

Pareto 최적점 기반 다목적함수 기법 개발에 관한 연구

나승수^{†*}

목포대학교 기계·선박해양공학부*

Development of a Multi-objective Function Method Based on Pareto Optimal Point

Seung-Soo Na^{†*}

Dept. of Naval Architecture and Marine Engineering, Mokpo National University*

Abstract

It is necessary to develop an efficient optimization technique to optimize the engineering structures which have given design spaces, discrete design values and several design goals. As optimization techniques, direct search method and stochastic search method are widely used in designing of engineering structures. The merit of the direct search method is to search the optimum points rapidly by considering the search direction, step size and convergence limit. And the merit of the stochastic search method is to obtain the global optimum points by spreading point randomly entire the design spaces.

In this paper, a Pareto optimal based multi-objective function method (PMOFM) is developed by considering the search direction based on Pareto optimal points, step size, convergence limit and random search generation. The PMOFM can also apply to the single objective function problems, and can consider the discrete design variables such as discrete plate thickness and discrete stiffener spaces.

The design results are compared with existing Evolutionary Strategies (ES) method by performing the design of double bottom structures which have discrete plate thickness and discrete stiffener spaces.

※Keywords: Multi-objective function method(다목적함수기법), Random search (무작위탐색), Evolutionary Strategies (진화전략), Pareto optimal (Pareto 최적점), Stochastic search (확률탐색)

1. 서 언

접수일: 2004년 10월 11일, 승인일: 2004년 12월 14일

†주저자, E-mail: ssna@mokpo.ac.kr

Tel: 061-450-2761

대부분의 공학구조물은 판부재와 보강재로 구성되며, 상하한 값을 갖는 이산화 치수로 설계되고 있다. 보다 좋은 설계를 하기 위해서는 판 두께

및 보강재 간격 등의 설계변수를 변화시켜가며 최소 중량, 최소 건조비 및 최대신뢰도 등이 되도록 하여야 한다. 이러한 배경 하에서 이산화 변수와 다목적함수를 동시에 고려하기 위한 최적화 기법의 개발이 절실히 요구되고 있다.

지금까지 미분법(Gradient method) 및 탐색법(Search method) 등 다수의 최적화기법이 개발되어 실제 설계에 응용되고 있다(임상전과 양영순 1988). 공학적인 측면에서 볼 때, 미분법은 목적함수 및 제한조건의 미분값을 구하는데 수치적 과정이 많아 필요하고, 이산화 변수를 취급하기가 곤란하여 적용하기가 어려운 실정이다. 탐색법은 직접탐색법(Direct search method)과 확률탐색법(Stochastic search method) 등이 있으며, 공학구조물의 설계에 널리 활용되고 있다. 직접탐색법의 일종인 Hooke & Jeeves 방법과 Mead & Nelder 방법은 단일목적함수에 대한 최적화기법으로 널리 사용(장창두와 나승수 2000)되고 있으나, 전체최적점을 찾기가 어려울 때가 많다. 확률탐색법의 일종인 Genetic algorithm (김기화 1994, Nobukawa and Zhou 1996)과 진화전략방법(Knowles 1999, 신상훈 등 2002, 신상훈과 남성길 2003a, 신상훈과 남성길 2003b)은 다목적함수에 대한 최적화기법으로 널리 사용되고 있으며, 전체최적점을 찾기가 용이한 반면 탐색시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 최근 Karr et al. (2002)은 진화전략 방법을 사용하여 보강재나 늑판의 간격에 대한 최적 설계치수를 찾고자 하였으나 어려운 점이 많이 있음을 발견하였다. 왜냐하면, 이 설계변수들은 목적함수 및 제한조건에 매우 민감하기 때문이다.

본 연구에서는 직접탐색법과 확률탐색법의 장점을 결합한 Pareto 최적점(Pareto 1896) 기반 다목적함수 최적화기법을 개발하고자 한다. 즉, Pareto 최적점 기반의 탐색방향, 설계치수의 상한 값을 활용한 탐색폭, 탐색폭과 연계된 수렴도 및 무작위탐색법을 활용하여 설계 전영역에 걸쳐 탐색도록함으로써 전체최적점을 용이하게 찾도록 하였다.

실제 설계에 응용하고자 몇 가지 예제에 대해 기존의 진화전략 최적화기법에 의한 방법과 해의

정도와 계산시간 등을 비교하여 본 기법의 우수성을 입증하고자 한다.

2. Pareto 최적점 기반 다목적함수 최적화 기법 (PMOFM)

1) 주어진 설계영역 안에 무작위로 초기치를 발생시키고, 이산화변수로 변환시킨다.

$$(x_j)_i = (x_j)_{min} + r_1 * \{(x_j)_{max} - (x_j)_{min}\} \quad (1)$$

$$r_1 = RAN() : 0.0 < r_1 < 1.0$$

여기서, $(x_j)_{min}$ = 각 설계변수의 하한 값
 $(x_j)_{max}$ = 각 설계변수의 상한 값
 i = 초기발생점 번호 ($1 \leq i \leq NPI$)
 j = 설계변수 번호 ($1 \leq j \leq N$)
 NPI = 초기발생점 수
 N = 설계변수 수

2) 목적함수와 제한조건식을 계산하고, 위반함수를 계산하여 제한조건을 만족하는 발생점 중에서 Pareto 최적점을 찾는다.

$$(P_1)_i = F_1((x_j)_i) + \lambda_1 \sum_{ic=1}^{NC} \max\{-G(ic), 0\} \quad (2)$$

$$(P_2)_i = F_2((x_j)_i) + \lambda_2 \sum_{ic=1}^{NC} \max\{-G(ic), 0\}$$

여기서, λ_1, λ_2 : Lagrange 상수
 NC : 제한조건 수

3) Fig. 1 에서 보인 것같이, 2) 에서 구한 점이나 4) 에서 구한 점을 이용하여 새로운 점들을 발생시키고, 이산화 변수로 변환한다. 국부최소값에 빠질 확률을 줄이기 위해, Fig. 2 에서 보인 것같이 전 단계에서 구한 최적점을 포함하여 새로운 점을 찾는다.

$$(x_j)_i = (x_j)_m + \delta_j * r_2 * d_j \quad (3)$$

$$d_j = (x_j)_{max} - (x_j)_{min}$$

여기서, $m = \text{RAN}() * \text{NPAR} + 1$
 $r_2 = 2.0 * \text{RAN}() - 1.0 : -1.0 < r_2 < 1.0$
 $\delta = \text{탐색폭} (0.0 < \delta < 1.0)$
 $\text{NPAR} = \text{Pareto 최적점 수}$
 $i = \text{발생점 번호} (\text{NPAR}+1 \leq i \leq \text{NPS})$
 $\text{NPS} = \text{발생점 수}$

4) 목적함수와 제한조건식을 계산하고, 위반함수를 계산하여 Pareto 조건을 만족하는 Pareto 최적점을 찾는다. 여기서, Pareto 최적점은 다른 목적함수 값을 증가시키지 않으면서 자신의 목적함수 값을 줄일 수 없는 점들이다.

5) Fig. 3 에서 보인 것같이, 수렴조건으로는 전 단계와 현 단계에서 각 목적함수 차이의 평균 값 (\bar{d}_n)이 수렴조건 ϵ_1 보다 작으면 탐색폭을 줄이고, 탐색폭이 수렴조건 ϵ_2 보다 작으면 수렴한 것으로 보고, 탐색을 종료한다. 여기서, (\bar{d}_n)은 중심에서 각 Pareto 최적점과의 차이 (d_n)를 계산하여 구한다. 후자의 수렴조건은 이산화 설계변수 간격으로서, 예를 들어 판 두께인 경우 0.5mm,

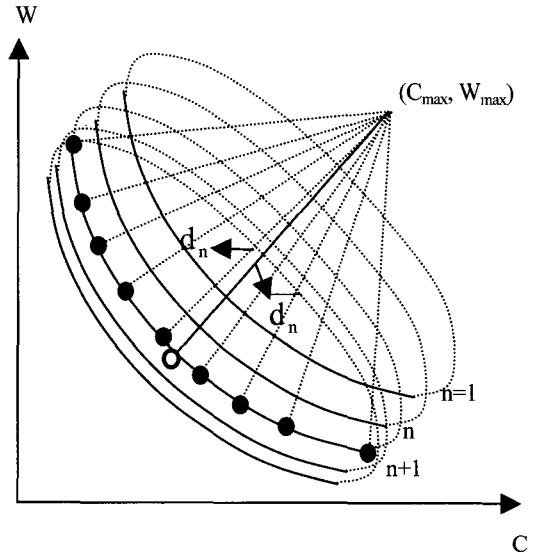


Fig. 3 Convergence limit

종늑골 간격인 경우 30mm 이다.

$\epsilon_1, \epsilon_2 =$ 수렴도

$W_m, C_m =$ 각 Pareto 최적점의 중량 및 건조비
 $W_{max}, C_{max} =$ 초기상태에서 Pareto 최적점의 최대 중량 및 건조비

$ds =$ 각 설계변수의 이산화 값

$$d_n = \sqrt{\{(W_{max} - W_m) / W_{max}\}^2 + \{(C_{max} - C_m) / C_{max}\}^2}$$

$$\bar{d}_n = \sum_{m=1}^{NPAR} (d_n)_m / NPAR \tag{4}$$

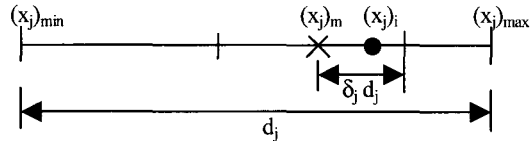


Fig. 1 Generation of new points

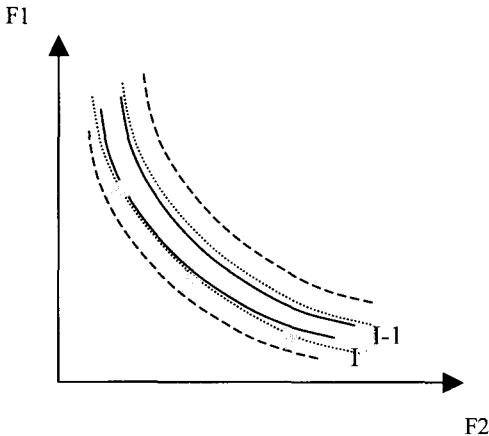


Fig. 2 Pareto optimal points (previous and current iterations)

6) 수렴조건을 만족할 때까지 3) 에서 5) 과정을 반복한다.

전체최적점을 찾기 위해 전체탐색패턴 (Fig. 4) 과 국부탐색패턴 (Fig. 5)을 조합한 합성 탐색 방법을 개발하였다. 전체탐색패턴은 Pareto 최적점 전체를 이용하며, 국부탐색패턴은 Pareto 최적점 각각을 이용한다. 초기단계에서는 전체탐색패턴을 이용하여 폭 넓게 탐색하고, 어느 정도 수렴이 진행되면 국부탐색패턴을 이용하여 빠른 수렴을 유도한다. 개발된 합성 탐색 방법은 Pareto 최적점에 근거하여 보다 넓은 탐색폭을 고려하여 설계 전 영역을 탐색함으로써 전체최적점을 찾을

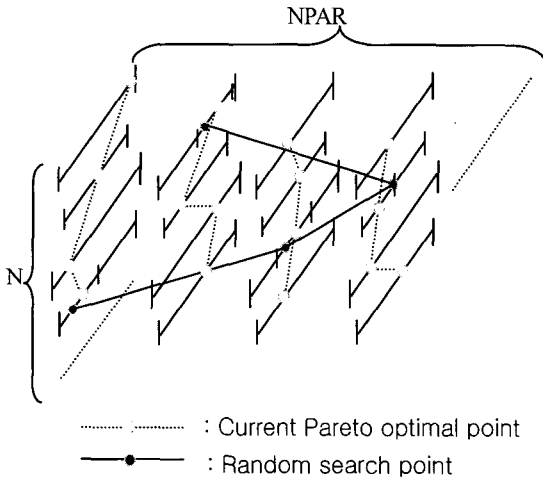


Fig. 4 Global search pattern

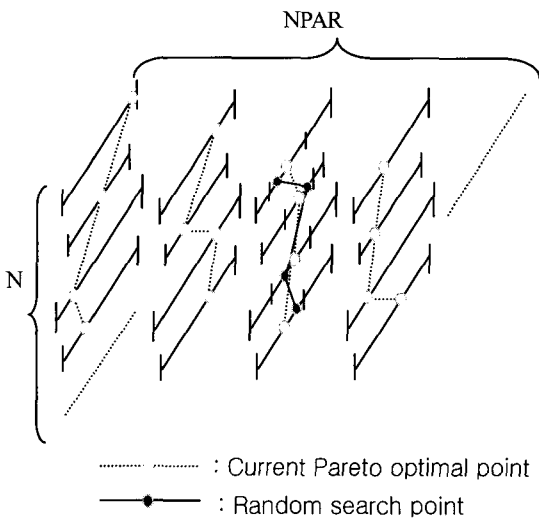


Fig. 5 Local search pattern

가능성이 매우 높다.

목적함수가 하나인 경우에도 적용이 가능한데, Fig. 6 에서 보인 것같이 위반함수 값 중 작은 순서대로 몇 개(NP)를 찾고, 이 값에 해당하는 설계점을 Pareto 최적점으로 보면 앞에서 유도된 Algorithm 을 이용하여 최적점을 찾을 수 있다.

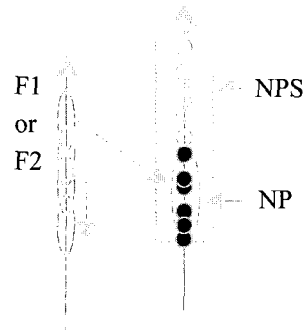


Fig. 6 Search for Pareto optimal points in single objective function problem

3. 진화전략기반 다목적함수 최적화 기법(ES)

1) 주어진 설계영역 안에 무작위로 초기치와 표준편차를 발생시키고, 이산화 변수로 변환한다.

$$(x_j)_i = (x_j)_{\min} + r_1 * \{(x_j)_{\max} - (x_j)_{\min}\} \quad (5)$$

$$(\sigma_j)_i = r_1 * \sigma_0$$

$$r_1 = \text{RAN}() : 0.0 < r_1 < 1.0$$

여기서, $(x_j)_{\min}$ = 각 설계변수의 하한 값

$(x_j)_{\max}$ = 각 설계변수의 상한 값

σ_0 = 초기 표준편차

i = 현 설계점 번호 (1 ≤ i ≤ Parent)

j = 현 설계변수 번호 (1 ≤ j ≤ N)

Parent = 부모 개체 수

N = 설계변수 수

2) (2)식에 따라 목적함수, 제한조건 값과 위반함수를 계산한다.

$$(x_j)_i = (x_j)_p + r_2 \quad (6)$$

3) Gaussian 무작위 수 발생함수에 따라 부모 개체를 이용하여 자식 개체를 발생시키고, 이산화 변수로 변환한다.

$$\text{여기서, } p = \text{RAN}() * \text{Parent} + 1$$

$$r_2 = \text{Gauss}(\sigma_p) : -\infty < r_2 < \infty$$

i=현 설계번호(Parent+1 ≤ i ≤ Parent+Children)

Children = 자식 개체 수

4) (2)식에 따라 목적함수와 제한조건 값을 계산하고, 위반함수를 계산하여 Pareto 조건을 만족하는 Pareto 최적점을 찾는다.

5) Pareto 최적점 수가 주어진 최대 Pareto 최적점 수 (MAXPAR)에 도달하거나, 발생회수가 주어진 최대 발생회수 (MAXITER)에 도달하면 탐색을 종료한다.

6) 수렴조건을 만족할 때까지 3) 에서 5)의 과정을 반복한다.

4. 적용예

적용예제로서, 기존 ES 와 개발한 PMOFM 을 이용하여 2 가지 경우 (Test 1, Test 2)에 대해 비교하였다. Test 1 은 전형적인 연속체 문제이며, Test 2 는 이중저 구조에 대한 이산화 문제이다.

Test 1 (Continuous problem)

목적함수 (F_1, F_2)

$$F_1 = -X(1) + 5 X(2) \tag{7}$$

$$F_2 = X(1) + X(2)$$

제한조건 (G)

$$G(1) = 1 - X(1)^2 - X(2)^2 \geq 0$$

$$G(2) = 1 - \{X(1) - 1\}^2 - X(2)^2 \geq 0$$

$$G(3) = 1 - \{X(1) - 2\}^2 - X(2)^2 \geq 0$$

$$0 \leq X(1) \leq 5.0, -2.0 \leq X(2) \leq 2.0$$

Test 2 (Discrete problem)

목적함수 (F_1, F_2)

$$F_1 = W_1 + W_2 + W_3 \quad (\text{Ton}) \tag{8}$$

$$F_2 = C_M + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \quad (\$)$$

$$W_1 = \{(T_1 + T_2) * L_1 * L_2 + T_3 * D_1 * L_2\} * 7.85$$

| 판 부재 중량

$$W_2 = (A_1 + A_2) * L_2 * X(1) * 2 * 7.85 \quad | \text{ 중부재 중량}$$

$$W_3 = D_1 * X(5) * L_1 * X(2) * 7.85 \quad | \text{ 횡부재 중량}$$

$$C_M = F_1 * M_C \quad | \text{ 자재비}$$

$$C_1 = X(1) * 4 * L_2 * C_U \quad | \text{ 종늑골의 용접비}$$

$$C_2 = L_1 * 2 * X(2) * C_U \quad | \text{ 늑판의 용접비}$$

$$C_3 = D_1 * X(1) * 2 * X(2) * C_U \quad | \text{ 보강재의 용접비}$$

$$C_4 = X(1) * 4 * X(2) * 5 * C_U \quad | \text{ slot 의 용접비}$$

T_1, T_2, T_3, A_1, A_2 : 선급 규정에 따른 간이식 이용

적용 data

$$L=320m \quad B=60m \quad D=30m \quad T=22m \quad D_1=3m$$

$$L_1=20m \quad L_2=50m \quad C_U=40\$/m$$

설계변수 (X)

$$X(1) = \text{int}(L_1 / S_1) - 1, \quad 10 \leq X(1) \leq 20$$

| 반쪽에 대한 종늑골 수

$$X(2) = \text{int}(L_2 / S_2) - 1, \quad 8 \leq X(2) \leq 20$$

| 횡부재 간격수

$$X(3) = 1.0 \text{ 간격}, \quad 1 \leq X(3) \leq 3 \quad | \text{ 재질}$$

$$X(4) = 0.5 \text{ 간격}, \quad 12 \leq X(4) \leq 30$$

| 중심선거더의 두께

$$X(5) = 0.5 \text{ 간격}, \quad 12 \leq X(5) \leq 30 \quad | \text{ 늑판 두께}$$

제한조건 (G)

$$G(1) = \sigma_a - \sigma_e \geq 0 \quad | \text{ 등가응력 } (\sigma_e)$$

$$(\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2})$$

$$G(2) = \tau_a - \tau \geq 0 \quad | \text{ 전단응력 } (\tau)$$

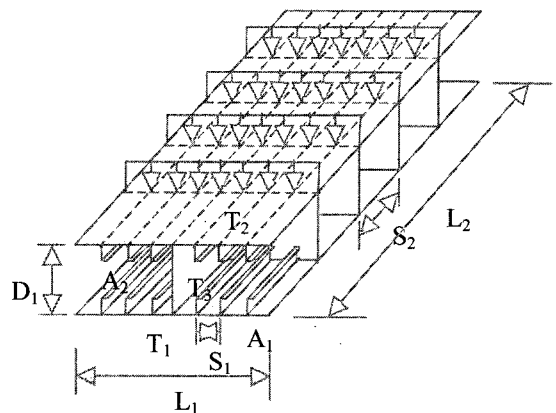


Fig. 7 Test example 2

$$G(3) = X(4) - T_1 \geq 0 \quad | \quad \text{중심선거더 두께}$$

분포하중 (w)

$$w = p S_2$$

$$= \gamma T S_2 \quad (\gamma: \text{specific gravity})$$

이중저 구조는 중심선거더와 늑판으로 이루어진 grillage 구조로 치환하였으며, 대칭조건을 이용하여 이중저 구조의 1/4 에 해당하는 구조만 고려하였다.

5. 설계 결과 비교

Fig. 8 에서 보인 것같이, Pareto 최적점은 탐색회수가 증가하고 탐색폭이 줄어들수록 원점을 향해 전진하는 양상을 나타낸다. 따라서, 전 단계에서 구한 Pareto 최적점은 다음 단계 탐색을 위한 좋은 점들이 됨을 알 수 있다.

Fig. 9 에서 보인 것같이, ES 방법에서 도입된 Gaussian 수 발생기는 설계영역에 넓게 분포될 뿐아니라 균일하지 않게 발생됨을 보여준다. 반면에 PMOFM 은 무작위 수 발생기를 사용하기 때문에 주어진 설계영역 전체에서 균일하게 발생시킬 수 있다. PMOFM 과 ES 방법 차이를 Table 1 에서 보이고 있는데, PMOFM 방법이 ES 방법에 비해 다양한 장점을 가지고 있는 것을 알 수 있다.

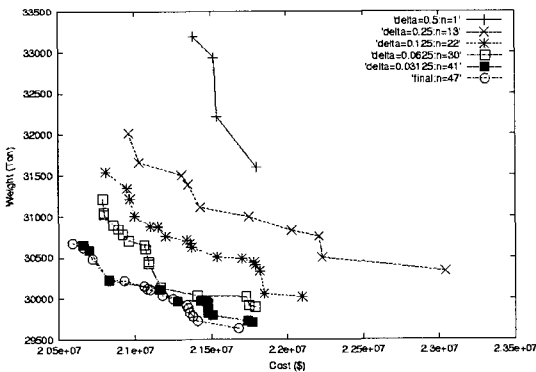


Fig. 8 Generation of Pareto optimal points

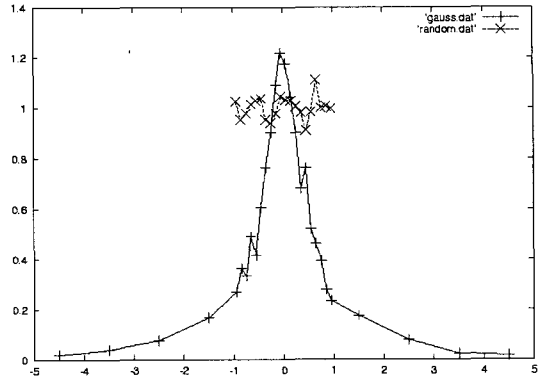


Fig. 9 Random number generator

Table 1 Main difference between PMOFM and ES

Item	PMOFM	ES
Base points (NPS)	Pareto optimal points (NPS = 1~30)	Parent points including Pareto optimal points (NPS = 100~2,000)
Generation method	Random number generator ($-1.0 < r < 1.0$)	Gaussian random number generator ($-\infty < r < \infty$)
Search step size (δ)	Considering from wide range to narrow range ($\epsilon_2 \leq \delta \leq 0.5$)	Not consideration
Convergence limit	$ \overline{d_{n+1}} - \overline{d_n} \leq \epsilon_1$ $\delta \leq \epsilon_2$	NPAR \geq MAXPAR NITER \geq MAXITER
Selection method	Random selection	Random selection and mutation

Test 1 에 적용한 결과, Figs. 10~11 에서 보인 것같이, PMOFM 과 ES 방법 모두 Pareto 최적점을 용이하게 찾는 것을 알 수 있다. 또한, 부모 개체수가 증가함에 따라 Pareto 최적점 수도 증가함을 알 수 있다. 여기서, (10+100)은 10 개의 부모 개체수로 100 개의 자식개체수를 생성하며, Pareto 최적점을 찾을 때 부모개체와 자식개체 모두가 참여함을 의미한다.

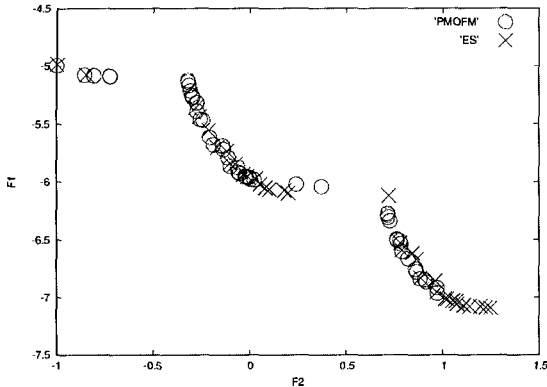


Fig. 10 Results of Test 1 (10+100)

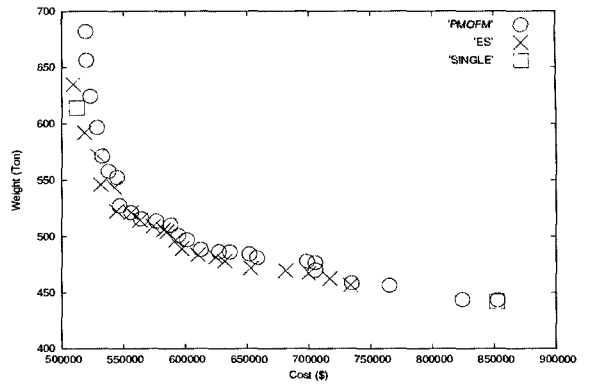


Fig. 13 Results of Test 2 (50+500)

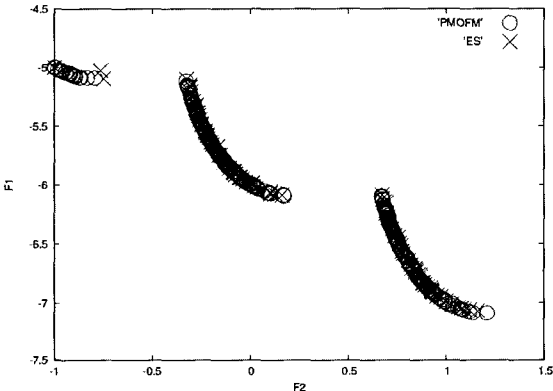


Fig. 11 Results of Test 1 (50+500)

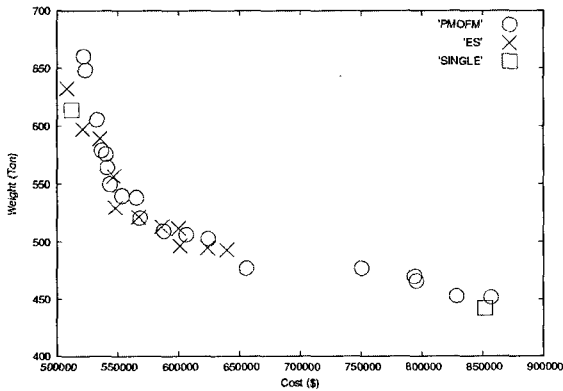


Fig. 12 Results of Test 2 (10+100)

또한, Test 2에 적용한 결과, Figs. 12~13에서 보인 것같이 PMOFM 방법은 보다 폭 넓게 Pareto 최적점을 찾는 것을 알 수 있다. 이 경향은 부모 개체수를 증가시켜도 동일하다. 이 경우 늑판간격

은 증늑골과 늑판 치수뿐 아니라 분포하중의 크기에 영향을 주기 때문에 전체 최적점을 찾기가 용이하지 않다. 여기서, SINGLE은 단일목적함수인 중량이나 건조비의 최소 값을 나타낸다.

PMOFM 방법과 ES 방법에서 구한 최소 중량과 건조비를 Table 2에 나타내었다. 최소건조비 측면에서 볼 때 두 방법은 비슷한 결과를 주는 반면, 최소 중량측면에서 PMOFM 방법이 좋은 결과를 주고 있음을 알 수 있으며, 적은 탐색회수에도 Pareto 최적점을 더 많이 찾는 것을 알 수 있다. Table 3에서 구한 설계변수 값을 서로 비교하였는데, ES 방법은 설계변수 중 개수에 대한 설계변수인 X(1)과 X(2)에서 전체 최적점을 주는 좋은 설계변수 값을 찾지 못해 좋은 기법이라 할 수 없다.

Table 2 Comparison of weight and cost

Design Variable	Case	Minimum weight design	Minimum cost design
X(1)	PMOFM	20	10
	ES	17	10
X(2)	PMOFM	20	9
	ES	18	10
X(3)	PMOFM	3	2
	ES	3	2
X(4)	PMOFM	16.0	17.0
	ES	17.0	17.5
X(5)	PMOFM	12.0	29.5
	ES	12.0	23.5

PMOFM : Pareto optimal based objective function method
 ES : Evolutionary strategies objective function method

Table 3 Comparison of design variables (NP=50)

Initial random value (r)		0		10	
No. of Parent (NP)		5	50	5	50
No. of Children (NC)		50	500	50	500
Weight (Ton)	PMOFM	444	442	452	443
	ES	515	472	492	459
Cost (M \$)	PMOFM	0.519	0.514	0.522	0.520
	ES	0.508	0.513	0.525	0.510
No. of Pareto	PMOFM	17	22	19	26
	ES	13	18	16	21
No. of Iteration	PMOFM	748	3677	757	3155
	ES	797	7733	767	9161

6. 결론

최근 Pareto 최적점에 근거한 탐색방향과 절계 변수의 상하한값을 이용한 탐색폭 및 탐색폭과 연계한 수렴도, 설계 전영역을 탐색할 수 있는 무작위 탐색법을 고려하여 Pareto 최적점 기반 다목적 함수 기법 (PMOFM)을 개발하였다. 기존의 진화 전략 방법(ES)과 비교하여 개발한 방법의 우수성을 입증하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) PMOFM 은 단일목적함수나 다목적 함수를 갖는 문제에 적용이 가능하며, 연속 설계치수나 이산화 설계치수의 취급이 용이하다.

2) PMOFM 은 종늑골 간격이나 늑판 간격 등 이산화 설계치수를 갖는 복잡한 선체구조에 대한 최적설계를 수행할 때에도 대부분 전체최적점을 찾을 수 있으며, 탐색방향, 탐색폭 및 수렴도를 고려함으로써 탐색시간을 대폭적으로 줄일 수 있다

3) 향후 선체구조에 대한 최소중량 및 건조비 설계를 수행하여 본 방법의 우수성을 추가로 입증하고자 한다.

참 고 문 헌

- 김기화, 1994, Genetic Algorithm 에 의한 다목적 함수 최적구조설계, 서울대학교 박사학위논문.
- 신상훈, 장창두, 송하철, 2002, “ 다목적함수 최적화기법을 이용한 유조선의 최적구조설계,”

한국전산구조공학회 논문집, 제 15 권, 제 4 호, pp. 591-598.

- 신상훈, 남성길, 2003a, “ 상하부 스텔을 고려한 파형 격벽 최적설계에 관한 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 40 권, 제 4 호, pp. 53-58.
- 신상훈, 남성길, 2003b, “ 수밀 및 디프탱크 파형 격벽의 최소 중량 설계,” 대한조선학회 논문집, 제 40 권, 제 6 호, pp. 12-19.
- 임상전, 양영순, 1988, “다목적함수 최적화기법에 의한 격자형구조물의 최적구조설계,” 대한조선학회지, 제 25 권, 제 1 호, pp. 11-20.
- 장창두, 나승수, 2000, “ 이중선각유조선의 최적 구조설계 시스템 개발,” 대한조선학회 논문집, 제 37 권, 제 1 호, pp. 118-126.
- Karr, D. G, Beier, K. P., Na, S. S. and Rigo, P., 2002, “A Framework for Simulation Based Design of Ship Structures,” Journal of Ship Production, Vol. 18, No. 1, pp. 33-46.
- Knowles, J. D., 1999, “The Pareto Archived Evolution Strategy: A New Baseline Algorithm for Pareto Multi-objective Optimization,” IEEE.
- Nobukawa, H. and Zhou, G., 1996, “Discrete Optimization of Ship Structures with Genetic Algorithms,” Journal of the Society of Naval Architecture of Japan, Vol. 179, pp. 293-301.
- Pareto, V., 1896, Cours d'Economie Politique, F. Rouge, Lausanne.



< 나 승 수 >