 활용되었다. 비교에 사용된 네 필터는 모두 누적위상 측정오차까지 고려하므로 (1)의 가정을 만족할 경우 각 필터는 몬테카를로 시뮬레이션의 결과에 상응하는 적절한 오차 공분산 행렬을 생성하여 준다 [6]. 이에 의하여 몬테카를로 시뮬레이션은 생략하였다.

총 1000초 동안의 시뮬레이션이 수행되었으며 가시위성의 출몰을 고려하기 위하여 초기 10 초, 20 초, 30 초, 40 초, 그리고 50 초의 시점에서 각각 한 개의 가시위성이 일시적으로 보이지 않도록 설정하였다. 시뮬레이션의 개형은 그림 4에 나타나 있다.

성능비교에 사용된 네 종류의 필터는 누적위상의 크기가 클 경우 그 특성이 대별되므로 이를 고려하여 단일차분 의사거리 측정치의 분산은

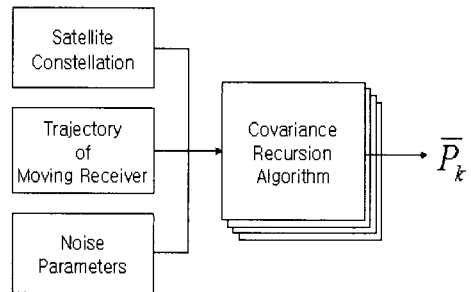


그림 4. 시뮬레이션 개형

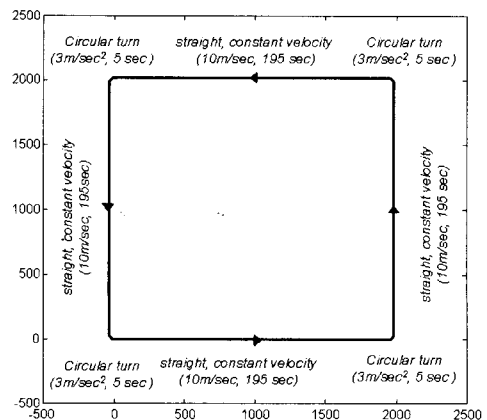


그림 5. 이동 수신기의 궤적



표 1. 위치영역 Hatch 필터

<i>Initialization :</i>		
$H_{k0}^* = \Gamma_{k0} H_{k0}$ ,	$\hat{X}_{k0} = E[X_{k0}   \Gamma_{k0} \tilde{\rho}_{k0}]$ ,	$\hat{P}_{k0} = r_\rho [(H_{k0}^*)^T H_{k0}^*]^{-1}$
<i>Time - Propagation :</i>		
$H_{k+1}^* = \Gamma_{k+1} H_{k+1}$ ,	$H_k^d = \Gamma_{k+1} H_k$ ,	$\Omega_{k+1}^* = \Gamma_{k+1} \Omega_{k+1}$
$U_{k+1}^* = [(H_{k+1}^*)^T H_{k+1}^*]^{-1} (H_{k+1}^*)^T$ ,		
$\bar{X}_{k+1} = \hat{X}_k + U_{k+1}^* \Omega_{k+1}^*$		
$\bar{P}_{k+1} = U_{k+1}^* \left\{ \begin{array}{l} (1 + 2r_\phi / r_\rho) H_k^d \hat{P}_k^s (H_k^d)^T \\ \quad + 2r_\phi I \\ - 2r_\phi H_k^p [(H_k^p)^T H_k^p]^{-1} (H_k^p)^T \end{array} \right\} (U_{k+1}^*)^T$		
<i>Measurement Update :</i>		
$K_k^* = (\bar{P}_k - r_\phi [(H_k^*)^T H_k^*]^{-1}) (H_k^*)^T [(H_k^*)^T \bar{P}_k (H_k^*)^T + r_\rho]^{-1}$		
$\hat{X}_k = \bar{X}_k - K_k^* Z_k^*$ , $Z_k^* = \Gamma_k Z_k$		
$\hat{P}_k = (I - K_k^* H_k^*) \bar{P}_k (I - K_k^* H_k^*)^T + r_\rho K_k^* (K_k^*)^T$		

1.5 m 그리고 단일차분 누적위상 측정치의 분산은 wide-lane에 해당하는 0.09 m를 사용하였다. 이동 수신기는 그림 5에 나타난 바와 같이 195초 동안 직진하다가 5초 동안 선회하는 운동을 반복한다. 직진 구간에서의 속도는 10 m/sec이며 선회 구간에서는 3 m/sec<sup>2</sup>의 원심력이 각각 발생된다.

필터의 성능 비교를 위하여 각 필터의 오차공분산행렬에 근거한 오차거리의 분산은 다음과 같이 계산하였다.

$$\hat{\sigma}(k) = [p_{xx}(k) + p_{yy}(k) + p_{zz}(k)]^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

여기서  $\{p_{xx}(k), p_{yy}(k), p_{zz}(k)\}$ 는 오차공분산 행렬에 있어서 위치오차에 해당하는 대각 성분을 나타낸다.

시뮬레이션의 결과는 그림 6에 나타나 있다. 그림에서 ○, □, ◇, 그리고 × 기호는 거리영역 Kalman형 필터, 거리영역 Hatch 필터, 위치영역 Kalman형 필터, 그리고 제안된 위치영역 Hatch 필터를 각각 나타낸다. 그림 6의 상단은 가시위성의 출몰이 발생하는 초기 100초간의 오차거리를 나타내며 하단은 가시위성의 출몰이 발생하지 않는 900초간의 오차거리를 각각 나타낸다. 그림 6의 상단에 의하면 가시위성의 출몰 상황에서 위치영역 필터들이 거리영역 필터들에 비하여 위치정보의 손실이 작음을 확인할 수 있다. 반면 그림 6의 하단에 의하면 가시위성의 갯수가 고정되어 있고 필터가 수렴하는 경우에는 Hatch 이득을 사용하는 경우가 Kalman형 이득을 사용하는 경우보다 위치 추정 정확성을 높일 수 있음을 확인할 수 있다. 두 특징적인 시뮬레이션 환경에 의하면, 제안된 위치영역 Hatch 필터가 거리영역 Kalman형 필터, 거리영역 Hatch 필터, 그리고 위치영역 Kalman형에 비하여 가시위성의 출몰에 관계없이 위치 추정 성능이 우수함을 확인할 수 있다.

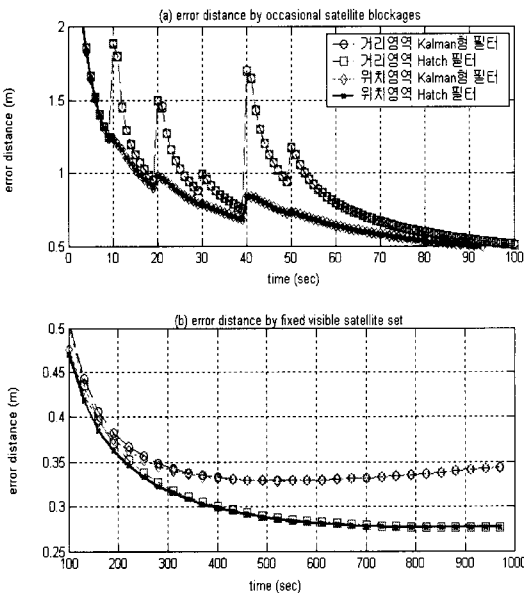


그림 6. (a) 가시위성의 출몰이 빈번한 과도상태 및 (b) 가시위성의 수가 고정된 정상상태에서의 오차거리 분산 비교

## V. 결 론

차분위성항법에 의한 위치결정에 있어서 Hatch 이득과 위치영역 필터링의 장점을 결합하기 위하여 위치영역 Hatch 필터를 제안하고 성능을 분석하였다. 위치영역 Hatch 필터를 유도하기 위하여 기존의 거리영역 Hatch 필터의 물리적인 의미를 새로이 해석하였으며, 유도된 위치영역 Hatch 이득이 Kalman형 이득을 왜곡한 형태임을 알 수 있었다. 시뮬레이션을 통하여 위치영역 Hatch 필터를 거리영역 Kalman형 필터, 거리영역 Hatch 필터, 그리고 위치영역 Kalman형 필터와 비교하였다. 이에 의하면 제안된 위치영역 Hatch 필터가 가시위성의 출몰이 빈번한 동적 응용분야 및 가시위성의 시계가 확보된 정적 측지 응용분야 모두에 대해서 유용하게 사용될 수 있음을 알 수 있었다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연구수치원에 의하여 연구되었습니다.

## 참고문헌

- 1) R.R. Hatch, "The synergism of GPS code and carrier measurements", *Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning*, New Mexico, II, pp. 1213-1232, 1982.
- 2) P.Y.C. Hwang and R.G. Brown, "GPS navigation: combining pseudorange with continuous carrier phase using a Kalman filter", *Navigation: Journal of The Institute of Navigation*, vol. 37, no. 2, pp. 181-196, 1990.
- 3) S.B. Bisnath and R.B. Langley, "Precise, efficient GPS-based geometric tracking of low earth orbiters", *Proceedings of the Institute of Navigation Annual Meeting, Cambridge, Massachusetts*, pp. 751-760, 1999.
- 4) F. van Graas, and S.W. Lee, "High-accuracy differential positioning for satellite-based systems without using code-phase measurements", *Navigation: Journal of The Institute of Navigation*, vol. 42, no. 4, pp. 605-618, 1995.
- 5) H. K. Lee, J. G. Lee, and G. I. Jee, "An efficient GPS receiver algorithm for channelwise multipath detection and real-time positioning", *Proceedings of the Institute of Navigation 2002 National Technical Meeting, San Diego, CA*, pp. 265-276, 2002.
- 6) 이형근, C. Rizos, 지규인, "차분위성항법 위상 평활화코드 필터의 성능해석", *제어자동화시스템공학 논문지*, Vol. 11, No. 4, pp. 378-826, 2002.
- 7) B.Parkinson and P. Axelrad, *Global Positioning System: Theory and Applications*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- 8) J.A. Farrell and M. Bath, *The Global Positioning System And Inertial Navigation*. Mcgraw-Hill, 1998.
- 9) R.G. Brown and P.Y.C. Hwang, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*. John Wiley & Sons, 1997.
- 10) P.Y.C. Hwang, G. A. McGraw, and J. R. Bader, "Enhanced differential GPS carrier-smoothed code processing using dual-frequency measurements", *Navigation: Journal of ION*, vol. 46, no. 2, pp. 127-137, 1999.
- 11) P. Mistra, and P. Enge, *Global Positioning System Signals, Measurements, and Performance*. Ganga-Jamuna Press, 2001.
- 12) R. D.J. van Nee, "The multipath estimating delay lock loop: approaching theoretical accuracy limits", *Proceedings of Position Location and Navigation Symposium*, Las Vegas, Nevada, pp. 246-251, 1994.
- 13) M. S. Braasch, "GPS multipath model validation", *Proceedings of Position Location and Navigation Symposium, Atlanta, GA*, pp. 672-678, 1996.
- 14) D. J. Jwo, "Optimization and sensitivity analysis of GPS receiver tracking loops in dynamic environments", *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, vol. 148, no. 4, pp. 241-250, 2001.
- 15) P. Axelrad, C. J. Comp, and P.F. Macdoran, "SNR-based multipath error correction for GPS differential phase", *IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no. 2, pp. 650-660, 1996.
- 16) C. D. Kee and B. Parkinson, "Calibration of multipath errors on GPS pseudorange measurements", *Proceedings of the 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of The ION*, Salt Lake City, Utah, pp. 352-362, 1994.
- 17) J. K. Ray, M. E. Cannon, and P. Fenton, "GPS code and carrier multipath mitigation using a multi antenna system", *IEEE Tr.on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 1, pp. 183-195, 2001.

18) 이형근, 이장규, 지규인, "일반적인 GPS 수신기를 위한 채널별 다중경로오차 검출 기법", 제어자동화시스템공학 논문지, Vol. 8, No. 9, pp. 818-826, 2002.

19) N. A. Carlson, "Federated square root filter for decentralized parallel processes", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 517-525, 1990.