

토션빔 후륜 현가장치의 구조설계에 관한 연구

강 주 석*

지엠대우오토엔테크놀로지(주)

A Study on Structural Design of Torsion Beam Rear Suspension

Juseok Kang*

GM Daewoo Auto&Technology, Chongchon-dong 199, Bupyeong-gu, Incheon 403-714, Korea

(Received 7 December 2004 / Accepted 23 March 2005)

Abstract : Structural design of the torsion beam rear suspension is investigated by calculating warping of the torsion beam. Since the longitudinal displacement in the cross section of the torsion beam due to torsional moment causes normal stress across the beam restrained from outside at both ends, the profile of torsion beam needs to be designed considering the warping. Warping function of the beam is derived with the parameters of cross section for the arbitrary shapes of torsion beam profiles assuming thin-walled open section. From comparing the warping calculated for two different beam profiles, the design method for the torsion beam in the view point of low stress is discussed. It is shown that the gusset used to reinforce the torsion beam can be optimized in accordance with warping shape. The method to fix the end point of the gusset is proposed to minimize the stress concentrated on the end point of the gusset produced during torsional moment. The result from finite element analysis shows the stress is minimized when the height of gusset end point is coincident with the point where warping of the beam is minimized.

Key words : Torsion beam rear suspension(토션빔 후륜 현가장치), Torsion beam(토션빔), Warping(위핑), Structural design(구조설계), Finite element analysis(유한요소해석)

Nomenclature

m : section length of torsion beam profile
 l : length of straight portion of torsion beam profile
 R : arc radius of torsion beam profile
 ϕ_0 : center angle of torsion beam profile
 t : torsion beam thickness
 e : shear center
 G : shear modulus
 J : torsion constant

M_t : torsional moment
 θ : angle of twist per unit length
 r : distance from tangent to axis of rotation
 ϕ : angular displacement of arc
 ω : warping
 ω_s : warping function
 $\bar{\omega}_s$: average value of warping function

1. 서론

자동차의 현가장치는 지면의 충격을 완화하는 승차감과 주행시 노면의 접지력을 유지하는 조정안정

*To whom correspondence should be addressed.
juseok.kang@gmdat.com

성 기능을 발휘할 수 있게 설계하여야 한다. 현가장치의 승차감과 조정안정성에 대해서는 다양한 연구 결과가 제시되어 대부분의 현가장치에 대한 동적 거동의 최적화를 위한 일반적인 설계 방법이 제시되었다. 토션빔 후륜 현가장치의 동적 거동에 관해서는 현가장치의 순간 회전중심 역할을 하는 토션빔의 전단중심을 중심으로 토션빔의 탄성학적 거동이 차량 동특성에 미치는 영향에 대한 연구가 제시되었다.^{1,3)} 또한, 토션빔 후륜 현가장치의 단점중 하나인 지면의 횡력에 대한 컴플라이언스 오버스티어의 과다 발생을 방지하는 설계에 대한 연구결과에 따라 좀 더 안정적인 조정안정성을 발휘할 수 있게 되었다.^{4,5)}

현가장치의 또 하나의 기능은 계속적인 노면의 충격에도 일정한 강성과 지속적인 내구성능을 유지하는 기능이다. 현가장치의 변형이나 크랙은 차량의 주행안정성에 치명적인 악영향을 미치므로 내구설계가 현가장치 기능 설계에서 중요한 부분을 차지한다. 특히 토션빔 현가장치는 토션빔에 계속적인 비틀림 하중이 작용하므로 토션빔의 안정적인 내구설계가 필요하다. 토션빔 현가장치의 내구설계에 대한 연구는 다수 제시되었지만 토션빔의 형상과 내구성과의 관계에 대한 구체적인 설계 방법은 제시되지 않았다.^{2,6,7)}

토션빔 현가장치의 토션빔 단면 형상은 내구성능에 중요한 역할을 한다. 토션빔의 단면 형상은 차량의 특성에 따라 다양하게 설계가 가능하지만 단면 형상은 설계 초기에 결정하여야 하므로 이에 대한 면밀한 검토가 필요하다. 단면 형상에 대해 응력분포가 양호한 구조설계가 이루어 질 수 있는 체계적인 접근이 필요하다.

본 연구에서는 토션빔이 구조적으로 안정적인 단면형상을 설계하기 위해 비틀림이 작용하는 단면의 워핑값을 유도하였다. 단면의 워핑은 비틀림이 작용할 경우 단면 형상에 따라서 많은 차이를 나타낸다. 두가지 단면형상에 대해 워핑의 크기를 비교하였다. 토션빔과 트레일링암을 연결하는 보강재를 설계할 경우 단면의 워핑 현상을 고려하여야 구조물의 응력을 줄일 수 있어 바람직한 설계가 됨을 보였다.

2. 토션빔의 단면 관계식

토션빔 후륜 현가장치는 Fig. 1과 같이 트레일링암과 이에 용접되는 토션빔, 차륜, 댐퍼와 스프링으로 구성된다. 특히 토션빔은 좌측차륜과 우측차륜을 연결하며 차량의 운동시 후륜 현가장치의 강성을 유지하며 동역학적 특성을 결정하는 토션빔 후륜 현가장치의 중요한 구성요소이다. 토션빔은 좌측차륜과 우측차륜이 역상운동을 하는 경우 토션 변형을 일으키는데 차량의 중량에 맞추어 적절한 강성을 가지도록 설계하여야 차량의 동적성능을 최대화 할 수 있다. 또한 수직응력 및 전단응력이 집중되므로 적절한 응력 분포를 지니도록 설계되어야 하며 장기간의 주행에서 오는 피로 수명이 유지되도록 형상설계를 하여야 한다. 본 연구에서는 이러한 토션빔의 형상설계를 중심으로 토션빔 후륜 현가장치의 구조설계에 대한 논의를 제시하고자 한다.

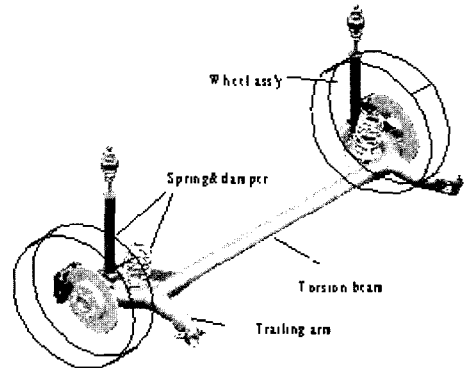


Fig. 1 Schematic of a rear torsion beam suspension

토션빔 후륜 현가장치의 토션빔 형상은 일반적으로 적절한 변형을 위해서 Fig. 2와 같은 V형상의 열린 단면(open section)형상이 주로 이용된다. Fig. 2에서 ϕ_0 는 토션빔의 중심각이며, R은 중심부의 반경 크기이며, l은 단면 직선부 길이이며, t는 빔의 두께이다. 빔의 워핑을 계산하기 위해 필요한 단면의 전단중심(Shear center)위치와 관성 모멘트(Moment of inertia)는 Appendix에 나타내었다. 빔의 끝단이 자유로울 경우인 순수 토션이 작용할 때 비틀림 모멘트 M_t 와 단위 길이당 회전각 변화 θ 의 관계식은 다음 식으로 표현이 된다.

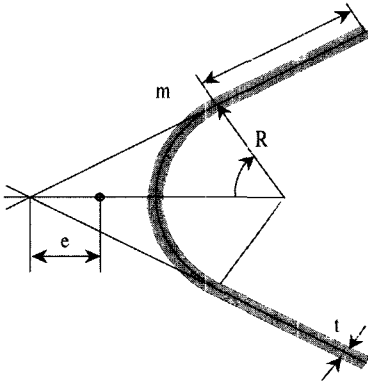


Fig. 2 Section of a torsion beam

$$\theta = \frac{M_t}{GJ} \quad (1)$$

여기서 G는 전단계수(Shear modulus)이며 J는 토션 상수(Torsion constant)로서 주로 토션빔 현가장치에 사용되는 박판형의 열린 단면인 경우 다음식으로 정의된다.⁸⁾

$$J = \frac{1}{3} m t^3 \quad (2)$$

여기서 m은 단면중심부의 전체길이를 나타낸다. 실제로 토션빔은 트레일링암에 용접으로 연결되므로 양쪽 끝단은 구속이 된다고 가정할 수 있어 토션 관계식은 식 (1)과는 다르게 나타난다. 즉 양쪽 끝단이 구속이 되는 경우 토션빔에는 순수 토션만이 아니라 워핑(Warping)에 의한 워핑 강성(Warping rigidity)에 의해 토션 강성이 높아지게 된다. 이로 인해 수직응력(normal stress)이 발생하며 응력의 분포가 변하게 된다. 따라서 토션빔의 설계를 위해서는 워핑의 영향을 계산하는 것이 중요하다.

워핑은 회전변위에 의해 나타나는 회전평면에 수직하게 나타나는 수직변위이다. 워핑은 토션이 주어질 때 회전의 중심인 전단중심에서부터 계산할 수 있다. Fig. 3과 같이 x, y 평면에서 회전이 발생할 경우 단면중심 ds에서의 z방향 변위를 ω 라고 표시하면 워핑의 변화를 나타내는 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial s} = -r\theta \quad (3)$$

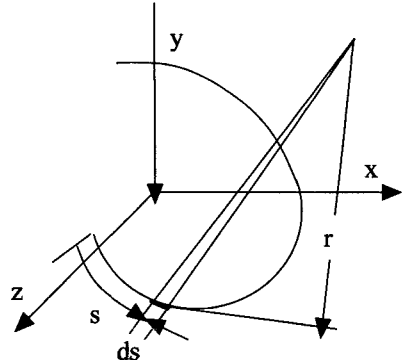


Fig. 3 Warping at cross section of arbitrary shape

여기서 r은 토션이 발생할 경우 회전축에서부터 임의의 변분 ds까지의 수직 거리를 나타낸다. 식 (3)을 적분하면 워핑을 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$\omega = \theta(\bar{\omega}_s - \omega_s) \quad (4)$$

여기서 ω_s 는 워핑 함수라고 정의되며 $\bar{\omega}_s$ 는 이 워핑 함수의 평균을 의미한다. 이들은 다음 식으로 표현이 된다.

$$\omega_s = \int_0^s r ds \quad (5)$$

$$\bar{\omega}_s = \frac{1}{m} \int_0^m \omega_s ds \quad (6)$$

워핑을 Fig. 4의 토션빔에 적용하여 매개변수 s를 이용하여 계산한다. 빔은 대칭 형상이므로 중심축

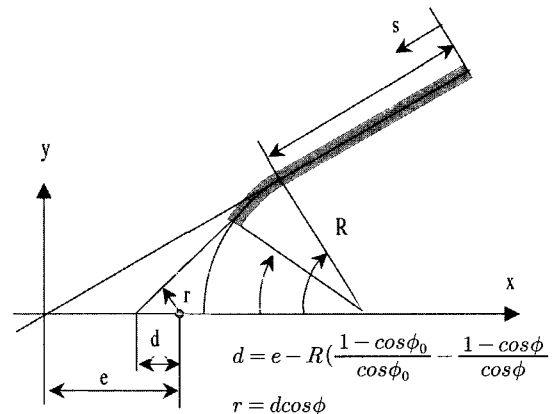


Fig. 4 Warping at cross section of torsion beam

에서 반쪽만 계산한다. 직선부 $0 \leq s < l$ 과 곡선부 $l \leq s < l + R\phi_0$ 에 대해 수직거리 r 은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$r = e \cos \phi_0, \quad 0 \leq s < l \quad (7)$$

$$r = [e - R(\sec \phi_0 - \sec \phi)] \cos \phi, \quad l \leq s < l + R\phi_0 \quad (8)$$

이제 식 (5)를 이용하여 워핑함수를 구하면 다음 식과 같이 나타난다.

$$\omega_s = \int_0^s e \cos \phi_0 ds = e \cos \phi_0 s, \quad 0 \leq s < l \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \omega_s &= el \cos \phi_0 + \int_l^{l+R\phi_0} [e - R(\sec \phi_0 - \sec \phi)] \cos \phi R d\phi \\ &= el \cos \phi_0 + R[R(\phi_0 - \phi) + (e - R \sec \phi_0)(\sin \phi_0 - \sin \phi)], \\ l \leq s < l + R\phi_0 \end{aligned} \quad (10)$$

Fig. 2의 빔 단면은 대칭이므로 워핑함수의 평균은 중심점에서의 워핑함수 값과 같다. 즉, 식 (10)에서 $\phi = 0$ 을 대입한 값이다.

$$\bar{\omega}_s = el \cos \phi_0 + R[R\phi_0 + (e - R \sec \phi_0)s \sin \phi_0] \quad (11)$$

식 (9), (10), (11)을 식 (4)에 대입하면 빔의 워핑을 구할수 있다.

$$\begin{aligned} \omega &= \theta [e(l-s) \cos \phi_0 + R(R\phi_0 + (e - R \sec \phi_0)s \sin \phi_0)], \\ 0 \leq s < l \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \omega &= R\theta [R\phi + (e - R \sec \phi_0)s \sin \phi_0], \\ l \leq s < l + R\phi_0 \end{aligned} \quad (13)$$

빔의 양끝단이 평면에 이상적으로 완전히 구속된 경우 종 방향 변위는 구속되며 이로 인해 종 방향 응력이 발생한다. 이때의 스트레인은 앞에서 나타난 워핑의 종방향 변화량과 같다.

$$\varepsilon_z = \frac{\partial \omega}{\partial z} \quad (14)$$

수직응력은 Hook의 법칙에 따라 다음 식으로 나타난다.

$$\sigma_z = E\varepsilon_z = E(\bar{\omega}_s - \omega_s) \frac{d\theta}{dz} \quad (15)$$

구속된 빔에 토션이 가해지는 경우 위의 식과 같은 수직응력을 유발시키며 그 크기는 워핑의 크기와 비례한다. 토션빔 현가장치는 좌우륜의 역방향 운동이 계속적으로 일어나므로 토션이 발생하면 위와 같은 수직응력이 나타나서 내구수명이 단축된다. 따라서 워핑을 감소시키는 설계가 필요하다.

3. 워핑의 계산 및 응용

여기서는 두 가지 빔을 비교하여 워핑을 계산하여 빔의 설계 방법을 고찰해 본다. 두 가지 빔의 단면 길이는 동일하게 $m=160mm$ 로 가정한다. Fig. 5에 보인 바와 같이 Case 1은 빔의 중심 반경이 $R=30mm$ 이며 중심각은 75° 이며 직선부 길이는 $41mm$ 인 경우이다. Case 2는 중심반경이 $R=10mm$ 이며 중심각은 60° 이며 직선부 길이는 $70mm$ 인 경우이다. 식 (12)와 (13)을 이용하여 빔의 워핑비 ω/θ 를 계산하면 Fig. 6과 같다.

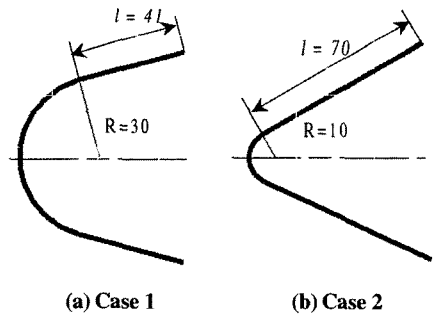
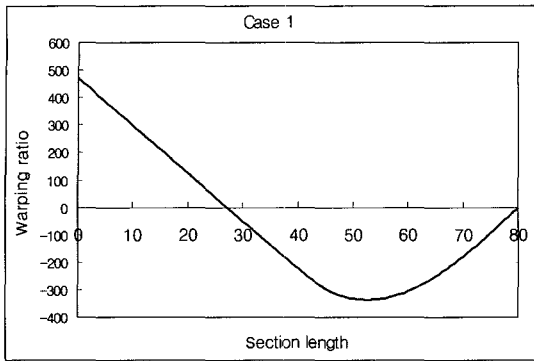


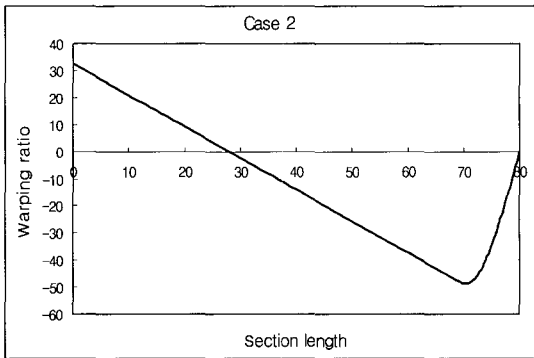
Fig. 5 Case study for 2 types of beam

대칭형 빔이므로 반쪽의 직선부와 곡선부의 값만을 표시하였다. 워핑이 0인 점은 두가지 경우 모두 직선부에서 나타난다. Case 1의 경우는 워핑의 크기가 빔의 끝단부에서 나타나며 Case 2의 경우는 최대 값이 곡선부에서 나타남을 알 수 있다. Case 2의 경우가 Case 1의 경우에 비해 워핑의 크기가 작게 나타난다. 이는 워핑에 의한 수직응력을 줄이는 데는 Case 2의 설계가 더 유리함을 알 수 있다.

식 (12)와 (13)에서 중심 반경이 0인 경우 워핑의



(a) Case 1

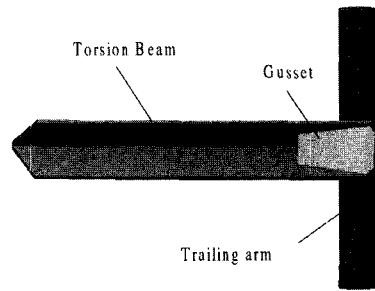


(a) Case 2

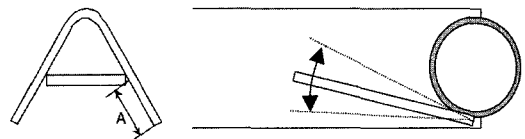
Fig. 6 Warping ratio vs. section length

크기는 0임을 알 수 있다. 하지만 이는 실제로 불가능한 경우이다. 그렇더라도 중심 반경 R 을 줄일수록 워핑에는 유리함을 쉽게 알 수 있다. 그러나 중심 반경 R 을 극한으로 줄이기 위해서는 제조 공법 추가 등이 필요하여 원가 상승을 유발하므로 적절한 값으로 결정하여야 한다.

토션빔의 단면형상을 결정하기 위해서 워핑을 먼저 계산하는 것이 중요함을 살펴보았다. 앞의 두가지 예에서 Case 2가 워핑에 유리한 단면이므로 Case 2와 같은 단면을 가진 토션빔의 설계를 Fig. 7과 같이 구성한다. 빔의 아래쪽이 열린 형태로 트레일링암에 용접되는 형태이다. 실제로 토션빔이 트레일링암에 용접되고 난 후에는 수직 강성 및 토션 강성을 유지하기 위해 Fig. 7과 같이 보강판(Gusset)을 적용한다. 이는 토션빔이 트레일링암에 직접 용접될 경우 단면의 갑작스러운 변화로 인해 단면계수가 변하여 토션 및 굽힘 모멘트에 대해 접합부 응력의 증가를 막기 위해서다. 보강판의 한쪽 끝은 트레일링



(a) Bottom view of rear suspension assembly



(b) Variation of gusset end point

Fig. 7 Gusset design

암에 용접된다. 또 다른 한쪽 끝은 빔에 자유로이 위치시킬 수 있으나 그 위치에 따라 응력분포가 달라짐은 앞의 빔의 워핑 계산에서 예상할 수 있다. 따라서 보강재 끝단부 위치를 Fig. 7 (b)에서와 같이 $A = 12, 24, 36, 48, 60$ mm인 5가지의 경우에 대해 유한요소해석을 수행하였다. 보강재의 길이는 180mm로 일정하며 두께는 4mm이다.

Fig. 8은 $A=36$ mm인 경우 유한요소해석을 이용한 Von Mises 응력분포의 결과를 보여준다. 이 결과는 롤 각도 4도가 발생하도록 차륜에 변위를 가한 토션에 의한 결과 값이다. 최대 응력은 Fig. 8에 표시한 바와 같이 보강재의 끝단에 나타난다. 토션 작용시 워핑에 의한 빔의 수직변위가 보강재에 의해 구속되므로 수직응력이 발생한다. 이것이 보강재 끝단에서 최대 응력이 발생하는 하나의 요인이 된다.

실제로 앞의 Fig. 5 (b)의 예제에서 계산한 빔의 워핑값은 양쪽끝이 완전히 구속된 상태인 이상적으로 단순화한 경우이다. Fig. 7과 같이 보강재와 트레일링암에 빔이 연결되는 경우 정확한 계산은 불가능하며 유한요소해석을 이용하여 해를 구할 수 있다. 그러나 앞의 이상적인 경우의 개념을 이용한다면, 워핑값이 빔의 단면길이의 변수에 따라 다르게 나타나므로 보강재의 끝단 위치와 함께 응력의 분포가 달라짐을 예상할 수 있다.

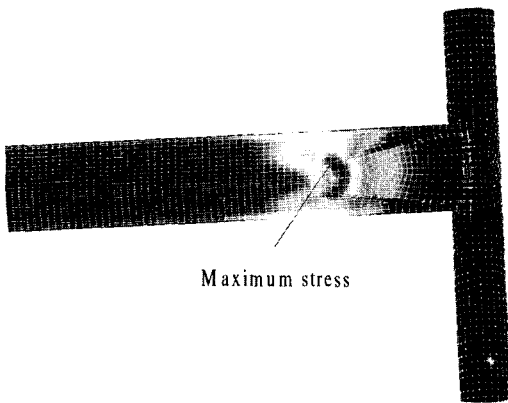


Fig. 8 Finite element analysis of rear suspension assembly

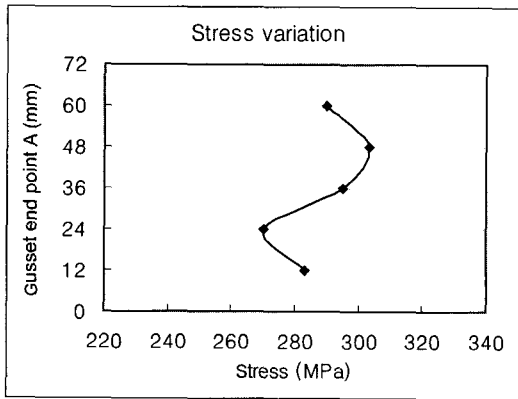


Fig. 9 Stress variation due to gusset distance

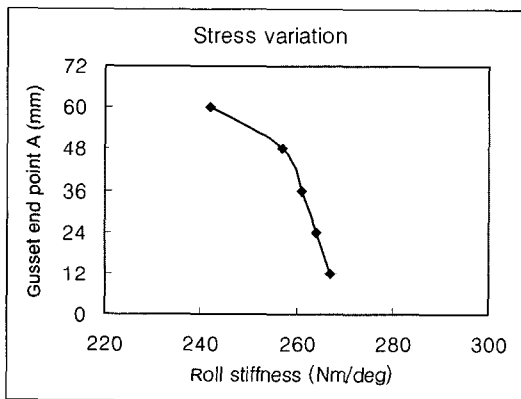


Fig. 10 Roll stiffness due to gusset distance

즉, Fig. 9와 같이 보강재의 높이에 따라서 최대 응력의 변화가 나타난다. 빔 끝단에서 보강재의 거리 A=24mm인 경우 최소값이 나타나는데 이는 Fig. 6 (b)에서와 같이 워핑이 0인 점 근방에서 보강재의

끝단이 위치할 경우 최대응력 값이 최소화되는 것과 같은 결과이다. 또한 보강재의 높이가 48mm인 경우 최대응력 값이 높아짐을 알 수 있다. 그러나 60mm인 경우 최대응력 값이 줄어 들음을 보인다. 이는 워핑의 형상과 실제 복잡한 형상을 가진 예와는 완전히 일치하지는 않음을 보여준다.

각각의 경우 Fig. 10과 같이 롤 강성변화도 나타난다. Fig. 10은 토션빔에 의해 순수히 나타나는 롤 강성 값이다. 같은 두께의 빔을 사용할 경우 롤 강성은 최대가 되는 것이 효율적이므로 보강재의 끝단 위치를 낮추는 것이 유리하다. 그러나 A=12~48mm에서는 롤강성의 차이가 적게 나타나서 설계 변수로 보기는 어렵다. 따라서 Fig. 9와 Fig. 10을 살펴보면 보강재의 높이는 A=24mm에서 결정하여야 함을 알 수 있다. 더욱 정확한 위치를 결정하기 위해서는 보강판 형상을 모델링하여 상세 해석을 하면 최적의 위치를 구할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 토션빔 현가장치의 내구 설계를 위해 토션빔의 워핑 계산과 이를 응용한 보강재 설계에 대해 고찰하였다.

토션빔의 워핑계산을 위해 토션빔 단면의 중심반경 및 중심각, 직선부 길이로 이루어진 워핑 관계식을 유도하였다. 두가지 토션빔의 형상에 대해 워핑 값을 단면 계수에 따라 계산하였다. 구속된 빔은 워핑의 크기가 큰 경우 이에 따라 수직응력이 발생하며 이는 워핑의 크기와 비례하므로 워핑의 크기를 최소화하는 것이 유리하다. 워핑의 크기는 중심반경이 작을수록 작게 나타나지만 중심반경의 완전히 제거는 불가능하므로 최소화 시켜야 한다.

토션빔 현가장치의 경우 보강재의 끝단이 빔의 워핑을 고려하여 높이를 정하여야 최소의 응력을 가지는 안정적인 형상 설계를 할 수 있다. 본 연구에서는 보강재의 높이를 5가지로 나누어 응력변화 및 롤강성의 차이를 살펴보았다. 보강재의 높이가 워핑이 최소화되는 위치인 24mm에서 응력이 최소값을 나타내었다. 또한 이 위치에서 롤 강성의 차이가 작게 나타나므로 최적화된 보강재 설계가 가능하였다. 이는 보강재의 설계를 위해서 토션빔 단면의 워

평에 대한 계산이 필요함을 의미한다.

Appendix

박판을 가정할 경우 전단 유동(Shear flow) q 는 다음 식으로 나타낸다.

$$q = \frac{VQ}{I} \tag{a}$$

Q 는 일차모멘트이며 Fig. A의 음영부분에 대해서는 다음식으로 계산이 된다.

$$Q = \int ydA = t \left[\int_0^\phi R^2 \sin \phi d\phi + (R \sin \phi_0 + \frac{l \cos \phi_0}{2})l \right] \tag{b}$$

z 축에 대한 관성모멘트 값 I 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$I = \int y^2 dA = 2t \left[\int_0^\phi (R \sin \phi)^2 tR d\phi + \frac{l^3 \cos^2 \theta}{12} + l(R \sin \theta + \frac{l \cos \theta}{2})^2 \right] \tag{c}$$

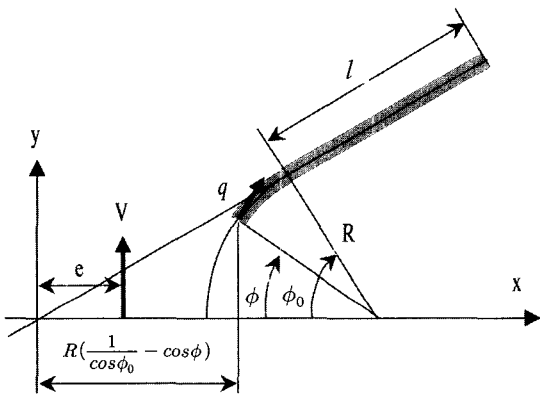


Fig. A Equilibrium between shear flow and shear force

전단중심에 작용하는 전단력에 의한 모멘트는 Fig. A처럼 전단 흐름의 모멘트 적분과 같다.

$$eV = 2 \int_0^\phi \left[q \cos \phi \left(\frac{R}{\cos \phi_0} - R \cos \phi \right) - qR \sin^2 \phi \right] R d\phi \tag{d}$$

q 는 식 (a),(b),(c)로부터 계산되므로 식 (d)으로부터 전단 중심 e 를 구할 수 있다.

$$e = \frac{R^2}{I} \left[\frac{R^2}{\cos \phi_0} \left(\frac{\phi_0}{2} + \frac{\sin 2\phi_0}{4} \right) + \left(\frac{B}{\cos \phi_0} - R^2 \right) \sin \phi_0 - B\phi_0 \right] \tag{e}$$

where,

$$B = \left(\frac{l^2}{2} - R^2 \right) \cos \phi_0 - Rl \sin \phi_0$$

$$I = R^3 \left(\frac{\phi_0}{2} - \frac{\sin 2\phi_0}{4} \right) + \frac{l^3}{12} \cos^2 \phi_0 + l \left(R \sin \phi_0 + \frac{l \cos \phi_0}{2} \right)^2$$

References

- 1) H. Horntrich, "Rear Suspension Design with Front Wheel Drive Vehicles," SAE 810421, 1981.
- 2) T. L. Satchell, "The Design of Trailing Twist Axles. SAE 810420, 1981.
- 3) J. S. Kang, "Kinematic Analysis of Torsion Beam Rear Suspension," Transactions of KSAE, Vol.12, No.5, pp.146-153, 2004.
- 4) D. C. Ewbank, D. Alton and J. P. Whitehead, "Torsion Beam Rear Suspension with Toe-controlled Compliance Hubs," SAE 2000-01-0094, 2000.
- 5) H. Shimatani, S. Murata, K. Watanabe, T. Kaneko and H. Sakai, Development of Torsion Beam Rear Suspension System with Toe Control Links, SAE 1999-01-0045, 1999.
- 6) C. Lee, S. Hyun and H. H. Yoo, "Study on Development of a Design Program for Torsion Beam Axle Suspension," Transactions of KSAE, Vol.11, No.3, pp.198-203, 2003.
- 7) D. Lee and J. H. Byun, "A Study on the Structural Characteristics and Roll Behavior of Suspension for the Section Profile of Torsion Beam," Transactions of KSAE, Vol.7, No.9, pp.195-202, 1999.

- 8) S. P. Timoshenko and J. M. Gere, Theory of Elastic stability, McGraw-Hill, New York, 1963.
- 9) M. M. R. Krishna, "Design of an Upper-Control Arm using Shape Optimization," SAE 2001-01-2711, 2001.
- 10) H. Takahashi, X. Pei, N. Tomika and A. Okabe, "Evaluation of Torsional Rigidity of Spot-welded Box Section Beam using Warping Torsion Theory," SAE 2001-01-3406, 2001.