

VOF법의 자유수면 포착정도 향상을 위한 연구

박일룡^{†*}, 김우전^{**}, 김진^{*}, 반석호^{*}

한국해양연구원 해양시스템안전연구소 해양운송시스템연구본부^{*}
목포대학교 기계·선박해양공학부 선박해양시스템전공^{**}

A Study on a VOF Method for the Improvement of Free Surface Capturing

Il-Ryong Park^{†*}, Wu-Joan Kim^{**}, Jin Kim^{*} and Suak-Ho Van^{*}

Marine Transportation Systems Laboratory, KRISO/KORDI^{*}
Dept. of Naval Architecture & Marine Engineering, Mokpo National Univ.^{**}

Abstract

A new numerical scheme solving two-phase flow, the Hybrid VOF method for improved free surface capturing has been developed by combining a volume capturing VOF method with the Level-Set reinitialization procedure. For validation, the proposed method is applied to 3-D bubble rising problem, dam breaking and the free surface flow around a commercial container ship. The calculated results by using the Hybrid VOF method with the two previously applied VOF formulations are compared with available numerical and experimental data. It is found that the new method provides more reasonable results than the two previous ones.

※Keywords: Hybrid VOF method(Hybrid VOF법), Volume capturing method(체적포착법), Level-set method(레벨셋법), Free surface(자유수면), Reinitialization procedure(재초기화 과정)

1. 서 론

선박과 해양구조물 주위와 이들 내부에서 발생하는 비선형 자유수면 유동 현상인 조파(wave making), 슬래밍(slaming), 슬로싱(sloshing), 그린워터(green water) 등의 복잡한 유동현상들을

접수일: 2004년 9월 14일, 승인일: 2005년 1월 20일

† 주저자, E-mail: irpark@kriso.re.kr

Tel: 042-868-7267

이해하고 저항, 유체충격력과 같이 구조물에 작용하는 힘들을 정량적으로 추정하기 위한 보다 강건한 수치해석기법 개발은 현재까지도 중요한 연구과제이다. 비선형성이 강한 자유수면 문제들을 효과적으로 해석할 수 있는 수치해석 방법들은 다양한 관점에서 개발되고 있다. 관련된 국내 연구사례로서는 다음과 같다. 성홍근 등(1997)과 이동연과 최황순(1998)은 자유수면 추적을 위해 고차경계요소법을 사용하였으며 김용직 등(2003)은 그들의 연구에서 새로운 수치기법인 고차스펙트럴/경

계요소법을 개발하여 이용하였다. 신명수와 강국진(1996), 정우철 등(1998)과 김정중과 김형태(2001)는 이동 격자법을 사용하여 선박주위 자유수면의 움직임을 해석하였다. 김호은과 이영길(2000)은 MAC법을 사용하여 선박주위 기포거동을 해석하였으며, 박일룡과 전호환(1999), Hong(2003), 박일룡 등(2004), 신상록과 김동훈(2004) 등은 Level-set법을 이용한 연구결과를 발표하였다. 여러 수치해석법들 가운데 본 논문에서는 VOF(Volume Of Fluid)법을 사용한 점성 자유수면 유동 해석시 발생하는 수치오차를 감소시키기 위한 연구결과를 소개하고 있다.

VOF법은 수치격자(numerical grid)내 물과 공기가 차지하는 유체체적(volume of fluid) 비율을 통해 두 유체의 경계면인 자유수면의 위치와 움직임을 예측하는 수치기법이다. VOF법은 시간에 대해 격자내 각 유체들이 차지하는 체적 변화와 이를 계산하는 방식에 따라 크게 2가지로 나눌 수 있다. 첫 번째 방법은 격자내 자유수면의 위치와 유체체적 비율을 직접적으로 추적하고 계산하는 체적추적법(volume tracking method)이다(Hirt and Nicholls 1981, Noh and Woodward 1976, Youngs 1986, Rider and Kothe 1998). 두 번째 방법은 유체체적 비율을 자유수면의 정확한 위치에 대한 정보가 필요 없는 함수로 표현하고 이를 이송하는 방정식을 고차 이산화법(higher order discretization method)으로 풀어 자유수면 움직임을 포착하는 체적포착법(volume capturing method)이다(Ubbink 1997, Muzaferija and Perić 1999). 두 가지 접근법에서 Youngs(1986), Rider and Kothe(1998)의 방법과 같이 자유수면 해의 정도가 2차 정도(2nd order)가 되도록 확장 가능한 방법은 체적포착법이다. 이 방법들의 우수한 결과 때문에 통상 모든 VOF법들이 2차 정도로 질량보존을 잘 만족시키고 자유수면의 정확한 위치를 추적해내는 것으로 알려져 있다. 그러나 암시적(implicit) 방법인 체적포착 개념을 도입하는 VOF법은 다른 포착법 계열의 two-phase 수치기법들과 비슷한 정도와 특성을 가지며 문제특성에 따라 질량보존성이 잘 만족되지 않을 수 있다.

본 논문에서는 체적포착 개념 VOF법의 자유수

면 포착 정도를 개선하기 위해 새로운 수치기법으로 Hybrid VOF법을 개발하고 이를 검증한 결과를 보여준다. Hybrid VOF법은 체적포착 개념을 사용하는 VOF법과 Level-Set법에서 사용하는 Level-Set함수 재구성 알고리즘이 접목된 방법이다. 개발된 Hybrid VOF법을 검증하기 위해 3차원 기포상승(bubble rising)문제, 댐붕괴(dam break) 그리고 컨테이너 선형 주위 조파문제에 본 방법을 적용하여 그 결과를 타 연구자들 수치계산 및 실험결과와 비교하였다.

2. 수치해석 방법

2.1. 유한체적법

비압축성 점성유동의 지배방정식인 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식의 적분형태는 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_S \rho u_i n_i dS = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho u_i d\Omega + \int_S \rho u_i u_j n_j dS = \\ \int_S (\tau_{ij} n_j - p n_i) dS + \int_{\Omega} \rho b_i d\Omega \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 Ω 는 면 S 의 경계를 가지는 검사체적(control volume)이며, n_i 는 (n_x, n_y, n_z) 의 단위법선벡터를 나타낸다. ρ 는 유체밀도이며, u_i 는 (u, v, w) 의 유체속도 성분을 나타낸다. τ_{ij} 는 점성 유효응력을 나타내며, p 는 압력을 나타낸다. 그리고 b_i 는 각 좌표 축 x_i 방향의 단위질량당 체적력을 나타낸다. τ_{ij} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

여기서 μ 는 유체의 운동학적 점성계수를 나타낸다. 시간항에 대한 시간적분법은 Euler implicit법을 사용하였으며, 운동량 이송 방정식의 대류항과 확산항은 3차 정도(3rd order)의 MUSCL (Monotonic Upstream Centered Scheme for

Conservation Laws, Van Leer 1979)과 중앙차분 법을 이용하여 각각 이산화하였다. 속도-압력의 연성을 위해서 SIMPLEC방법을 사용하였으며, 이산화된 선형연립방정식의 해는 SIP(Strongly Implicit Procedure)기법을 사용하여 구하였다. 보다 상세한 수치해석 설명은 김우전 등(2000), Kim et al.(2002), Ferziger and Perić(1996)의 문헌에서 찾을 수 있다.

2.2. Hybrid VOF법

자유수면의 움직임을 해석하기 위해 체적포착 (Volume capturing) 개념을 이용하는 two-phase VOF법을 도입하였다. 격자내 속도와 압력 등의 물리량이 대표되는 계산점에 물과 공기가 그 격자내 차지하는 체적비율을 임의 변수 c 를 사용해서 저장할 수 있다. 격자가 물로 완전히 채워진 경우 $c = 1$ 이며, 공기만 채워진 경우 $c = 0$ 의 값을 갖는다. 격자내 자유수면이 포함된 일반적인 경우를 모두 고려하면 $0 \leq c \leq 1$ 이어야 한다. 이 때 격자내 자유수면의 위치는 $c \approx 0.5$ 인 지점이 된다. 두 유체의 밀도와 정성을 c 의 함수로 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}\rho(c) &= \rho_w c + \rho_a (1 - c) \\ \mu(c) &= \mu_w c + \mu_a (1 - c)\end{aligned}\quad (3)$$

여기서, (ρ_w, μ_w) , (ρ_a, μ_a) 는 각각 물과 공기의 밀도와 정성을 나타낸다.

주어진 속도장에 대해 변수 c 의 움직임은 다음의 식을 통해 구한다.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} c d\Omega + \int_S c u_i n_i dS = 0 \quad (4)$$

일반적으로 체적포착 VOF법은 식(4)를 풀기위해 도입되는 이산화 기법에 따라 여러 방법들이 각각의 이름으로 구분되어 있다. 본 논문에서는 지배방정식의 대류항 이산화에 주로 사용되는 3차 정도(3rd order) QUICK법과 HRIC(High-Resolution Interface Capturing)법으로 얻은 해의

결과와 QUICK법에 유체체적 비율분포 c 를 재구성하는 알고리즘을 더해 개발한 Hybrid VOF법 수치결과를 비교하고 있다. QUICK법은 소프트웨어 FLUENT에 도입된 여러 VOF법들 가운데 암시적 (implicit) VOF법과 유사하며, HRIC법은 Muzaferija and Perić(1999)가 개발하고 ICCM(Institute of Computational Continuum Mechanics GmbH from Hamburg)의 소프트웨어 Comet에 이용되고 있다. HRIC법은 Muzaferija and Perić(1999)에 자세히 소개되어 있다.

본 Hybrid VOF법은 VOF법과 Level-Set법에서 Level-Set함수분포를 재구성하는 과정이 접목된 방법이다. 본 Hybrid VOF법은 기존 VOF법과는 달리 유동장의 초기 유체체적 비율 c 에 대한 분포 정의를 명확히 할 수 있다. 또한 본 방법은 유동변화가 심한 영역과 격자간격이 불균일하고 대체로 격자의 직교성(orthogonality)이 떨어지는 경우 유체체적 비율 c 의 번짐(smeearing) 현상이 2~3 개 격자수 이상의 영역으로 확대되어 해의 정도가 감소되는 특성을 가진 기존 VOF법을 개선한 것이다.

매 계산시간 동안 변수 c 분포를 2개의 격자이내에서 $0 \leq c \leq 1$ 조건을 유지시키기 위해 Level-Set법에서 사용되는 Level-set함수분포를 균일하게 만드는 다음과 같은 재초기화(reinitialization) 방정식을 사용하였다(Sussman et al. 1997).

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = sgn(\phi_o)(1 - |\nabla \phi|) \quad (5)$$

여기서 τ 는 가상시간(dummy time)을 나타내고, ϕ 는 유체체적 비율 c 분포를 자유수면으로부터의 거리함수(distance function)로 변환한 함수이며, ϕ_o 는 주어진 시간(t)에서의 함수 ϕ 의 초기조건을 나타낸다.

유체체적 비율 c 를 Level-set 함수 ϕ 로 변환하는 식은 다음과 같다.

$$\phi(c) = \alpha(c - 0.5) \Delta h \quad (6)$$

여기서, Δh 는 격자간격을 나타내고, α 는 상수값으로 본 논문에서는 2를 사용하였다.

식(6)의 관계에서 거리함수로 변환된 c 는 재초기화 식(5)를 통해 격자내에서 균일한 분포를 가지게 된다. 다시, 함수 ϕ 에서 c 로의 변환은 식(6)의 관계를 통해서 얻을 수 있다.

식(5)는 유한 차분법으로 계산하였으며, 시간적 분은 Euler explicit법을 사용하고 우변항의 이산화를 위해서 2차 정도의 ENO(Harten et al. 1987)법을 사용하였다.

3. 수치해석 결과

본 Hybrid VOF법을 기포상승(bubble rising), 댐붕괴(dam break), 선박주위 조파문제에 적용하였다. 각 수치계산결과는 타 연구자의 수치계산결과 및 실험결과와 비교되어 개발된 수치기법을 검증하였다.

3.1 기포상승(bubble rising) 문제

기포상승 문제는 초기 일정한 위치에 정지해 있던 구형의 기포가 부력으로 인해 중력 작용 반대 방향으로 떠오를 때 적용된 수치기법이 기포모양 변화를 추적하는 정확도를 검증하기 위한 대표적

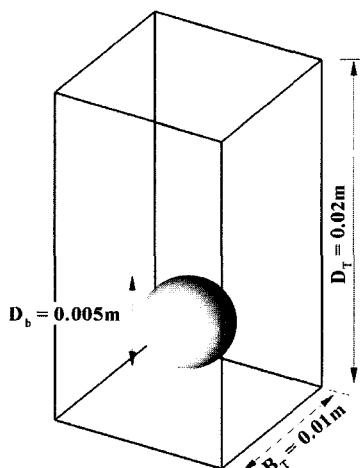


Fig. 1 Schematic diagram for bubble rising problem

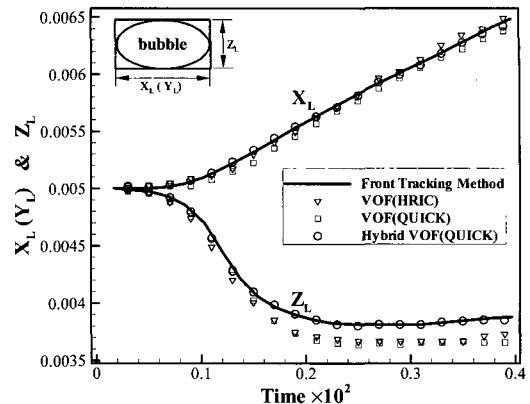


Fig. 2 Comparison of the horizontal & vertical bubble dimensions

인 예제이다.

Fig. 1에서 볼 수 있는 초기 정지상태의 기포의 지름(D_b)은 0.005 m 이며 $(0, 0, 0.005\text{ m})$ 에 그 중심을 두고 있다. 여기서, 기포를 둘러싼 액체는 밀도 $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, 점성 $\mu_w = 0.01 \text{ kg/ms}$ 그리고 표면장력계수 $\sigma = 0.07 \text{ N/m}$ 의 물성치를 가지며, 기체의 밀도와 점성은 각각 $\rho_a = 0.001\rho_w$, $\mu_a = 0.001\mu_w$ 이다. 본 문제에서 무차원 변수 Morton수 $Mo (= g\mu_w^4/\rho_w\sigma^3) = 3 \times 10^{-4}$, Eötvös수 $Eo (= \rho_w g D_b^2 / \sigma) = 35.70$ 이다. 수치계산에서 유동장의 크기는 $0.01 \text{ m} \times 0.01 \text{ m} \times 0.02 \text{ m}$ 이며 $60 \times 60 \times 120$ 격자점을 가지는 정규 격자계를 생성하여 사용하였다. 본 예제에서 수치계산 시간간격 $\Delta t = 0.0005\text{s}$ 이다.

Fig. 2는 시간경과에 따라 상승하는 기포의 모양변화를 그림과 같이 X_L , Z_L 값으로 정량화하여 비교하고 있다. 그림에서 'Front tracking method'는 타 연구자의 결과로서 기포표면을 Lagrangian surface로 직접 모델링하여 보다 정확하게 유동을 해석한 결과를 나타낸다(Hao and Prosperetti 2003). 본 Hybrid VOF법의 결과는 타 연구자의 수치기법 결과와 잘 일치하고 있다. 반면 VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법의 결과는 적지 않은 차이를 보이고 있다. Fig. 2에 보이고 있는 수치계산결과들의 차이는 Fig. 3에서 그 원인을 살펴볼 수 있다.

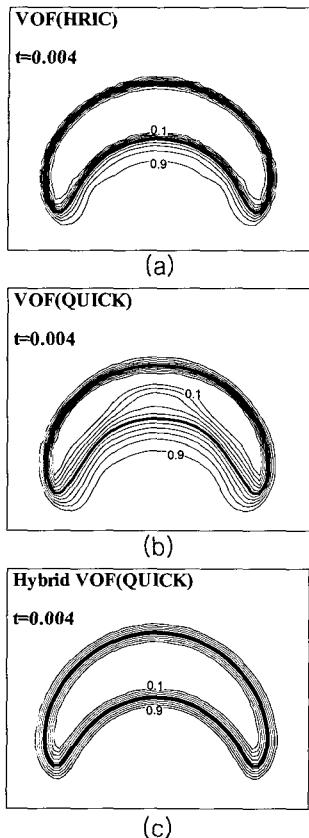


Fig. 3 Comparison of c (volume rate of fluid) distribution

Fig. 3은 $t = 0.004s$ 일 때 기포의 중앙단면에서 유체체적 비율 c 값의 분포를 비교하고 있다. VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법의 결과에서 유동의 변화가 큰 기포의 아래쪽 영역에서 c 의 분포가 많이 변져있는 것을 볼 수 있다. 본 문제의 적용결과를 통해 볼 때 c 분포를 재구성하여 균일한 두께 분포를 유지시키는 알고리즘을 도입할 경우 기존 체적포착 VOF법의 정도를 높일 수 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 Hybrid VOF법 계산결과에서 $t = 0.0$ 과 $0.004s$ 단계의 3차원 기포 그림이다. 본 유동조건에서는 기포가 상승하면서 모자(cap)모양을 나타내는 것을 볼 수 있다.

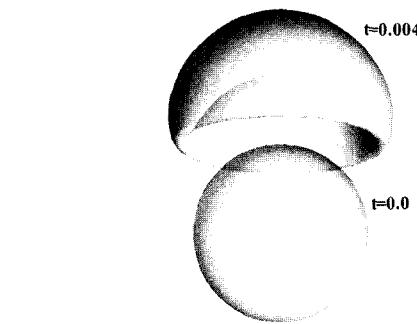


Fig. 4 Computed 3-dimensional buoyant bubble shape at two time instants

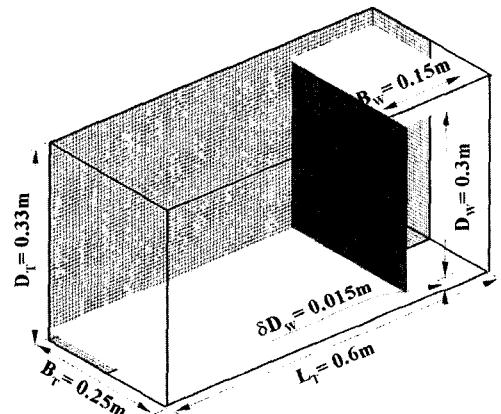


Fig. 5 Schematic diagram for dam break problem

3.2 댐(dam)붕괴 문제

Fig. 5는 댐붕괴 실험(Sueyoshi and Naito 2003)과 동일한 크기의 수조와 초기 자유수면 위치와 형태를 보여주고 있다. 실험에서 수조의 바닥은 마른 바닥이 아니며 일정한 수위로 채워져 있다는 특징을 가진다. 또한 그림에서 수치계산을 위해 생성된 $104 \times 28 \times 56$ 격자점으로 구성된 격자의 일부를 보여주고 있다. 각 유체의 물성치는 물과 공기의 밀도, 점성, 표면장력과 동일한 값들이 사용되었다. 본 예제에서 적용된 수치계산 시간간격은 $\Delta t = 0.0005s$ 이다.

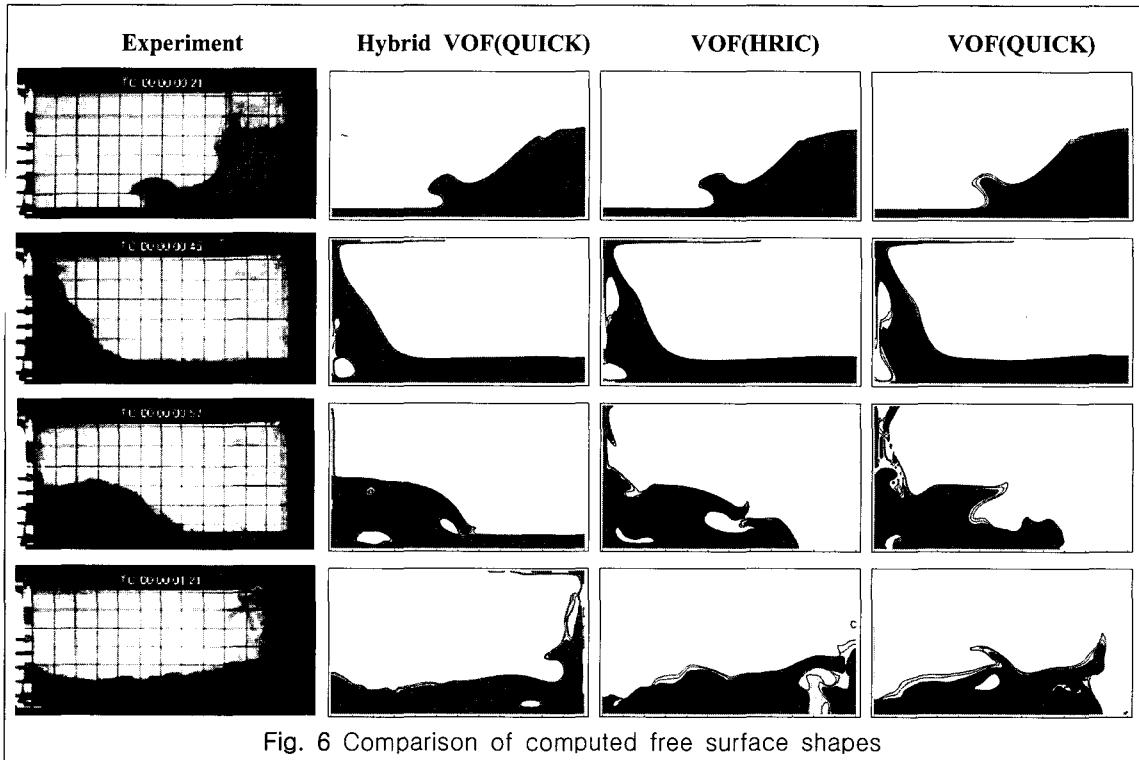


Fig. 6은 수조 중앙단면($y=0$)의 $t=0.18s$, $0.47s$, $0.76s$, $1.1s$ 네 시점에서 실험사진과 세 가지 수치기법으로 계산한 자유수면의 모습을 비교하고 있다. 세 방법 모두 두 번째 시점까지 실험과 비교적 잘 일치하고 있다. 그러나 시간이 더 경과하면서 VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법으로 계산된 자유수면 움직임이 실험결과와는 다른 양상을 보이고 있다. 반면 Hybrid VOF법은 모든 시점에서 실험결과와 비슷한 결과를 보여주고 있다.

Fig. 7은 $t=0.76s$ 시점에서 유체체적 c 분포와 속도벡터를 비교한 그림이다. VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법의 결과는 속도장이 비현실적으로 교란되어 있으며 유체체적 비율 c 값의 분포가 상당히 범져있는 것을 볼 수 있다. Hybrid VOF법의 결과는 c 값이 균일하게 유지되어 있으며 속도벡터의 분포도 자유수면의 움직임을 고려할 때 물리적으로 타당하게 분포된 것으로 보인다.

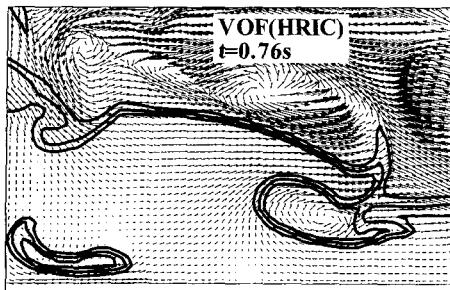
Fig. 8은 Hybrid VOF법을 이용한 3차원 댐붕괴 문제 해석과정에서 수조내 물이 차지하는 초기 체

적에 대한 시간변화를 나타낸 그래프이다. 계산종료 시점까지 복잡한 비선형 유동현상이 계속되었으나, 종료시점의 체적손실은 약 3.2%정도로 만족한 결과를 보여주고 있다.

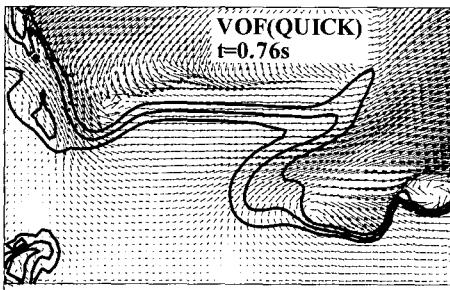
Fig. 9는 Hybrid VOF법 계산결과에서 $t=0.76$, $9.6s$ 시점의 수조내 3차원 자유수면의 모습을 나타내고 있다. 앞서 수조의 중앙 대칭면에서 살펴본 자유수면의 모습에서 찾아볼 수 없었던 뚜렷한 3차원 유동특성을 발견할 수 있다. 자유수면 쇄파 때 물속으로 균일한 원통 실린더 형태로 잡힌 공기 주머니(air bag)는 시간이 경과하면서 3차원의 복잡한 형태로 변하는 것을 볼 수 있다. 이러한 공기백은 자유수면으로 상승하여 복잡한 자유수면 형태를 만들고 있다.

3.3 선박주위 조파문제

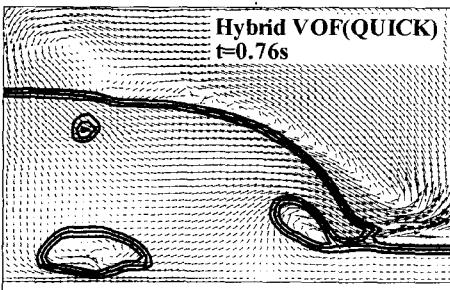
선박주위 조파문제는 앞선 두 예제와는 달리 선박의 형상으로 인해 격자간격이 불균일하며 격자의 직교성이 다소 떨어지게 된다. 또한 저속선박



(a)



(b)



(c)

Fig. 7 Comparison of c (volume rate of fluid) and velocity vector distribution

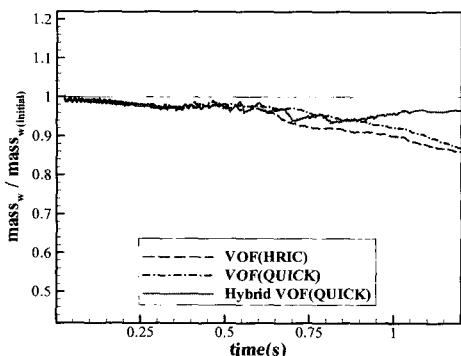


Fig. 8 Comparison of volume conservation

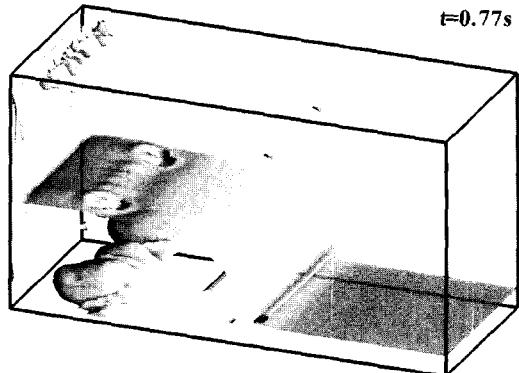
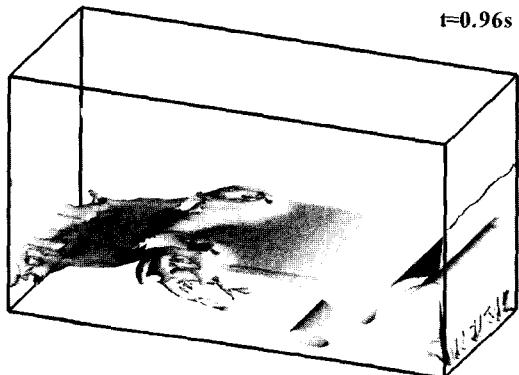
 $t=0.77s$  $t=0.96s$

Fig. 9 Computed 3-dimensional free surface shape

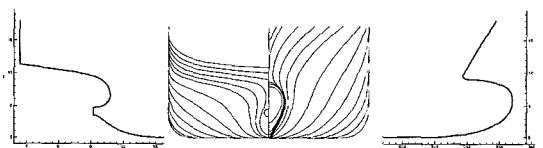


Fig. 10 Body plan & side profile of KRISO 3600TEU container ship (KCS)

의 경우 연직방향 자유수면의 변형이 선박길이의 최대 2% 정도로 미소 자유수면 변형문제가 된다.

본 문제의 대상 선박(Fig. 10)으로 길이 $L=230$ m 폭 $B=32.2$ m 률수 $D=10.8$ m 의 실험결과를 가지고 있는 KRISO 컨테이너선(KCS)을 선정하였다(반석호 등 2000, Kim et al. 2001).

선속은 24노트(knots)이며 Froude수는 0.26에 해당한다. 수치계산은 모형시험 조건과 같이 레이놀즈수 $R_e = 1.4 \times 10^7$ 에서 계획률수 상태를 유지하도록 선체의 자세를 고정하여 수행하였다. 난류유동 해석을 위해 realizable $k - \epsilon$ 모형(Shih et al. 1995)을 벽함수(wall function)기법과 함께 도입하였다. 사용된 격자수(medium grid size)와 격자분포 및 계산조건은 박일룡 등(2004)의 논문과 동일하게 사용되었다.

Fig. 11은 세 가지 수치기법으로 계산된 컨테이너선형 주위 파형분포를 실험결과와 비교한 그림이다. VOF(HRIC)의 계산결과에서는 Hybrid VOF법과 VOF(QUICK)법보다 전체적으로 수치감쇠가 크게 나타나고 있다. 앞선 두 예제의 결과와는 달리 VOF(QUICK)법이 실험결과에 보다 근접한 Hybrid VOF법의 결과와 매우 유사한 파형분포를 보여주고 있다. 그러나 파형 등고선을 실험결과와 비교해서 살펴보면 선수 어깨영역 후방으로 Hybrid VOF법의 결과와 약간 차이가 있음을 볼 수 있다. 그림에서 Hybrid VOF법이 다른 두 방법보다 실험결과와 잘 일치된 파형분포를 보여주고 있다.

Fig. 12는 Fig. 11의 결과에서 $Y(y/L) = 0.1024, 0.1509$ 의 두 위치에서 실험과 계산에서 얻어진 longitudinal wave cut을 비교하고 있다. Fig. 10 파형분포 비교결과와 마찬가지로 VOF(HRIC)의 결과는 상대적으로 실험과 많은 차이를 보여주고 있으며, VOF(QUICK)법이 비교적 실험과 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 그러나 전체적으로 본 Hybrid VOF법이 실험결과와 더 잘 일치하며 기존 VOF법보다 개선된 수치해석 결과를 보이고 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

체적포착법(volume capturing method) 개념을 사용하는 VOF법의 자유수면 유동 해석정도를 높이기 위한 연구를 통해 새로운 수치기법인 Hybrid VOF법을 개발하였다.

본 논문에서는 기존 VOF법이 가지는 유체체적 비율(c)의 과도한 변침 현상을 방지하기 위해

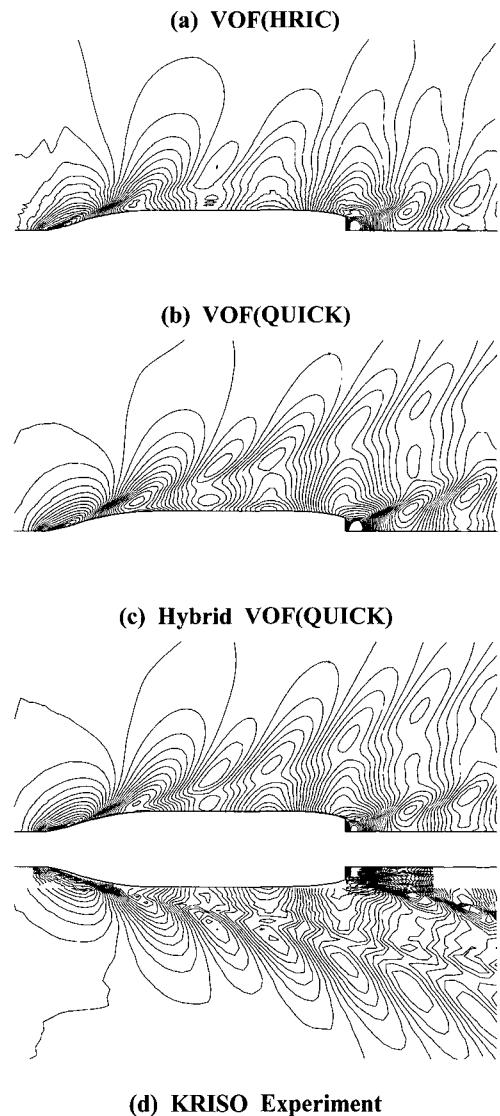


Fig. 11 Comparison of computed wave patterns

Level-set방법의 재초기화(reinitialization) 계산과정을 도입하였다.

문제의 성격이 서로 다른 세 가지 자유수면 문제에 대한 수치해석 결과를 통해서 본 Hybrid VOF법이 기존 방법보다 향상된 수치기법임을 검증하였다.

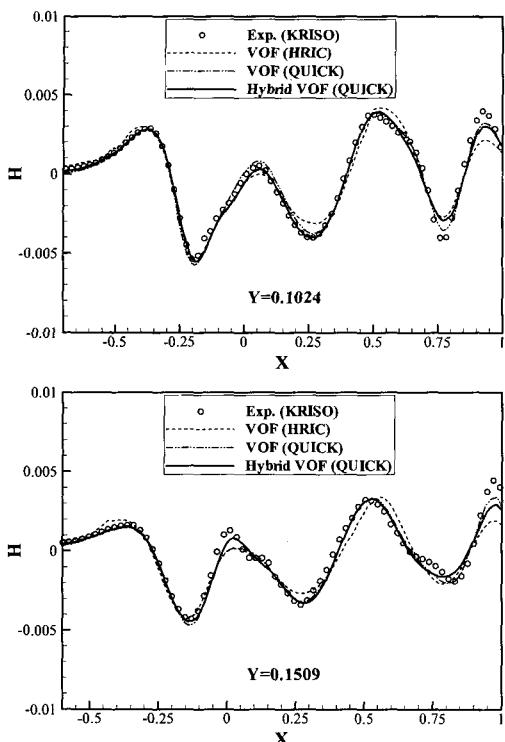


Fig. 12 Comparison of longitudinal wave cuts

후기

본 논문은 산업자원부의 “선박의 유체성능 고도화 기반 기술 개발(PN00630)”과제와 “수상선박 및 잠수체의 유체성능 해석시스템 개발(PN00690)”과제의 연구내용 일부임을 밝혀드립니다. 그리고 제 2 저자는 목포대학교 학술연구비를 지원 받았음을 밝힙니다.

참고문헌

- 김우전, 김도현, 반석호, 2000, “유한체적법을 이용한 상선주위의 난류유동 계산에 관한 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 37권, 제 4호, pp.19-31.
- 김용직, 하영록, 흥사영, 2003 “잠수체 주위 자유표면 유동의 수치계산,” 대한조선학회 논문집, 제 40권, 제 2호, pp.11-20.
- 김정중, 김형태, 2001, “자유표면을 포함한 선체 주위 난류유동 해석,” 대한조선학회 논문집, 제 38권, 제 1호, pp. 1-8.
- 김호은, 이영길, 2000, “선체주위 기포거동에 관한 기초적 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 37권, 제 4호, pp. 48-55.
- 박일룡, 김진, 반석호, 2004, “Level-Set법을 이용한 일반상선의 저항성능 해석,” 대한조선학회 논문집, 제 41권, 제 2호, pp. 63-73.
- 박일룡, 전호환, 1999, “유한체적법에 의한 자유 수면 유동해석에서 Level-Set기법에 대한 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 36권, 제 2호, pp. 40-49.
- 반석호, 김우전, 김도현, 2000, “KRISO 3600TEU 컨테이너 모형 주위의 국부유동 계산에 관한 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 37권, 제 3호, pp. 1-10.
- 성충근, 흥사영, 최황순, 1997, “비선형 자유표면파의 수치해석을 위한 경계요소법에 대한 연구(1),” 대한조선학회 논문집, 제 34권, 제 4호, pp. 53-60.
- 신명수, 강국진, 1996, “자유표면을 동반하는 시리즈 60(CB=0.6) 선형 주위 유동장의 수치계산,” 대한조선학회 논문집, 제 33권, 제 2호, pp. 13-29.
- 신상록, 김동훈, 2004, “동압계수의 불연속성을 이용한 내면파의 수치해석,” 대한조선학회 논문집, 제 41권, 제 4호, PP. 17-29.
- 이동연, 최황순, 1998, “유탄성을 고려한 탱크내 슬로싱에 대한 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 35권, 제 4호, pp. 63-73.
- 정우철, Yasuaki D. and Kasu H.M., 1998, “선수부 자유표면 부근의 와 유동과 난류 특성에 관한 수치적 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 35권, 제 1호, pp. 15-23.
- Ferziger, J.H. and Peric, M., 1996, Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer-Verlag, Berlin
- Harten, A., Engquist, B., Osher, S., and Chakravathy, S., 1987, "Uniformly High-Order Accurate Essentially Nonoscillatory Schemes,

- III," Journal of Computational Physics, Vol. 71, pp. 231-303.
- Hao, Y. and Prosperetti, A., 2003, "A Numerical Method for Three-dimensional Gas-Liquid Flow Computations," Journal of Computational Physics, Vol. 196, pp. 126-144.
 - Hirt, C.W. and Nicholls, B.D., 1981, "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," Journal of Computational Physics, Vol. 39, pp. 201-225.
 - Hong C. B., 2003, Numerical Investigation of High-Speed Ship Wash in Restricted Waterway, Ph. D thesis, Hiroshima University, Japan
 - Kim, W.J., Van, S.H. and Kim, D.H., 2001, "Measurement of flows around modern commercial ship models," Experiments in Fluids, Vol. 31, No. 5, pp. 567-578.
 - Kim, W.J., Kim, D.H. and Van, S.H., 2002, "Computational study on turbulent flows around modern tanker hull forms," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 38, No. 4, pp. 377-406.
 - Muzaferija, S. and Peric, M., 1999, "Computation of Free Surface Flows Using Interface-Tracking and Interface-Capturing Methods," Chap. 2, in Mahrenholtz, O. and Markewicz, M., Nonlinear Water Wave Interaction, Computational Mechanics Publications
 - Noh, W.F. and Woodward, P.R., 1976, SLIC (simple line interface method), in Lecture Notes in Phys. 59, edited by A. I. van de Vooren and P. J. Zandbergen (Springer-Verlag, Berlin/New York), p. 330.
 - Rider W.J. and Kothe D.B., 1998, "Reconstructing volume tracking", Journal of Computational Physics, Vol. 141, pp. 112-152.
 - Shih, T.-H., Liou, W.W., Shabir, A., and Zhu, J., 1995, "A New $k-\epsilon$ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows-Model Development and Validation," Computers and Fluids, Vol. 24, No. 3, pp. 227-238.
 - Sussman, M., Fatemi, E., Smerera, P., and Osher, S., 1997, "An Improved Level-Set Method for Incompressible Two-Phase Flows", Computers and Fluids, Vol. 27, No. 5-6, pp. 663-680.
 - Sueyoshi, M. and Naito, S., 2003, "A Numerical Study of Violent Free Surface Problems with Particle Method for Marine Engineering," Proc. of the 8th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Vol. 2, pp. 330-339.
 - Ubbink, O., 1997, Numerical prediction of two fluid systems with sharp interface, PhD thesis, University of London
 - Van Leer, B., 1979, "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, V:A Second-Order Sequel to Godunov's Method", Journal of Computational Physics, Vol. 32, pp. 101-136.
 - Youngs, D. L., 1986, "Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion", in Numerical Methods for Fluid Dynamics, edited by K. W. Morton and M. L. Norman

