

< 논문 >

프레팅 피로를 받는 Ti-6Al-4V의 결정소성 시뮬레이션

고준빈[†] · 고충현* · 이기석**
(2004년 6월 12일 접수, 2005년 2월 25일 심사완료)

Crystal Plasticity Simulation of Ti-6Al-4V Under Fretting Fatigue

Jun Bin Ko, Chung Hyun Goh and Kee Seok Lee

Key Words: Fretting Fatigue(프레팅피로), Crack Nucleation(균열생성), Crystal Plasticity(결정소성), Drag Strength(항력강도), Back Stress(후방응력)

Abstract

Fretting fatigue is often the root cause of the nucleation of cracks at attachments of structural components. Since fretting fatigue damage accumulation occurs over relatively small volumes, the subsurface cyclic plastic strain is expected to be rather non-uniformly distributed in polycrystalline materials. The scale of the cyclic plasticity and the damage process zones is often on the order of microstructure dimensions. Fretting damage analyses using cyclic crystal plasticity constitutive models have the potential to account for the influence of size, morphology, and crystallographic orientation of grains on fretting damage evolution. Two-dimensional plane strain simulations of fretting fatigue are performed using the cyclic properties of Ti-6Al-4V. The crystal plasticity simulations are compared to an initially isotropic J_2 theory with nonlinear kinematic hardening as well as to experiments. The influence of initially isotropic versus textured microstructure in the presence of crystallographic slip is studied.

1. 서 론

프레팅 피로를 받는 실제 구조물은 마이크로구조와 같은 동일한 길이 스케일에서 피로에 대한 주요 특징들이 발생하므로 마이크로구조의 이해가 매우 중요하다. 그러나 기존 모델들은 마이크로구조 개념을 완벽히 고려하는데 미흡하였다.

따라서 본 논문의 목적은 프레팅 피로하에서 이질적인 입자들과 결정학적 방위 및 상호작용에 대한 영향을 설명하고자 한다.

이들 설명을 입증하기 위해 결정소성 모델을 유한요소모델에 접목하였다. 접촉조건(contact condition)과 관련된 파라메트릭 연구에서 사용된

구성성분 법칙은 궁극적으로 실질적인 프레팅 피로 과정을 이해하는데 도움을 준다.

피로 균열의 생성(nucleation)을 예측하기 위한 주요 입계면 접근법들은 응력과 변위의 주기적인 상태에 관한 중요한 특성들을 파악할 수 있음을 보여 주었다. 이런 접근법들은 일반적으로 동질 재료(i.e. 매우 미세한 마이크로구조)에서 프레팅 균열생성의 위치, 방위 및 성장방향을 포함한 손상 정도를 나타낼 수 있는 실제 파라메타들을 제공한다. 그러나 이런 스케일에서의 손상은 주요 입계면에 영향을 주는 결정학적 방위에 의해 또한 영향을 받는다.

본 논문은 프레팅 균열의 생성을 보다 쉽게 이해하고 예측하기 위한 결정소성 모델을 설명하기 위하여 최근에 획득한 몇가지 결과값과 Ti-6Al-4V의 상수를 결정하기 위한 결정소성 알고리즘과 방법론을 제시하고자 한다.

[†] 책임저자, 회원, 한밭대학교 기계설계공학과

E-mail : kjb1002@hanbat.ac.kr

TEL : (042)821-1623 FAX : (042)821-1587

* 한밭대학교 기계설계공학과

** 충남대학교 기계공학과

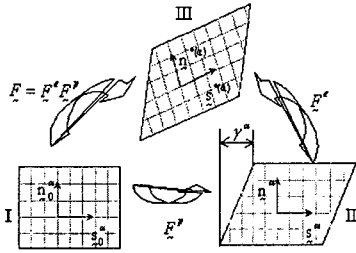


Fig. 1 Kinematics of elastic-plastic deformation of crystalline solid deforming by crystallographic slip

2. 실험 방법

2.1 결정소성 알고리즘

결정소성 알고리즘은 Bennett⁽¹⁾에 의해 잘 표현되어 있고, McGinty 와 McDowell,⁽²⁾ Cuitio와 Ortiz⁽³⁾의 연구를 참고하였다. 이 알고리즘은 Fig. 1에 보여진 배수분해(multiplicative decomposition)에 기초를 두고 있다.

$$\underline{F} = \underline{F}^e \underline{F}^p \tag{1}$$

여기서, F 는 총 변형기울기, F^e 와 F^p 는 탄성 및 소성변형 기울기, 그리고 F^e 는 강제회전 뿐만 아니라 격자의 탄성 팽창과 회전을 나타낸다. 반면에 F^p 는 결정학적인 슬립면에 따르는 전위 미끄러짐의 누적 효과를 나타낸다. Fig. 1에서 눈금은 결정격자를 나타낸다.

여기서, s^0 와 n^0 는 변형전 형상(undeformed configuration)에서 α 슬립시스템에 대한 슬립방향과 슬립면 수직방향에 대한 초기 단위벡터를 나타낸다. 결정이 소성적으로 변형하거나 회전하는 경우 격자는 탄성 변형과 회전이 발생한다.

총 변형기울기는 아래와 같이 두 단계로 나뉘어서 발생하는데, 첫 번째 단계는 전위가 결정 격자를 통해 이동하고 이로 인하여 소성 전단 변형을 발생시킨다. 이런 과정에서 방위와 결정입자 간격은 변동이 없다. 소성변형은 s^0 와 n^0 를 갖는 α 슬립시스템에서 전단변형율(r^a)에 의해 발생하기 때문에 재료입자의 소성변위(u^p)는 r^a

의 형태로 표현이 가능하다. 따라서 r^a 은 단위 거리를 유지하는 두 슬립면의 상대변위로서 정의된다. 두 번째 단계는 소성변형 후에 격자는 탄성적으로 변형되고, 조직 변화에 영향을 주는 강제회전(rigid rotation)이 수행된다.⁽⁴⁾

α^{th} 슬립 시스템상에서 전단응력이 분해되면,

$$\tau^a = \sigma : (s^a \otimes n^a) \tag{2}$$

α^{th} 슬립 시스템상에 소성 전단비는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\gamma}^a = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau^a - x^a}{G} \right|^m \text{sgn}(\tau^a - x^a) \tag{3}$$

여기서 G 는 등방위 항력강도(drag strength)를 나타내고, m 은 유동지수이다. x^a 는 α^{th} 슬립시스템상의 후방응력이고 $\dot{\gamma}_0$ 는 참고전단비로 나타낸다. 또한 $\alpha = 1, 2 \cdot \cdot \cdot N$ 이고, N 은 슬립시스템 수를 가리킨다. 후방응력은 Armstrong-Frederic 유형의 순수 비선형 운동 경화 법칙에 따라 전개된다.

$$\dot{x}^a = h \dot{\gamma}^a - h_D x^a |\dot{\gamma}^a| \tag{4}$$

위 식 (4)에서 h 와 h_D 는 각각 직접 경화와 동적 회복 계수를 나타낸다. 각각 슬립시스템에서 $\dot{\gamma}^a$ 을 계산하기 위한 수치 알고리즘은 McDowell⁽²⁾에 의해 서술된 바 있다. 결정소성 알고리즘은 ABAQUS⁽⁵⁾ UMAT(user masterial)의 서브루틴에 의해 코드화 하였다.

2.2 결정 소성을 가진 평면 3차 슬립 모델

Ti-Al-4V합금의 마이크로구조는 60% α 상과 40% β 상으로 구성되며, 항복과 극한강도는 930MPa 과 978MPa을 가지고 있다. HCP α 상에서 슬립은 $\{10\bar{1}0\}$ 사방정계면, $\{10\bar{1}1\}$ 1차 각추면, 그리고 (0001) 기저면에서 발생한다. 티타늄인 경우 매우 낮은 온도에서는 잘 발생하지 않지만 사방정계 슬립이 가장 활발한 변형 모드이다. 슬립은 가장 적합한 방향일 경우에만 기저면에서 발생한다. 비합금 β 상, 티타늄의 슬립모드는 아직 확립되어 있지 않지만, $\langle 111 \rangle$ 방향을 가진 (110) , (112) 와 (123) 면이 있는 BCC 금속들의 슬립모드와 마찬가지로

가지일 것으로 예측된다. 2상합금의 경우 전형적으로 HCP α 상에서 슬립이 대부분 발생한다. HCP 결정에서 사방정계 슬립모드를 표현하는데 평면 3차 슬립모델이 효과적이다. Fig. 2는 평면 3차 슬립 가상도를 나타낸 것이다. Fig. 2에서 x,y,z는 입자내의 결정학적 방위에 관련된 국부 좌표계이다.

그리고 X,Y,Z는 전체적인 기준좌표계를 나타내므로 θ 는 전체 기준좌표계와 국부좌표계간의 각도이고 입자의 결정학적 방위를 나타낸다. ϕ 는 국부 x축을 기준으로 1차, 2차 두 슬립시스템 사이의 이분각을 의미한다. 3차 슬립시스템은 1차, 2차 두 시스템으로부터 각각 120° 떨어져 있다. 슬립방향의 s^α 와 슬립면 방향의 n^α 으로 표현된 각각의 슬립시스템은 상호시스템간의 고정된 방위를 갖고 있으며 연속체에 대해 회전한다.

결정소성 모델링에 관한 대부분의 기존 연구^(2,9)는 FCC 결정에 관하여 다루어 왔다. 2D 평면 변형 가정하에 FCC 결정체에서 실제 슬립시스템은 이분각 평면 이중(double) 슬립모델로 표현될 수 있다. 여기서 각도 θ 는 두 유효 슬립방향의 이분각과 고정된 시편 X축 사이의 각도를 가리킨다. 각도 ϕ 는 이분각과 관련된 결정학적인 조밀구조면(close-packed plane)으로 정의할 수 있으며, FCC 결정의 경우 35.1° 를 나타낸다.

결정소성 모델에서 상수들은 50개의 입의 방위각을 가진 입자들로 구성된 매쉬로 이루어진 단일축 평면 변형 유한요소 시뮬레이션을 수행함으로써 결정된다. 여기서 각 입자들은 25개의 요소로 구성되어 있다. 이러한 상수들은 Mises 단일축

등가 응력-변형 정의에 근거하여 Ti-6Al-4V의 거시적 단일축 주기 응력-변형 거동 특성과 모델을 비교함으로써 시행 착오법들에 의해 결정된다.

3차 슬립 이상화한 결정소성 모델은 준탄성-완전 소성 응답을 보이는 Ti-6Al-4V의 거시적이고 주기적인 응력-변형 거동의 상호관계를 명확히 나타내 주었다. 주기적 응력-변형 곡선을 나타내는 Ramberg-Osgood 상수로서 $K'=855 \text{ MPa}$ 과 $n'=0.0149$ 이다. 평면 2중 슬립 이상화 모델은 현저한 변형 경화를 나타내는 주기적 응력-변형 응답을 예측하기 때문에 부적절하다. 그러므로 평면 3차 슬립모델에서 3차 슬립시스템은 재료의 준 탄성-완전 소성의 주기적인 거동을 표현하는데 필수적이라고 할 수 있다. 평면 3차 슬립모델에 대한 상수들은 $\dot{\epsilon}_0 = 0.001 \text{ s}^{-1}$, $G = 404 \text{ MPa}$, $m = 63$, $h = 500 \text{ MPa}$, $h_D = 100$ 이다. 탄성 변형을 위한 상수값은 $E = 118 \text{ GPa}$, $\nu = 0.361$ 이다.

2.3 유한요소 실험

실험에 사용된 프레팅 패드와 시편을 대칭면으로 표현한 유한요소 모델은 Fig. 3과 같다.

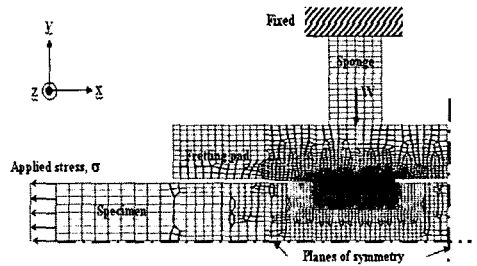


Fig. 3 Finite element mesh of experimental configuration

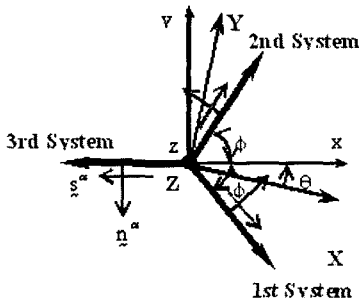


Fig. 2 The planar triple slip system idealization

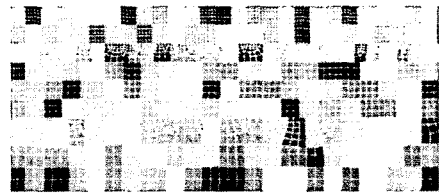


Fig. 4 Grouping of elements into grains under the contact. The shading corresponds to the crystallographic orientation

Fig. 3에서 하단은 피로시편이고, 상단은 50mm의 곡률 반경을 가지는 실린더형 프레팅 패드이다. 피로시편 크기는 두께(y방향)가 12.7mm, 폭(z방향)이 5mm이다. 인장하중은 시편의 왼쪽 가장 자리에 작용시킨다. Mc Veigh and Farris, 1997⁽⁷⁾와 Swalla, 1999⁽⁸⁾의 실험장치에 사용된 프로빙 링(probing ring) 조립과 같이 스프링 요소 기능을 하는 10mm 두께의 하드 스펀지층을 패드 상층에 추가함으로써 컴플라이언스(compliance) 모델링 구현뿐만 아니라 안정된 해석을 제공하는 이점을 얻을 수 있다. 패드와 시편은 면의 대칭방향인 x와 y 방향에 대해 고정시킨다. 하드 스펀지층의 요소들은 층상단을 따라 x와 y 방향으로 구속된다. 누적 경험 효과(Cumulative history effect)를 고려하기 위해 먼저 수직하중(W)을 적용 시킨후 세 사이클의 피로 하중이 시편에 가해졌다.

접촉하에서 길이(3mm) × 깊이(0.1mm) 영역에는 사상 격자(mapped mesh)가 사용되고 그 외 영역에서는 자유 격자(free mesh)가 사용되었다. 주 관심 영역인 접촉 부위의 요소는 크기 10 μm를 사용하여 보다 정확한 해석 결과를 도출하였다. 그리고 효율성을 고려하여 접촉영역내의 요소만을 결정소성 모델을 사용하고, 나머지 요소들은 접촉영역의 상대적 위치에 따라 J₂ 소성 또는 완전 탄성이론이 활용되었다. 패드는 탄성체이고 스펀지 층은 0.01E인 모델로 주어진다. 해석을 위해 ABAQUS CPE 8R(8-node biquadratic quadrilateral 2-D solid plane strain elements)요소를 사용하였다. 접촉면이 시편의 폭보다 더욱 좁기 때문에 평면 변형 조건을 고려하였다. 프레팅 패드와 시편사이의 접촉 요소를 해석하기 위하여 미세한 미끄럼이 존재하는 접촉 쌍 요소(contact pair element)를 사용하였다. 시편은 주(master)표면으로 정의되고, 프레팅 패드는 종속(slave)표면으로 정의된다. 라그랑지 곱셈법을 사용하여 두 접촉표면 사이의 경계면을 따라 형성되는 접촉 구속조건들을 강화하였다. 결정소성 모델을 수행할 때 입자들은 요소를 그룹화하여 나타낸다(Fig. 4 참조). 각 입자의 방위각 θ 는 입자 방위 설정용 UMAT 서브루틴에서 지정된다. 이러한 방위각 할당은 무작위로 수행될 수도 있고 어떤 원하는 방위를 포함시킬 수도 있다.

본 논문에서는 결과를 얻기 위해 시뮬레이션 입자를 50 μm × 50 μm로 고려하였다.

3. 결과 및 고찰

본 연구 결과에서 원거리 피로응력 크기는 150MPa이고 응력비 $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ 는 0.1이 사용되었다. 두 종류의 수직하중 W=1,350N과 4,050N의 경우를 적용하였다. 전자는 일반적인 프레팅 피로 실험중 한 가지 경우이고, 후자는 전자보다 훨씬 더 심각한 피로 실험의 경우를 나타낸 것이다. Swalla⁽⁸⁾는 최근 연구에서 사이클 프레팅 피로 조건하에서 거시적인 프레팅 피로 조건을 규정할 때, 평균적 의미이지만 보다 더 큰 마찰계수는 돌기 접촉에 의해 국부적으로 상승된 전단 응력 효과를 설명하는데 효과적이라고 제안하였다. 따라서 본 실험에서는 마찰계수를 1.5로 가정하였다.

W=4,050N인 경우, 세 번째 하중이 가해진 후 경계면을 따라 생성된 응력성분 분포가 Fig. 5와 같다. 시뮬레이션은 접촉영역에서 비선형 운동

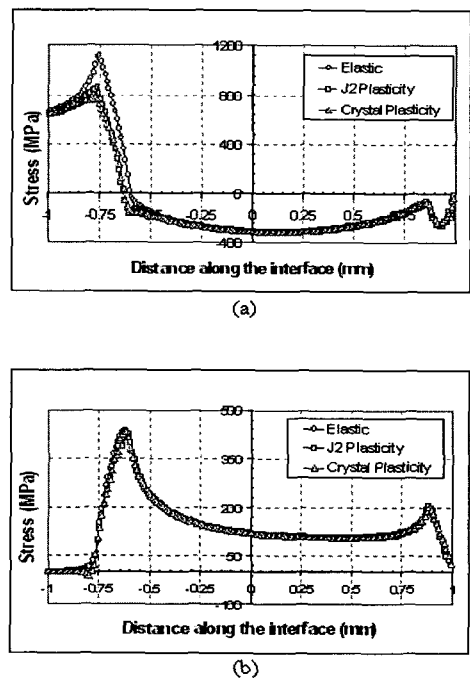


Fig. 5 Stresses along the interface at the end of 3rd loading cycle for the case of W=4,050 N ; (a) tangential stress σ_{11} , (b) shear stress σ_{12}

강화를 가진 초기 등방위 J_2 이론, 탄성 및 결정소성 모델을 사용하여 각각 별도로 수행되었다. 결정소성 모델에서 아무런 언급이 없는 경우는 무작위 방위조건을 의미한다.

Fig. 5에서 $x=0$ 의 지점은 시편의 끝단에 응력이 적용되기 전의 기하학적인 접촉 중심을 의미한다. 각 모델간의 현격한 차이는 세번의 하중이 가해지고 난 후 접촉면 가장자리에서 생성된 σ_{11} 에서 특히 심하게 나타난다. J_2 소성과 결정소성 모델은 모두 σ_{11} 응력의 정점에서 이완(relaxation) 현상이 일어난다.

σ_{12} 분포의 오목면 영역에서 고착영역이 존재함을 쉽게 알 수 있다. 또한 고착 영역의 양측면에 슬립 영역도 존재함을 보여주고 있다.

시뮬레이션에 의해 주어진 접촉면에 따라 발생한 접착과 슬립 영역의 크기와 위치는 동일한 조건으로 실험한 결과와 일치하였다.

J_2 소성과 결정소성 모델은 슬립이 일어나는 접촉면 가장자리 근처와 슬립이 시작되는 작은 영역에서 소성변형이 발생하는 것을 예측하였다. $W=4,050N$ 의 경우, 접촉면 가장자리 근처에 세번째 하중이 가해지고 난 후 J_2 소성과 결정소성 모델 기법에 의한 누적 유효 소성변형의 분포는 Fig. 6과 같다.

누적 유효 소성변형은 아래와 같이 정의된다.

$$\bar{\epsilon}^p = \int \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p} dt \quad (5)$$

이러한 경우 J_2 소성 모델은 2.11×10^{-2} 의 최대 누적 소성변형을 예측한 반면, 결정소성 모델은 3.84×10^{-2} 의 최대 값을 예측하였다. 이 값은 J_2 소성모델에 의해 예측된 값보다 1.66배 더 크다. 누적 소성변형의 표면직하(subsurface) 깊이도 결정소성 모델을 사용할 때 보다 훨씬 더 크게 나타난다. $W=1,350N$ (Fig. 7)인 보다 작은 수직 하중을 적용시킨 시뮬레이션의 경우 J_2 소성 모델은 4.63×10^{-3} 의 최대 소성변형을 예측한 반면 결정소성 모델은 1.65×10^{-2} 이 예측되었다. 이 값은 J_2 소성모델에 의해 예측된 값보다 3.6배 더 크다.

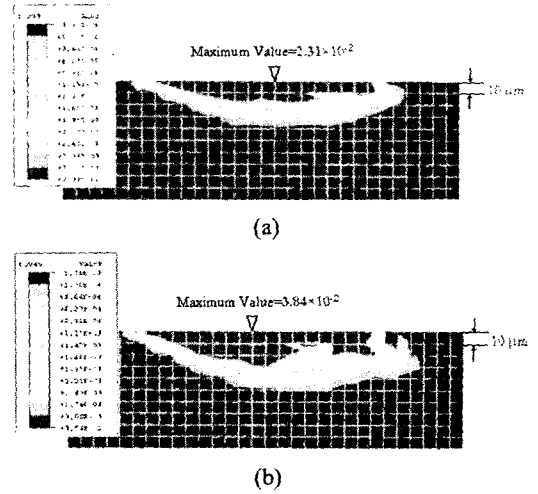


Fig. 6 Cumulative effective plastic strain distribution within the subsurface at the trailing edge at the end of 3rd loading cycle for the case of $W=4050 N$: (a) J_2 plasticity, (b) crystal plasticity

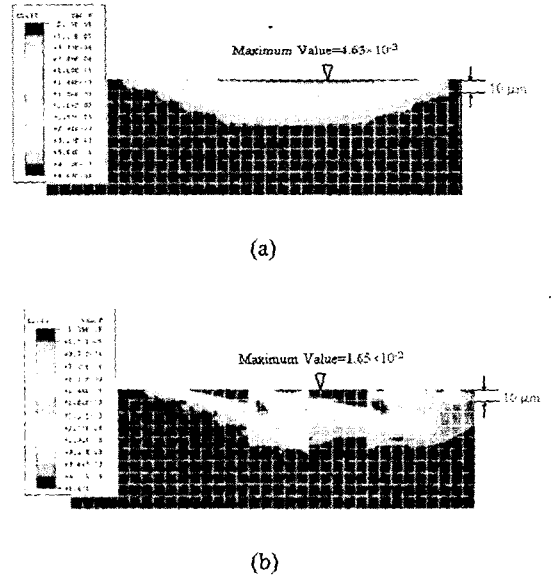


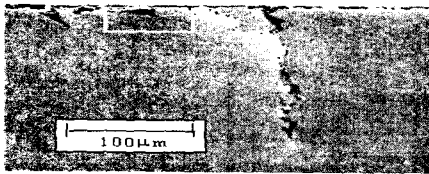
Fig. 7 Cumulative effective plastic strain distribution within the subsurface at the trailing edge at the end of 3rd loading cycle for the case of $W=1,350 N$; (a) J_2 plasticity, (b) crystal plasticity

누적 유효 소성 변형의 표면적화 분포는 J_2 소성 모델의 경우에 비해 결정 소성 모델의 경우가 더 이질적(heterogeneous)이고 침투 깊이도 훨씬 깊게 침투된 것을 볼 수 있다.(Fig. 7 참조)

Fig. 6 과 7의 결과를 비교해 보면, 마이크로 구조 효과는 소성 변형을 받고 있는 재료의 체적이 입자 크기와 거의 비슷할 정도로 작은 경우 더욱 분명하게 나타난다. $W=1,350N$ 의 경우가 고사이클 피로하중 조건에 더 대표적인 경우라 할 수 있다.

Fig. 8은 $W=1,350N$ 과 유사한 하중조건을 가진 실린더-평면형(Cylinder-on-flat) 접촉 실험후 시편의 접촉면 가장자리 근처의 표면적화 특징을 보여준다.

이 시험은 심한 균열이 발생한 후 170,000사이클에서 멈췄다. Ti-6Al-4V에서 관찰된 프래팅 피로 균열의 전형적인 형상은 두개의 피로 균열이 합해져서 이루어진 하나의 지배 피로 균열을 포함한 다수의 균열 생성 흔적들이 보여진다. 주요 피로 균열은 시편 하중의 수직방향으로 $50\mu m$ 깊이까지 전이된다. 반면에 몇몇 균열은 $10-30\mu m$ 범위 깊이에서 입자 경계에 의해 억류된다. 각



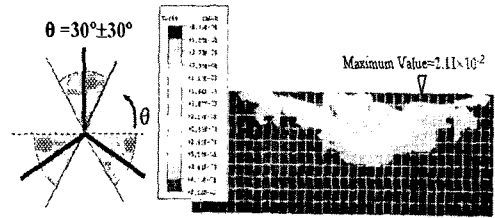
(a)



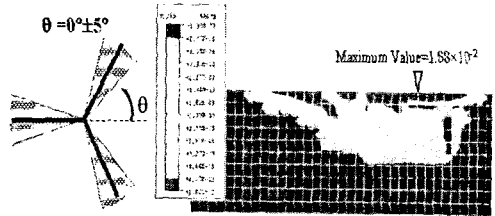
(b)

Fig. 8 (a) Subsurface micrograph of Ti-6Al-4V fretting fatigue specimen under the trailing edge region of slip for the same fretting fatigue conditions considered in analysis shown in Fig. 7, (b) Micrograph of non-propagating cracks shown by the white arrows

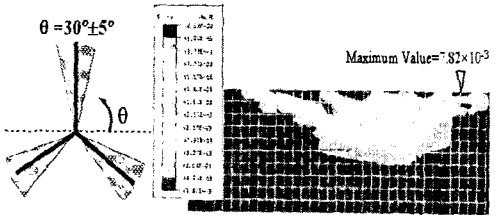
균열의 생성은 접촉 슬립영역이내에서 발생하였다. 또한 단일 균열은 슬립이 시작되는 영역에서 관찰되었다. 대부분의 균열은 표면에 수직으로 측정된 선으로부터 초기 각이 $40-60^\circ$ 범위에 걸쳐 성장한다.



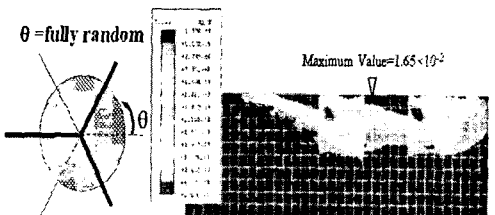
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 9 The effects of simulated texture for the case of $W=1,350 N$; (a) $\theta=30^\circ\pm 30^\circ$, (b) $\theta=0^\circ\pm 5^\circ$, (c) $\theta=30^\circ\pm 5^\circ$, (d) $\theta =$ fully random orientation

표면에서부터 10 μm 이내와 균열 주변에서의 마이크로구조는 소성변형이 발생하고 표면 근처에서 α 입상이 현저하게 높은 비율을 차지하고 있다는 사실을 보여주었다. 결정소성 이론이 사용되었을 때 누적 소성변형의 특성은 실험 결과에서 관찰된 균열의 방위와 매우 유사한 경향을 보여 주었다. 또한 접촉면 가장자리에 생성된 균열의 깊이와 분포는 가혹한 누적 소성변형의 공간적 범위까지도 매우 유사하다.

초기조직이 소성에 미치는 영향은 결정입자의 방위를 표면을 따라 어떤 특정 범위의 각도로 제한하여 연구하였다. 세 종류의 표면 조직에 대한 결과를 Fig. 9에 나타내었다.

$\theta = 30^\circ \pm 30^\circ$ 와 $\theta = 0^\circ \pm 5^\circ$ 의 경우는 무작위 방위 경우보다 더 높은 최대 누적 유효 소성 변위 값을 나타냈다. $\theta = 30^\circ \pm 5^\circ$ 의 경우는 무작위 방위 경우를 포함한 모든 경우에서 가장 작은 영향을 보여 주었다. 분명한 것은 표면 근처에서 직교 전단응력에 의해 주로 유도되는 슬립이 용이한 방위를 가지는 두 시스템의 조직들은 더 높은 소성 변형율을 나타내었다. 이것은 고사이클 피로에서 α 균과 관련된 마이크로조직이 미치는 영향이 매우 크다는 사실을 암시해 주고 있다.

4. 결 론

실린더-평면형 접촉 프레팅 피로의 2D 평면 변형 시뮬레이션을 위해 ABAQUS UMAT를 사용하여 결정소성 이론을 성공적으로 수행하였다.

2D 모델링인 경우 평면 3차 슬립이상화가 2차원 더블 슬립 이상화보다 Ti-6Al-4V의 거시적인 주기적 거동을 보다 잘 표현하였다.

평면 3차 슬립모델은 상온에서 α - Ti 변형 모드를 지배하는 사방정계 슬립모드를 효과적으로 감지한다. 결정소성 모델은 비선형 운동경화를 토대로 한 초기동방성 J₂ 소성모델에 의해 예측된 누적유효 소성변형보다 훨씬 높은 값을 예측하였

다. 두 모델간의 차는 변형재료 체적이 입자크기와 같거나 작을때 증가 되며, 특히 고사이클 피로 조건에서 더욱 심화된다. 서로 다른 초기 조직은 누적 소성변형 값에서 커다란 차이를 유발한다.

실험적으로 발견된 성장균열과 비성장균열의 크기, 방위 및 위치는 결정소성 이론에 의해 예측된 누적 소성 변형 분포의 특성들과 거의 일치한다.

참고문헌

- (1) Bennett, V., 1999, "A Study of Microscale Phenomena in Small Crack Propagation under Multiaxial Fatigue," Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.
- (2) McGinty, R.D. and McDowell, D.L., 1999, "Multiscale Polycrystal Plasticity," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 121, pp. 203~209.
- (3) Cuitiq, AM and Ortiz, M, 1992, "Computational Modeling of Single Crystals," *Modeling and Simulation in Materials*, *Science and Engineering*, Vol. 1, pp. 225~263.
- (4) Asaro, R.J. and Rice, J.R., 1977, "Strain Localization in Ductile Single Crystals," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 25, pp. 309~338.
- (5) ABAQUS, 1998, version 5.8, Hibbitt, Karlsson and Soreness, Inc., Pawtucket, RI.
- (6) Bennett, V. and McDowell, D.L., 1999, "Polycrystal Orientation Effects on Microslip and Mixed Mode Behavior of Microstructurally Small Cracks," *Mixed Mode Crack Behavior*, ASTM STP 1359, K.J. Miller and D.L. McDowell, Eds., pp. 203~228.
- (7) McVeigh, P.A. and Farris, T.N., 1997, "Finite Element Analysis of Fretting Stresses," *J. of Tribology*, Vol. 119, pp. 797~801.
- (8) Swalla, D.R., 1999, "Fretting Fatigue Damage Prediction using Multiaxial Fatigue Criteria," M. S. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.