불확실한 비선형 계통에 대한 자기 동조 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

論 文
54D-4-3

Self Tuning Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for Uncertain Nonlinear Systems

徐 三 峻† · 金 東 植* · 朴 貴 泰**
(Seo Sam-Jun · Kim Dong-Sik · Park Gwi-Tae)

Abstract - In this paper, we proposed a self tuning adaptive fuzzy sliding control algorithms using gadient descent method to reduce chattering phenomenon which is viewed in variable control system. In design of FLC, fuzzy control rules are obtained from expert's experience and intuition and it is very difficult to obtain them. We proposed an adaptive algorithm which is automatically updated by consequence part parameter of control rules in order to reduce chattering phenomenon and simultaneously to satisfy the sliding mode condition. The proposed algorithm has the characteristics which are viewed in conventional VSC, e.g. insensitivity to a class of disturbance, parameter variations and uncertainties in the sliding mode. To demonstrate its performance, the proposed control algorithm is applied to an inverted pendulum system. The results show that both alleviation of chattering and performance are achieved.

Key Words : Sliding Mode Control, Fuzzy Logic Control, Self Tuning Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control

1. 서 론

가변 구조 제어 이론은 기존의 고전적인 제어 이론에 의한 기법과는 달리 과도 기간 중에 제어 계통의 구조를 편차나 상태 벡터들의 정보 또는 이들의 함수에 따른 스위칭 논리에 따라 의도적으로 변환함으로써 다른 제어 기법에서 얻기 어려운 속응성과 강인성을 동시에 구현할 수 있는 기법으로 알려져 있다. 특히 계통의 상태가 슬라이딩 모드(sliding mode)에 머물도록 제어 입력을 구성함으로써 계통의 응답이 외란이나 파라미터의 변동에 대하여 강인성을 유지하도록 할 수 있으며, 일반 적응 제어 기법에서와 같은 파라미터 추정 등의 과정이 필요하지 않게 되어 쉽게 물리적으로 구현할 수 있는 장점이 있어 로봇 제어나 서보 전동기의 제어 등 여러 분야에 사용되고 있다[1][2].

1965년 L. A. Zadeh에 의해 퍼지 집합 이론이 처음 소개된 후 활발히 연구되어 온 퍼지 논리 제어기는 숙련된 인간 조작자의 언어적 제어 규칙을 퍼지 알고리즘에 의하여 구현한 것으로 계통에 대한 적절한 제어 규칙을 수립하여 사용하면 인간 조작자에 의한 제어 성능보다 우수한 성능을 얻을 수 있으며, 수학적 모델에 근거한 해석적 제어기에 비하여도 그 성능이 뒤지지 않을 뿐 아니라 파라미터 변화 및 외란에 대하여서도 강인성이 뛰어나다는 장점을 가지고 있기 때문에 최근에는 모델링이 불가능한 계통에는 물론 수학적 모델이 가능한 계통에 대하여도 많은 적용 사례가 발표되고 있다[3][4].

가변 구조 제어 이론은 본질적으로 불연속 제어 입력을 인가함으로써 지연시간이 존재하는 실제 계통에 적용 시에는 제어기 설계 시 고려되지 않은 동특성(unmodeled dynamics)이 여기 되어 상태가 채터링(chattering)하는 현상이 발생하고 도달 모드 시에는 가변 구조가 발생되지 않는 순수한 상태 궤환 만을 갖기 때문에 견실성을 보장 받지 못한다는 단점을 가지고 있다.

퍼지 논리 제어기에서 가장 중요한 제어규칙은 경험자의 직관과 경험으로부터 얻어지고 이러한 제어규칙은 보통 언어적 법칙이나 퍼지 관계로 표현된다. 그러나, 퍼지 논리 제어기는 일반적으로 오차와 오차 변화율로부터 시스템의 동특성을 고려한 제어규칙을 설계자의 경험과 시행착오, 운전자의 조작 방법에 의존하고 있어 체계적인 설계 방법이 없다는 문제점을 가지고 있다.

최근에 이러한 단점들을 보완하기 위하여 잘 정의되지 않은 복잡한 시스템에 적합한 퍼지 논리 제어기와 계통의 복잡성이나 비선형성 등으로 인하여 수학적인 정보가 부족하거나 특히, 불확실성을 포함하는 계통에 대한 강인성을 보장하는 가변 구조 제어 기법을 결합한 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 연구가 활발히 진행되고 있다.

Palm[5], Hwang 등[6] 그리고 Kim 등[7]은 퍼지 슬라이딩 모드의 안정도를 고려하여 등가 제어 입력이 이미 존재한다는 가정 하에 퍼지규칙을 이용하여 도달 모드 제어 입력을 구하였다. 그러나, 이러한 방법들은 시스템의 수학적 모델이 미지인 경우에 적절한 등가 입력을 얻을 수 없다는 단점이 있다. 한편, Wang[8], Yoo 등[9] 그리고 Chen[10]은

† 교신저자, 正會員 : 安養大學校 電氣電子工學科 助敎授 · 工博
E-mail : ssj@anyang.ac.kr
* 正 會 員 : 順天鄕大學校 情報技術工學部 敎授 · 工博
** 正 會 員 : 高麗大學校 電氣工學科 敎授 · 工博
接受日字 : 2004年 11月 18日
最終完了 : 2005年 2月 17日

적응제어를 통해 퍼지규칙을 조정하는 방법과 미지 시스템의 퍼지 슬라이딩 모드 제어에 적응 알고리즘을 적용, 미지 시스템을 근사화하여 등가 제어 입력을 구하고 도달 모드 제어 입력에 퍼지 소속 함수를 적용하는 방법을 제시하였다. 그러나, 이 경우 도달 모드 제어 입력을 구하는 조건에 있어서 미지 시스템의 상한과 하한의 유계에 대한 조건이 필요하다는 가정이 필요하고 시스템의 차수가 고차인 경우에는 많은 제어규칙이 필요하다는 단점이 있다.

기존에 연구되어온 퍼지 슬라이딩 모드 제어기는 본질적으로 채터링을 수반하게 되는데 이러한 채터링은 모델링되지 않은 동특성을 여기하여 시스템을 불안정하게 하거나 고주파 성분을 발생하여 실제 적용에 어려움이 따랐다. 또한, 퍼지 논리 제어기에 사용되는 제어 규칙은 전문가의 직관과 경험에 의해 얻어지며 언어적 규칙이나 퍼지 관계에 의해 표현된다. 이러한 퍼지 규칙은 체계적인 획득 방법이 없어 시행착오법이나 숙련된 전문가의 직관과 경험에 주로 의존하여 퍼지 제어기의 실제 적용을 어렵게 한다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여, 본 논문에서는 퍼지 규칙을 스스로 생성하여 주는 최대 경사법을 이용한 자기 동조 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하여 계통의 수학적 모델에 대한 정보를 충분히 알 수 없는 불확실한 비선형 계통에 적용하고자 한다. 제안한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기는 기존의 연구에서는 함수 추정 시에 나타나는 불확실성을 보상할 수 있는 보상 입력을 가변 구조 제어 입력의 형태로 구성함으로써 강인성을 향상하였고 불연속 제어 입력에 대한 채터링 현상을 완화함으로써 실제 적용시 문제점을 해결하였고 주로 전문가의 경험이나 직관, 시행착오법에 의존한 퍼지 규칙을 스스로 동조하는 적응법칙을 유도하였다.

2. 슬라이딩 모드 제어

다음과 같은 단일 입력 단일 출력(SISO) 비선형 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)}) + g(x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, $f(\cdot)$와 $g(\cdot)$는 미지의 연속 함수이며 $u\in R$, $y\in R$은 각각 계통의 입력과 출력이고, $\boldsymbol{x} = (x_1,\cdots,x_n)^T = (x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)})^T \in R^n$는 측정 가능한 것으로 가정되는 상태 벡터이고 $x^{(i)}, i=1,2,\cdots,n$은 x의 i번째 시간 도함수이다. (1)의 계통이 제어 가능하기 위하여 $U_c = R^n$인 가제어 공간 내의 $\boldsymbol{x}$에 대하여 $g(\boldsymbol{x})\neq 0$ 이어야 한다. 일반적으로 $g(\boldsymbol{x})$가 연속 함수이기 때문에 $g(\boldsymbol{x})$의 하한치(lower bound) g_L를 안다고 가정한다. 즉, $\boldsymbol{x}\in U_c$에 대해 $g(\boldsymbol{x})\geq g_L > 0$이다.

일반적으로 제어 목적은 상태 벡터 $\boldsymbol{x}$가 원하는 상태 벡터 $\boldsymbol{x}_d$를 추종하는 것이다. 따라서, 추종 오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_d = (e,\dot{e},\cdots,e^{(n-1)})^T \tag{2}$$

가변 구조 제어기는 다음과 같은 두 단계에 의해 설계된다.

1] 원하는 특성을 가지는 슬라이딩 평면 설계

$$S = \{ e\in R^n | s(e) = 0\} \tag{3}$$

2] 시스템의 상태들을 슬라이딩 평면상에 머무르도록 하는 제어 입력 구성

$$u = \begin{cases} u^+ & when \quad s > 0 \\ u^- & when \quad s < 0 \end{cases} \tag{4}$$

가변 구조 제어 시스템에서 슬라이딩 모드 존재 조건은 다음과 같다.

$$V(t) = s\dot{s} < 0 \tag{5}$$

가변 구조 제어 시스템의 동특성은 도달 모드와 슬라이딩 모드로 이루어지는데 원하는 슬라이딩 모드 동특성은 적절한 스위칭 함수를 설계함으로써 결정된다. 슬라이딩 모드 제어 설계 시 가장 중요한 부분이 도달 조건이 만족되는 제어 입력을 선정하는 것이다. 즉, 도달 모드 설계시 원하는 시스템 동특성 뿐만 아니라 슬라이딩 모드를 얻을 수 있는 제어 입력을 결정하여야 한다. 이러한 방법 중의 하나가 다음과 같은 도달 법칙을 사용하는 것이다.

$$\dot{s} = -Ksgn(s), \quad K > 0 \tag{6}$$

(6)의 슬라이딩 모드 조건을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$s\dot{s} = -K|s| < 0 \tag{7}$$

본 논문에서는 입출력 관계에 존재하는 불확실성과 추정 과정의 오차를 보상하는 가변 구조 형태의 제어 입력을 구성하기 위하여 다음과 같은 스위칭 평면을 정의하고 스위칭 동특성을 안정하도록 한다.

$$s = e^{(n-1)} + k_{n-1}e^{(n-2)} + \cdots + k_1 e + k_0 \int e dt = 0 \tag{8}$$

여기서, 스위칭 평면의 마지막 항에 적분항이 포함된 것은 그렇지 않은 경우 계통 파라미터의 불확실성에 대하여 강인성을 상실할 수 있다는 것이 알려져 있기 때문이다[11].

이와 같이 오차에 의하여 구성된 스위칭 평면의 계수는 다음과 같이 Hurwitz 다항식이 되도록 선정한다.

$$h(\lambda) = \lambda^n + k_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + k_1\lambda + k_0 = 0 \tag{9}$$

이제 스위칭 평면의 도함수 $\dot{s}$는 다음과 같이 된다.

$$\dot{s} = \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} + f(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})u - x_d^{(n)} \tag{10}$$

이상과 같이 정의된 스위칭 함수를 이용하여 비선형 계통의 출력 오차가 점근적으로 0으로 수렴하도록 하고 슬라이딩 모드를 발생하도록 제어 입력을 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u^* &= g^{-1}(\boldsymbol{x})\left\{ -\sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} - f(\boldsymbol{x}) + x_d^{(n)} - Ksgn(s) \right\} \\ &= u_{eq} + u_s \end{aligned} \tag{11}$$

$$u_{eq} = g^{-1}(\boldsymbol{x})\left\{ -\sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} - f(\boldsymbol{x}) + x_d^{(n)} \right\} \tag{12}$$

$$u_s = -g^{-1}(\boldsymbol{x})Ksgn(s) \tag{13}$$

여기서, u_{eq}는 등가 제어 입력이고, u_s는 스위칭 제어 입력이며 스위칭 제어 이득 $K > 0$이다.

(11)에서 $f(x)$와 $g(x)$를 정확하게 알지 못할 경우에는 추정된 $\hat{f}(x)$와 $\hat{g}(x)$로 대치하여야 한다.

따라서, 전체 제어 입력은 다음과 같이 구성된다.

$$u = \hat{u}_{eq} + \hat{u}_s \tag{14}$$

$$\hat{u}_{eq} = \hat{g}(x)^{-1}\left\{ - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} - \hat{f}(x) + x_d^{(n)} \right\} \tag{15}$$

$$\hat{u}_s = - \hat{g}(x)^{-1} K sgn(s) \tag{16}$$

식 (14)를 식 (10)에 대입하면 $\dot{s}$는 다음과 같다.

$$\dot{s} = f(x) - \hat{f}(x) + (g(x) - \hat{g}(x))\,\hat{u}_{eq} + g(x)\,\hat{u}_s \tag{17}$$

3. 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

이 장에서는 계통의 수학적 모델에 대한 정보를 충분히 알 수 없는 비선형 계통에 대해서 퍼지 모델링 기법에 근거한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어에 대해 설명한다. 퍼지 관계 모델링 기법을 이용하여 퍼지 전건부 구조를 식별함으로써 비선형 함수 $f(x)$, $g(x)$를 표현하는 언어 규칙의 개수를 제한하도록 하고 입출력 선형화 제어기를 가변 구조 제어 기법에 의해 설계함으로써 Wang[12]이 제안한 기법에 비해 모델링 오차에 대한 강인성을 개선할 수 있는 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안한다.

먼저 퍼지 모델의 형태는 If~ then~의 언어 규칙 형태로 가정하고 각 언어규칙의 후건부는 퍼지 기저 함수의 선형 결합으로 가정한다. 즉, $f(x)$, $g(x)$를 j번째 규칙이 다음과 같이 표현되는 N 개의 퍼지 규칙들에 의해 표현된다고 가정한다.

$$\begin{aligned} &R^j_f:\ If\ x_1 = F^j_1 \text{ and } x_2 = F^j_1 \text{ and } \cdots x_n = F^j_n\ then\ \hat{f}(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi_f(x) \\ &R^j_g:\ If\ x_1 = G^j_1 \text{ and } x_2 = G^j_1 \text{ and } \cdots x_n = G^j_n\ then\ \hat{g}(x|\theta_g) = \theta_g^T \xi_g(x) \end{aligned} \tag{18}$$

여기서, F^j_i와 G^j_i는 j번째 퍼지 규칙에서 퍼지 변수 x_i의 언어 값이고 $\theta_f = [\theta^1_f, \theta^2_f, \cdots \theta^N_f]^T$와 $\theta_g = [\theta^1_g, \theta^2_g, \cdots \theta^N_g]^T$는 각각 f, g의 파라미터 벡터이고 ξ_f와 ξ_g는 퍼지 기저 함수 벡터로서 각 요소에 대한 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \xi_f(x) &= [\xi^1_f(x), \xi^2_f(x), \cdots, \xi^N_f(x)]^T \\ \xi_g(x) &= [\xi^1_g(x), \xi^2_g(x), \cdots, \xi^N_g(x)]^T \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \xi^j_f(x) &= \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{F^j_i}(x_i)}{\sum_{j=1}^{N} \prod_{i=1}^{n} \mu_{F^j_i}(x_i)} \\ \xi^j_g(x) &= \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{G^j_i}(x_i)}{\sum_{j=1}^{N} \prod_{i=1}^{n} \mu_{G^j_i}(x_i)} \end{aligned} \tag{20}$$

최종적으로 (18)의 퍼지 규칙들의 집합으로부터 비선형 함수의 추정치 $\hat{f}(x|\theta_f)$, $\hat{g}(x|\theta_g)$는 다음과 같이 가중 평균 비퍼지화 식으로부터 구해진다.

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \frac{\sum_{j=1}^{N} \theta^j_f \mu_{R^j_f}(x)}{\sum_{j=1}^{N} \mu_{R^j_f}(x)} = \theta_f^T \xi_f(x) \tag{21a}$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \frac{\sum_{j=1}^{N} \theta^j_g \mu_{R^j_g}(x)}{\sum_{j=1}^{N} \mu_{R^j_g}(x)} = \theta_g^T \xi_g(x) \tag{21b}$$

위와 같이 비선형 함수 $f(x)$, $g(x)$가 추정된다고 가정할 경우 제어기와 적응 법칙은 다음과 같은 제어 목적을 달성하도록 구성된다. 즉, 비선형 제어 입력 $u = u(x|\theta)$를 퍼지 논리 시스템에 근거하여 구성하고 다음을 만족하도록 파라미터 벡터 θ를 조정할 수 있는 적응 법칙을 결정한다[12].

1) 폐루프 계통이 모든 변수를 x, θ, $u = u(x|\theta)$가 균등 유계되도록 하는 의미에서 전역 안정(globally stable)해야 한다. 즉, $t \geq 0$인 모든 t에 대해 $|x(t)| \leq M_x < \infty$, $|\theta(t)| \leq M_\theta < \infty$, $|u(x,\theta)| \leq M_u < \infty$이 만족되도록 한다. 여기서, M_x, M_θ, M_u는 설계자에 의하여 결정되는 설계인자이다.
2) 위의 1)조건하에 추적오차 $e = y - y_d$가 최소가 되도록 한다.

퍼지 시스템 $\hat{f}(x)$, $\hat{g}(x)$의 파라미터 벡터 θ_f, θ_g에 대한 적응 규칙을 구하기 위하여 다음과 같은 최소 근사 오차 w (minimum approximation error)를 정의하자.

$$w = f(x) - \hat{f}(x|\theta^*_f) + (g(x) - \hat{g}(x|\theta^*_g))\,\hat{u}_{eq} \tag{22}$$

여기서 θ^*_f, θ^*_g는 각각 다음 식을 만족시키는 값으로 정의한다.

$$\begin{aligned} \theta^*_f &= \min_{\theta_f \in \Omega_f} [\max_{x \in U_x} |f(x) - \hat{f}(x|\theta_f)|] \\ \theta^*_g &= \min_{\theta_g \in \Omega_g} [\max_{x \in U_x} |g(x) - \hat{g}(x|\theta_g)|] \end{aligned} \tag{23}$$

Ω_f, Ω_g는 상수 M_f, M_g에 대하여 설계자에 의하여 다음 식과 같이 정해지는 파라미터 집합이다.

$$\Omega_f = \{\theta_f | |\theta_f| \leq M_f\},\ \Omega_g = \{\theta_g | |\theta_g| \leq M_g\} \tag{24}$$

따라서 스위칭 함수의 도함수는 다음과 같이 다시 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s} = {} & f(x|\theta^*_f) - \hat{f}(x|\theta_f) + (g(x|\theta^*_g) - \hat{g}(x|\theta_g))\,\hat{u}_{eq} \\ & + g(x)\,\hat{u}_s + w \end{aligned} \tag{25}$$

$\hat{f}(x|\theta_f)$와 $\hat{g}(x|\theta_g)$는 (21)로 주어지는 퍼지 시스템이므로 (25)는 다음 식으로 표현된다.

$$\dot{s} = \Phi_f^T \xi_f(x) + \Phi_g^T \xi_g(x)\,\hat{u}_{eq} + g(x)\,\hat{u}_s + w \tag{26}$$

여기서, $\Phi_f = \theta^*_f - \theta_f$, $\Phi_g = \theta^*_g - \theta_g$이고 $\xi_f(x)$, $\xi_g(x)$는 퍼지 기저 함수이다.

적응 법칙을 얻기 위하여 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의하자.

$$V = \frac{1}{2}\left\{ s^2 + \frac{1}{\gamma_f} \Phi_f^T \Phi_f + \frac{1}{\gamma_g} \Phi_g^T \Phi_g \right\} \tag{27}$$

점근적으로 안정한 조건을 구하기 위하여 Lyapunov 함수를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
V &= s\dot{s} - \frac{1}{\gamma_f}\Phi_f^T\dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g}\Phi_g^T\dot{\theta}_g \\
&= s\{\Phi_f^T\xi_f(x) + \Phi_g^T\xi_g(x)\,\hat{u}_{eq} + g(x)u_s + w\} \\
&\quad - \frac{1}{\gamma_f}\Phi_f^T\dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g}\Phi_g^T\dot{\theta}_g \\
&= s\{g(x)u_s + w\} + \frac{1}{\gamma_f}\Phi_f^T[-\dot{\theta}_f + \gamma_f s\xi_f(x)] \\
&\quad + \frac{1}{\gamma_g}\Phi_g^T[-\dot{\theta}_g + \gamma_g s\xi_g(x)\,\hat{u}_{eq}]
\end{aligned} \tag{28}
$$

θ_f^*, θ_g^*는 상수이므로 $\Phi_f = -\theta_f$, $\Phi_g = -\theta_g$가 되므로 최종적으로 적응 법칙은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\dot{\theta}_f &= \gamma_f s\xi_f(x) \\
\dot{\theta}_g &= \gamma_g s\xi_g(x)\,\hat{u}_{eq}
\end{aligned} \tag{29}
$$

(29)를 (28)에 대입하면 Lyapunov 함수의 시간에 대하여 미분은 다음과 같이 정리된다.

$$
\dot{V} = s\{g(x)\,\hat{u}_s + w\} = |s|\left\{\frac{g(x)}{\hat{g}(x|\theta_g)}K + w\,sgn(s)\right\} \tag{30}
$$

따라서, $\dot{V} < 0$가 보장되기 위해서는 K 값을 다음과 같이 선정하여야 한다.

$$
K \geq \frac{\hat{g}_U}{g_L}w_{\max} \tag{31}
$$

여기서, $g_L = \inf_{x\in U_x} g(x)$ $\quad$ $\hat{g}_U = \sup_{\theta_g\in\Omega_\theta}\sup_{x\in U_x}\hat{g}(x|\theta_g)$

$w_{\min} \leq w \leq w_{\max}$이다.

K는 불확실성이나 외란을 충분히 보상할 수 있는 크기로 설계자에 의하여 결정되는 값이다. K를 (31)과 같이 선정하면 $\dot{V} < 0$가 되어 안정하게 수렴됨을 보장한다. 파라미터 추정이 잘 되고 있는 경우에는 일반적으로 w는 0 또는 아주 작은 값으로 존재하기 때문에 스위칭 입력 $\hat{u}_s$에 의하여 $\dot{V} < 0$을 보장할 수 있게 된다.

4. 자기 동조 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

4.1 채터링 감소

스위칭 제어 이득 K는 불확실성이나 외란을 충분히 보상할 수 있는 크기로 설계자에 의하여 결정되는 값이다. 그러나, K값을 큰 값으로 고정시키게 되면 채터링 현상을 동반하게 된다. 실제 추론된 $\hat{f}(x|\theta_f)$와 $\hat{g}(x|\theta_g)$가 $f(x)$와 $g(x)$를 근사적으로 추정하게 되면 최소 근사 오차 w가 아주 작게 되어 작은 K값으로도 슬라이딩 모드 존재 조건이 만족시킬 수 있다. 따라서 도달 법칙을 갖는 슬라이딩 모드 제어 설계시 다음과 같은 사항을 고려하여 제어 이득 K를 선정하여야 고주파 진동을 감소시키고 도달 시간을 줄일 수 있다.

1) VSC 시스템의 불변성은 슬라이딩 모드에서만 존재하고 도달 모드에서는 시스템 섭동이나 외란에 민감하다. 따라서, 슬라이딩 평면에 도달하는 시간을 최소화하는 것이 중요하다.
2) 도달 시간을 줄이는 한가지 방법이 큰 이득을 적용하는 것이지만 이것은 제어 입력의 포화(saturation) 문제와 채터링 현상을 발생시킨다.
3) 슬라이딩 모드시 제어 이득 K를 작게 선정하면 채터링이 감소한다. 그래서 일단 시스템의 궤적이 슬라이딩 평면에 거의 도달하면 채터링을 줄이기 위해 될 수 있으면 K를 작게 한다.

위의 항들을 고려하여 K에 대한 퍼지 제어 규칙을 얻기 위해 스위칭 평면과의 거리 $|s|$를 퍼지 입력 변수로 선택하였다. $|s|$를 크리스프 입력으로 사용하며 Z, S, M, L의 네 가지로 각각 퍼지 분할하고 제어 이득 K에 대한 언어적 변수는 K_Z, K_S, K_M, K_L로 각각 선정하여 퍼지 규칙을 다음과 같이 선정하였다.

$$
\begin{aligned}
&\textit{Rule } 1: \quad \text{if } |s| \textit{ is } L \quad \textit{then } K = K_L \\
&\textit{Rule } 2: \quad \text{if } |s| \textit{ is } M \quad \textit{then } K = K_M \\
&\textit{Rule } 3: \quad \text{if } |s| \textit{ is } S \quad \textit{then } K = K_S \\
&\textit{Rule } 4: \quad \text{if } |s| \textit{ is } Z \quad \textit{then } K = K_Z
\end{aligned} \tag{32}
$$

위의 제어 규칙을 보면 상태가 원점에 가까이 있고 스위칭 함수에도 가까이 있는 경우에는 K의 값을 아주 작은 값으로 선정하여 채터링을 줄이고 상태가 원점에서 매우 멀리 떨어져 있으며 스위칭 함수에서도 마주 멀리 떨어져 있는 경우에는 빠르게 슬라이딩 모드에 도달시키기 위해 K의 값을 크게 선정함을 의미한다.

제어 이득 K를 추론하기 위한 제안한 제어 규칙을 사용하고 퍼지 관계의 합성은 Mamdani의 최대 최소 연산자를 사용하였으며 비퍼지화법으로 면적 중심법(center of area method)을 사용하였다.

따라서, 최종적으로 얻어지는 제어 이득 K는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
K &= \frac{\mu_L K_L + \mu_M K_M + \mu_S K_S + \mu_Z K_Z}{\mu_L + \mu_M + \mu_S + \mu_Z} \\
&= \frac{\sum_{j\in J}\mu_j K_j}{\sum_{j\in J}\mu_j}
\end{aligned} \tag{33}
$$

여기서, $J = \{L, M, S, Z\}$로 정의되는 색인집합(index set)이다.

4.2 퍼지 규칙의 자기 동조

퍼지 논리 제어기에 사용되는 제어 규칙은 전문가의 직관과 경험에 의해 얻어지며 언어적 규칙이나 퍼지 관계에 의해 표현된다. 그러나, 퍼지 규칙은 체계적인 획득 방법이 없어 시행 착오법이나 숙련된 전문가의 직관과 경험에 주로 의존하여 퍼지 제어기의 실제 적용을 어렵게 한다. 따라서, 본 논문에서는 퍼지 규칙을 스스로 생성하여 주는 최대 경사법을 이용한 자기 동조형 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안한다.

본 연구에서 제어 규칙을 동조시키기 위한 적응 알고리즘은 시스템 궤적을 슬라이딩 모드에 머무르게 하는 제어 규칙의 결론부 파라미터를 수정하는 방법을 이용하였다. 슬라이딩 모드 조건이 만족된다면 스위칭 함수는 0이 되고 원하는 시스템의 동특성을 얻을 수 있다. 이러한 슬라이딩 모드 조건에 의해 $-s\dot{s}$는 항상 양이기 때문에 $-s\dot{s}$의 값을 최소화하는 방향으로 결론부 파라미터를 수정하면 채터링이 감소하고 도달 법칙에 의해 슬라이딩 모드 조건도 만족이 된다.

최대 경사법(gradient descent method)에 의해, 결론부 파라미터는 다음과 같이 수정된다.

$$K_j = -\Gamma\frac{\partial(-s\dot{s})}{\partial K_j} \tag{34}$$

여기서, Γ는 적응 이득이다. 위 식은 chain rule에 의해, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} K_j &= \Gamma\frac{\partial s\dot{s}}{\partial K_j}\frac{\partial u}{\partial K_j} \\ &= \Gamma\frac{\partial s\dot{s}}{\partial \hat{u}_{eq}}\frac{\partial \hat{u}_{eq}}{\partial K_j} + \Gamma\frac{\partial s\dot{s}}{\partial \hat{u}_s}\frac{\partial \hat{u}_s}{\partial K_j} \end{aligned} \tag{35}$$

(35)에서 등가 제어 입력 $\hat{u}_{eq}$은 상태 x에만 의존하기 때문에 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$K_j = \Gamma\frac{\partial s\dot{s}}{\partial \hat{u}_s}\frac{\partial \hat{u}_s}{\partial K_j} \tag{36}$$

(25)를 이용하여 $\frac{\partial s\dot{s}}{\partial \hat{u}_s}$을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial s\dot{s}}{\partial \hat{u}_s} = sg(x) \tag{37}$$

또한 (13)과 (33)을 이용하면 스위칭 제어 입력 $\hat{u}_s$는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{u}_s = -\hat{g}(x|\theta_g)sgn(s)\frac{\sum_{j\in J}\mu_j K_j}{\sum_{j\in J}\mu_j} \tag{38}$$

따라서 (37)과 (38)를 이용하면 제어 규칙의 결론부 파라미터를 수정하는 적응 알고리즘은 다음과 같이 유도된다.

$$K_j = -\Gamma\frac{g(x)}{\hat{g}(x|\theta_g)}|s|\frac{\mu_j}{\sum_{j\in J}\mu_j} \tag{39}$$

(39)에서 $g(x)$의 부호를 안다고 가정하였으므로 결론부 파라미터의 적응 법칙은 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$K_j \simeq -\Gamma|s|\frac{\mu_j}{\sum_{j\in J}\mu_j} \tag{40}$$

5. 컴퓨터 모의 실험

본 논문에서 제안한 자기 동조 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 유용성을 입증하기 위하여 다음과 같은 도립진자 계통을 고려해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g\sin x_1 - \frac{mlx_2^2\cos x_1\sin x_1}{m_c+m}}{l(\frac{4}{3}-\frac{m\cos^2 x_1}{m_c+m})} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c+m}}{l(\frac{4}{3}-\frac{m\cos^2 x_1}{m_c+m})}u \end{aligned} \tag{41}$$

여기서, 상태 x_1과 x_2는 그림1과 같이 $x_1=\theta$, $x_2=\dot{\theta}$를 나타낸다. 또한 도립진자의 각 파라미터는 표 1과 같다.

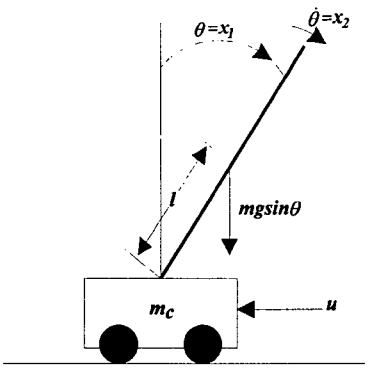

그림 1. 도립진자 계통
Fig. 1. The inverted pendulum system

표 1. 도립진자 계통의 매개변수들
Table 1. Parameters of inverted pendulum system

	Symbol	Value
Acceleration of gravity	g	9.8 m/s^2
Mass of cart	m_c	1 Kg
Mass of pole	m	0.1 Kg
Length of pole	l	0.5 m

컴퓨터 모의실험에 사용한 퍼지 기저 함수는 다음과 같은 Gaussian 소속 함수를 사용하였고 그림 2에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \mu_{F_i^1} &= \exp\left[-(\frac{x_i+\pi/6}{\pi/24})^2\right] \\ \mu_{F_i^2} &= \exp\left[-(\frac{x_i+\pi/12}{\pi/24})^2\right] \\ \mu_{F_i^3} &= \exp\left[-(\frac{x_i}{\pi/24})^2\right] \\ \mu_{F_i^4} &= \exp\left[-(\frac{x_i-\pi/12}{\pi/24})^2\right] \\ \mu_{F_i^5} &= \exp\left[-(\frac{x_i-\pi/6}{\pi/24})^2\right] \quad i=1,2 \end{aligned} \tag{42}$$

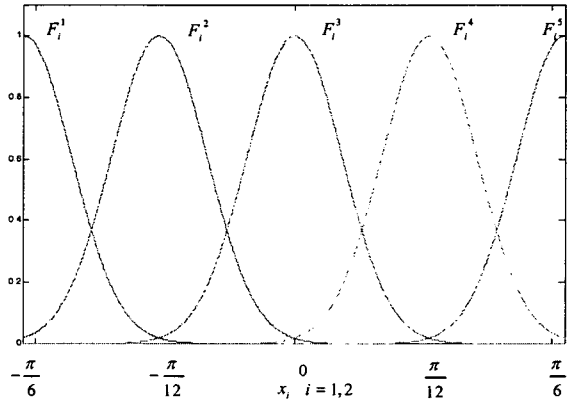

그림 2. 퍼지 기저 함수
Fig. 2. Fuzzy basis function

제어 목적은 기준 신호 $y_d = \frac{\pi}{30}\sin(t)$를 추종하는 것으로 하고 초기치는 $x(0) = [0.2,\ 0]^T$, 샘플링 시간은 0.001sec로 컴퓨터 모의실험을 수행하였다.

그림 3에는 제안된 제어기에 사용된 $|s|$의 소속 함수을 나타내었다.

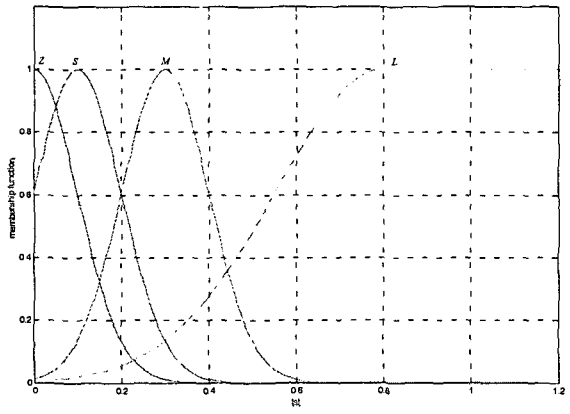

그림 3. $|s|$의 소속 함수

Fig. 3. Membership function of $|s|$

그림 4에 제안한 제어기의 응답을 나타내었고 그림 5에는 제어 입력을 표시하였다.

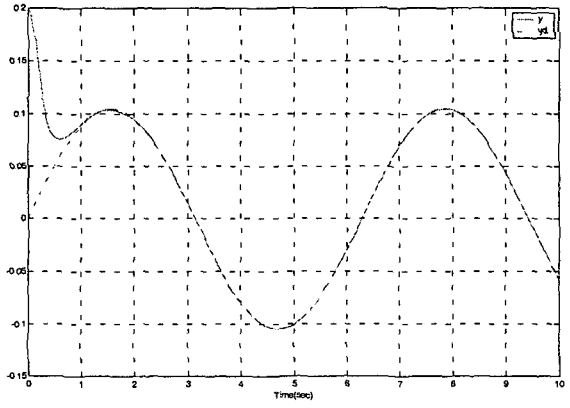

그림 4. 제안한 제어기의 응답

Fig. 4. Response of the proposed controller

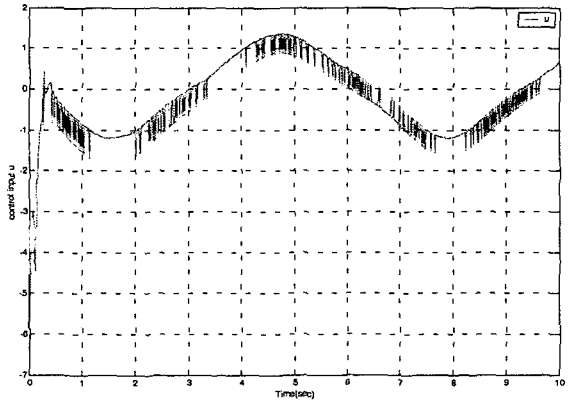

그림 5. 제어 입력

Fig. 5. Control input

그림 6에는 제안된 제어기의 동조된 제어 이득들을 나타내었으며 그림 7에는 퍼지 규칙에 의해 추론된 제어 이득 K를 표시하였다.

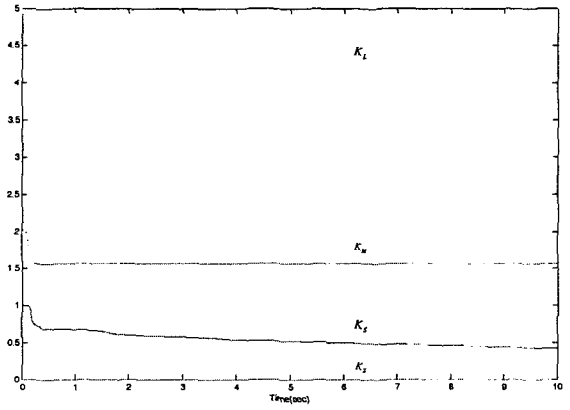

그림 6. 동조된 제어 이득

Fig. 6. control gain

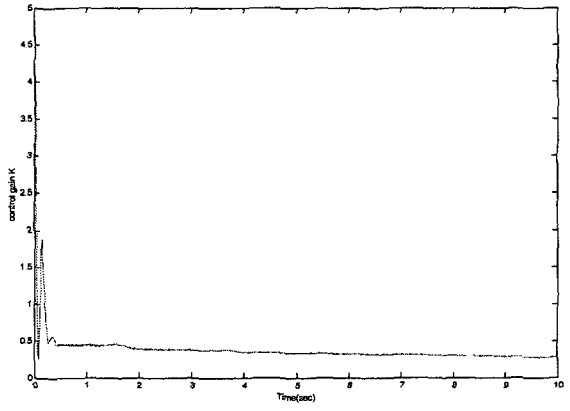

그림 7. 추론된 제어 이득

Fig. 7. Inference control gain

적응 법칙에 의해 동조된 제어 이득들 (K_Z, K_S, K_M, K_L)은 가변 구조 제어기의 제어 이득 K보다 상당히 크지만 퍼지 규칙에 의해 추론된 K값이 작아 채터링이 감소된다. 제어 이득들이 동조되는 형태는 슬라이딩 평면에 멀리 떨어져 있을 때는 제어 이득 K_L을 주로 동조하고 상태가 슬라이딩 평면에 가까이 올수록 제어 이득 K_Z를 동조한다.

컴퓨터 모의실험 결과 제안한 제어기는 채터링이 상당히 감소하면서 제어 문제에서 상충적인 응답의 속응성과 강인성을 모두 가지고 있으며 제어 이득을 구하기 위한 제어 규칙이 필요 없고 정확한 수학적 모델이 필요 없기 때문에 제어기 설계가 간편할 뿐만 아니라 제어 성능에서 우수함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 불확실한 비선형 계통에 대한 자기 동조 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 출력 정보로부터 얻어진 오차 신호에 의존하여 비선형 계통의 선형화 제어

입력을 구성하고 있는 함수를 추정하는 적응 법칙을 사용하였다.

불확실성의 보상을 위하여 슬라이딩 모드 존재 조건으로부터 구해진 스위칭 입력을 도입한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계함으로써 계통에 대한 약간의 정보만 주어진다면 퍼지 기법에 의하여 파라미터를 추정할 수 있어 정확한 수학적 모델이 필요하지 않고 슬라이딩 모드에서 파라미터 변화, 모델의 불확정성 및 외란에 대해 강인하다는 가변 구조 제어계의 특성과 원천적인 FLC의 강인성을 결합하여 강인성 면에서 타 제어 기법에 비해 우월할 뿐만 아니라 가변 구조 제어 시스템의 속응성 및 정확성 등의 특성을 함께 가지고 있고 가변 구조 제어기의 단점인 고주파 진동이 감소한다는 장점을 가진다.

또한 체계적인 획득 방법이 없어 시행 착오법이나 숙련된 전문가의 직관과 경험에 주로 의존하여 구하는 퍼지 규칙을 스스로 생성하여 주는 최대 경사법을 이용한 자기 동조형 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다.

제안한 자기 동조 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 도립진자에 적용하여 컴퓨터 모의 실험해 본 결과 기존의 가변 구조 제어기와 비해 제안된 방법이 성능 면에서 우수함을 알 수 있다.

참 고 문 헌

[1] DeCarlo, R. A. et al., "Variable structure control of nonlinear multivariable systems : a tutorial," Proceedings of the IEEE, vol. 76, no. 3, pp. 212-232, 1988.

[2] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung, "Variable structure control: a survey," IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 40, no. 1, pp. 2-17,1993.

[3] C. C. Lee, "Fuzzy logic control systems : Fuzzy logic controller-part I, II,"IEEE Trans. Systems, man and cybernetics, Vol. 20, No. 2, pp. 419-428,1990.

[4] H. J. Zimmermnn, Fuzzy set theory and its application, 2nd ed., Kluwer Academic Publishers, 1991.

[5] R. Palm, "Robust control by fuzzy sliding mode,"Automatica, vol. 30, no. 9, pp. 1429-1437, 1994.

[6] G. C. Hwang and S. C. Lin, "A stability approach to fuzzy control design for nonlinear systems,"Fuzzy Sets and Systems, vol. 48, pp. 279-287, 1992.

[7] S. W. Kim and J. J. Lee, "Design of a fuzzy controller with fuzzy sliding surface,"Fuzzy Sets and Systems, vol. 71, pp. 359-367, 1995.

[8] L. X. Wang, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems,"IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol. 1, pp. 146-155, 1993.

[9] B. Yoo and W. Ham, "Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system,"IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 2, pp. 146-155, 1998.

[10] J. Y. C, "Fuzzy sliding mode controller design: indirect adaptive approach,"Cybernetics and Systems : An International Journal, No. 30, pp. 9-27, 1999.

[11] J. J. E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, 1991.

[12] L. X. Wang, Adaptive Fuzzy Systems and Control-Design and Stability Analysis, Prentice-Hall, 1994.

저 자 소 개

서 삼 준(徐 三 峻)

1966년 4월 16일 생. 1989년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 1991년 동 대학원 전기공학과(석사). 1996년 동 대학원 전기공학과·(공박). 현재 안양대 전기전자공학과 조교수

E-mail : ssj@anyang.ac.kr

김 동 식(金 東 植)

1963년 9월 10일 생. 1986년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과(석사). 1992년 동 대학원 전기공학과·(공박). 현재 순천향대 정보기술공학부 교수

E-mail : dongsik@sch.ac.kr

박 귀 태(朴 貴 泰)

1947년 10월 25일 생. 1975년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 1977년 동 대학원 전기공학과(석사). 1981년 동 대학원 전기공학과·(공박). 현재 고려대 전기공학과 교수

E-mail : gtpark@korea.ac.kr