

< 논문 >

## 이동경계 수치해법을 이용한 탄성평판 및 탄성관 모델내의 맥동유동 해석

박형규\* · 이종선† · 김찬중\*  
(2004년 6월 28일 접수, 2005년 2월 11일 심사완료)

### Analysis of Pulsating Flow in Elastic Parallel Plates and an Elastic Pipe Model Using Moving Boundary Algorithm

Hyung Gyu Park, Chong-Sun Lee and Charn-Jung Kim

**Key Words:** Moving Boundary(이동경계), Pulsating Flow(맥동유동), Wall Shear Stress(벽면전단 응력), Wall Motion(벽면운동), Impedance Phase Angle(임피던스 위상차), Elastic Artery(탄성혈관)

#### Abstract

In order to analyze pulsating flows in elastic blood vessels, a method based on the ALE concept and finite volume method was reformed and modulated to include wall motion of elastic vessels and impedance phase angle(phase difference between wall motion and blood flow). Our study indicated wall shear rates(WSR) were significantly influenced by the wall motion and the impedance phase angle. For larger wall motion more than 5%, the computed WSR started to deviate from the results of the perturbation theory that assumed smaller wall motion. The study showed that oscillatory shear index increased as the impedance phase angle became more negative like  $-70^\circ$  or  $-80^\circ$  due to reduced mean WSR and increased amplitude of WSR. This result indicated that hypertensive patients are more vulnerable to atherosclerosis than normal persons because of the role of more negative impedance phase angles usually observed in these patients.

#### 기호설명

$u_i$  : 속도성분  
 $\mathbf{u}^b$  : 검사체적면의 이동속도  
 $V$  : 검사 체적  
 $A$  : 경계 면적  
 $f_i$  : 운동량의 체적생성 성분  
 $\rho$  : 유체의 밀도  
 $\mu$  : 점성계수

$p$  : 압력  
 $\tau_{ij}$  : 진단응력  
 $F_j$  : 질량유량  
 $F_j^*$  : 상대질량유량  
 $r(t)$  : 탄성벽의 반지름  
 $r_{\text{mean}}$  : 평균 반지름  
 $r_{\text{amp}}$  : 반지름의 진폭  
 $\varepsilon$  : 탄성혈관의 반지름 신축운동의 진폭을 평균반지름으로 나눈 무차원 변수  
 $\omega$  : 맥동유동의 각속도  
 $\phi$  : 임피던스 페이즈 앵글(위상차)

† 책임저자, 회원, 한동대학교 기계제어공학부

E-mail : cslee@handong.edu

TEL : (054)260-1393 FAX : (054)260-1312

\* 회원, 서울대학교 기계항공공학부

$Q_{\text{mean}}$	: 평균 유량
$Q_{\text{amp}}$	: 유량의 진폭
$Q_{\text{ref}}$	: 기준 유량
$S_{\text{mean}}$	: 벽면전단응력의 평균비
$S_{\text{amp}}$	: 벽면전단응력의 진폭비

## 1. 서 론

이동경계를 갖는 유동은 일상적으로 많이 접하게 되는 문제로서 자동차 실린더 내부유동, 자유표면을 갖는 유동, 상변화가 수반되는 유동, 그리고 탄성혈관 내의 유동 등에서 상당한 연구가 진행되어 왔다. 경계의 이동은 경계면 외부에서 가하는 효과로 인해 생기기도 하고 경계면 내부의 유동변수들과 경계간의 상호작용에 의해 일어나기도 한다. 이러한 경계의 이동이 수반되는 유동을 해석하는 수치적 방법으로 오일러 방법과 라그랑지 방법, 그리고 두 가지 방법을 적절히 결합한 ALE(arbitrary Lagrangian-Eulerian) 방법이 있다.

오일러 방법에는 대표적으로 Harlow 등<sup>(1)</sup>이 제안하고 Viccelli<sup>(2)</sup>가 수정한 MAC(marker and cell) 방법과 Hirt 등<sup>(3)</sup>이 제안한 VOF(volume of fluid) 방법이 있다. 이 방법은 매우 복잡한 형상을 가진 경계의 이동을 다룰 수 있는 장점을 가지나 경계의 추적을 위한 별도의 기법이 필요하며, 고정된 격자에서 시간에 따라 이동하는 형상에 대한 새로운 계산을 수행하므로 그 과정에서 오차를 수반할 가능성이 있다. 이 문제의 해결을 위하여 Solution-adaptation과 Cell-merging 등의 기법이 발표되었다.<sup>(4)</sup>

라그랑지 방법은 이동하는 경계를 따라 격자가 움직이면서 유동해석을 수행하는 방식으로, 운동방정식의 대류항이 사라지고 오일러 방법보다 정확한 경계의 형상을 얻을 수 있는 특징이 있다. 그러나 경계가 급격한 변형을 하는 경우에 계산이 어렵게 된다. Demirdžić 등<sup>(5)</sup>은 Hirt 등<sup>(6)</sup>이 제안한 ALE 방법을 비엇갈림 격자계에 대한 유한체적법에 적용하여 이동경계를 수반하는 유동을 해석하였다. 이 방법은 경계의 이동에 따라서 격자를 이동시키고, 경계면 내부의 격자는 고정시키거나 임의의 방식으로 이동하는 것이다.

ALE 방법에서는 경계가 이동할 때 검사체적이 경계를 따라 재배치되기 때문에 검사체적의 위치

와 크기가 변화하게 되며, 이것으로 인해 질량보존이 만족되지 않을 수 있어서<sup>(7,8)</sup> 특별한 처리가 필요하다. 질량보존의 만족이 어려운 이유는 검사체적면 이동속도와 검사체적 크기 변화 간의 관계가 만족되지 않았기 때문으로 이 관계는 면적규칙(area rule),<sup>(9)</sup> SCL(space conservation law)<sup>(7)</sup> 또는 GCL(geometric conservation law)<sup>(10)</sup>로 알려져 있다. Kim 등<sup>(9)</sup>은 pseudo-velocity, Demirdžić 등<sup>(5)</sup>은 swept volume의 개념을 이용하여 SCL이 자동적으로 만족되도록 하였고, Thomas 등<sup>(10)</sup>은 반복계산 중에 GCL 방정식을 풀도록 하여 이동경계로 인한 질량보존의 문제를 해결하였다.

본 연구에서는 ALE 방법에 기초한 유한체적법을 이용하여 이동경계를 갖는 탄성관내의 유동을 해석하였다. 여기서 SCL은 swept volume의 개념을 통하여 자동으로 만족되도록 하였고 이 개념이 경계가 1차원으로 이동할 때에도 중요함을 보였다. 제시한 알고리즘을 혈류 유동에 적용하기 위해 2차원 탄성 평판내의 유동과 축대칭 탄성혈관내의 유동을 각각 해석하였으며 축대칭 수치해를 Wang과 Tarbell<sup>(11,12)</sup>이 구한 섭동근사해와 비교 검증하였다. 동맥혈관내의 유동에서는 혈류와 탄성벽면의 신축운동간의 위상차가 존재한다. 본 연구에서는 이 위상차를 고려하여 유동을 해석하였으며, 혈류와 혈관운동사이의 위상차에 따른 혈관 벽면전단응력의 변화를 관찰하였다. 벽면전단응력은 동맥경화에 관계하는 것으로 널리 알려져 있으며,<sup>(13,14)</sup> 본 연구에서는 수치해석 결과를 토대로 혈류와 혈관운동 사이의 위상차가 동맥경화의 발생에 미치는 영향을 추론하였다.

## 2. 수치해석

### 2.1 지배방정식

이동하는 좌표계에 대한 뉴턴유체의 비압축성 유동을 모사하기 위해 체적  $V$ 와 경계면  $S$ 를 가진 검사체적에 대한 적분형태의 지배방정식을 고려한다. 이것은 임의로 운동하는 변형검사체적에 대해 레이놀즈 수송정리로 표현된 것으로서 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \int_V dV - \int_S \mathbf{u}^b \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_S \rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}^b) \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho u_i dV + \int_S \rho u_i (\mathbf{u} - \mathbf{u}^b) \cdot d\mathbf{A} \\ = \int_S (\tau_{ij} i_j - p i_i) \cdot d\mathbf{A} + \int_V f_i dV \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

여기서  $x_i, i_i$ 는 직교좌표계에서  $x(i=1), y(i=2), z(i=3)$  방향좌표와 단위 벡터를 나타내며  $u_i, f_i$ 는 각 방향의 속도성분과 운동량의 체적생성을 나타낸다. 한편,  $\mathbf{u}^b$ 는 검사체적면의 이동속도를 나타낸다. 이동경계를 갖는 변형 검사체적에 대한 보존방정식의 특징은 검사체적면을 통과하는 대류유속이 상대속도  $\mathbf{u} - \mathbf{u}^b$ 의 형태로 나타난다는 것과 검사체적면 이동속도  $\mathbf{u}^b$ 가 식 (1)의 공간보존을 만족해야 한다는 것이다.

2.2 지배방정식이 이산화

지배방정식 (1), (2), (3)을 오일러 암시도 방법과 유한개념법<sup>(15,16)</sup>을 이용하여 이산화하였으며 그 내용을 요약하면 다음과 같다.

2.2.1 격자계와 공간보존법칙

격자계는 비엇갈림 격자계를 사용하였다. 주어진 시간  $t$ 에서 물리적인 유동영역은 유한 개의 서로 겹치지 않는 육면체(2차원일 경우 사각형) 검사체적의 집합으로 나뉘게 된다.

Fig. 1(a)에 격자점 P 주변의 검사체적들과 명칭을 표시하였으며, Fig. 1(b)에 물리적 유동영역에서 검사체적의 움직임을 나타내었다. 지배방정식의 대류항에 경계의 이동속도가 상대속도의 형태로 들어가 있기 때문에, 비록 물리적 영역에서는 검사체적 중심이 시간에 따라 이동하지만 계산영역에서는 고정된다.

공간보존법칙에 관한 식 (1)은 다음과 같이 이산화된다.

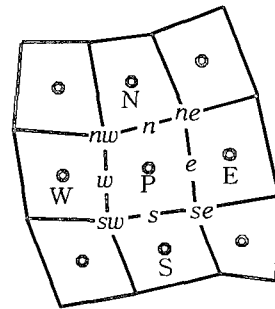
$$\frac{V - V^o}{\Delta t} = \frac{\sum_j \Delta V_j}{\Delta t} = \sum_j (\mathbf{u}^b \cdot \delta \mathbf{A})_j \quad (5)$$

위첨자  $o$ 는 이전 시간단계에서의 값을 나타내

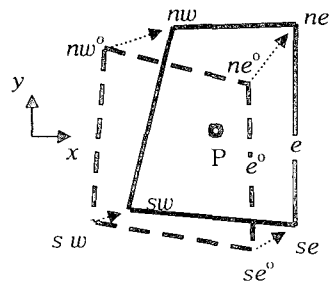
며 아래첨자  $j$ 는 검사체적의 각 면을 나타내는데 Fig. 1(a)에 나타낸 검사체적의 경우  $e, w, n, s$ 이다. 그러므로  $\Delta V_j$ 는 검사체적의  $j$ 면이 시간  $\Delta t$ 동안 바깥쪽으로 훑고 지나간 체적이다. 예를 들어  $\Delta V_e$ 는 이전시간과 현재시간에서 검사체적의  $e$ 면을 구성하는 꼭지점들의 좌표( $ne, se, se^o, ne^o$ )로부터 계산해 낼 수 있다. 그러므로 식 (5)로부터  $j$ 면에서 검사체적면의 이동에 의한 체적유량을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

식 (6)과 같이 검사체적면의 이동에 의한 체적유량을  $\Delta t$ 동안 그 면이 훑고 지나간 체적을 이용하여 표현함으로써 식 (5)를 자동으로 만족할 수 있다.<sup>(7)</sup> 따라서, 본 연구에서는 Kim 등<sup>(9)</sup>과 Demirdžic 등<sup>(6,7)</sup>이 제안한 swept volume 방법을 사용하여 공간보존법칙이 자동으로 만족되도록 하였다.

$$(\mathbf{u}^b \cdot \delta \mathbf{A})_j = \frac{\Delta V_j}{\Delta t} \quad (6)$$



(a) Configuration of the control volumes with labelling scheme



(b) Schematic of the moving control volume

Fig. 1 Grid system in physical flow domain

2.2.2 질량보존방정식

식 (2)로 주어지는 질량보존방정식은 다음과 같이 이산화된다.

$$\rho \frac{V - V^0}{\Delta t} + \sum_j F_j = 0 \tag{7}$$

$$F_j = \rho_j (\mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{A})_j - \rho_j \frac{\Delta V}{\Delta t} \Big|_j \tag{8}$$

식 (8)은 지배방정식의  $\rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}^b) \cdot d\mathbf{A}$ 를 검사체적의  $j$ 면이 훑은 체적[식 (6)]을 이용하여 나타낸 것이다. 검사체적면에서의 유체속도는 운동량보존법을 이용하여 구하였다.<sup>(15,17)</sup>

본 연구에서는 질량보존방정식 (7), (8)을 이용하여 SIMPLE 알고리즘으로 압력수정방정식을 구성하였다. 이것은 비압축성 유동에 대한 기존의 압력수정방정식이  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ 으로부터 이산화된 형태를 얻는 것<sup>(5,7)</sup>에 비해 두 가지 장점이 있다.

첫째, SIMPLE 알고리즘의 특징상 운동량방정식을 압력수정방정식만큼 엄밀하게 풀지 않기 때문에, 경계의 이동으로 생기는 식 (8)의 상대질량유량을 운동량방정식뿐만 아니라 압력수정방정식에서도 사용함으로써 그 영향을 최대한 정확히 반영할 수 있다. 이것은 이미 공간보존을 자동으로 만족시키는 swept volume을 사용함으로써 공간보존과 질량보존을 수치적으로 보다 정확히 만족시키는 것이다.

둘째, 경계 이동으로 인해 생기는 상대질량유속이 식 (7)의 제1항에서 경계 바로 안쪽에 있는 검사체적의 부피변화로부터 계산되기 때문에 영역 경계에서의 질량유출입을 자동으로 계산할 수 있다. 이때 만약 검사체적 부피변화가 아닌 현재 시간단계에서 영역경계 이동속도  $\mathbf{u}^b$ 를 직접 사용하여 질량유출입을 계산한다면 경계면의 검사체적이 훑은 부피와의 사이에 차이가 생길 것인데, 이 차이는 경계면의 이동속도가 시간에 따라 변할 때 생기는 것으로서 특히, 경계가 1차원으로 움직일 때도 발생할 수 있다. 예를 들어,  $e$ 면만 움직인다고 가정한 1차원의 경우에 그 차이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (\mathbf{u}^b \cdot \delta \mathbf{A})_e \Delta t - \Delta V_e \\ &= \left( \mathbf{u}_e^b(t) \Delta t - \int_{t-\Delta t}^t \mathbf{u}_e^b(\tau) d\tau \right) \delta \mathbf{A} \end{aligned} \tag{9}$$

2.2.3 운동량 보존방정식

운동량보존방정식은 식 (3)으로 주어지며 과도항, 대류항, 확산항 그리고 생성항으로 나눌 수 있는데 이동경계를 수반한 유동에서 특별히 처리해야 하는 것은 과도항과 대류항이다. 과도항은 다음과 같이 이산화된다.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u}_i dV \doteq \frac{(\rho \mathbf{u}_i V)_P - (\rho \mathbf{u}_i V)_P^0}{\Delta t} \tag{10}$$

경계의 이동이 없는 유동과 다른 점은 이전 시간 단계의 체적이 나타난다는 점이다.

대류항은 질량보존방정식에서 구한 식 (8)의 질량유량  $F_j$ 를 이용하여 이산화하는 것으로서  $j$ 면에 대하여 표현한 대류유속  $J_j^C$ 는 다음과 같다.

$$J_j^C = [\rho \mathbf{u}_i (\mathbf{u} - \mathbf{u}^b)]_j \cdot \delta \mathbf{A}_j \doteq F_j(\mathbf{u}_i); \tag{11}$$

여기서  $(\mathbf{u}_i)_j$ 는 검사체적면에서  $\mathbf{u}_i$ 의 평균값으로 중앙차분도식과 상류도식을 혼합한 flux blending scheme<sup>(5,7,17)</sup>을 적용하여 대류유속과 확산유속이 결합되도록 하였다.

2.3 압력수정방정식

압력과 속도는 SIMPLE 알고리즘을 통하여 서로 결합되며 이것은 식 (2)의 질량보존방정식을 변형한 압력수정방정식에 의해 이루어진다. 본 연구에서는 2.2.2절에서 언급한 바와 같이 압력수정방정식을 식 (7), (8)로부터 유도하여 공간보존법칙이 더욱 엄밀하게 만족되도록 하고 유동영역의 경계에서 생겨날 수 있는 질량유출입을 자동으로 고려하였다. 수정된 압력수정방정식<sup>(15,17)</sup>은 식 (12), (13)과 같다.

$$a_p b_p = \sum_j a_j b_j + b_p^m \tag{12}$$

$$b_p^m = \rho \frac{V_p}{\Delta t} - \rho \frac{V_p^0}{\Delta t} + \sum_j F_j^* \quad (13)$$

여기서 아래첨자  $j$ 는 주변 검사체적들의 중심을 나타내는데 Fig. 1(a)의 경우 E, W, N, S이다. 위첨자 \*는 운동량방정식과 운동량보간을 통해 예측된 검사체적면에서의 질량유량에,  $\Delta t$  동안 검사체적면이 훑고 지나간 체적을 식 (8)과 같이 빼 준 상대질량유량을 나타낸다.  $a_p, a_j$ 는 압력 수정방정식의 계수로서 경계의 이동이 없는 경우와 같은 형태를 갖는다

2.4 해석 알고리즘

경계이동을 수반하는 비정상 비압축성 유동을 해석하는 알고리즘이 Fig. 2에 도시되었다. 검사체적면의 이동으로 인한 질량유동을 첨가하여 상대질량유동을 예측하는 부분을 예측단계라 하고 압력수정방정식에서 수정된 압력  $p'$ 으로 질량유량, 속도, 압력을 수정하는 부분을 수정단계라 한다. 운동량방정식과 압력수정방정식을 풀때 내부 반복계산루프가 있다. 운동량방정식은 잔류량이 초기값의 10%로 들어올 때까지, 압력수정방정식은 잔류량이 초기값의 1%로 들어올 때까지 반복계산푸르를 수행한다.

3. 탄성벽내의 맥동유동에 대한 적용

3.1 탄성벽내의 맥동유동

실제의 혈관은 심장박동에 따라 주기적으로 운동(반지름 방향으로 확장, 수축)하기 때문에 혈관벽 근처의 유동은 혈관벽의 운동에 의해 영향을 받게 되고, 혈관벽에 작용하는 전단응력(wall shear stress: WSS)도 혈관의 신축운동의 정도에 따라 변하게 된다. 대동맥의 경우는 지름이  $\pm 5\%$ 까지 변하는 것으로 알려져 있다.<sup>(18)</sup>

Ling 등<sup>(19)</sup>은 국부유동 가정을 통하여 벽면에서의 전단변형률(wall shear rate; WSR)을 근사적으로 구하였고, Navier-Stokes 방정식의 대류항이 벽면의 움직임과 연관되어 만들어내는 비선형 효과가 유동에 영향을 미침을 밝혔다. Dutta 등<sup>(20)</sup>은 국부유동가정을 검증하고, 벽면에서의 전단변형률이 압력과 유량의 위상차(impedance phase angle: IPA)가 중요함을 지적하였다.

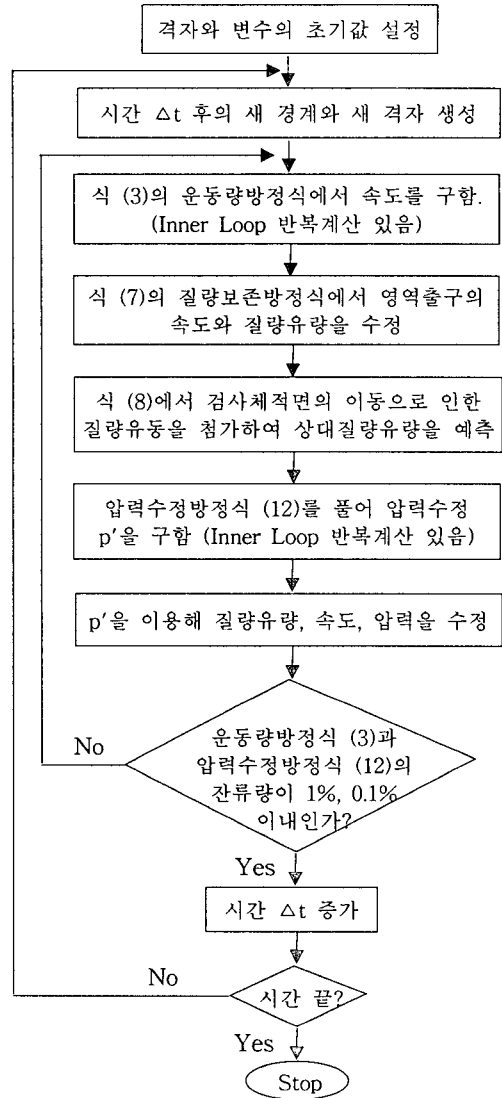


Fig. 2 Simulation algorithm with moving boundary

Wang 등<sup>(11,12)</sup>은 섭동이론(perturbation theory)으로부터 탄성관내의 맥동유동을 해석하고 탄성혈관의 신축운동(혈압과 동위상임)과 임피던스 페이즈 앵글이 벽면전단변형률에 미치는 영향을 조사하였다. 이 연구에서 그들은 맥동유동성분이 벽면운동과 상호작용하여 추가유동을 일으키는 효과를 지적하였으며 페이즈 앵글에 따라 벽면전단변형률의 크기가 변화하는 것을 발견하였다. 한편, 실험쪽에서는 Lee 등<sup>(21)</sup>이 복부동맥 분기관 모델에서의 유동실험을 통해 벽면전단변형률이 임피던스 페이즈 앵글의 변화에 따라 46% 까지

줄어드는 것을 보고하였다.

본 연구에서는 혈액을 비압축성의 균질한 뉴턴 유체로, 혈관은 등방성을 가진 얇은 두께의 탄성 벽이며 반경방향으로만 움직이는 것으로 가정하였다.<sup>(11,12,19,20)</sup> 맥동유동 및 탄성벽의 운동은 두 파동 사이의 위상차 효과를 알아보기 위하여 평균값과 진폭을 갖는 사인함수의 형태로 부여하였다. 혈액의 물성은 Lee 등<sup>(21)</sup>의 실험에서 사용한 값을 사용하였으며 밀도  $\rho$ 는  $971\text{kg/m}^3$ , 점성계수  $\mu$ 는  $6.6028 \times 10^{-3}\text{kg/m} \cdot \text{s}$ 이다.

본문의 3.3절에서는 무한 탄성평판 사이를 흐르는 2차원 유동, 3.4절에서는 탄성관내의 축대칭 유동을 해석하였다. 축대칭 유동의 해석은 직교좌표계에서의 3차원기법<sup>(22)</sup>을 이용하였다. 두 해석 모두 기준점에서 벽면전단변형률을 계산하여 벽면의 움직임이 없는 경우의 이론해와 비교하고, 임피던스 페이즈 앵글에 따른 벽면전단변형률의 변화를 관찰하였다. 맥동유동의 평균유량  $Q_{\text{mean}}$ 은 3.3절의 경우에 Lee 등<sup>(21)</sup>이 사용한 복부대동맥에서의 전형적인 유량값의 2차원 변환형태인  $3.678 \times 10^{-5}\text{m}^3/\text{s}$ 이며, 3.4절의 경우에는 3차원 유동의 유량인  $4.333 \times 10^{-5}\text{m}^3/\text{s}$ 이다. 이에 해당하는 평균 레이놀드수는 탄성평판의 경우는 541, 탄성관의 경우는 406인 층류유동으로 가정하였다. 유량의 맥동성을 나타내는 척도인 Womersley수( $\alpha = R\sqrt{\rho\omega/\mu}$ )는 10.13이다. 계산에 사용된 시간간격  $\Delta t$ 는 이차원 유동의 경우 0.015초, 축대칭 유동의 경우 0.003초를 사용하였다.

### 3.2 계산영역과 경계조건

맥동유동 해석을 위한 계산영역의 일부를 Fig. 3에 도시하였다. 수직방향으로의 높이는 0.01m인데 이차원 유동의 경우 중심평면과 탄성평판 사이의 거리( $y$ )를 나타내고, 축대칭 유동에서는 원형관에서 중심축과 탄성벽면과의 거리( $r$ ) 즉, 관의 반지름을 나타낸다. 수평방향으로의 길이는 맥동하는 유량을 충분히 발달시키기 위하여 1.2m로 길게 모델링하였다. 격자수는 이차원 유동의 경우는  $100 \times 20$ ,  $200 \times 40$ 이고 축대칭의 경우는  $160 \times 30$ ,  $160 \times 40$ 인데, 이는 벽면의 운동이 없는 경우에 벽면전단변형률의 이론해의  $\pm 0.5\%$ 이내로 근접시킬 수 있는 격자수이다.<sup>(22)</sup>

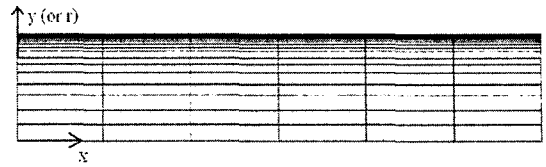


Fig. 3 Zoomed view of computational grid system

Fig. 4에 탄성평판 사이 또는 원형관 안에서 맥동유동이 지나갈 때 벽면의 움직임과 경계조건을 도식적으로 나타내었다. 탄성벽의 반지름  $r(t)$ 는 사인파의 형태로서 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} r(t) &= r_{\text{mean}} + r_{\text{amp}} \sin(\omega t) \\ &= r_{\text{mean}} [1 + \varepsilon \sin(\omega t)] \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $\varepsilon$ 은 반지름 신축운동의 진폭을 평균 반지름값으로 나눈 무차원 변수이다. 입구에서는 균일유동을 가정하였고 입구에서 출구 사이의 중간지점( $x=0.6\text{m}$ )을 선택하여 그곳에서의 유량을 기준유량으로 잡았다. 기준유량은 사인파로 표현하였으며 혈관의 운동과 위상차  $\phi$ 를 갖도록 모델링 하였다.

$$Q_{\text{ref}}(t) = Q_{\text{mean}} + Q_{\text{amp}} \sin(\omega t - \phi) \quad (15)$$

복부대동맥내의 혈류유동을 근사하기 위하여 본 연구에서는  $Q_{\text{amp}}$ 의 값으로  $Q_{\text{mean}}$ 의 1.18배를 사용하였으며, 탄성벽면의 움직임을 고려하면 입구에서의 유량은 질량보존의 법칙에 의하여 식 (16)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} Q_{\text{inlet}}(t) &= u_{\text{inlet}}(t) A_{\text{inlet}}(t) \\ &= Q_{\text{ref}}(t) + \left. \frac{dV(t)}{dt} \right|_0^{0.6} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $u_{\text{inlet}}(t)$ ,  $A_{\text{inlet}}(t)$ 는 각각 입구에서의 속도와 면적이다. 벽면의 움직임으로 인한 체적 변화량  $dV(t)/dt$ 는 식 (14)의 탄성벽의 반지름  $r(t)$ 로부터 계산된다. 이밖에 중심평면(중심축)과 출구( $x=1.2\text{m}$ )에서는 각각 대칭경계조건과 유동의 완전발달조건을 적용하였다. 특히 3.4절의 축대칭 맥동유동의 해석에는 직교좌표계에서의 3차원 처리기법을 사용하였다.<sup>(22)</sup>

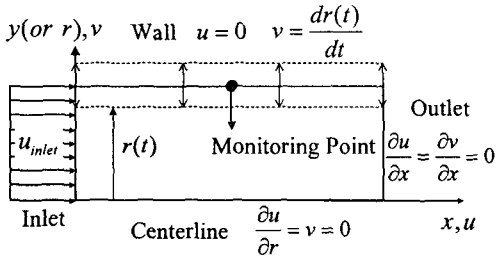


Fig. 4 Schematic of wall motion and boundary conditions in 2D pulsating flow between elastic parallel plates and through axisymmetric tube

3.3 탄성평판 사이의 2차원 맥동유동

식 (14)와 같은 방법으로 탄성평판을 운동시키고 식 (16)의 맥동유동을 입구에 유입시켜 임피던스 페이즈 앵글의 변화에 따른 벽면전단변형률의 변화를 관찰하였다.  $\epsilon$  은 0.04로서 전체반지름의 4% 진폭을 갖는 벽면운동을 구현하였다. 과도효과를 제거하기 위하여 5개 주기에 해당하는 시간  $t=0$ 초에서  $t=4.5$ 초까지 계산을 수행하였으며 제 5 번째 주기에서의 해에 최소오차자승법을 통해 벽면전단변형률의 평균값(MWSR)과 진폭(AWSR)을 구하였다.

Fig. 5에서 x-방향 속도분포를 시간별로 나타내었다. 벽면의 움직임을 관찰할 수 있으며 맥동유동의 영향으로 인해 벽면근처에서 역류가 일어나는 것을 관찰할 수 있다. 벽면의 이동으로 인한 WSR의 변화를 알아보기 위하여 식 (17), (18)과 같이 벽면이 움직일 때와 고정될 때 벽면에서의 WSR의 평균비  $S_{mean}$  과 진폭비  $S_{amp}$  를 각각 정의하였다.

$$S_{mean} = \frac{MWSR(moving\ wall)}{MWSR(rigid\ wall)} \quad (17)$$

$$S_{amp} = \frac{AWSR(moving\ wall)}{AWSR(rigid\ wall)} \quad (18)$$

벽면운동이 없는 경우의 WSR의 이론해는 평균  $55.17\ s^{-1}$ , 진폭  $235.4\ s^{-1}$ 이다. Fig. 6에  $S_{mean}$  과  $S_{amp}$  를 임피던스 페이즈 앵글  $\phi$  에 따라 나타내었다. 위상이  $0^\circ$ 인 경우는 벽면운동이 없는 경우

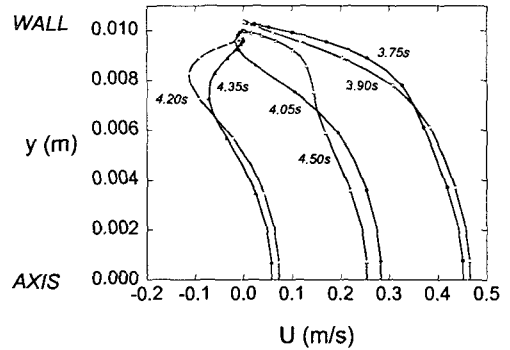


Fig. 5 X-directional velocity profile between elastic plates(4% wall motion with zero impedance phase angle)

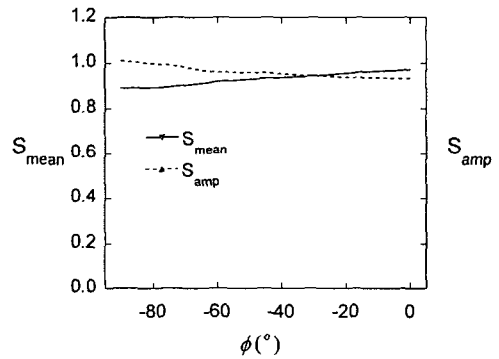


Fig. 6 Variation of  $S_{mean}$  and  $S_{amp}$  depending on impedance phase angle at 4% wall motion

에 비해 WSR의 평균은 거의 일치하였으나 진폭은 약 8% 감소하였다. 위상이  $0^\circ$ 에서  $-90^\circ$ 로 변화할 때 WSR의 평균은 11% 감소하며 진폭은 8% 증가하였다.

3.4 탄성관내의 축대칭 맥동유동

3.3절에서와 같은 방법으로 임피던스 페이즈 앵글에 따른 벽면전단변형률의 변화를 관찰하였다. Fig. 7에 벽면이 4% ( $\epsilon = 0.04$ )의 운동을 하고 위상차가  $0^\circ$ 인 경우, 축방향속도  $u$  의 반경방향 분포를 시간별로 나타내었다. 탄성평판의 경우와 거의 비슷한 양상을 보이는 것으로 보아 탄성평판 사이의 2차원 유동과 축대칭 유동이 구조적으로 서로 유사할 것임을 알 수 있다.

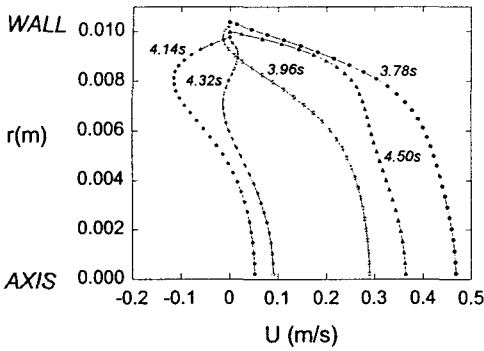


Fig. 7 X-directional velocity profile through an elastic tube (4% wall motion with zero impedance phase angle)

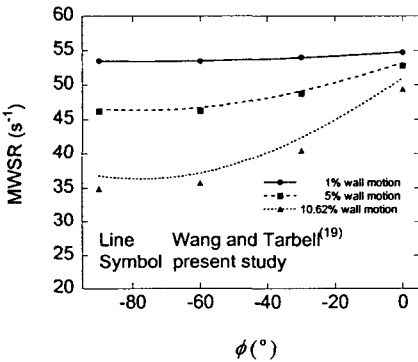


Fig. 8 MWSR at various impedance phase angles and wall motion

Fig. 8에 벽면운동의 진폭을 변화시켜가며 위상차의 변화에 따른 MWSR와 섭동근사해를 비교하였다. 벽면운동이 증가함에 따라 MWSR이 크게 감소함을 관찰할 수 있으며 벽면운동이 증가함에 따라 섭동해와 본 연구의 수치해의 차이가 발생함을 알 수 있다. 그 이유는 섭동해는 작은 벽면운동( $\epsilon \rightarrow 0$ )을 가정한 근사해이므로 벽면운동이 작은 경우에 유효하기 때문이다.

벽면 운동에 따른 WSR의 변화를 Fig. 9, 10에 나타내었다. 수평축은 벽면운동과 맥동유동의 비율을 나타내는 무차원변수이고 수직축은 식 (17)과 (18)에서 정의된 WSR의 평균비와 진폭비이다. 움직이지 않는 강체관을 통과하는 맥동유동에서

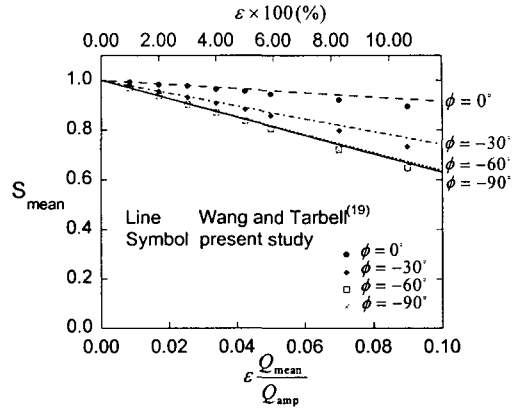


Fig. 9  $S_{mean}$  at various impedance phase angles

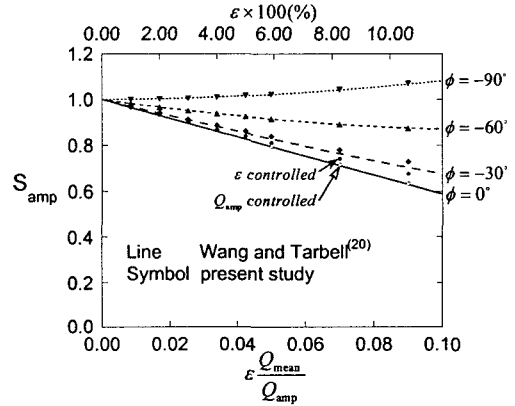


Fig. 10  $S_{amp}$  at various impedance phase angles

벽면전단변형률의 이론해는 평균  $55.17 \text{ s}^{-1}$ , 진폭  $183.1 \text{ s}^{-1}$ 이다. WSR의 평균비  $S_{mean}$ 은 벽면운동의 크기가 커짐에 따라 감소하며, 같은 크기의 벽면운동에서는 임피던스 페이즈 앵글이  $0^\circ$ 에서  $-90^\circ$ 로 즉, 음의 값으로 갈수록 감소하였다.  $\epsilon Q_{mean}/Q_{amp}=0.034$ 에서 위상차가  $0^\circ$ 에서  $-90^\circ$ 로 변화할 때,  $S_{mean}$ 이 11% 감소하였는데 이는 같은 조건의 탄성평판에서와 유사한 크기의 감소폭이다.

한편  $S_{amp}$ 는 벽면운동이 증가할수록 감소하며 같은 벽면운동하에서는 위상차가 음의 값으로 갈수록 증가하였다.  $\epsilon Q_{mean}/Q_{amp}=0.034$ 인 경우에  $S_{amp}$ 는 위상차  $-90^\circ$ 일 때가  $0^\circ$ 일 때보다 약 16% 증가하여 약 8%가 증가한 탄성평판의 경우



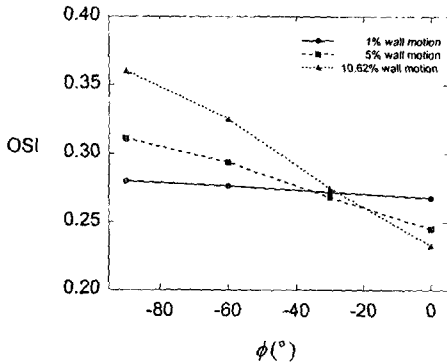


Fig. 11 Oscillatory shear index at various impedance phase angles and wall motion

보다 더 큰 폭의 변화를 나타내었다. 그러므로 탄성관내의 유동이 탄성평판 사이에서의 유동보다 임피던스 페이즈 앵글에 더 민감함을 알 수 있다. Fig. 8, 9의 결과로부터 탄성관내의 맥동유동에 관하여 섭동이론<sup>(11,12)</sup>을 적용할 수 있는 벽면운동의 크기가 약 5% 이내임을 알 수 있다.

Fig. 11에는 주요 혈관질환인 동맥경화의 발생과 상관관계가 있는 것으로 알려진 혈류역학적 지표인 교번전단지수(OSI; oscillatory shear index)를 임피던스 페이즈 앵글에 대하여 나타내었다. OSI는 Ku 등<sup>(13)</sup>과 He<sup>(14)</sup> 등이 정의한 바에 따르면, 맥동하는 전단응력의 진폭과 평균값의 비율을 나타내는 지표로서 큰 OSI값은 상대적으로 낮은 평균전단응력과 높은 진폭의 전단응력을 의미하게 된다. Ku 등<sup>(13)</sup>의 실험에 따르면 OSI의 값이 높아지면 동맥경화 발생의 빈번도가 증가하였다. 그들의 실험결과를 본 연구의 수치해 결과에 적용하면 임피던스 페이즈 앵글이 정상인(-45°)에 비해 큰 음의 값을 가지는 고혈압 환자의 경우(-70° ~ -80°), 높은 교번전단지수를 갖게 되며 동맥경화에 노출될 가능성이 높다는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

ALE 방법에 기초한 유한체적법 알고리즘을 수정하고 이를 이용하여 탄성평판 사이와 탄성관내의 맥동유동을 해석하였다. 탄성관 유동의 경

우, Wang 등의 섭동 이론<sup>(11,12)</sup>을 본 연구의 수치해와 비교한 결과, 벽면운동이 작은 경우에는 두 해가 매우 유사함을 보였다. 섭동해의 적용가능한 범위는 벽면운동의 진폭이 약 5% 이내이며, 그 이상의 벽면운동의 경우에는 섭동해의 오차가 발생함을 보였다. 혈관유동의 경우는 혈관의 반지름방향 신축운동이 5% 이내이므로 뉴턴유체를 가정한 경우에는 섭동해의 적용에 무리가 없을 것으로 사료된다.

해석결과, 탄성벽 사이의 유동에서 벽면전단응력은 벽면운동의 크기뿐만 아니라 벽면운동과 맥동유량 사이의 위상차에 따라 달라짐을 알 수 있었다. 벽면의 운동은 벽면전단응력의 진폭을 낮추는 효과를 나타내며, 임피던스 페이즈 앵글이 음의 큰 값( $\phi = -70^\circ \sim -80^\circ$ )을 가질수록 벽면전단응력의 평균값은 감소하고 진폭은 증가함으로 혈관동맥의 경화현상과 밀접한 관련을 갖는 교번전단지수의 값이 상승함을 볼 수 있었다. 그러므로 고혈압환자의 경우처럼 임피던스 페이즈 앵글이 큰 음의 값을 갖는 경우에는 동맥경화에 노출될 가능성이 높다는 사실을 유추할 수 있다.

본 연구에서 제안된 수치기법은 3차원 비직교, 비정렬 격자에 대한 것이다. 그러므로, 혈관벽면운동에 대한 정보가 주어진다면, 직선혈관 뿐만 아니라 다양하고 복잡한 형상의 혈관모델에 적용될 수 있을 것이다.

#### 후 기

본 연구는 보건복지부의 지원(02-PJ3-PG3-31403-0004)으로 수행되었습니다.

#### 참고문헌

- (1) Harlow, F. H. and Welch, J. E., 1965, "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow," *Physics of Fluids*, Vol. 8, pp. 2182~2189.
- (2) Viacelli, J. A., 1971, "A Computing Method for Incompressible Flows Bounded by Moving Walls," *Journal of Computational Physics*, Vol. 8, pp 119~143.

- (3) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., 1981, "Volume of Fluid(VOF) Method for The Dynamics of Free Boundaries," *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, pp. 201~225.
- (4) Bayyuk, S. A., Powell, K. G. and van Leer, B., 1996, "Computation of Unsteady Euler Flows with Moving Boundaries and Fluid-Structure Interactions," *Proceeding of the 15th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, pp. 554~559.
- (5) Demirdžić, I. and Perić, M., 1990, "Finite Volume Method for Prediction of Fluid Flow in Arbitrarily Shaped Domains with Moving Boundaries," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 10, pp. 771~790.
- (6) Hirt, C. W., Amsden, A. A. and Cook, J. L., 1974, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds," *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, pp. 227~253.
- (7) Demirdžić, I. and Perić, M., 1998, "Space Conservation Law in Finite Volume Calculations of Fluid Flow," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 8, pp. 1037~1050.
- (8) Ferziger, J. H. and Perić, M., 1996, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer.
- (9) Kim, C.-J. and Kaviany, M., 1992, "A Numerical Method for Phase-Change Problems with Convection and Diffusion," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 2, pp. 457~467.
- (10) Thomas, P. D. and Lombard, C. K., 1979, "Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids," *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 10, pp. 1030~1037.
- (11) Wang, D. M. and Tarbell, J. M., 1992, "Nonlinear Analysis of Flow in An Elastic Tube (Artery): Steady Streaming Effects," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 239, pp. 341~358.
- (12) Wang, D. M. and Tarbell, J. M., 1995, "Nonlinear Analysis of Oscillatory Flow, with A Nonzero Mean, in An Elastic Tube (Artery)," *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 117, pp. 127~135.
- (13) Ku, D. N., Giddens, K. P., Zarins, C. K. and Glagov, S., 1985, "Pulsatile Flow and Atherosclerosis in The Human Carotid Bifurcation: Positive Correlation Between Plaque Location and Low Oscillating Shear Stress," *Arteriosclerosis*, Vol. 5, pp. 293~302.
- (14) He, X. and Ku, D. N., 1996, "Pulsatile Flow in The Human Left Coronary Artery Bifurcation: Average Conditions," *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 118, pp. 74~82.
- (15) Kim, C. J., 1998, *A Guide To Computational Fluid Mechanics*, Moon Woon Dang.
- (16) Kim, C. J., 1999, "Finite Volume Concept : A New Approach to Computational Thermal Fluid Mechanics," *KSME Conference Proceedings(B)*, pp. 1~7.
- (17) Perić, M., 1985, "A Finite Volume Methods for The Prediction of Three-Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts," Ph.D. Thesis, University of London.
- (18) McDonald, D. A., 1974, *Blood Flow in Arteries*, 2nd ed., Edward Arnold Publishers, London.
- (19) Ling, S. C. and Atabek H. B., 1972, "Nonlinear Analysis of Pulsatile Flow in Arteries," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 55, Part 3, pp. 493~511.
- (20) Dutta, A., Wang, D. M. and Tarbell, J. M., 1992, "Numerical Analysis of Flow in An Elastic Artery Model," *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 114, pp. 26~33.
- (21) Lee, C. S. and Tarbell, J. M., 1997, "Wall Shear Rate Distribution in An Abdominal Aortic Bifurcation Model: Effects of Vessel Compliance and Phase Angle Between Pressure and Flow Waveforms," *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 119, pp. 333~342.
- (22) Park, H. G., 2000, Numerical Treatment of An Axisymmetric Flow in Cartesian Coordinates. MS Thesis, Seoul National University.