

매질 민감도해석을 이용한 전자기시스템의 위상 최적설계

論 文

54B-4-1

Topology Optimization of Electromagnetic Systems Using Material Sensitivity Analysis

朴 日 韓[†] · 邊 陳 奎^{*} · 崔 鴻 洵^{**} · 韓 松 燁^{***}

(Il-Han Park · Jin-Kyu Byun · Hong-Soon Choi · Song-Yop Hahn)

Abstract - The conventional optimization study for electromagnetic systems has been mostly on the shape or size optimization. The goal for these optimization methods is to improve performance of electromagnetic systems by optimizing the interface shape of two different materials while their given layout or initial topology are held. The feasible topology can be diverse and an appropriate topology will give much better design results. In this paper we propose a theory and an algorithm for topology optimization of electromagnetic systems, which are based on the finite element method. The topology optimization technique employes a direct searching method of sensitivity analysis in which the information of material sensitivity is used. Two numerical examples of a switched reluctance motor and an electrostatic actuator of MEMS are tested and their design results show that the optimization method is valid and useful for the topology and basic layout design of electromagnetic systems.

Key Words : 위상 최적설계, 민감도해석, 유한요소법, 전기기기

1. 서 론

전자기시스템의 최적화는 컴퓨터의 발전과 함께 유한요소법과 같은 유용한 방법들에 의해서 나날이 발전하고 있다. 이전의 치수 최적화만을 하는 단계에서 이제는 형상최적화로 그리고 이것이 더욱 발전하여 위상 최적화의 단계로 발전하고 있는 상태이다.

치수 최적화는 고정된 기하학적 형상에 대하여 두께, 단면적, 폭 등의 치수만 변화시키면서 유한요소해석을 반복적으로 수행함으로써 최적의 치수를 얻는다. 이는 비교적 적은 수의 설계변수를 갖는 간단한 최적화 문제이며 구조물이 변화할 수 있는 기하학적 자유도가 제한된다. 형상 최적화는 초기 설계치로 주어진 기기에 대하여 재질의 경계형상을 변경하여 최적설계를 수행하는 방법이다[1-5]. 이는 치수 최적화의 한계를 넘어설 수 있으나 형상 최적화의 결과는 초기 위상에 따라서 최적화된 기기의 성능이 많은 영향을 받는다. 이는 형상최적화의 과정에서 초기 위상이 계속 유지되고 설계변수의 변화 범위가 비교적 많이 제약되기 때문이다. 경계내부에 구멍이 발생하여 위상이 바뀌거나 발생가능한 모든 형상이 설계변수 범위에 포함된다면 더욱 효율적인 구조를 얻을 수도 있을 것이다.

현재까지 많은 연구가 되어온 치수 및 형상 최적화 기법들은 최적화 과정동안 설계자의 경험이나 직관으로 결정된 초기위상이 고정된 것으로 가정하기 때문에 새로운 위상의 도출이 불가능하다. 즉 치수와 형상 최적화는 위상이 고정된 범위에서 최적화를 수행한다는 한계를 갖고 있는 것에 비해 위상 최적화는 이런 한계를 뛰어 넘을 수 있다.

위상 최적설계의 기본적인 이론은 주어진 양의 재질을 갖고 최대의 전자기 강성(electromagnetic stiffness)을 갖도록 전기재료를 배치하는 것이다[6-10]. 따라서 해당 기기에 대해 목표질량을 만족하도록 시스템에너지 지수(system energy index)를 최소화하게 된다. 그리고 위상 최적화기법은 공간상의 모든 위치에서 재료의 유무를 표시하는 함수를 통하여 기기의 형상을 직접적인 방법으로 표현한다. 따라서 위상 최적화기법을 기기의 개념설계에 적용하면 설계자의 경험에만 의존하지 않은 구조물의 초기 위상을 용이하게 얻을 수 있다.

근래 전자기시스템의 개발에 있어서 전자장 유한요소해석이 빈번하게 사용되고 있다. 이는 주로 이미 설계된 대상에 대하여 성능을 평가하는 해석도구이지 설계도구는 아니다. 새로운 기기의 개발이나 기존 기기의 성능 개선, 신뢰성 향상을 위한 최적설계방법의 개발이 요구되고 있는 상황에서 본 논문에서 제안하는 위상최적화 기법은 기존의 설계기법을 뛰어넘는 새로운 접근방법으로서 기존 기기의 성능향상 뿐만 아니라 새로운 기기의 설계에 기여하는 바가 상당히 클 것으로 기대된다.

본 논문은 전자기시스템의 위상설계 이론을 소개하고 이를 정전계 및 정자계에 적용하여 그 유용성을 보인다. 전자기시스템의 위상설계 이론은 매질 모델링과 매질 민감도 해석으로 구성된다. 매질 모델링은 균질화 이론에 근거하여 도출된

[†] 교신저자, 正會員 : 성균관대학교 정보통신공학부 정교수
E-mail : ihpark@skku.ac.kr

^{*} 正會員 : 일리노이대 전기 및 컴퓨터공학부 연구원

^{**} 正會員 : 성균관대학교 정보통신공학부 연구교수

[§] 正會員 : 서울대학교 전기공학부 정교수

接受日字 : 2004年 12月 7日

最終完了 : 2005年 2月 23日

밀도법을 적용하였고, 매질 민감도 해석은 유한요소법에 근거하여 정자계 및 정전계에서 상호에너지법을 이용하여 민감도식을 도출한다. 그리고 민감도 이용 최적설계기법인 최대경사법과 라그랑지 승수법을 도입한다. 이런 위상최적설계 기법을 정전계에서 MEMS 액츄에이터 회전자와 위상최적설계, 정자계에서 SRM의 회전자 위상최적설계에 적용하여 본 논문에서 제안한 전자기시스템의 위상최적설계의 이론 및 수치해석 기법이 유용하게 적용될 수 있음을 보인다.

2. 전자기시스템의 위상 설계 이론

2.1 균질화법

위상 설계이론은 기계구조해석 분야에서 평판의 두께를 설계변수한 최적설계문제에서 상당히 많은 부분이 얇게 나타나는 것을 발견하고 기존 최적설계의 정식화에 의문을 제기하며 새롭게 제안된 설계이론이다. 이와 같은 과정으로 확장된 설계개념의 필요성이 대두되었고 이것은 설계영역을 복합재(composite)로 취급하는 설계법으로 발전되었다. 1988년 발표된 Bendosoe와 Kikuchi의 논문은 복합재 해석방법인 균질화법(homogenization method)을 최적구조설계법과 연결시킨 발상의 전환으로 연속체 구조의 위상 설계문제에 새로운 전기를 마련하였다[11].

균질화법은 재료 밀도(material density), 즉 많은 미소 구멍을 가진 구멍 뚫린 재료의 관통의 정도를 나타내는 지수로서 구조물의 형상을 표현할 수 있다. 모델화된 각 요소들(solid elements)의 재료 밀도가 해당 구조물의 존재 유무를 결정하는 인자가 된다. 이런 미소구조(micro structure)의 형상은 구성된 연속체 재질(macro structure)의 여러 물리적 특성을 결정한다. 이런 특성의 결정은 미소구조의 해석을 통하여 얻을 수 있다. 즉 미소구조의 형상에 따라 물리적 특성의 변화를 얻을 수 있고, 이는 매질의 존재 정도에 따라서 전체 시스템의 특성해석 및 설계를 위한 기반으로 이용될 수 있음을 뜻한다. 그림.1은 2차원 문제에서 미소 구멍을 가진 설계 영역을 나타낸다.

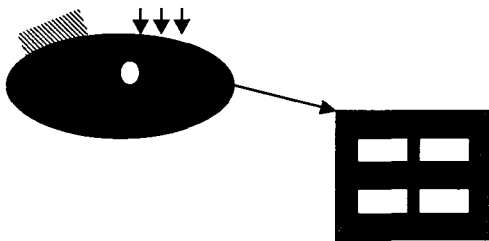


그림 1 미세 구멍을 갖는 설계 영역
Fig. 1 Design domain with micro holes

미세한 매질모델링을 한 후에, 전체 설계영역은 그림.2와 같이 매질변화가 가능한 설계영역(design domain)과 구조적으로 변화가 없이 고정되어야 하는 비설계영역(non-design domain) 및 매질이 없는 void로 구성하여 설계영역에 대해서만 매질 밀도를 배치시키는 최적설계를 수행하게 된다.

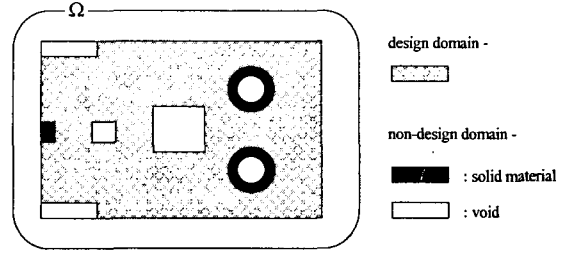


그림 2 위상최적설계를 위한 설계 및 비설계 영역
Fig. 2 Design and non-design domain for topology optimization

이와 같은 위상설계의 기본개념을 Maxwell 방정식이 지배하는 전자기시스템에 적용하기 위해서 우선 균질화법에 의한 자성체와 유전체의 매질특성 모델링이 요구된다. 그리고 이를 기반으로 설계변수로 취하게 될 매질 밀도와와의 관계 데이터를 확립할 수 있다. 이러한 매질에 대한 기본적인 작업이 완성된 후에는 매질의 전기적 특성변화에 따라서 기기의 성능변화를 일반적으로 표현하는 매질 민감도의 정식화가 필요하다.

2.2 밀도법에 의한 물질상수의 모델링

균질화법은 중간밀도를 해석하기 위한 합리적이고 체계적인 방법을 제공하며 미소구조체 내부의 전장 및 자장을 해석한다. 그러나 균질화법은 각각의 유한요소내의 물질 밀도를 계산하기 위한 별도의 계산시간을 필요로 하고 또한 미소구조체의 크기와 방향을 모델링하기 위해 많은 설계변수가 생성된다.

미소구조체의 크기와 균질화된 물질상수 사이에는 특정한 관계가 있다. 따라서 물질의 밀도와 물질상수 사이에도 특정한 관계가 있다는 것을 알 수 있다. 이 관계는 모델링에 쓰이는 미소구조체의 종류에 의해 결정되는데, 만약 이 관계가 간단한 수학적 수식에 의해 근사될 수 있다면 균질화 수식을 풀어서 중간 물질상수를 계산할 필요가 없어진다. 특히 균질화법의 결과에서 알 수 있듯이 물질밀도와 물질상수간의 그래프는 중간 물질상수에 벌칙(penalty)이 있는 간단한 곡선이다.

대부분의 공학적 문제에서 미소구조체는 주요 관심사가 아니기 때문에 밀도법은 이런 맥락에서 처음으로 시도되었다. 밀도법에서는 각 유한요소의 물질밀도가 설계변수로 취해진다. 그리고 물질밀도와 물질상수 사이의 관계는 간단한 수학적 수식으로 정의된다.

유한요소 모델에서 한 요소 안에서는 정규화된 물질밀도가 같다고 가정한다. 물질밀도는 투자율, 유전율과 같은 전자기적 물질상수를 결정하게 된다. 예를 들어 정규화된 물질밀도와 비투자율의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mu = \mu_0(1 + (\mu_r - 1)p^n) \tag{1}$$

여기서 p 는 정규화된 물질밀도, μ_r 은 실제 자성체의 비투자율, 그리고 n 은 중간밀도에 벌칙을 주기 위한 상수이다. 정

규화된 물질밀도 p 는 0과 1 사이의 값을 갖는다. $p=0$ 일 때는 비투자율이 공기와 같아지고, $p=1$ 이면 비투자율은 실제 자성체와 같다. 0과 1 사이의 p 값은 중간 물질밀도에 해당한다.

벌칙상수 $n > 1$ 일 때는 중간 물질밀도에 벌칙이 주어지고 그 결과로 정규화된 물질밀도는 0이나 1로 치우치게 된다. n 이 커질수록 중간밀도에 대한 벌칙이 커지고 '회색물질'로 불리는 중간물질이 설계과정에서 쉽게 제거된다. 하지만 n 값이 커질수록 설계공간(design space) 자체에도 제약이 생기므로 실제 설계에서는 이 두 가지 장단점을 고려해 보통 2와 4 사이의 n 값이 쓰인다. 즉, 만약 중간물질이 심각하게 나타나지 않고 설계자가 설계공간을 충분히 활용하려면 $n=2$ 를 사용할 수 있다. 반대로 설계공간이 충분히 매끄럽고 중간물질에 최적설계에서 큰 문제점이라면 $n=4$ 를 사용해야 한다. 유전율을 비롯한 다른 물질상수들도 비슷한 방법으로 표현될 수 있다. 밀도법은 사용이 간편하고 균질화법보다 적은 설계변수를 가지고 있으며 벌칙상수 n 의 값을 조정하여 중간물질을 효과적으로 제거할 수 있으므로 널리 쓰이고 있다. 본 논문에서도 밀도법을 사용하여 위상 설계를 수행한다.

3. 매질민감도 해석과 위상 최적설계

위상최적설계에 주로 쓰이는 민감도 해석 기법은 보조변수법, Telegen의 정리를 이용한 방법, 그리고 상호 에너지를 이용한 방법의 3가지이다. 유한요소법에 바탕을 둔 보조변수법은 지금까지 많은 전자기 시스템의 최적설계에 이용되어 왔다. 이 방법은 처음에는 단순히 서로 다른 매질 사이의 경계면의 형상 변화에 대한 목적함수의 민감도를 구하는 데에만 사용되었으나 물질상수값의 변화에 대한 민감도 비슷한 방법으로 계산될 수 있다. Telegen의 정리를 이용한 방법은 Dyck[6]의 '재료 최적분포 기법'에서 최초로 제시되었다. 본 연구에서는 상호에너지법을 이용해 정자계에서의 민감도를 계산한다.

이 세가지 방법은 모두 실존하는 시스템 이외에 별도의 보조 시스템의 해를 필요로 한다는 점에서 비슷하다. 이 보조 시스템은 목적함수의 형태와 밀접한 관계를 가지고 있다. 구체적으로, 보조시스템의 물질상수는 실존시스템과 같지만 소스의 분포가 목적함수에 따라 변한다. 보조변수법에서는 이 소스는 목적함수를 상태변수에 대해 미분한 값이 된다. 그리고 Telegen의 정리를 이용한 방법에서는 보조시스템의 소스는 목적함수를 전장이나 자장에 대해 미분한 값이다. 상호에너지법에서는 이 소스가 목적함수의 측정점에 위치하게 된다. 따라서 보조변수법은 일반적인 목적함수를 가진 문제에 적합하지만 해석방법으로 반드시 유한요소법을 필요로 한다. 보조변수법에서는 시스템 행렬과 구동항의 미분값도 계산해야 한다. 한편 Telegen의 정리를 이용한 방법에서는 목적함수가 전장이나 자장에 의해 정의되는 경우에 사용하면 편리하다. 또 이 방법은 특정한 해석방법을 필요로 하지 않는 장점이 있다.

상호에너지법은 시스템에너지나 인덕턴스, 커패시턴스 등이 주요 관심사일 때 가장 적합하고, 목적함수가 전기나 자기

포텐셜로 표현되는 경우에도 유용하다. 이 방법도 특정한 해석방법의 영향을 받지 않는다. 또한 보조시스템의 해 이외에는 특별한 다른 계산이 필요 없는 장점이 있다.

3.1 정자계에서의 상호에너지와 민감도

여기서는 정자계에서의 상호에너지를 도입하고 설계민감도를 정식화한다. 먼저 벡터 $\vec{P} \times (\nabla \times \vec{Q})$ 의 발산을 발산정리를 사용하여 쓰면 다음과 같다[12].

$$\int \nabla \cdot (\vec{P} \times \nabla \times \vec{Q}) dv = \oint (\vec{P} \times \nabla \times \vec{Q}) \cdot ds \quad (2)$$

벡터연산을 이용하여 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$\int \{ (\nabla \times \vec{P}) \cdot (\nabla \times \vec{Q}) - \vec{P} \cdot (\nabla \times \nabla \times \vec{Q}) \} dv = \oint (\vec{P} \times \nabla \times \vec{Q}) \cdot ds \quad (3)$$

두 시스템 사이의 상호에너지는 (3)에 $\vec{P} = \vec{A}_1$, $\vec{Q} = \vec{A}_2$ 를 대입하고 $\vec{P} = \vec{A}_2$, $\vec{Q} = \vec{A}_1$ 을 대입하여 각각의 양변을 서로 빼면 얻어지며, 이 식은 그린정리의 벡터형태로 다음과 같이 정리된다.

$$\int \{ \vec{A}_1 \cdot (\nabla \times \nabla \times \vec{A}_2) - \vec{A}_2 \cdot (\nabla \times \nabla \times \vec{A}_1) \} dv = \oint \{ \vec{A}_2 \times \nabla \times \vec{A}_1 - \vec{A}_1 \times \nabla \times \vec{A}_2 \} \cdot ds \quad (4)$$

위 식에 전류항을 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$\int \vec{A}_1 \cdot \vec{J}_2 dv + \oint \vec{A}_1 \cdot \vec{I}_2 ds = \int \vec{A}_2 \cdot \vec{J}_1 dv + \oint \vec{A}_2 \cdot \vec{I}_1 ds \quad (5)$$

여기서 $\vec{A}_1, \vec{J}_1, \vec{I}_1$ 와 $\vec{A}_2, \vec{J}_2, \vec{I}_2$ 는 각각 시스템 1,2에 대한 자기벡터포텐셜, 전류밀도, 표면전류밀도이다.

그림 3.에서와 같이 두 개의 코일과 선형자성체 및 공기로 이루어진 2차원공간 Ω 에 대하여 살펴본다. 만약 case (a)에서 코일 1(영역 Ω_1)에 소스전류밀도 \vec{J}_1 이 흐르고 case (b)에서 코일 2(영역 Ω_2)에 소스전류밀도 \vec{J}_2 가 흐른다면 case (a)의 자기벡터포텐셜은 \vec{A}_1 , case (b)의 자기벡터포텐셜은 \vec{A}_2 라고 놓을 수 있다. 이때 두개의 상호에너지항은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$L_1(\vec{A}_2) = \int_{\Omega_1} \vec{A}_2 \cdot \vec{J}_1 d\Omega \quad (6)$$

$$L_2(\vec{A}_1) = \int_{\Omega_2} \vec{A}_1 \cdot \vec{J}_2 d\Omega \quad (7)$$

여기서 case (a)의 \vec{J}_1 이 실제 입력전류밀도이고 \vec{J}_2 가 크기 1을 가지는 가상전류밀도라고 가정하면 (7)은 \vec{J}_1 이 Ω_1 에 흐

를 때 Ω_2 에서의 쇄교자속을 의미한다. 따라서 (7)을 최대화하면 Ω_2 에서의 쇄교자속도 최대가 된다. (6)과 (7)을 이용해 시스템 에너지 범함수를 상호에너지항으로 표현하면 다음과 같다.

$$\chi = \frac{1}{2}a(\vec{A}_1, \vec{A}_2) - \frac{1}{2}L_1(\vec{A}_2) - \frac{1}{2}L_2(\vec{A}_1) \quad (8)$$

여기서 $a(\vec{A}_1, \vec{A}_2)$ 는 다음 식으로 표현되는 쌍선형 에너지형(bilinear energy form)이다.

$$a(\vec{A}_1, \vec{A}_2) = \int_{\Omega} (\nabla \times \vec{A}_1) \cdot \nu (\nabla \times \vec{A}_2) d\Omega \quad (9)$$

Maxwell의 방정식을 만족하는 벡터포텐셜 분포 \vec{A}_1, \vec{A}_2 에 대해서 가상에너지법칙에 의해 다음이 성립한다.

허용공간 U 내의 모든 \vec{A}'_2 에 대하여

$$a(\vec{A}_1, \vec{A}'_2) = L_1(\vec{A}'_2) \quad (10)$$

허용공간 U 내의 모든 \vec{A}'_1 에 대하여

$$a(\vec{A}_2, \vec{A}'_1) = L_2(\vec{A}'_1) \quad (11)$$

따라서 평형상태에서 에너지 범함수 χ 는 다음 식을 만족한다.

$$\chi = \frac{1}{2}a(\vec{A}_1, \vec{A}_2) - \frac{1}{2}L_1(\vec{A}_2) - \frac{1}{2}L_2(\vec{A}_1) = -\frac{1}{2}L_2(\vec{A}_1) \quad (12)$$

이제 p 를 설계변수라 하고 χ 를 \vec{A}_1, \vec{A}_2, p 의 함수라고 하면 χ 의 일차변분은 다음과 같다.

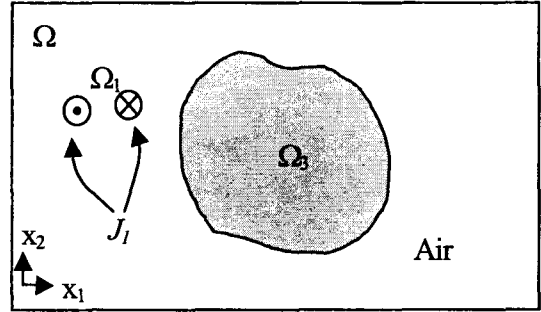
$$\begin{aligned} \delta\chi(\vec{A}_1, \vec{A}_2, p) &= \frac{1}{2}a\left(\vec{A}_1, \frac{\partial\vec{A}_2}{\partial p}\delta p + \delta\vec{A}_2\right) - \frac{1}{2}L_1\left(\frac{\partial\vec{A}_2}{\partial p}\delta p + \delta\vec{A}_2\right) \\ &+ \frac{1}{2}a\left(\vec{A}_2, \frac{\partial\vec{A}_1}{\partial p}\delta p + \delta\vec{A}_1\right) - \frac{1}{2}L_2\left(\frac{\partial\vec{A}_1}{\partial p}\delta p + \delta\vec{A}_1\right) \\ &+ \frac{1}{2}\int_{\Omega} (\nabla \times \vec{A}_1) \cdot \frac{\partial\nu}{\partial p}(\nabla \times \vec{A}_2) d\Omega \delta p \end{aligned} \quad (13)$$

(10)에 있는 \vec{A}'_2 와 (11)에 있는 \vec{A}'_1 는 임의의 변수이므로, (13)의 처음 4개의 항은 $\vec{A}'_2 = (\partial\vec{A}_2/\partial p)\delta p + \delta\vec{A}_2$, $\vec{A}'_1 = (\partial\vec{A}_1/\partial p)\delta p + \delta\vec{A}_1$ 로 놓으면 서로 상쇄된다. 따라서 χ 의 p 에 대한 민감도는 다음과 같이 얻어진다.

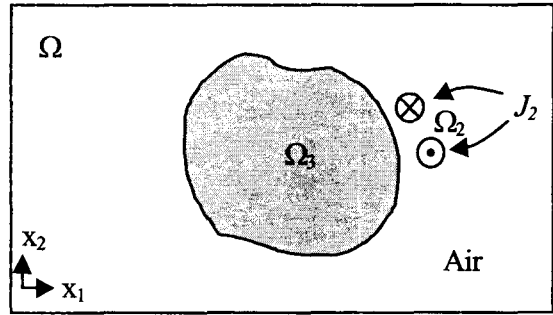
$$\frac{\partial\chi}{\partial p} = \int_{\Omega} (\nabla \times \vec{A}_1) \cdot \frac{\partial\nu}{\partial p}(\nabla \times \vec{A}_2) d\Omega \quad (14)$$

(12)와 (14)로부터 상호에너지항 $L_2(\vec{A}_1)$ 의 설계변수 p 에 대한 미분은 다음과 같이 도출된다.

$$\frac{\partial L_2(\vec{A}_1)}{\partial p} = -\int_{\Omega} (\nabla \times \vec{A}_1) \cdot \frac{\partial\nu}{\partial p}(\nabla \times \vec{A}_2) d\Omega \quad (15)$$



case (a)



case (b)

그림 3 영역 Ω 에서 자성물질과 2개의 코일의 배치

Fig. 3 A magnetic material and two coils in the domain Ω

3.2 정전계의 유전체 매질 민감도해석

여기서는 앞 절의 내용과 같이 상호에너지법을 이용해 정전계에서 유전체 매질에 관한 설계민감도를 유도한다. 다음은 상호에너지와 정전계에서의 민감도를 도출하는 과정이다. 먼저 다음의 그린 정리에서 시작한다[12].

$$\int_V (\phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi) dv = \int_S \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \quad (16)$$

위 식에서 전하밀도 ρ 와 표면전하밀도 σ 가 포텐셜 ϕ 의 소스이고, 전하밀도 ρ' 와 표면전하밀도 σ' 이 포텐셜 ψ 의 소스라고 가정하면 (16)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_V \phi \rho' dv + \int_S \phi \sigma' ds = \int_V \psi \rho dv + \int_S \psi \sigma ds \quad (17)$$

영역의 표면이 전하로부터 멀리 떨어져 있다면 ϕ 와 ψ 는

$1/r$ 로 감소하고 σ 와 σ' 은 $1/r^2$ 으로 감소한다. 따라서 표면적분은 $1/r$ 로 감소하고 생략되고 (17)는 다음과 같이 된다.

$$\int_V \phi \rho' dv = \int_V \psi \rho dv \quad (18)$$

이 때 두 개의 상호에너지항을 다음과 같이 정의한다.

$$L_1(\psi) = \int_V \psi \rho dv, \quad L_2(\phi) = \int_V \phi \rho' dv \quad (19)$$

(18)은 두 시스템간의 상호에너지가 전하 ρ 에 의한 전장 ϕ 에 전하 ρ' 를 삽입하거나 그 반대 방법으로 계산할 수 있음을 의미한다.

정전계의 전체 에너지 범함수는 상호에너지항을 이용해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\chi = \frac{1}{2} a(\phi, \psi) - \frac{1}{2} L_1(\psi) - \frac{1}{2} L_2(\phi) \quad (20)$$

여기서 $a(\phi, \psi)$ 는 쌍선형 에너지형(bilinear energy form)으로써 다음과 같이 정의된다.

$$a(\phi, \psi) = \int_V \nabla \phi \cdot \epsilon \nabla \psi dV \quad (21)$$

Maxwell의 방정식을 만족하는 포텐셜 분포 ϕ 와 ψ 에 대해 가상에너지법에 의해 다음 식이 성립한다.

허용공간 U 에 존재하는 모든 ψ' 에 대하여

$$a(\phi, \psi') = L_1(\psi') \quad (22)$$

허용공간 U 에 존재하는 모든 ϕ' 에 대하여

$$a(\psi, \phi') = L_2(\phi') \quad (23)$$

(22)과 (23)로부터 에너지 범함수 χ 는 평형상태에서 다음 식을 만족한다.

$$\chi = \frac{1}{2} a(\phi, \psi) - \frac{1}{2} L_1(\psi) - \frac{1}{2} L_2(\phi) = -\frac{1}{2} L_2(\phi) \quad (24)$$

p 가 설계변수이고 χ 가 ϕ , ψ , p 의 함수이면, 평형상태에서 χ 의 1차 변분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta\chi(\phi, \psi, p) &= \frac{1}{2} a\left(\phi, \frac{\partial\psi}{\partial p} \delta p + \delta\psi\right) - \frac{1}{2} L_1\left(\frac{\partial\psi}{\partial p} \delta p + \delta\psi\right) \\ &+ \frac{1}{2} a\left(\psi, \frac{\partial\phi}{\partial n} \delta p + \delta\phi\right) - \frac{1}{2} L_2\left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \delta p + \delta\phi\right) \\ &+ \int_V \nabla \phi \cdot \frac{\partial\epsilon}{\partial p} \nabla \psi dV \delta p \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 ψ' 와 ϕ' 는 임의의 변수이므로 (25)의 처음 네 항들은 $\psi' = (\partial\psi/\partial p)\delta p + \delta\psi$, $\phi' = (\partial\phi/\partial p)\delta p + \delta\phi$ 로 놓으면 상쇄된다. 따라서 χ 의 p 에 대한 민감도는 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{\partial\chi}{\partial p} = \frac{1}{2} \int_V \nabla \phi \cdot \frac{\partial\epsilon}{\partial p} \nabla \psi dV \quad (26)$$

(24)와 (26)로부터 설계변수 p 에 대한 상호에너지항 $L_2(\phi)$ 의 민감도는 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{\partial L_2(\phi)}{\partial p} = - \int_V \nabla \phi \cdot \frac{\partial\epsilon}{\partial p} \nabla \psi dV \quad (27)$$

(18)의 ρ' 이 미소영역 내에서 총전하량이 1인 높은 전하밀도를 가지면 Dirac- δ 함수의 성질을 갖게 된다. 이 경우 (18)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi_k = \int_V \phi \rho' dv = \int_V \psi \rho dv \quad (28)$$

여기서 ϕ_k 는 ρ' 이 위치한 지점에서의 포텐셜값이고, (27)와 (28)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial\phi_k}{\partial p} = - \int_V \nabla \phi \cdot \frac{\partial\epsilon}{\partial p} \nabla \psi dV \quad (29)$$

이는 단위 점전하 ρ' 가 위치한 지점에서 포텐셜 ϕ_k 의 민감도 표현식이다.

4. 위상 최적설계 알고리즘

최적설계 알고리즘은 목적함수가 최소값을 갖는 설계변수를 탐색하는 수리계획법으로서 목적함수에 대한 설계변수의 미분정보를 이용하여 최적설계를 수행할 수 있다. 본 논문의 위상 최적설계도 이런 최적설계 알고리즘을 이용한다. 앞에서 도출된 상호에너지법에 의한 민감도 해석 정보는 미분정보에 해당하며 이를 이용해 전자기 시스템에서 위상최적화를 수행할 수 있다. 본 논문에서는 설계변수에 대한 목적함수의 1차 미분정보를 이용하는 최적화 기법 중 최대경사법(Steepest Descent Method)을 이용하는데, 앞장에서 구한 민감도는 최대경사에 해당하므로 적용이 비교적 용이하다. 또한 위상최적설계에서 매질의 사용이 제한되는 문제 등의 제약구속조건 최적설계 문제를 일반적으로 다루기 위한 라그랑지 승수법(Lagrange Multiplier Method)을 도입하고 설명한다.

4.1 최대경사법

위상최적화에서 실제 재료의 부피에 구속조건이 없을 경우에는 간단히 적용할 수 있는 최대경사법을 사용할 수 있다.

각각의 유한요소 내에 정규화된 밀도는 다음 식을 통해 갱신된다.

$$[p]^{i+1} = [p]^i + \Delta[p] \quad (30)$$

여기서 $[p]^i$ 는 i 번째 반복계산에서 설계변수벡터이고 $\Delta[p]$ 는 설계변수벡터의 변화량으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta[p] = l\hat{m} \quad (31)$$

여기서 \hat{m} 은 정규화된 탐색방향이고 l 은 탐색의 크기이다. \hat{m} 과 l 은 민감도정보를 이용해 다음과 같이 계산할 수 있다. 앞장에서 구한 자계 민감도해석식(14), (15) 및 전계 민감도식(26), (27), (29),은 정해진 문제에 따라 선택되어 아래의 정규화된 탐색방향으로 이용된다.

$$\hat{m} = \frac{-dF/d[p]}{\|dF/d[p]\|} \quad (32)$$

$$l = \frac{F}{\|dF/d[p]\|} \quad (33)$$

여기서 $\|dF/d[p]\|$ 는 민감도벡터의 norm이다. 이상의 식을 이용하면 식 (35)은 다음과 같다.

$$[p]^{i+1} = [p]^i - \frac{F}{\|dF/d[p]\|^2} \frac{dF}{d[p]} \quad (34)$$

이상과 같이 갱신된 설계변수로부터 설계변수와 물질상수 사이의 관계를 이용해 새로운 물질분포를 얻을 수 있다. 얻어진 새로운 물질분포의 전자기 시스템에 대한 해석을 수행하고 목적함수와 민감도를 다시 계산하게 된다. 위와 같이 반복적인 최적화 과정은 목적함수가 원하는 수렴조건을 만족할 때까지 반복된다. 최적화 과정에서 유한요소의 형상은 변하지 않으므로 초기요소 분할 이후에는 새로운 요소분할은 필요하지 않다. 목적함수를 최대로 하는 문제에서는 (39)의 부호가 양으로 바뀌면 된다.

4.2 라그랑지 승수법

라그랑지 승수법은 실제 재료의 부피에 구속조건이 있을 경우에 사용된다. 재료의 모델링에 밀도법을 사용할 경우 설계변수 p 는 각각의 유한요소내의 정규화된 물질밀도이다. 목적함수의 최적조건을 고려하면 다음 식과 같이 매 반복계산에서 설계변수를 갱신 할 수 있다[12].

$$p_k^{i+1} = \begin{cases} b_k & \text{if } b_k \geq \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} \\ \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} & \text{if } b_k \leq \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} \leq b_k \\ b_k & \text{if } b_k \leq \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} \end{cases} \quad (35)$$

$$b_k = \min\{(1+\zeta)p_k^i, 1\} \quad (36)$$

$$b_k = \max\{(1-\zeta)p_k^i, 0\} \quad (37)$$

$$S_k^i = 0.1 + 1.8 \times \frac{\partial F / \partial p_k - S_{\min}}{S_{\max} - S_{\min}} \quad (38)$$

여기서 p_k^i 는 i 번째 반복계산에서 k 번째 설계변수이고, p_k^{i+1} 는 $(i+1)$ 번째 반복계산에서 갱신된 설계변수의 값, η 는 가중치, 그리고 ζ 는 이동범위이다. η 과 ζ 의 값은 수치적 실험을 통해 빠르고 안정적인 수렴을 하는 값으로 결정된다. λ 는 부피구속조건과 관련되어 있는 Lagrange 승수이다. λ 는 내부의 루프에서 재료의 부피구속조건을 만족시키기 위해 조정된다. S_{\min} 과 S_{\max} 는 전체설계영역에서 설계민감도의 최소값과 최대값이고, S_k^i 는 i 번째 반복계산에서 설계민감도 $\partial F / \partial p_k$ 의 매핑된 값으로서 0.1과 1.9 사이의 값을 갖는다. 이 방법은 목적함수를 최대화하기 위한 방법이며 목적함수가 최대로 되어야 하는 경우는 다음과 같이 변형된다.

$$p_k^{i+1} = \begin{cases} b_k & \text{if } b_k \geq \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} \\ \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} & \text{if } b_k \leq \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} \leq b_k \\ b_k & \text{if } b_k \leq \frac{p_k^i}{\lambda(S_k^i)^{\gamma}} \end{cases} \quad (39)$$

5. 위상 최적설계 기법의 적용

본 장에서는 앞의 두 장에서 유도된 민감도 해석법 및 최적설계 알고리즘을 이용하여 전계 MEMS 액츄에이터 회전자 의 위상최적설계 및 자계 SRM의 회전자 위상최적설계에 적용한다. 기본적인 전자장 해석방법 및 설계 기반은 유한요소법을 사용한다. 따라서 설계변수는 유한요소로 이산화된 각 요소의 매질특성이 되며, 목적함수는 유한요소해석을 결과로부터 얻어진다. 그리고 두 가지 적용사례는 주어진 반경 내에서 회전자의 최적 위상을 구하는 문제이므로 사용 재질 량에 대한 구속조건이 없으므로 최대경사법을 공히 적용한다. 그리고 목적함수는 시스템의 에너지로 정의되기 때문에 민감도의 계산은 식(14)와 식(26)이 사용된다.

5.1 정전 액츄에이터의 위상최적화

여기서는 앞에서 기술된 위상최적화 이론을 정전 액츄에이 터 회전자의 위상최적화에 적용한다. 그림 4은 16개의 전극 과 유전체로 이루어진 회전자를 가진 정전 액츄에이터의 초기 설계 그림이다. 회전자의 유전체를 적절히 배치하면 회전자의 회전에 따라 시스템 정전에너지의 변화가 발생하고, 이에 따른 토오크가 발생된다. 최적설계가 끝나면 이 액츄에이 터는 전극의 전압을 회전자의 위치에 따라 적절히 스위칭해 서 구동할 수 있다[13].

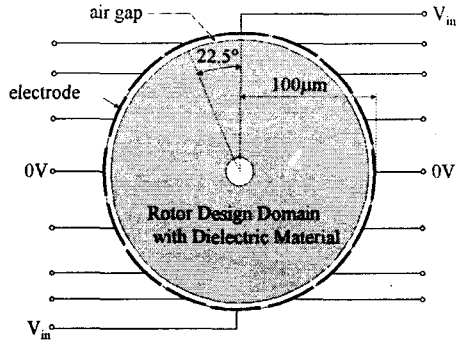


그림 4 정전 액츄에이터의 구조
Fig. 4 Structure of electrostatic actuator

구동 시 최대 토크를 얻기 위해서는 회전자 위치 A와 B에서 정전 에너지 차이가 최대가 되어야 한다. 이 경우 목적 함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$F = \frac{1}{2} [W_A^2 + (W_B - W_{B0})^2] \quad (40)$$

여기서 W_A 와 W_B 는 각각 회전자 위치 A와 B에서의 정전 에너지이고, W_{B0} 는 회전자 위치 B에서 가능한 최대의 정전 에너지이다. W_{B0} 를 구하기 위한 과정은 우선 FEM 해석을 위해 회전자 영역을 유전체 물질로 채우고 전압을 가하여 시스템 에너지를 계산한다.

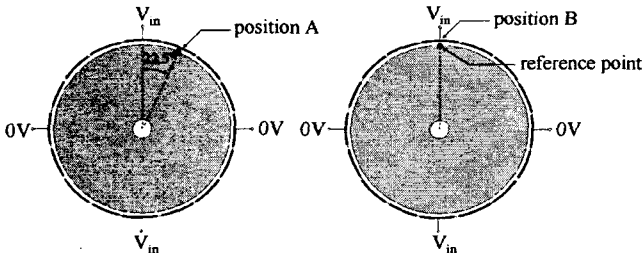


그림 5 최대토크 설계를 위한 회전자의 위치
Fig. 5 Rotor position for maximum torque design

최대 토크 발생을 위한 기본적인 회전자의 레이아웃이 결정되면 일정한 토크로 액츄에이터를 구동하기 위한 상세 설계로 들어간다. 이때 설계목표는 회전자의 회전각도에 따라 선형으로 변하는 시스템 에너지를 얻는 것이다. 한번에 2.5°씩 9번씩 회전하여 총 22.5°에 걸쳐 시스템 에너지를 계산한다. 전극 스위칭의 대칭성 때문에 22.5° 이상의 회전각은 고려하지 않아도 된다. 일정 토크 구동을 위한 목적 함수는 다음과 같다.

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [W_i - W_{i0}]^2 \quad (41)$$

여기서 W_i 는 i 번째 회전각에서 계산된 시스템 에너지이

고, W_{i0} 는 i 번째 회전각에서 요구되는 시스템 에너지의 목적값이다. 회전각의 개수 m 은 9이다. W_{i0} 는 최대 토크 발생 설계 결과로 계산된 최대에너지와 최소에너지를 선형으로 보간하여 얻을 수 있다.

목적함수 (40)의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{dF}{dp_j} = W_A \frac{dW_A}{dp_j} + (W_B - W_{B0}) \frac{dW_B}{dp_j}, \quad (j = 1, 2, \dots, np) \quad (42)$$

여기서 np 는 설계변수의 개수이고 p_j 는 j 번째 설계변수이고 이는 j 번째 요소의 정규화된 물질밀도이다. 연쇄법칙을 사용하여 (42)의 dW/dp_j 항은 다음과 같이 전개된다.

$$\frac{dW_A}{dp_j} = \frac{\partial W_A}{\partial p_j} + \frac{\partial W_A}{\partial \phi_A} \frac{\partial \phi_A}{\partial p_j}, \quad \frac{dW_B}{dp_j} = \frac{\partial W_B}{\partial p_j} + \frac{\partial W_B}{\partial \phi_B} \frac{\partial \phi_B}{\partial p_j} \quad (43)$$

여기서 ϕ_A, ϕ_B 는 각각 회전자 위치 A, B에서의 포텐셜이다. 에너지 범함수의 극치 조건으로부터 (43)의 $\partial W/\partial \phi$ 항들은 맥스웰 방정식을 만족하는 포텐셜 분포에 대해 0이 되므로 (43) 식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{dW_A}{dp_j} = \frac{\partial W_A}{\partial p_j}, \quad \frac{dW_B}{dp_j} = \frac{\partial W_B}{\partial p_j} \quad (44)$$

이 식은 시스템의 자체 에너지(self energy)의 민감도와 같으므로 상호 에너지법을 사용하고, W 가 상호에너지가 아니라 자체 에너지인 것을 고려하면 (44)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial W_A}{\partial p_j} = - \int_V \nabla \phi_A \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial p_j} \nabla \phi_A dv, \quad \frac{\partial W_B}{\partial p_j} = - \int_V \nabla \phi_B \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial p_j} \nabla \phi_B dv \quad (45)$$

(45)의 $\partial \epsilon/\partial p_j$ 항들은 밀도법으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial p_j} = n \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) p_j^{n-1} \quad (46)$$

(45)과 (46)을 (42)에 대입하면 목적함수의 민감도를 계산할 수 있다.

계산된 민감도는 회전자 영역에서 유전체 물질의 최적 분포를 검색하는데 이용된다. 회전자를 이루는 유전체 물질의 부피에 대한 구속조건이 따로 없으므로, 최적화기법으로는 최대경사법이 사용되었다. 설계 변수 벡터의 변화 $\Delta[p]$ 는 $\Delta[p] = l \hat{m}$ 와 같이 정의되고, 정규화된 탐색방향 \hat{m} 과 스텝 사이즈 l 은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{m} = \frac{-dF/d[p]}{\|dF/d[p]\|} \quad (47)$$

$$l_{op} = -[k_A W_A + k_B (W_B - W_{B0})] / [k_A + k_B] \quad (48)$$

여기서 k_A 와 k_B 는 다음과 같다.

$$k_A = dW_A/d[p] \cdot \hat{m}, \quad k_B = dW_B/d[p] \cdot \hat{m} \quad (49)$$

첫 번째로 초기에 유전체 물질은 그림4과 같이 정규화된 물질밀도 $p_s = 0.5$ 을 가지고 회전자 영역에 골고루 분포되어 있다고 가정하고, 최대 토크 발생을 위한 위상최적설계를 수행하였다.

설계대상인 회전자의 유한요소 모델은 3,190개의 삼각형 선형요소를 사용하였고, 총 질점의 수는 1,804개이다. 총 요소의 수가 3,190개이고 각 요소의 매질특성이 설계변수로 취해 지므로 총 설계변수도 3,190개이다. 한번에 2.5° 씩 9번씩 회전하여 총 22.5° 에 걸쳐 시스템 에너지를 계산한다. 회전자의 대칭성으로 22.5° 의 범위에서 설계를 하면 나머지 범위도 모두 포함하게 된다. 그림 6은 위에서 도출된 최적화알고리즘의 반복계산에 따른 시스템에너지의 변화를 보이고 있다. 최적화가 진행됨에 따라 시스템에너지의 차이는 커지면 50번 정도의 반복으로 거의 수렴하게 된다. 그림 7은 최적화과정에 따른 목적함수의 수렴특성으로 초기에 목적함수가 급격히 감소하다가 10번 이후에는 아주 서서히 감소하며 50번 정도에서는 거의 수렴함을 볼 수 있다.

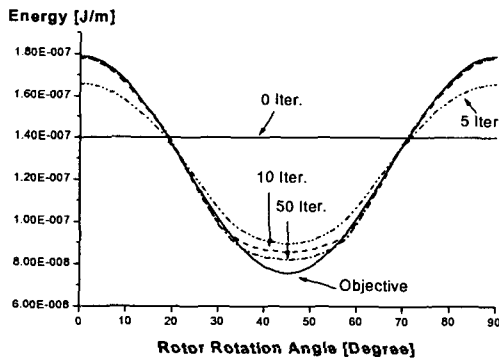


그림 6 최적설계의 반복계산에 따른 시스템에너지의 변화
Fig. 6 System energy variations to optimal design iteration

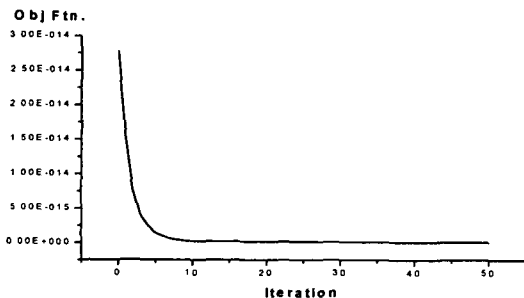
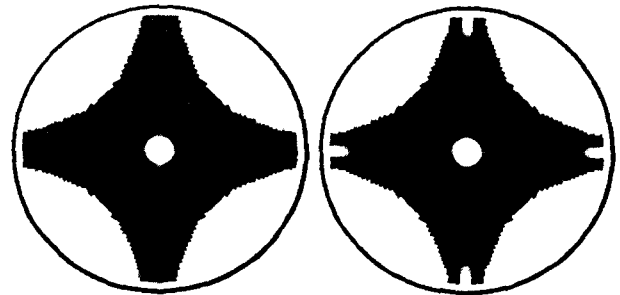


그림 7 최적화 과정에서 목적함수의 수렴 특성
Fig. 7 Convergence characteristic of objective function

위와 같은 최적설계의 과정에 따라 매질의 배치가 점차 바뀌고 목적함수가 수렴된 후의 형상은 결과는 그림 8(a)과 같이 얻어졌다. 제안된 위상최적설계기법을 기본적인 회전자의 레이아웃에 대한 정보 없이도 돌극형의 액츄에이터 회전자가 자동적으로 설계되었다. 그림 8에서 검은 부분은 유전체이고 흰색은 공기, 회색은 위상최적화 중간과정에 나타나는 중간물질밀도를 나타낸다.

기본 최대 토크 설계의 결과를 바탕으로 회전자는 일정 토크 구동을 위해 더욱 상세하게 설계될 수 있다. 목적하는 에너지 분포는 최대 토크 설계가 끝난 후 계산된 최대 에너지와 최소 에너지를 선형으로 보간하여 얻을 수 있고, 그림 9에 표시되어 있다. 위상최적설계 결과 그림 8(b)에 나온 것처럼 가운데가 움푹 패인 모양의 극을 가진 회전자가 설계되었다. 극의 형상은 브리쉬리스 직류모터에서 코딩 토크의 저감을 위해 쓰이는 회전자와 흡사하지만 정전 액츄에이터의 경우에 있어서는 독특한 구조이다. 이 결과는 위상최적화가 전자소자의 기본 개념설계뿐만 아니라 소자의 상세설계나, 미세 조정에도 쓰일 수 있음을 보여준다. 또한 독창적인 설계가 가능함을 알 수 있다. 회전자의 회전자에 따른 토크와 시스템 에너지의 분포는 그림 9과 10에 나와있다. 상세 설계 이후 최대 토크는 약간 줄어들지만 토크 분포가 더 균일해진 것을 볼 수 있다.



(a) 기본 설계 (최대 토크) (b) 상세 설계 (일정 토크)

그림 8 반복계산 50번 이후 회전자의 최종형상

Fig. 8 Final rotor shape after 50 iteration

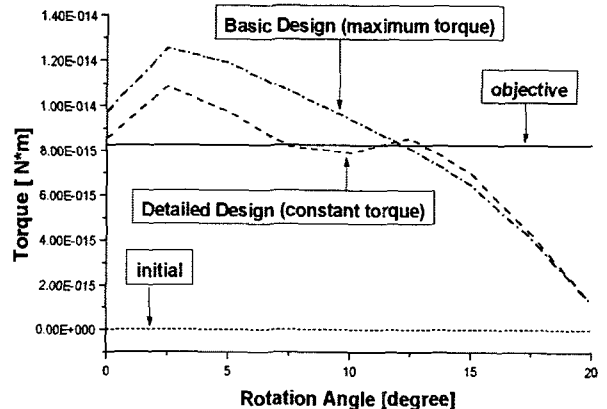


그림 9 최적설계 전후의 토크 분포

Fig. 9 Torque profiles before and after optimal design

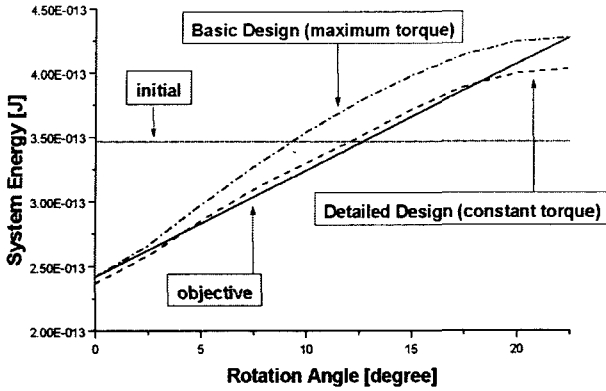


그림 10 최적설계 전후의 에너지 분포
Fig. 10 Energy profiles before and after optimal design

5.2 SRM 회전자 위상최적화

여기서는 위상최적화 기법을 정자계 시스템에서 SRM (switched reluctance motor) 회전자의 설계에 적용한다.

그림 9에 6극 고정자 권선을 포함한 SRM의 구조가 나와 있다. 위상최적화기법으로 설계하는 회전자 영역은 자성체로 이루어져 있고 중심에 있는 회색 부분이다. 위상최적화 기법에서는 초기 레이아웃이나 위상이 필요하지 않기 때문에 초기 회전자 형상은 돌극형이 아닌 원형이다.

설계영역에서 유한요소망은 설계공간을 정규화시키기 위해 사각형 모양의 격자를 기준으로 분할한다. 하나의 사각형 내에서 정규물질밀도는 일정하다고 가정한다. 회전자는 한번에 5도씩 36번 회전하여 전체적으로 180도 회전한다. 모델의 대칭성 때문에 180도 이상의 회전은 고려하지 않아도 된다. 목적하는 시스템 에너지 분포는 그림 11에 표시된 a' 상에 입력 전류가 흐를 때 회전각 θ 에 대한 코사인 함수로 표현된다. 목적함수를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nr} [W_i - W_{i0}]^2 \quad (50)$$

여기서 nr 은 시스템 에너지가 계산되는 회전자의 회전각의 개수이고 W_i 는 i 번째 회전각에서 계산된 시스템 에너지, W_{i0} 는 i 번째 회전각에서 시스템 에너지의 목적값이다.

이 목적함수의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{dF}{dp_j} = \sum_{i=1}^{nr} [W_i - W_{i0}] \frac{dW_i}{dp_j} \quad (j=1,2,\dots,np) \quad (51)$$

여기서 np 는 설계변수의 개수이고 p_j 는 j 번째 설계변수이다. 연쇄법칙을 사용하여 (51)의 dW_i/dp_j 항은 다음과 같이 전개된다.

$$\frac{dW_i}{dp_j} = \frac{\partial W_i}{\partial p_j} + \frac{\partial W_i}{\partial \vec{A}_i} \frac{\partial \vec{A}_i}{\partial p_j} \quad (52)$$

여기서 \vec{A}_i 는 i 번째 회전자 위치에서 계산된 자기 벡터 포텐셜이다. 범함수의 극치조건에 의해 (52)의 $\partial W_i/\partial \vec{A}_i$ 항은 맥스웰 방정식을 만족하는 벡터 포텐셜 분포에 대해 0이 된다. 따라서 (52)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{dW_i}{dp_j} = \frac{\partial W_i}{\partial p_j} \quad (53)$$

식 (45)를 참고하고 W_i 가 자기에너지인 것을 고려하면 (53)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{dW_i}{dp_j} = \frac{1}{2} \int_V (\nabla \times \vec{A}_i) \cdot \frac{\partial v}{\partial p_j} (\nabla \times \vec{A}_i) dv \quad (54)$$

(54)의 $\partial v/\partial p_j$ 항은 밀도법으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial v}{\partial p_j} = -n\mu_0(\mu_r - 1)p_j^{n-1} / \left\{ \mu_0 \left(1 + (\mu_r - 1)p_j^n \right) \right\}^2 \quad (55)$$

(54)와 (55)을 (51)에 대입하면 민감도를 계산할 수 있다. 계산된 민감도는 최적화알고리즘을 통해 최적의 설계변수를 구하는데 이용되며, 최대경사법에서 설계변수벡터의 변화량 및 정규탐색방향은 5.1절의 설계예와 같은 방법을 사용한다.

본 모델의 전자장 유한요소 해석을 위하여 회전자를 2,829개의 삼각형 선형요소로 분할하였고, 총 절점의 수는 1,613개이다. 총 요소의 수 만큼인 각 요소의 매질특성이 설계변수이므로 총 설계변수는 2,829개이다. 본 설계모델은 SRM의 reluctance 토오크를 발생시키는 위상을 설계하는 것이 우선 목표이므로 회전자의 투자율을 일정하게 가정하고 설계하였다.

다양한 반복계산회수에서 회전자의 회색조 형상이 그림 12과 같다. 위상최적설계 결과 회전자 레이아웃에 관한 기본 정보 없이도 돌극형의 SRM 회전자 형상이 얻어짐을 알 수 있다. 그러나 그림 8의 정전 액츄에이터 회전자와 비교하여 최종 회전자 형상이 다소 거친 것을 알 수 있다. 이는 유한요소망의 차이 때문이다. 목적함수의 수렴 또한 정전 액츄에이터 모델의 경우보다 수렴특성이 좋지 않은데, 이는 자성체의 경우 유전체에 비해 물질상수의 미분값 (55)이 비선형 특성을 가지기 때문인 것으로 판단된다. 그림 13은 최적화과정에 따른 회전자의 회전각에 대한 함수로 표현된 시스템 에너지의 변화이다. 시스템 에너지 함수가 초기의 직선에서 목적하는 코사인 함수로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

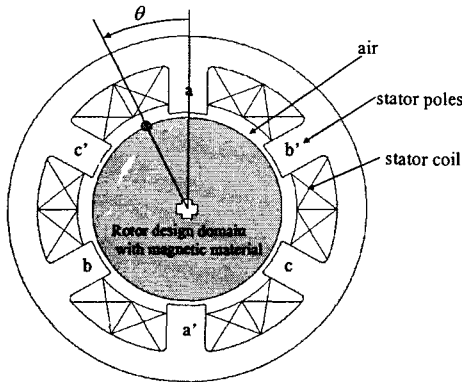


그림 11 초기 SRM 모델의 구조
Fig. 11 Initial structure of SRM model

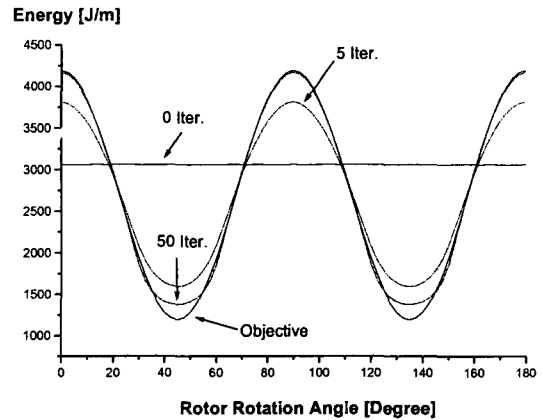
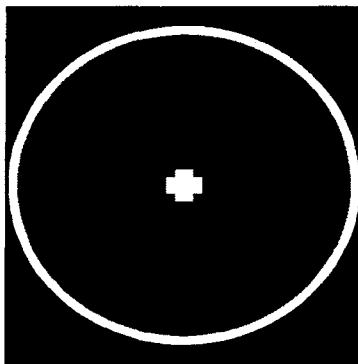
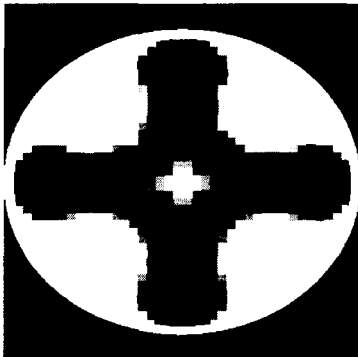


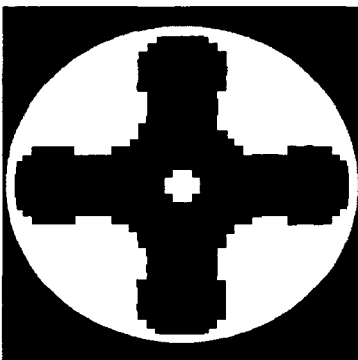
그림 13 반복계산에 따른 시스템 에너지 분포의 변화
Fig. 13 System energy variations according to iteration



(a) 초기



(b) 반복계산 5회



(c) 반복계산 50회

그림 12 SRM 회전자의 물질 분포
Fig. 12 Material distribution of SRM rotor

6. 결 론

위상 최적설계는 기기의 성능에 필요한 매질의 공간적 구성을 자동적으로 배치하는 새로운 개념의 설계이론이기 때문에 기존 최적설계에서 나타나는 기기 형태의 제한을 극복하고 완전히 새로운 최적의 설계가 가능하다. 즉 기기의 초기형상을 몰라도 원하는 성능을 얻기 위한 설계가 자동으로 수행되므로 독창적인 위상을 갖는 최적형상을 얻을 수 있다. 또한 초기설계가 없이도 최적설계를 수행할 수 있기 때문에 적용의 범위가 일반적일 뿐 아니라 전체적인 최적설계의 수행이 상당히 간편해지며 이에 따라 설계자동화를 용이하게 한다. 또한 위상 설계에서 얻어진 결과는 기존의 상세설계 개념의 형상 최적설계와 연결되는 일관된 최적설계를 수행하기 위한 도구로 활용될 수 있다.

최적화기법의 관점에서 본다면 어떠한 위상도 설계가 가능하므로 기존 설계법의 국부 최적치의 제한을 넘어서 전역 최적치에 가장 쉽게 도달할 수 있을 것으로 예상되며 이에 따라 획기적인 성능향상을 주는 진정한 의미의 최적설계치를 얻을 가능성이 높다. 이러한 위상 설계기법은 기존의 다양한 전자기시스템의 성능 개선에 상당한 기여를 할 것으로 기대될 뿐만 아니라 MEMS처럼 새롭고 독창적인 설계가 요구되는 초소형 기기에서는 기존의 방법으로는 얻을 수 없는 새로운 설계가 도출될 수 있다.

본 논문에서는 전자기시스템에 위상 최적설계기법의 적용을 위한 기본이론을 확립하고 이를 구현하기 위한 유한요소법에 기반한 전자기시스템의 위상 최적설계의 이론 및 알고리즘을 제안하고 이를 SRM, 정전계 MEMS의 최적설계에 적용하여 그 유용성을 보였다. 위상최적설계기법은 아직 초기 단계이나 앞으로 그 활용은 다양하게 확장될 것으로 판단된다.

감사의 글

“이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음. (KRF-2001-041-E00137)”

참 고 문 헌

- [1] I. H. Park, B. T. Lee and S. Y. Hahn, "Sensitivity analysis based on analytic approach for shape optimization of electromagnetic devices: interface problem of iron and air," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 27, no. 5, pp. 4142-4145, September 1991.
- [2] I. H. Park, B. T. Lee and S. Y. Hahn, "Design sensitivity analysis for nonlinear magnetostatic problems using finite element method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, no. 2, pp. 1533-1536, March 1992.
- [3] I. H. Park, J. L. Coulomb and S. Y. Hahn, "Implementation of continuum sensitivity analysis with existing finite element code," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 2, pp. 1787-1790, March 1993.
- [4] I. H. Park, H. B. Lee, I. G. Kwak and S. Y. Hahn, "Design sensitivity analysis for steady state eddy current problems by continuum approach," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 30, no. 5, pp. 3411-3414, September 1994.
- [5] I. H. Park, I. G. Kwak, H. B. Lee, S. Y. Hahn and K. S. Lee, "Design sensitivity analysis for transient eddy current problems using finite element discretization and adjoint variable method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no.3, pp.1242-1245, May 1996.
- [6] D. N. Dyck and D. A. Lowther, "Automated design of magnetic devices by optimizing material distribution," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 1188-1193, May 1996.
- [7] D. A. Lowther, W. Mai and D. N. Dyck, "A comparison of MRI magnet design using a Hopfield network and the optimized material distribution method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 5, pp. 2885-2888, September 1998.
- [8] S. H. E. Choi, D. A. Lowther and D. N. Dyck, "Determining boundary shapes from the optimized material distribution system," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 5, pp. 2833-2835, September 1998.
- [9] J. Yoo, N. Kikuchi and J. L. Volakis, "Structural optimization in magnetic devices by the homogenization design method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 3, pp. 574-580, May 2000.
- [10] J. F. Bourgat, *Numerical Experiments of the Homogenization Method for Operators with Periodic Coefficients*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 704, Springer Verlag, Berlin, pp. 330-356.
- [11] M. P. Bendsoe and N. Kikuchi, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, pp. 197-224, 1988.
- [12] J. K. Byun, I. H. Park and S. Y. Hahn, "Topology Optimization of Electrical Devices Using Mutual Energy and Sensitivity", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol.35, No.5, September 1999, pp.3718-3720
- [13] J. K. Byun, I. H. Park and S. Y. Hahn, "Topology Optimization of Electrostatic Actuator Using Design Sensitivity", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol.38, No.2, March 2002, pp.1053-1056

저 자 소 개



박 일 한(朴 日 韓)

1960년생. 1984년 서울대 전기공학과 졸업. 1986년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1991년-1992년 프랑스 그레노블공대 post-doc. 1998년-현재 성균관대학교 정보통신공학부 교수. 주 관심분야: 전기기기 최적설계, 전자장 수치해석, EMI/ EMC
Tel : 031-290-7146, Fax : 031-290-7942
E-mail : ihpark@skku.ac.kr



변 진 규(邊 陳 奎)

1972년생. 1995년 서울대 전기공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전기공학부 졸업(석사). 2001년 동 대학원 전기공학부 졸업(박사). 2001년-2003년 성균관대학교 정보통신기술연구소 선임연구원. 2003년-현재 University of Illinois at Urbana-Champaign 전기컴퓨터공학과 post-doc. 주 관심분야: 전자과 수치해석, 전자장 수치해석, 전자소자 최적설계
E-mail : aiolia@dreamwiz.com



최 흥 순(崔 鴻 洵)

1963년생. 1986년 서울대 전기공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2000년 동 대학원 전기공학부 졸업(박사). 1988-1994년 삼성전기/삼성SDS. 1995- 1997년 기초전력공학연구소 전임연구원. 1997-2003 (주)코모텍 이사. 2003-현재 성균관대학교 정보통신공학부 연구교수. 주 관심분야: 전자장 응용, 전동기 설계, 전자장 수치해석
Tel : 031-290-7177, Fax : 031-290-7942
E-mail : tochs@skku.edu



한 승 엽(韓 松 燁)

1939년생. 1963년 서울대 전기공학과 졸업. 1967년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1979년 프랑스 로렌공과대학 대학원 전기공학과 졸업(박사) 1968년-현재 서울대학교 공과대학 전임강사/조교수/부교수/교수. 2001년-현재 한국 공학교육인증원 부원장. 주 관심 분야: 전기에너지 시스템, SMES (Superconducting Magnetic Energy Storage)
Tel : 02-880-7246, Fax : 02-878-1452
E-mail : syhahn@plaza.snu.ac.kr