

< 논문 >

내부권이 부착된 원형관 열교환기의 열/유동 해석 및 최적설계

이주희* · 이상환** · 임효재*** · 박경우†
 (2004년 9월 16일 접수, 2004년 12월 2일 심사완료)

Flow/Heat Transfer Analysis and Shape Optimization of a Heat Exchanger with Internally Finned Tube

Juhee Lee, Sanghwan Lee, Hyo-Jae Lim and Kyoungwoo Park

Key Words : Optimization(최적화), Heat Exchanger(열교환기), Internally Finned Tube(내부권이 달린 원형관), Transport Phenomena (전달 현상), Periodic Boundary Condition(주기적 경계 조건), SQP(순차적 2차 계획법)

Abstract

Analyses of flow and heat transfer characteristics and shape optimization of internally finned circular tubes have been performed for three-dimensional periodically fully developed turbulent flow and heat transfer. CFD and mathematical optimization are coupled in order to optimize the shape of heat exchanger. The design variables such as fin widths (d_1 , d_2) and fin height (h) are numerically optimized by minimizing the pressure loss and maximizing the heat transfer rate for limiting conditions of $d_1 = 0.2 \sim 1.5$ mm, $d_2 = 0.2 \sim 1.5$ mm, and $h = 0.2 \sim 1.5$ mm. Due to the periodic boundary conditions along main flow direction, the three layers of meshes are considered. The flow and thermal fields are predicted using the finite volume method and the optimization is carried out by means of the sequential quadratic programming (SQP) method which is widely used in the constrained nonlinear optimization problem.

기호설명

A_1, A_2, B_1, B_2 : 경계 영역
 A_{core} : 권 높이를 제외한 관내부 유동 단면적,
 $\pi d_i^2 / 4 \cdot (1-h)^2$
 A_{fin} : 권의 열전달 면적
 A_{ss} : 실제 유동 단면적,
 $\pi d_i^2 / 4 - N(d_1 + d_2)h/2$
 d_1, d_2 : 권의 상/하부 폭
 d_i : 표시(indicated) 지름
 f : 마찰 계수
 $F(\mathbf{X})$: 목적함수

$g(\mathbf{X})$: 부등호 제약조건
 h : 권의 높이 또는 열전달계수
 \mathbf{H} : 헤시안(Hessian) 행렬
 k : 난류운동에너지
 LMTD : 대수 평균온도차
 N : 권의 수
 Nu : 누셀트 수
 P : 압력
 P_k : 난류 생성항
 Re_y : 난류 레이놀즈 수($=k^{0.5} x_i / u$)
 S : 탐색방향
 T : 온도
 u, v, w : x, y, z -방향에 대한 속도 성분
 \mathbf{X} : 설계변수 벡터
 wf : 가중계수
 α : 단위 이동거리 또는 인접한 두 권의 원주방향 각도

* 한양대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 한양대학교 기계공학과

***회원, 호서대학교 기계공학과

† 책임저자, 회원, 호서대학교 기계공학과

Email : kwoopark@hanyang.ac.kr

Tel : (041)540-5803, FAX : (041)540-5808

- β : 압력구배의 선형성분
- ε : 난류운동에너지 소산율
- η : 열성능계수(TPF)
- θ : 무차원 온도
- μ_t : 난류점성계수

하첨자

- b : 혼합평균
- c : 특성치
- k : 반복 횟수
- in : 입구
- out : 출구
- w : 벽면

1. 서론

철강, 알루미늄 그리고 소각로 등 많은 산업현장에서 고온의 가스가 대기중으로 방출되기 때문에 폐열 회수를 위한 방법으로 이중관식, 셸-튜브형 등의 다양한 열 교환기가 사용되고 있다. 특히 열교환기의 관 내부에 여러 형태의 단면을 갖는 흰(fin)을 부착함으로써 성능을 향상시키고 있다. 보통 관 내부에 흰을 부착하면 그렇지 않은 경우에 비하여 증가된 열전달 면적과 추가적으로 생성된 열경계층으로 인하여 열전달이 향상된다. 그러나 흰의 존재는 필연적으로 2차유동을 발생시켜 마찰계수의 증가를 초래한다. 이러한 관 내부의 마찰계수 증가는 팬(fan)동력의 증가를 가져오며, 이는 더 많은 에너지의 사용을 의미한다. 따라서 고효율의 열 교환기는 열전달율을 증가시키고 동시에 마찰에 의한 손실을 최소화 할 수 있어야 한다.

지금까지 흰이 부착된 원형덕트의 유동해석은 제한된 형상에 대한 실험 혹은 수치적인 방법으로 이루어져 왔다. Pak 등⁽¹⁾은 내부에 흰이 부착된 원형덕트의 입구영역에서 가스복사(gas radiation)의 영향을 고려한 열 및 유동특성을 수치적으로 규명하였다. 이들은 매개변수 연구를 통해 흰의 개수가 16, 무차원 흰의 높이가 0.4 일 때 최적의 열교환기 성능을 발휘한다고 하였다. Jensen 등⁽²⁾은 실험적인 방법을 통해 현재 상용화되어 있는 원형관 관에 대해 열전달 특성과 마찰에 의한 압력강하 특성 등을 연구하였다. 흰의 높이가 낮은 마이크로관의 경우 $Re \leq 20000$ 일 때, 마찰계수(f)가 거의 변하지 않는 특성을 가지고 있다고 하였으며, 관내부의 기하학적 형상의 합

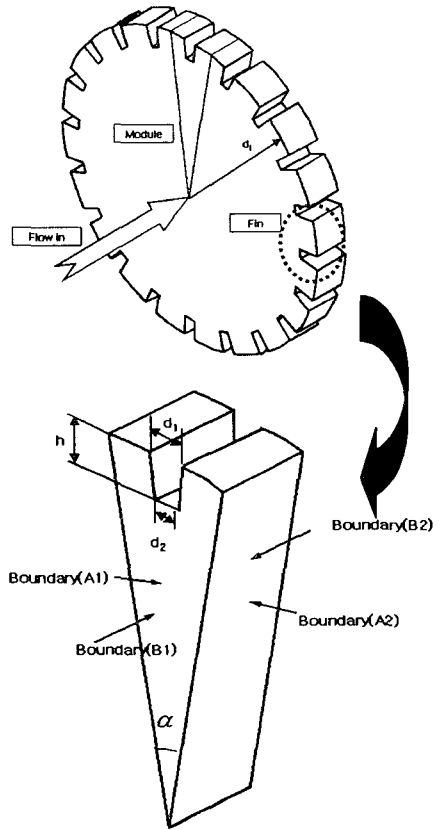


Fig. 1 Computational domain with periodic BCs

수로서 마찰계수와 누셀트수(Nu)에 대한 상관관계식을 제안하였다. Liu 등⁽³⁾은 사각형, 원형 및 삼각형 모양 등 여러 가지 형상의 흰이 부착된 관내 열특성을 완전히 발달된 주기적(periodic) 유동이라 가정하여 수치해석적인 방법으로 연구하였다. 이들은 흰 모서리 끝단의 형상과 유동방향으로 헬리컬 각도(helical angle)가 열전달에 미치는 영향이 매우 크다고 하였다. 또한 흰의 유동면(windward)이 반대쪽면(leeward)에 비하여 열전달과 마찰손실에 중요한 역할을 함을 밝혔다.

원형관 내부에 흰이 부착된 열교환기의 성능 향상을 위한 지금까지의 연구는 제한된 흰의 높이와 폭, 그리고 흰의 수에 대해 각 형상들 간의 특성을 비교한 것으로, 매개변수 연구에 국한된 것이다. 그러나 열교환기에서 열전달의 향상은 필연적으로 압력강하의 상승이라는 바람직하지 않은 결과를 초래하게 되므로, 주어진 유동조건하에서 흰의 형상을 최적화(optimization)하여야 한다. 따라서 이 연구에서는 전산유체역학(CFD)을 이용하여 복잡한 형태의 관내부의 열/유동특

성을 규명함으로써 열교환기의 성능함수를 구한다. 또한 CFD 와 국소최적화의 수학적기법인 순차적 2 차 계획 (SQP)법을 통합하여 열전달율(또는 Nusselt 수)를 최대화 하면서 마찰에 의한 압력강하(또는 마찰계수)를 최소화 하는 최적의 현형상을 수치적으로 구하고자 한다.

2. 최적설계문제의 정의

2.1 내부관이 부착된 원형관

열 교환기의 형상 최적화를 위해 이 연구에서 채택한 내부에 환이 부착된 원형 덕트의 형상을 Fig. 1 에 개략적으로 나타내었다. 원 관의 내부에는 원주방향으로 사다리꼴 모양의 환이 규칙적으로 반복되어 돌출되어 있으며, 반경에 대한 길이의 비(L/D)는 20 이상으로 매우 크다. 따라서 관 내부 유동은 주유동방향인 z -방향으로 주기적으로 완전 발달(periodic fully-developed)유동 특성을 가지며, 동시에 원주방향으로도 환 1 개를 기준으로 같은 형태의 유동이 반복된다. 또한 원주방향의 환 주기성으로 인해 단지 $\alpha = 2\pi/N$ (N 은 핀의 수)의 영역만을 해석모델로 선정하였다.

2.2 최적설계 정식화

제약조건(constraint)을 갖는 비선형 문제를 수치적으로 해석하는 최적 설계문제는 다음과 같이 수학적으로 표현된다.

$$\text{Find } \mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}^T \quad (1)$$

$$\text{to minimize } F(\mathbf{X}) \quad (2)$$

$$\text{subject to } g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \text{ for } j=1, M \quad (3)$$

$$\mathbf{X}_i^L \leq \mathbf{X}_i \leq \mathbf{X}_i^U \text{ for } i=1, N \quad (4)$$

여기서 \mathbf{X} 은 벡터형의 설계변수를, $F(\mathbf{X})$ 는 목적함수를, 그리고 $g_j(\mathbf{X})$ 는 부등호제약조건을 의미한다, \mathbf{X}_i^L 및 \mathbf{X}_i^U 는 설계변수에 대한 하한 및 상한치로서, 설계변수의 범위를 제한한다.

2.3 목적함수 및 설계변수 선정

최적설계문제는 기본적으로 최적화할 설계변수, 최소화 또는 최대화할 성능함수, 제약조건, 그리고 설계변수의 상/하한값 등으로 구성되어 있다.

목적함수 : 열전달 향상을 위해 관 내에 환을 부착할 경우 압력강하 역시 증가하게 된다. 이러한 두 가지 상반된 특성은 열 교환기의 설계에서 가장 중요한 성능함수가 된다. 따라서 이 연구에서는 열전달과 압력강하량의 특성을 정량적으로 나타내는 무차원 수인 Nusselt 수(Nu)와 마찰계수(f)를 최적설계를 위한 목적함수로 선정하였으며, 이

들을 다음과 같이 정의한다.

$$f = \left(\frac{\partial P}{\partial z} l_c \right) / \left(\frac{1}{2} \rho V_c^2 \right) \quad (5)$$

여기서 l_c 는 특성길이로 다음과 같다.⁽²⁾

$$\frac{l_c}{d_i} = \frac{A_{core}}{A_{ss}} (1-H) + \frac{A_{fin}}{A_{ss}} \left[\frac{\pi}{N} \left(1 - \frac{H}{2} \right) - \frac{(d_1 + d_2)}{2d_i} \right] \quad (6)$$

그리고 Nusselt 수, Nu 는

$$Nu = \frac{h l_c}{k} \quad (7)$$

로 정의한다. 식 (7)에서 평균 열전달계수 h 는 다음의 식을 이용하여 구한다.

$$h = \frac{Q}{A \cdot LMTD} \quad (8)$$

$$Q = \rho C_p V_c A_f [T_{b,in} - T_{b,out}] \quad (9)$$

$$LMTD = \frac{(T_w - T_{b,out}) - (T_w - T_{b,in})}{\ln[(T_w - T_{b,out}) / (T_w - T_{b,in})]} \quad (10)$$

여기서 A 와 A_f 는 환의 없는 경우와 환이 존재하는 경우의 원관내 열전달면적을, Q 는 열전달율을 그리고 LMTD 는 대수평균온도차를 의미한다.

설계변수 : 관 내부 형상은 환의 수가 일정한 경우($N = 30$), 환의 높이(h), 환의 상/하부 두께(d_1 과 d_2)에 의해 결정되며, 이들이 관 내부의 열 및 유동특성에 미치는 영향이 매우 크다. 따라서 이 연구에서는 이들을 설계변수로 선택하였다.

3. 이론 해석

3.1 열/유동장 해석

내부에 환이 부착된 원형관내를 지나는 유체는 물로서, 3 차원-정상상태, 비압축성의 완전 발달한 난류유동($Re = 1 \times 10^4$)이다. 모든 물성치는 일정하며 부력, 복사 및 에너지 소산에 의한 영향은 매우 적다. 또한 환을 포함한 벽면의 온도는 일정하게 유지되며, 주유동(z) 및 원주방향(θ)으로 주기적으로 완전발달한 유동특성을 갖는다.

원주방향 : Fig. 1 에 나타난 단면적 A_1 과 A_2 의 경우, 속도 성분 뿐만 아니라 압력, 온도를 포함한 모든 스칼라량은 원주방향의 주기, α 에 대해 반복적이다.⁽⁴⁾ 즉,

$$u_i(\mathbf{s}) = u_i(\mathbf{s}, n\alpha) \quad (11a)$$

$$P(\mathbf{s}) = P(\mathbf{s}, n\alpha) \quad (11b)$$

$$\phi(\mathbf{s}) = \phi(\mathbf{s}, n\alpha) \quad (11c)$$

여기서 \mathbf{s} 위치벡터를, α 는 해석영역에 대한 회전 각을, ϕ 는 일반 종속변수를 나타낸다. 식 (11)은 단지 유동의 모든 조건들이 주어진 형상의 주기만큼 이동된 것을 의미한다.

주 유동방향 : 주 유동방향으로의 주기조건은 압력과 온도를 제외하고 식 (11)과 동일하다. 주 유동방향으로 유동이 발생하기 위해서는 압력강하가 존재하여야 하고, 이 압력강하량은 일정한 비율로 하류를 따라 흘러가면서 감소하게 된다. 즉 각 경계에서 압력 구배가 서로 일치해야 한다. 따라서 주기적으로 완전발달한 유동의 경우, 속도 및 압력은 다음식으로 표현할 수 있다.

$$u_i(\mathbf{s}) = u_i(\mathbf{s}, nL) \quad (12a)$$

$$p(\mathbf{s}) = -\beta\delta_{ij}x_j + \bar{p}(\mathbf{s}) \quad (12b)$$

여기서 L 은 주-유동방향으로 반복되는 모듈, β 는 압력구배의 선형성분, 그리고 $\bar{p}(\mathbf{s})$ 는 주기압력을 각각 의미한다. 식 (12b)의 $-\beta\delta_{ij}x_j$ 은 비-주기적인 압력강하로서 유체유동의 구동력이 된다. 따라서 β 값은 매 반복시 원하는 질량유량과 계산된 질량유량 차이가 수렴조건을 만족할때까지 반복적으로 수정되며, 이의 수학적 표현은 다음과 같다.⁽⁵⁾

$$\frac{\beta_{k+1}}{\beta_k} = \left[1.0 + \zeta \left\{ \left(\frac{\bar{u}_d}{\bar{u}} \right)^2 - 1.0 \right\} \right] \quad \text{for } \frac{\bar{u}_d}{\bar{u}} \leq 1.0 \quad (13a)$$

$$= \left[\zeta \left\{ \left(\frac{\bar{u}_d}{\bar{u}} \right)^2 - 1.0 \right\} \right] \quad \text{for } \frac{\bar{u}_d}{\bar{u}} > 1.0 \quad (13b)$$

여기서 \bar{u}_d 는 원하는 평균속도, ζ 는 이완계수, 그리고 하첨자 k 는 반복횟수이다.

벽면의 온도가 일정한 완전발달한 유동장에서 유체가 흘러감에 따라 유체의 온도는 지수함수적으로 벽 온도에 접근하게 되어 어떠한 경계면에서도 일치할 수 없다. 그러나 벽면온도의 차이와 혼합평균온도(bulk temperature)와 벽면온도의 차이의 비는 모든 경계면에서 일치하게 된다. 따라서 다음과 같이 주기적 유동에 대한 적절한 온도 스케일을 정의할 필요가 있다.

$$\theta(x, y, z) = \frac{T(x, y, z) - T_w}{T_b(x) - T_w} \quad (14)$$

여기서 T_w 은 벽온도이며, $T_b(x)$ 는 체적온도로서 다음과 같이 주어진다.

$$T_b(x) - T_w = \frac{\int_A u(T - T_w) dA}{\int_A u dA} \quad (15)$$

따라서, 하나의 주기적 모듈 (즉, $x=0$ 에서 L)에서 온도에 대한 주기적인 경계조건을 만족하게 된다. 즉, $\theta(0, y, z) = \theta(L, y, z)$ 이다.

3.2 Reynolds averaged Navier-Stokes 방정식

원관내의 유동은 난류로서 정상상태, 비압축성 유동에 대한 RANS(Reynolds averaged Navier-Stokes) 방정식을 풀어야 한다. 이 연구에서와 같이 내부에 현이 부착된 경우에 열전달과 마찰력이 큰 벽면 영역에서는 점성에 의해 다른 길이 척도를 가지게 된다. 따라서 이 연구에서는 유동영역을 완전난류영역과 벽면(near-wall) 영역으로 구분하여, 완전난류영역에는 표준 $k-\epsilon$ 난류모델⁽⁶⁾을, 벽 근방에서는 Norris와 Reynold⁽⁷⁾에 의해 제안된 저 레이놀즈수 모델을 사용하였는데, 현이 없는 관내에서 y^+ 에 대한 u^+ 의 결과가 다른 모델들에 비해 매우 우수하기 때문이다. Norris와 Reynold 모델에 의한 난류운동에너지(k) 보존방정식은

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon \quad (16)$$

이다. 이때, 난류운동에너지의 소산율(ϵ)과 난류점성계수, μ_t 는 다음의 식으로 계산된다.

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\epsilon} \left(1 + \frac{C_\epsilon}{\text{Re}_y} \right) \quad (17)$$

$$\mu_t = C_\mu \rho f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (18)$$

여기서 ϵ 에 대한 특성길이 l_ϵ 는 다음과 같다.

$$l_\epsilon = C_\mu^{-3/4} \kappa Y \quad (19)$$

이 연구에서 사용된 $k-\epsilon$ 난류모델의 실험함수 및 상수값들은 다음과 같다.^(6,7)

$$f_\mu = 1 - \exp(-\text{Re}_y / A_\mu), \quad \sigma_k = 1.0; C_\epsilon = 5.3; \\ C_\mu = 0.09; \kappa = 0.42; A_\mu = 50.5 \quad (20)$$

3.3 수치해석

Fig. 1에 보는 것과 같이 한 개의 현을 포함한 모듈(module)을 해석영역으로 삼아 3차원 완전 발달한 정상상태의 열/유동을 해석하였다. 관의 고체면은 해석에 포함하지 않았으며, 현을 포함한 관 표면은 일정한 온도($T_w = 350$ K)로 유지되고, 저온

의 유체($T_{in} = 318 \text{ K}$)가 유입된다. 한 모듈의 원주상에 존재하는 2 개의 경계조건은 식 (11)의 주기경계 조건을, 그리고 주유동 방향에 대해서는 식 (12)와 (14)의 주기조건을 사용하였다.

격자의 수는 흰 형상에 따라 자동으로 결정되도록 하였으며, 흰 부위나 벽면 근처에 격자를 밀집시켜 유동이나 열경계층을 잘 모사하도록 하였다. 유동방향으로의 길이는 수치해석의 결과에 영향을 미치지 않기 때문에 3 층의 격자를 사용했으며, 각 층은 두께는 0.2 mm 로 하였다. 열/유동해석은 범용 CFD 코드인 STAR-CD⁽⁸⁾를 사용하였으며, 해석 결과는 모든 변수에 대한 유속의 합과 입/출구 사이의 압력 변화량이 연속 3 반복에 대해 4×10^{-5} 이하일 때 수렴된 것으로 판단하였다.

4. 최적화 기법

4.1 순차적 2 차 계획법(SQP)

여러 가지 제약조건을 만족하면서 목적함수를 최소화하는 설계변수는 다음과 같이 정의되는 식을 이용하여 매 반복 시 수정된다.

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \alpha_k \cdot \mathbf{S}_k \quad (21)$$

식 (21)에 보는 바와 같이, 최적 설계변수를 구하기 위해서는 탐색방향(search direction), \mathbf{S}_k 과 목적 함수를 최소화하는 이동길이(step length), α_k 가 결정되어야 한다. 일단 탐색방향이 결정되면, 선택된 방향에 대해 설계변수를 향상시키기 위한 1 차원 탐색을 수행한다. 그러나 1 차원 탐색을 위한 초기값 α_k 는 임의의 값으로 주어지기 때문에 수렴된 해를 얻기 위해서는 이의 선택이 매우 중요하다. 구배 기반 (gradient-based) 최적화 기법은 설계변수에 대한 목적함수의 도함수(derivatives)에 대한 정보를 이용하여 이동거리를 결정한다.

따라서 이 연구에서는 탐색방향을 구하기 위해 2 차 다항식 형태의 목적함수 및 선형화된 제약조건으로 구성된 부-프로그램을 계산하는 순차적 2 차 계획(sequential quadratic programming, SQP)법⁽⁹⁾을 사용한다. SQP-법은 먼저 1 차 Taylor 급수 근사를 이용하여 다음과 같이 목적함수와 제약조건을 선형화한다.

$$\text{Minimize } F(\mathbf{X}_{k+1}) = F(\mathbf{X}_k) + \nabla F(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{S}_k \quad (22)$$

$$\text{subject to } g_j(\mathbf{X}_{k+1}) = g_j(\mathbf{X}_k) + \nabla g_j(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{S}_k \leq 0 \quad (23)$$

다음, 아래의 식과 같은 2 차 근사목적함수를 도입하여 탐색방향을 결정한다.

$$Q(\mathbf{S}_{k+1}) = F(\mathbf{X}_k) + \nabla F(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{S}_k + \frac{1}{2} (\mathbf{S}_k)^T \mathbf{B} \mathbf{S}_k \quad (24)$$

여기서 $\mathbf{S} = \mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k$ 이다. 식 (22)-(24)의 선형화된 목적함수, 제약조건 그리고 2 차 근사 목적함수들은 MMFD (modified method of feasible directions)를 이용하여 계산한다. 초기에 단위행렬인 행렬 \mathbf{B} 는 양의 행렬로서 매 반복시 라그랑지 함수의 헤시안(Hessian)에 근사시킴으로서 수정되는데, 이 연구에서는 BFGS 식을 이용한다.

BFGS 법은 근사화된 역 Hessian 행렬, \mathbf{H} (즉, 목적함수의 2 차 도함수 행렬)을 계산하며, 매 반복 계산시 선형 탐색방향과 Hessian 근사, \mathbf{H}_k 는 다음과 같은 식을 이용하여 수정된다.

$$\mathbf{S}_{k+1} = -[\mathbf{H}_k]^{-1} \cdot \nabla F(\mathbf{X}_k) \quad (25)$$

$$\mathbf{H}_{k+1} = \left(\mathbf{H} - \frac{\mathbf{H} \delta \delta^T \mathbf{H}}{\delta^T \mathbf{H} \delta} + \frac{\gamma \gamma^T}{\delta^T \gamma} \right)_k \quad (26)$$

여기서 변화벡터 δ_k 와 γ_k 는 다음과 같다.

$$\delta_k = \mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k, \quad \gamma_k = \nabla F(\mathbf{X}_{k+1}) - \nabla F(\mathbf{X}_k) \quad (27)$$

특히 \mathbf{H} 는 준-Newton 조건 ($\mathbf{H}_{k+1} \delta_k = \gamma_k$)을 만족하며, $\delta_k^T \cdot \gamma_k > 0$ 이어야 한다. 또한 스칼라양인 α_k 은 다음의 식을 만족할 때의 값으로 선택한다.

$$F(\mathbf{X}_{k+1}) - F(\mathbf{X}_k) \leq \sigma_1 \nabla F^T(\mathbf{X}_k) \delta_k \\ \text{or } \nabla F^T(\mathbf{X}_{k+1}) \delta_k \geq -\sigma_2 \nabla F^T(\mathbf{X}_k) \delta_k \quad (28)$$

위 식에서 $0 \leq \sigma_1 \leq 0.5$, $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq 1.0$ 이다.

연속적인 반복으로 계산된 목적함수의 차이가 아래의 수렴조건을 만족하면, 모든 최적화 과정은 종료하게 된다.

$$|F(\mathbf{X}_{k+1}) - F(\mathbf{X}_k)| \leq 10^{-4} \quad (29)$$

4.2 가중법(weighting method)

이 연구는 성능함수인 마찰계수와 Nusselt 수의 최소화 및 최대화를 동시에 추구하는 최적설계 문제로서, 목적함수가 2 개인 다목적(multi-objective) 함수 문제가 된다. 보통 서로 다른 목적함수들은 양립할 수 없다. 즉, 하나의 목적함수에 대한 최적변수가 다른 목적함수에 대해서는 반대의 역할을 할 수 있다는 것이다. 따라서 다중목적함수의 정식화는 매우 중요한데, 지금까지 다목적함수 문제를 처리하기 위한 수많은 수치 기법들이 제안되었다.⁽¹⁰⁾ 이중 서로 다른 가중요소($w_f \geq 0$)를 갖는 목적함수들의 합을 최소화하는 가중(weighting)법이

가장 널리 사용되고 있다. 가중법은 모든 목적함수를 하나의 선형적인 합의 형태로 표현된 새로운 목적함수 문제로 전환시키는 기법으로, 모든 목적함수들이 동일한 차수를 갖도록 정규화하여야 한다. 가중법에 의한 다목적 함수 최적화 문제의 일반적인 표현은 다음과 같다.

$$\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^o wf_i \left[\frac{F_i(\mathbf{X})}{F_i^0(\mathbf{X})} \right] \quad (30)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{X}_i^L \leq \mathbf{X}_i \leq \mathbf{X}_i^U \text{ for } i=1, N \quad (31)$$

여기서 wf_i 는 가중치이며, $\sum wf_i = 1$ 이며, $F_i^0(\mathbf{X})$ 는 기준조건에 대한 목적함수 값이다.

5. 수치적 절차

내부원을 가진 원형관의 최적형상을 얻기 위해서는 목적함수를 계산하는 해석기(analyzer)와 비선형 최적화 문제를 해석하는 최적화기(optimizer) 그리고 여러 가지 배열과 변수 정의 및 두 프로그램을 제어하는 주 프로그램 등을 사용한다. 이들의 상호 관련성은 Fig. 2에 나타내었다.

일단 열 및 유동장 해석의 결과로 목적함수가 계산되면, 주-프로그램은 최적화를 수행하기 위해 최적화기를 이용한다. 이 때, 최적화기는 설계변수를 수정할 수 있으며, 수정된 설계변수로 인해 새로운 목적 함수들을 필요로 하게 될 때, 주-프로그램으로 돌아가서 해석기를 이용하여 이들을 계산하게 된다. 이 때, 최적화기가 새로운 설계변수를 제안하기 때문에 해석기는 새로운 격자를 생성하여야 한다. 이러한 과정은 최적화의 수렴조건을 만족할 때까지 반복적으로 수행된다.

6. 결과 및 고찰

이 연구에서는 열전달 향상과 압력강하 감소를 동시에 이룰 수 있는 최적설계값을 수치적으로 구하고자 하며, 이를 위해 CFD와 국소 최적화기법인 SQP-법을 통합하였다. 최적화를 위해 사용되는 기준(baseline) 모델은 $h = 1.0$, $d_1 = 1.0$, 그리고 $d_2 = 0.5$ mm이다. 이 연구의 형상최적화 문제를 목적함수, 설계변수, 제약조건, 그리고 설계변수의 상/하한값 등을 이용하여 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Find} \quad \mathbf{X} = \{h, d_1, d_2\}^T \quad (32)$$

to minimize

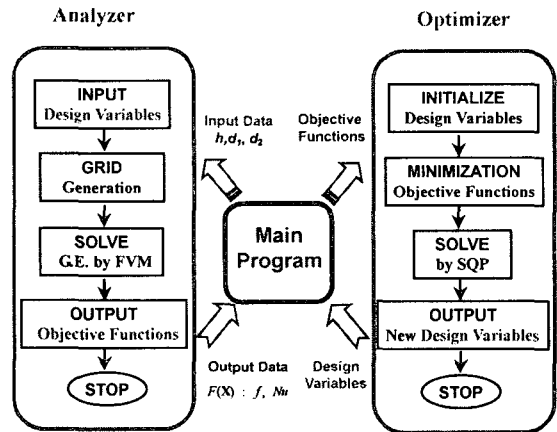


Fig. 2 Numerical methodology for optimization

$$F(\mathbf{X}) = wf \cdot \left(\frac{f}{f^o} \right)^{1/3} + (1-wf) \cdot \left(\frac{Nu^o}{Nu} \right) \quad (33)$$

$$\text{subject to} \quad g_1(\mathbf{X}) = \frac{d_1}{d_2} - 1 \leq 0 \quad (34)$$

$$0.2 \leq h \leq 1.5 \text{ mm}$$

$$0.2 \leq d_1 \leq 1.5 \text{ mm,}$$

$$0.2 \leq d_2 \leq 1.5 \text{ mm}$$

설계변수들의 범위는 제작의 편의성 및 유동상태 등을 고려하여 설정하였다. 식 (33)의 목적함수는 2개의 목적함수를 대수적으로 조합한 가중법에 의한 것으로, 열교환기에서 다음과 같이 정의되는 열성능요소(thermal performance factor, TPF)의 개념을 이용하였다.

$$\eta = \frac{Nu / Nu_{ref}}{(f / f_{ref})^{1/3}} \quad (35)$$

특히, 열전달률은 최대가 되어야 하므로 그 역수를 이용하여 목적함수를 정의하였다. 또한, 두 목적함수 값의 크기 차이로 기준모델의 값을 이용하여 정규화하였는데, 이때 $f^o = 0.07425$, $Nu^o = 23.71$ 이다. 식 (33)의 wf 는 가중계수(weighting coefficient)로서, 두 개의 목적함수에 대한 중요도를 나타내는 척도이다.

순차적 2차 설계법(SQP)은 구배-기반 최적화기법으로 목적함수를 최소화하기 위해 유한차분법(FDM)에 의해 설계변수에 대한 목적함수의 구배(또는 도함수) 정보를 이용하며, 향상된 설계변수를 얻기 위해 수렴조건을 만족할 때까지 연속적으로 반복 계산하게 된다. 이 때 FDM의 정확성은 구배 계산시 사용되는 이동거리(step-size)에

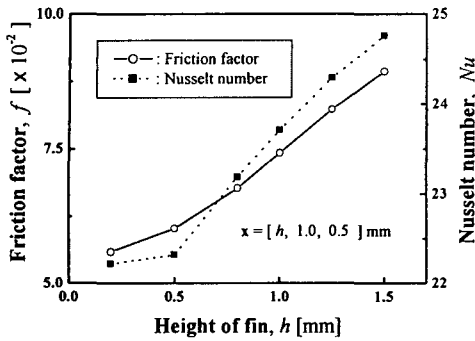


Fig. 3 Effect of fin height

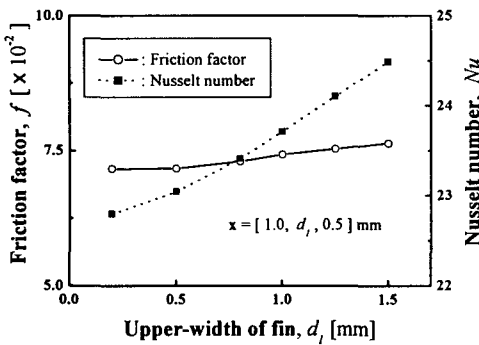


Fig. 4 Effect of upper-width of fin

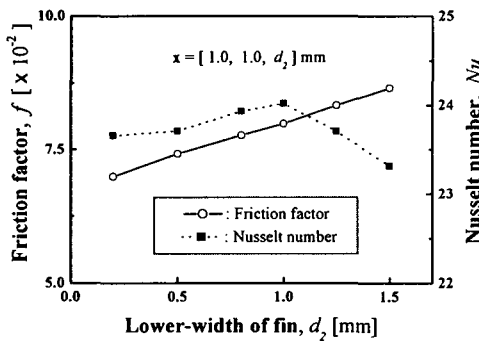


Fig. 5 Effect of lower-width of fin

의존하게 된다. 따라서 이 연구에서는 설계민감도 (design sensitivity) 해석을 수행하여 각 설계변수에 대한 목적함수의 구배가 안정적인 1×10^{-2} 를 이동거리로 사용하였다.

6.1 설계인자분석

내부권이 부착된 열교환기의 열 및 수력학적 성능에 미치는 설계변수들의 영향을 평가하고, 가장 적합한 최적화 기법을 선택하기 위해 매개변수

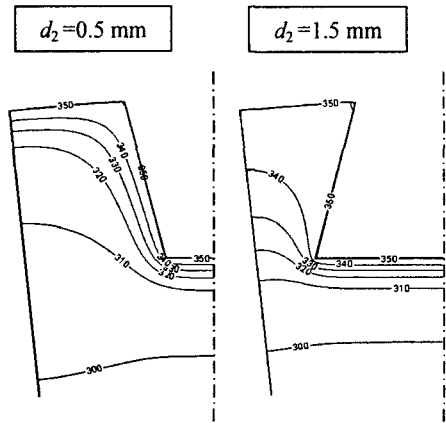


Fig. 6 Isotherms near wall for $d_2 = 0.5$ and 1.5 mm

연구를 수행한다. Fig. 3 ~ Fig. 5 은 각 설계인자가 목적 함수에 미치는 영향을 나타내고 있다. 원의 높이(h) 및 기저부원 두께(d_1)의 영향을 나타낸 Fig. 3 와 Fig. 4 를 보면, h 와 d_1 이 증가함에 따라 마찰계수와 열전달율은 거의 선형적으로 증가하고 있다. 이는 원의 높이가 증가함에 따라 전열면적이 늘어나게 되고, 유동단면적의 감소로 유속이 증가하여 열경계층 성장을 둔화시키기 때문에 많은 열이 전달되는 것이다. 또한 증가된 유속은 압력강하량을 크게하여 마찰계수를 증가시키는 것이다. 특히, 원 높이가 많은 영향을 미침을 알 수 있다. 그러나 매우 흥미로운 현상이 원의 하부두께(d_2)의 영향에서 나타난다. Fig. 5 에서 보듯이 d_2 가 1.0 mm 보다 작을 때는 d_2 가 증가함에 따라 Nu 가 증가한다. 그러나 d_2 가 원의 기저부 두께(d_1) 보다 크면(즉, $d_2 > 1.0$ mm), 전열면적이 늘어남에도 불구하고 오히려 열전달량이 감소하고 있다. 이는 d_2 가 d_1 보다 크게 되면 원의 단면이 역 사다리꼴 형상이 되어 고온의 원 근방의 유동과 저온의 관 중심부의 유동을 서로 분리시키는 역할을 하게 된다 즉, 저온의 중심부 영역과 벽면 및 인접하는 두 개의 원이 형성하는 고온의 영역 사이에서 에너지 교환이 이루어지지 않아 고온의 유체가 원 주위 영역에 머무르게 됨으로서 벽면에서의 온도 구배는 오히려 감소하게 된다. 따라서 전열 면적은 늘어나더라도 전달되는 열은 오히려 줄어드는 것이다. 이상에서 언급한 d_2 의 변화가 열전달에 미치는 영향을 설명하기 위해 Fig. 6 에 두 가지 d_2 (= 0.5mm, 1.5 mm)에 대한 등온선을 10°C 간격으로 도시하여 나타내었다.

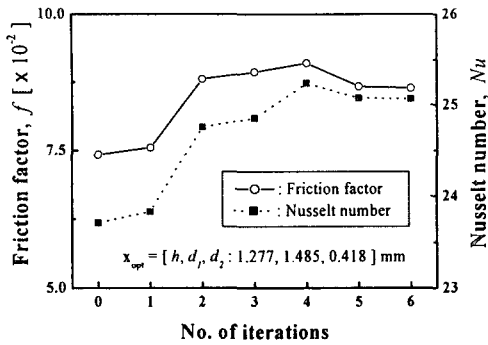


Fig. 7 Convergence histories for $wf = 0.3$

6.2 최적설계

Fig. 7 은 목적함수인 f 와 Nu 의 수렴 이력을 나타낸 그림으로, 가중계수(wf)는 0.3 이다. 그림에서 보는 바와 같이 약 6 번의 반복계산 후 수렴된 해를 얻었으며, 이때 최적설계 변수값은 $h = 1.277$, $d_1 = 1.485\text{mm}$ 와 $d_2 = 0.418\text{mm}$ 로 계산되었다. Table 1 은 대표적인 최적설계 결과를 나타낸 표로서, $wf = 0.5$ 인 경우의 최적해를 기준 모델과 비교하여 나타낸 것이다. 표에서 보는 바와 같이 최적해에 대한 Nusselt 수는 23.39로, 기준모델의 23.71에 비해 약 1.3% 감소에 지나지 않았다. 그러나 마찰계수는 7.1% 정도 감소함으로써 전반적으로 원관내 열성능이 향상되었음을 보여 준다. 즉, $wf = 0.5$ 인 경우의 최적설계는 열전달의 감소를 최소화하면서 마찰을 줄이는 방향으로 이루어졌음을 Table 1 은 잘 설명해 주고 있다. 다시 말하면, 마찰에 가장 큰 영향을 미치는 원의 높이(h)는 줄이고, Nusselt 수에 많은 영향을 미치는 d_1 을 약간크게 함과 동시에 d_2 의 값은 비교적 영향이 적은 구간에서 줄어 들었음을 알 수 있다. 여러 가지 가중계수(wf)에 대한 최적설계 결과를 Table 2 에 나타내었다. 설계자의 의중에 따라 선택이 가능한 가중계수의 영향으로 서로 다른 최적설계변수와 이에 상응하는 목적함수가 얻어짐을 알 수 있다. 특히, 가중계수가 증가함에 따라 모든 설계변수가 감소하고 있음을 Table 2 는 잘 보여주고 있다. 이는 가중계수의 증가는 마찰손실의 감소를 의미하기 때문에 압력강하량을 최소화하려는 방향으로 설계변수값을 선정하기 때문이다. 이에 따라 Nu 와 f 모두 감소하고 있다. 그리고 최적해를 얻기 위한 반복횟수(NI)와 설계변수의 수정 횟수를 의미하는 함수계산수(NFC)는 가중계수의 변화에 크게 영향을 받지 않는다. 특히, $wf = 0.1$ 인 경우의 최적해를 보면, 설계변수 중에서 h 와 d_1 이 상한값에 접근하였음을

Table 1 Initial and optimized designs for $wf = 0.5$

	initial	optimized
Fin height (h)	1.0 mm	0.846 mm
Upper width (d_1)	1.0 mm	1.091 mm
Lower width (d_2)	0.5 mm	0.472 mm
Friction coeff. (f)	0.0742	0.0689
Nusselt number (Nu)	23.709	23.392

Table 2 Optimal solutions for various weighting coefficients, wf

	Optimal solutions				
	$wf=0.1$	$wf=0.3$	$wf=0.5$	$wf=0.7$	$wf=0.9$
h [mm]	1.500	1.277	0.846	0.384	0.220
d_1 [mm]	1.500	1.485	1.091	1.089	1.002
d_2 [mm]	0.649	0.418	0.472	0.271	0.315
Nu	25.57	25.07	23.39	22.45	22.43
f	0.104	0.086	0.069	0.058	0.056
NI ^a	6	6	4	5	4
NFC ^b	32	33	21	27	22

a : Number of iterations
b : Number of function calls

알 수 있다. 이는 가중계수가 0.1 이기 때문에, 마찰계수의 감소보다는 열전달을 향상시키는 방향으로 최적설계변수를 구했기 때문이다. 이에 따라 최적설계변수에 대한 Nu 와 f 는 각각 25.57과 0.104로 계산되었다. 이들 값은 다른 가중계수에 비해 가장 클 뿐만 아니라 기준모델에 비해서도 크게 예측되었다. 그러나 원의 하부두께인 d_2 를 보면 d_1 보다 작은 범위내에서 원 근방의 유동이 고립되지 않을 만큼 커지게 된다. 그러나 $wf = 0.9$ (마찰계수 최소화가 주 설계관점인 경우)인 결과를 보면 $wf = 0.1$ 인 경우와는 상반된 결과를 얻음을 Table 2 은 잘 보여주고 있다. 특히, Table 2 에 나타낸 가중계수에 따른 모든 설계변수값은 여러 최적해 중 하나이다. 따라서, 설계자가 열전달량과 마찰계수를 고려하여 최적설계 변수값을 선택할 수 있다. 이러한 선택 기준을 Fig. 8 에서 설명한다. 원이 없는 매끈한 원관에 비해 원을 가진 원관의 열전달은 향상되나 압력손실을 초래하게 됨으로써 (35)에서 정의한 열성능요소(TPF, η)는 매우 중요한 성능 평가지표가 된다. 따라서 이 연구에서는 가중계수(wf)에 따른 최적 설계값에서의 TPF를 Fig. 8 에 나타내었다. 여기서 η 가 1보다 크다는 것은 최적화된 열교환기 형상이 기준형상에 비

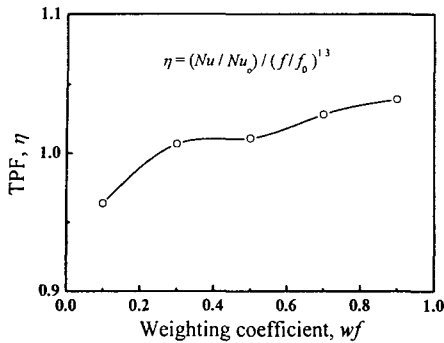


Fig. 8 Thermal performance coefficient of optimized results for various wf

해 좋은 성능을 발휘함을 의미한다. Fig. 8에서 보는 바와 같이, 가중계수가 증가함에 따라 열성능요소는 증가하고 있다. 이는 열전달량이 감소하더라도 보다 적은 압력손실이 발생하기 때문에 관내의 열성능이 향상됨을 의미한다. 특히, $wf = 0.1$ 인 경우, $Nu = 25.57$, $f = 0.104$ 로서 기준모델과 비교하였을 때 Nu 의 증가보다는 f 의 증가폭이 훨씬 크기 때문에 η 는 0.96으로 계산되었다. 이는 기준조건에 비해 성능이 오히려 감소하였음을 의미하므로, 이 연구의 경우 실제 열교환기 설계시 $wf = 0.1$ 일 때의 최적설계값은 무용하다고 할 수 있다. 그러나 나머지 가중계수에 대한 TPF는 모두 1 이상으로서 기준모델에 비해 열성능이 향상되었다. 따라서 열교환기 설계자는 Table 2의 wf 가 0.3 이상인 최적설계값을 선택하여 설계할 수 있을 것이다.

7. 결론

내부에 흰이 부착된 원형관의 최적설계를 전산 유체역학과 수학적 최적화 기법을 통합하여 수행하였다. 특히, 관내부의 유동은 주유동방향 및 원주방향으로 주기적인 특성을 갖기 때문에 열/유동 해석의 정확성에 관심을 가졌다. 흰의 높이(h), 흰의 상/하부 두께(d_1 과 d_2)를 설계변수로 하여 열전달율을 최대화 하면서 마찰을 최소화하는 흰 형상을 얻고자 하였다. 흰의 높이, 흰 상부두께, 그리고 하부 두께 순으로 관내 열 및 유동특성에 미치는 영향이 컸으며, 하부 두께 d_2 가 d_1 보다 클 경우에는 오히려 열전달이 감소하였다. 가중계수(wf)의 변화에 따라 서로 다른 최적설계의 해를 얻었으며, 대표적으로 $wf = 0.5$ 인 경우에 최적설계값은 $h = 0.846$ mm, $d_1 = 1.091$ mm 그리고 $d_2 = 0.472$ mm 이

었다. 이는, 기준(초기)모델에 비해 마찰계수와 누셀트수를 각각 약 7.1% 및 1.34% 감소하게 하는 최적설계값이다. 또한 wf 가 증가함에 따라 최적 결과에 대한 열성능요소(TPF)는 증가하지만, $wf = 0.1$ 일 때 $\eta = 0.96$ 으로 무용하였다.

후기

본 연구는 산업자원부 지방혁신사업 충남 디스플레이 R & D 클러스터 사업과 CD-Adapco Korea의 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Pak Hi-Yong, Park Kyoung-Woo and Choi Moon-Suk, 1998, "Numerical Analysis of the Flow and Heat Transfer Characteristics for Forced Convection-Radiation in Entrance Region of an Internally Finned Tubes," *KSME Int. J.*, Vol. 12, No. 2, pp. 310~319.
- (2) Jensen, M. K. and Vlakancic, A., 1999, "Experimental Investigation of Turbulent Heat Transfer and Fluid Flow in Internally Finned Tubes," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 1343~1351.
- (3) Liu, X. and Jensen, M. K., 2001, "Geometry Effects on Turbulent Flow and Heat Transfer in Internally Finned Tubes," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 123, pp. 1035~1044.
- (4) Patankar, S. V., Liu, C. H. and Sparrow, E. M., 1977, "Fully Developed Flow and Heat Transfer in Ducts Having Streamwise-Periodic Variations of Cross-Sectional Area," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 180~186.
- (5) Saha, A. K. and Acharya, S., 2003, "Parametric Study of Unsteady Flow and Heat Transfer in a Pin-Fin Heat Exchanger," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3815~3838.
- (6) Rodi, W., 1984, "Turbulence Models and Their Applications in Hydraulics - a State-Art-of Review," *Book Publication of International Association for Hydraulic Research*, Delft, Netherlands.
- (7) Norris, L. H. and Reynolds, W. C., 1975, "Turbulent Channel Flow with a Moving Wavy Boundary," Report FM-10, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, CA.
- (8) STAR-CD Manual, 2001, *Computational Dynamics*, Co., London. U. K.
- (9) Vanderplaats, G. N., 1984, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Application," Chap. 2, *McGraw-Hill*, New York.
- (10) Koski, J., 1984, "Multicriterion Optimization in Structural Design, in New Directions in Optimum Structural Design," *John Wiley*, New York, pp. 483~503.