

## 타원궤도의 위성편대비행을 위한 초기조건 결정

이우경<sup>1†</sup>, 유성문<sup>1</sup>, 박상영<sup>1</sup>, 최규홍<sup>1</sup>, 장영근<sup>2</sup>

<sup>1</sup>연세대학교 천문우주학과

<sup>2</sup>한국항공대학교 항공우주공학과

### DETERMINATION OF INITIAL CONDITIONS FOR SATELLITE FORMATION FLYING IN ELLIPTICAL ORBITS

Woo-Kyoung Lee<sup>1†</sup>, Sung-Moon Yoo<sup>1</sup>, Sang-Young Park<sup>1</sup>,  
Kyu-Hong Choi<sup>1</sup>, and Young-Keun Chang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dept. of Astronomy, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea

<sup>2</sup>School of Aerospace and Mechanical Engineering, Hankuk Aviation University, Goyang 412-791, Korea

E-mail: wklee@kao.re.kr

(Received November 10, 2004; Accepted December 6, 2004)

#### 요 약

본 연구에서는 타원궤도상에서 위성의 편대비행을 유지하기 위하여 필요한 초기조건을 결정하고자 한다. 타원궤도일 경우 Hill 방정식으로는 위성간의 상대운동을 기술할 수 없기 때문에, Hill 방정식의 초기조건에 비선형성과 이심률에 대한 보정을 하여 얻은 새로운 운동방정식을 사용했다. 편대비행에서 상대적 거리를 유지하기 위하여 주위성과 부위성의 평균각속도를 일치시키는 구속조건을 이용했다. 이 구속조건은 J2 섭동항을 고려한 것이므로, 이 구속조건을 만족하는 편대비행의 초기조건은 타원궤도에서의 위성편대비행을 유지하는데 잘 적용될 수 있다. 타원궤도에서의 상대운동방정식 초기조건에 J2 섭동을 고려한 구속조건을 적용할 때, 이심률이 0.05 이하이고 위성간의 상대거리가 0.5km 정도인 경우만이 주기적으로 일정하게 간격이 유지되는 결과를 얻을 수 있다. 따라서 이심률이 크지 않은 타원궤도에서는 평균각속도 일치 구속조건을 사용하여 위성간의 상대거리를 유지할 수 있었다. 이러한 결과를 이용하여 타원궤도에서의 위성편대비행을 위한 효율적인 초기조건을 제공할 수 있고, 위성편대비행의 운용에 있어서 비용을 절감할 수 있는 방법을 제시할 수 있다.

#### ABSTRACT

The initial conditions that generate bounded motion in eccentric reference orbit are determined for satellite formation flying. Because Hill's equations cannot describe the relative motion between two satellites in eccentric orbit, a new relative dynamics utilizing the nonlinearity and eccentricity correction for Hill's initial conditions is implemented. The constraint that matches angular rates of chief and deputy satellites is used to obtain the bounded motion between them. The constraint can be applied to satellite formation motions in eccentric orbit, since it implicates J2 perturbation due to the central body's aspherical gravitational forces. The periodic bounded motions are analyzed for the orbit with the eccentricity of less than 0.05 and about 0.5 km

---

<sup>†</sup>corresponding author

relative distance between chief and deputy satellites. It is mainly illustrated that the satellite formations in small eccentric orbits can have bounded motions; consequently, the formation can be kept by matching angular rates of the satellites. These results demonstrate an useful method that reduces the cost for operating satellites by providing effective initial conditions for satellite formation flying in eccentric orbit.

*Keywords:* satellite formation flying, relative bounded motion

## 1. 서 론

위성편대비행(Satellite Formation Flying)이란 여러 대의 위성이 하나의 군(cluster)을 이루어서 근접한 궤도로 비행하는 것이다. 이러한 위성의 군은 함께 하나의 우주 임무를 수행하기 때문에 많은 장점을 가지고 있다. 한대의 대형위성이 수행할 임무를 여러 대의 소형위성에 분산시킴으로써 임무비용과 발사비용을 절감할 수 있으며 한대의 위성에 이상이 생기더라도 다른 위성으로 대체시킴으로써 임무 실패의 위험을 줄일 수 있다(Schweighart 2001). 또한 관측영역의 관점에서 보면 위성 간의 간섭계를 통해 관측이미지의 해상도를 증가시킬 수 있으며 짧은 시간동안 지상의 동일한 지점을 연속적으로 관측하므로 시간의 경과에 따른 관측대상의 변화를 효율적으로 알아낼 수 있다. 위성편대비행을 사용하는 임무중의 하나인 미 공군의 TechSat21 프로그램은 분산된 위성 시스템에서 간섭계를 이용, 지상의 움직이는 물체를 포착하게 되는데 이는 VLA(Very Large Array)와 비슷한 원리이다(Schweighart 2001). 이외에 LISA, ST3, ORION, Auroral Lites, ION-F 등의 위성임무에서 위성편대비행을 사용할 예정이다. 또한 각기 다른 임무를 수행하는 위성인 EO-1 과 LANDSAT-1을 사용하는 EFF(Enhanced Formation Flying)에 대해서도 연구되고 있다.

위성이 군을 이루기 위해서 가장 중요한 것은 편대를 이루는 위성들의 위치를 정확하게 결정하고 제어하는 일이라고 할 수 있다. 이를 위해 기본적으로 사용하던 방정식은 Clohessy-Wilshire 방정식이라고도 알려진 Hill 방정식이다. Hill 방정식은 원궤도를 가정하여 케플러 운동을 하는 두 인공위성 사이의 상대적인 운동을 묘사하는 선형화된 방정식으로서 과거에는 가까이 접근하여 임무를 수행하는 위성들을 위해 사용되어왔는데 위성편대비행에서도 사용하게 되었다. Hill 방정식은 선형화되고 상수계수를 가지는 미분방정식으로서 해석적인 해가 존재하며 그 해가 매우 간단하고 이해하기 쉬운 장점이 있다. 때문에 Hill 방정식의 해는 궤도전과를 위한 초기조건으로 사용된다.

그럼에도 불구하고 Hill 방정식은 명백한 한계점을 지닌다. 먼저 Hill 방정식은 선형화된 식이기 때문에 그 해는 어느 정도의 오차를 가지고 있다. 이보다 큰 문제는 Hill 방정식이 인공위성에 작용하는 섭동력을 무시한다는 가정에서 도출된 방정식이라는 점이다. 이러한 가정은 가까이 접근하여 임무를 수행하는 위성의 운동을 포함한 대부분의 상대적인 운동, 즉 위성들 사이의 간격이 매우 작아서 각각의 위성에 작용하는 차등적인 영향이 매우 작고 상대운동의 지속시간이 짧을 경우에는 거의 문제가 되지 않는다. 그러나 위성편대비행에서 각 위성들은 작게는 수 미터에서 크게는 수 킬로미터까지 떨어져 있을 뿐만 아니라 상대운동의 지속시간이 매우 길기 때문에 오차 값이 누적된다.

섭동력 중에서 위성체에 가장 큰 영향을 미치는 것은 지구의 편구성에 의한 J2 섭동이다. 지구는 완전한 구가 아니므로 위성의 위치에 따라 작용하는 중력포텐셜의 값은 달라지게 된다. 따라서

위성체의 크기와 모양에 관계없이 시간이 지남에 따라 위성의 궤도요소에 변화를 주게 되므로 J2섭동을 고려한 새로운 운동방정식이 필요하다. Kechichian(1997)은 일반적인 타원궤도에서 공기항력과 J2섭동을 고려하여 비선형 미분 방정식을 유도하였고, Alfriend, Schaub, & Gim(2000)은 J2의 영향을 고려한 상태변환 행렬을 만들어 기하학적인 접근을 시도했다. Schweighart(2001)는 J2 섭동을 고려한 새로운 선형 미분방정식을 유도하였고, Schaub & Alfriend(2001)와 Vadali, Vaddi, & Alfriend(2002)은 위성의 평균 각속도를 일치시킴으로써 진행방향으로 주기적으로 일정하게 간격이 유지되는 결과를 얻어냈다.

타원궤도에서의 위성편대비행에 관한 연구도 최근에 많이 이루어지고 있다. Melton(2000), Gim & Alfriend(2001), Inalhan, Tillerson, & How(2002), Yamanka & Ankersen(2002), Vaddi, Vadali, & Alfriend(2003) 등이 이심률을 고려한 새로운 운동방정식을 유도하고 이에 대한 해를 구하였다. 하지만 타원궤도에서 J2섭동의 영향을 효과적으로 보정할 수 있는 연구가 필요한 실정이다. 그러므로 본 논문에서는 Schaub & Alfriend(2001)가 제시한 J2섭동의 영향을 보정하는 방법과 Vaddi, Vadali, & Alfriend(2003)의 타원궤도를 가지는 위성간의 상대운동을 기술하는 방법을 사용하여 타원궤도상에서 J2섭동의 영향을 보정해보도록 한다. Hill 방정식은 원궤도상에서 위성간 상대운동을 기술하는 방정식이므로 이심률을 가지는 타원궤도상에서의 운동을 기술하기에는 적절치 못하다. 따라서 Vaddi, Vadali, & Alfriend(2003)가 제시한 방법을 사용하여 타원궤도상에서 위성간의 상대운동을 기술하기로 한다. 이 방법은 Hill 방정식의 초기조건에 대해 비선형성과 이심률에 대한 보정을 수행함으로써 타원궤도에서 주위성과 부위성의 상대운동을 기술한다. 주위성과 부위성간의 간격(0.5km와 10km)과 부위성의 위상각(와)에 변화를 주어 비선형성과 이심률에 대한 보정의 영향을 연구해보도록 한다. 이렇게 얻어진 타원궤도의 초기조건에 Schaub & Alfriend(2001)가 제안했던 평균각속도 일치와 구속조건을 초기조건을 결정하기 위하여 적용한다. J2 섭동에 의한 궤도요소변화율로 나타나는 구속조건은 위성의 진행방향으로 일정한 간격유지를 가져와 J2 섭동의 영향을 보정하게 된다.

## 2. 원궤도에서의 형태유지를 위한 초기조건

Hill 방정식은 궤도 이심률이 0에 가깝고 거리상으로 가까운 두 위성간의 상대위치를 기술하는 방정식으로써 위성편대비행에서 대략적인 초기조건을 얻는데 사용된다. 방정식은 다음 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2n_c \dot{y} - 3n_c^2 x &= 0 \\ \ddot{y} + 2n_c \dot{x} &= 0 \\ \ddot{z} + n_c^2 z &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$x, y, z$ 는 위성간의 상대적인 좌표계에서 각각 거리벡터방향, 진행방향, 궤도면에 수직인 방향을 나타내며  $n_c$ 는 주위성의 평균 각속도를 나타낸다. Hill 방정식은 섭동의 영향을 고려하지 않았기 때문에 단순히 Hill 방정식의 초기조건을 사용하는 경우 시간이 경과함에 따라 위성간의 거리는 멀어지게 되므로 주어진 임무를 수행할 수 없다.

위성체에 미치는 섭동중 가장 큰 영향을 주는 것은 지구의 편구성에 의한 섭동, 즉  $J_2$ 에 의한 섭동인데 이는 식 (2)와 같이 승교점의 적경과 근지점의 각, 그리고 평균 근점각의 변화율에 영향을 미

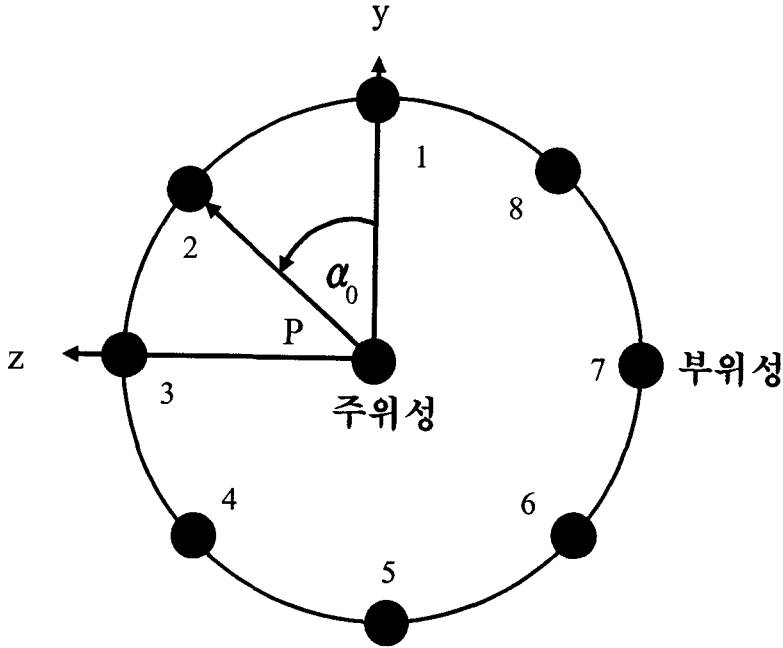


그림 1. 투영반경유지편대(Vadali, Alfriend, & Vaddi 2000).

친다(Schaub et al. 1999).

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= -1.5J_2 \left(\frac{R_e}{p}\right)^2 n \cos i \\ \dot{\omega} &= 0.75J_2 \left(\frac{R_e}{p}\right)^2 n(5 \cos^2 i - 1) \\ \dot{M} &= n + 0.75J_2 \sqrt{1 - e^2} \left(\frac{R_e}{p}\right)^2 n(3 \cos^2 i - 1) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\Omega$ 는 승교점의 적경,  $\omega$ 는 근지점의 각,  $M$ 은 평균 근점각,  $i$ 은 궤도경사각,  $e$ 은 궤도 이심률,  $p = a(1 - e^2)$ , 위성의 평균 각속도  $n = \sqrt{\mu/a^3}$ ,  $J_2 = 0.0010826269$ ,  $a$ 는 궤도 장반경이다. Schaub & Alfriend(2001)는 식 (2)의 항들을 사용하여 주위성과 부위성의 진행방향으로의 거리를 주기적으로 일정하게 유지시킴으로써  $J_2$  섭동에 의해 위성간의 거리가 멀어지는 현상을 보완하였다. 위성의 각속도는  $\dot{\omega}, \dot{M}, \dot{\Omega}$ 항을 사용하여 표현되는데 이들 매개 변수는 식 (2)에서 볼 수 있듯이  $J_2$ 의 값이 포함되어 있기 때문에  $J_2$ 의 영향을 고려한 초기조건을 결정하기위한 구속조건으로 사용할 수 있다. 두 위성의 평균 각속도를 일치시켜 진행방향으로 일정한 거리 유지가 가능케 하는 것이다. 이 과정을 식으로 나타내면 다음과 같다(Vadali, Alfriend, & Vaddi 2000).

$$(\dot{\omega}_d + \dot{M}_d) \cos(\delta i) - (\dot{\omega}_c + \dot{M}_c) + (\dot{\Omega}_d - \dot{\Omega}_c) \cos(i_c) \cong 0 \quad (3)$$

$\dot{\omega}_c, \dot{M}_c, \dot{\Omega}_c, i_c$ 는 각각 주위성의 궤도요소 변화율이고  $\dot{\omega}_d, \dot{M}_d, \dot{\Omega}_d$ 는 부위성의 궤도요소 변화율을 나타

낸다.  $\delta i$ 는 주위성과 부위성의 궤도 경사각 차이이다. 두 위성의 궤도 경사각의 차이가 작다고 가정하면 식 (3)은 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$\delta\dot{w} + \delta\dot{M} + \delta\dot{\Omega}\cos(i_c) = 0 \quad (4)$$

식 (4)는 초기조건을 결정하는데 있어서 구속조건으로 작용한다. 주위성의 섭동력이 포함된 평균 각속도는 식 (5)와 같다.

$$\bar{n}_c = \dot{w}_c + \dot{M}_c + \dot{\Omega}_c \cos(i_c) \quad (5)$$

식 (1)의 해로부터 위성간의 상대적인 운동을 기술하기 위한 초기조건을 구한다. 위성 편대의 모양이 투영반경유지형태라 가정하고 식 (1)의 해석적인 해를 구한다. 투영반경유지형태의 위성편대는 부위성이 주위성으로부터 같은 거리를 유지하면서 상대좌표계의 y-z 평면에 투영된 듯 한 모습으로서(Sabol, Burns, & Mclaughlin 2001) 그림 1에서 볼 수 있다. 논문에서 사용되는 투영반경유지편대는 한대의 주위성과 8대의 부위성으로 이루어졌으며 주위성과 부위성 사이의 거리가  $\rho$ 이고 부위성 사이의 각이  $\alpha$ 이다.

투영반경유지편대에 대한 식 (1)의 해는 다음과 같다(Vadali, Alfriend, & Vaddi 2000).

$$\begin{aligned} x &= \frac{\rho}{2} \sin(\theta_c + \alpha) \\ y &= \rho \cos(\theta_c + \alpha) \\ z &= \rho \sin(\theta_c + \alpha) \\ \dot{x} &= n_c \frac{\rho}{2} \cos(\theta_c + \alpha) \\ \dot{y} &= -n_c \rho \sin(\theta_c + \alpha) \\ \dot{z} &= n_c \rho \cos(\theta_c + \alpha) \end{aligned} \quad (6)$$

$\rho$ 는 주위성과 부위성 사이의 거리이고  $\alpha$ 는 부위성 사이의 각도로서 주위성의 진행방향으로부터 부위성까지 반시계방향으로 잰 각도이다.  $n_c$ 는 주위성의 평균각속도,  $\theta_c = n_c t$ 이다.

주위성의 궤도요소가 주어졌을 때 부위성의 6개의 궤도요소를 결정하기 위해서는 6개의 조건이 필요하다. J2 섭동을 고려하기 위하여 초기조건을 결정하는데 있어서 식 (6)의 Hill 방정식의 해와 함께 식 (4)의 구속조건을 적용한다. 식 (6)에서  $\dot{y}$ 에 관한 식은 진행방향으로의 각속도를 일치시키는 조건인 식 (4)로 대체된다.

주위성의 궤도요소가 주어진다고 할 때 부위성의 궤도요소를 가정한 다음 주위성과 부위성의 궤도요소를 식(2)에 대입하여  $\dot{\Omega}, \dot{w}, \dot{M}$ 의 값을 구한다. 이들 값을 구속조건 식 (4)에 대입하여 만족하는지의 여부를 알아본다. 얻어진 위성의 거리벡터와 속도벡터는 관성좌표계에서의 값이기 때문에 위성간의 상대좌표계인 회전좌표계의 값으로 변환시켜야 한다. 식 (4)를 만족시키는 주위성과 부위성의 궤도요소를 통해 얻어진 위성간의 상대적인  $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ 가 J2섭동을 고려하여 주기적으로 위성간의 간격을 일정하게 하는 초기조건이다. 이렇게 얻어진 초기조건을 사용하여 궤도전파 해본 결과를 그림 2에 나타내었다.

주위성의 궤도요소를  $[a \ e \ i \ \omega \ \Omega \ M] = [7100km \ 0.005 \ 70^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$ 라 가정하고 주위성과 부위성 사이의 거리  $\rho = 0.5km$ , 부위성 사이의 각인 위상각  $\alpha = 0^\circ$ 이라고 하자. 식 (6)에 대입하여 얻은 초

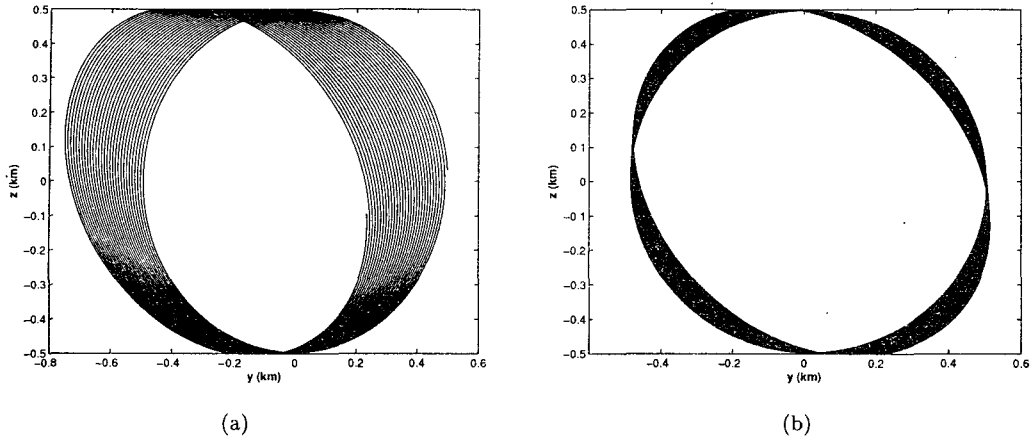


그림 2. (a) Hill's IC(Initial Condition)만을 사용한 경우, (b) J2섭동을 보정하기 위한 구속조건을 적용한 경우.

기조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 x &= 0km \\
 y &= 0.5km \\
 z &= 0km \\
 \dot{x} &= 0.25n_c km/s \\
 \dot{y} &= 0km/s \\
 \dot{z} &= 0.5n_c km/s
 \end{aligned} \tag{7}$$

식 (4)를 만족하는 초기조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 x &= 0km \\
 y &= 0.5km \\
 z &= 0km \\
 \dot{x} &= 0.24999n_c km/s \\
 \dot{y} &= -5.27298 \times 10^{-4} n_c km/s \\
 \dot{z} &= 0.499989n_c km/s
 \end{aligned} \tag{8}$$

그림 2a는 Hill 방정식의 해만을 사용하여 구한 초기조건을 사용한 결과이다. JPL(Jet Propulsion Laboratory)에서 만든 ASAP(Kwok 1987)을 사용하여 이를 동안(30번의 궤도공전에 해당) 궤도전과 하였다. x축은 진행방향, y축은 궤도면에 수직인 방향의 값이다. Hill 방정식의 초기조건인 식 (7)만을 사용한 경우, 위성사이의 거리가 시간이 흐를수록 점차적으로 멀어지고 있는 반면에 초기조건 식

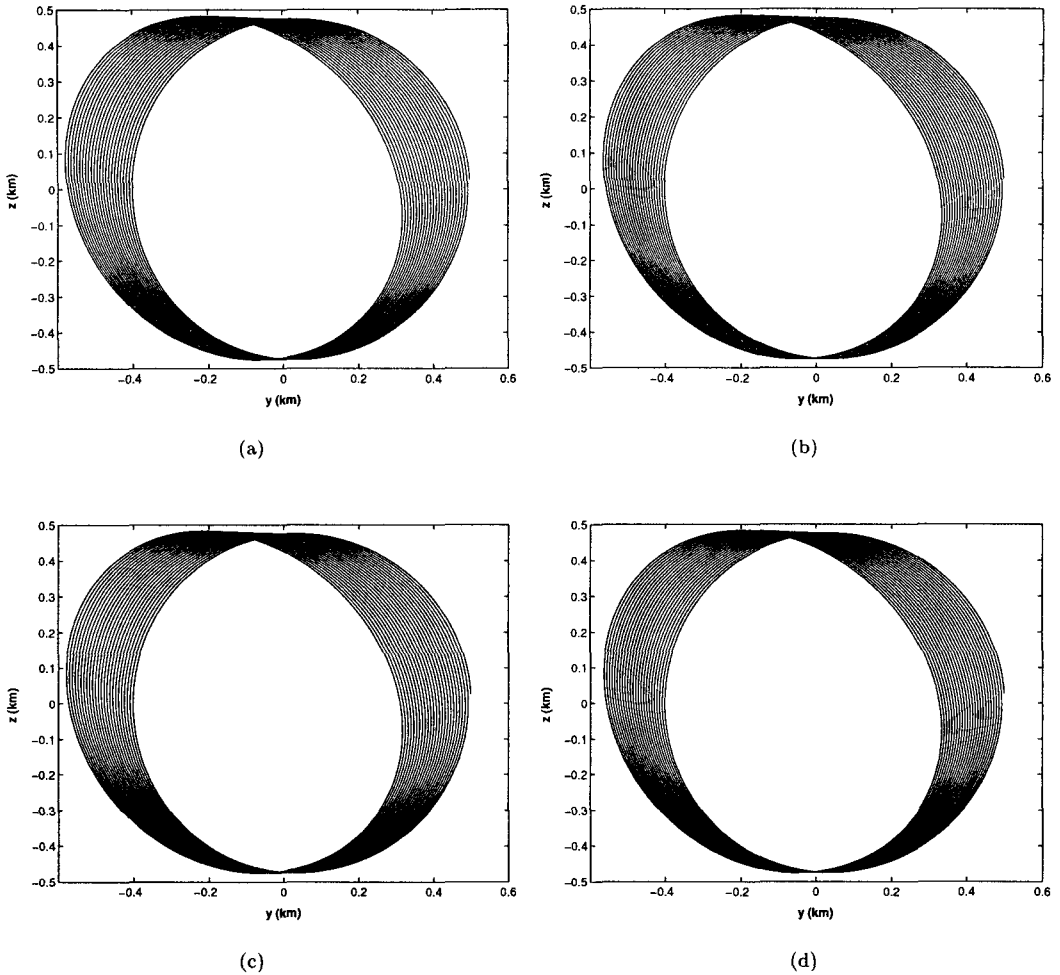


그림 3. (a) Hill 방정식의 초기조건, (b) 비선형성 보정, (c) 이심률 보정, (d) 비선형성과 이심률 보정.

(8)을 사용하여 J2섭동을 고려한 그림 2b의 경우 그림 2a에 비해 주기적으로 일정하게 간격을 유지하고 있음을 확인 할 수 있다.

### 3. 타원궤도에서의 형태유지를 위한 초기조건

Hill 방정식은 주위성의 궤도가 원궤도라는 가정 하에 사용되는 식이다. 주위성의 궤도가 타원궤도일 경우에는 위성간의 상대적인 운동을 기술하는 다른 방정식을 사용해야만 한다. Vaddi, Vadali, & Alfriend(2003)은 차등적인 중력가속도의 비선형성과 이심률을 고려하여 타원궤도를 가지는 주위성과 부위성간의 상대운동을 기술하였다. Vaddi, Vadali, & Alfriend(2003)의 결과와 함께 2장

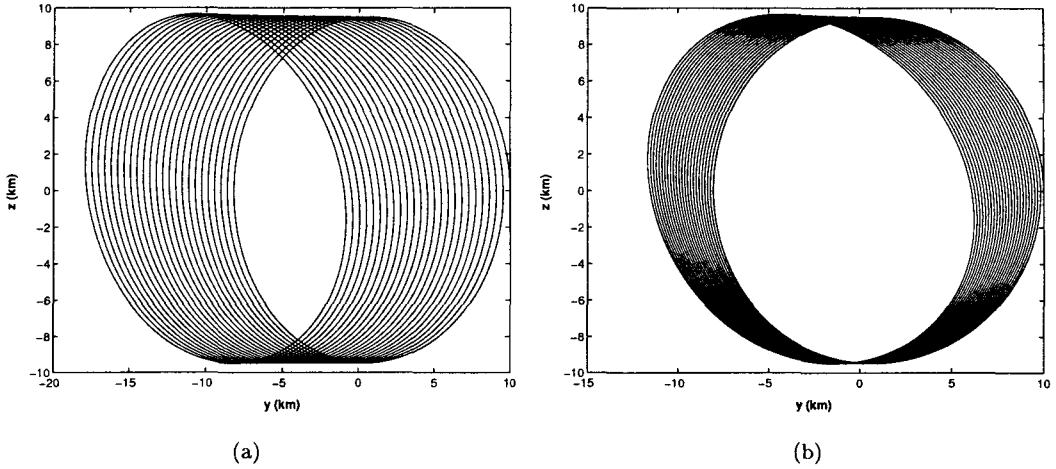


그림 4. (a)Hill 방정식의 초기조건, (b) 비선형성 보정.

의 J2 섭동을 고려하는 구속조건을 적용하여 타원궤도에서 J2 섭동을 고려한다. Vaddi, Vadali, & Alfriend(2003)의 초기조건은 Hill 방정식의 해를 보정하는 형태로 나타난다. 식 (9)는 이심률을 가진 위성의 상대운동방정식으로서 비선형 미분방정식으로 나타난다(Vaddi, Vadali, & Alfriend 2003).

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} - 2\dot{\theta}\dot{y} - \ddot{\theta}y - \dot{\theta}^2x &= -\frac{\mu(r_c + x)}{[(r_c + x)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu}{r_c^2} \\
 \ddot{y} + 2\dot{\theta}\dot{x} + \ddot{\theta}x - \dot{\theta}x - \dot{\theta}^2y &= -\frac{\mu y}{[(r_c + x)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \\
 \ddot{z} &= -\frac{\mu z}{[(r_c + x)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \\
 \ddot{r} &= r_c\dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{r_c^2}, \quad \ddot{\theta} = -\frac{2\dot{r}_c\dot{\theta}}{r_c}
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서  $r_c$ 는 지구중심에서 주위성까지의 거리,  $\theta$ 는 진근점각, 그리고  $\mu$ 는 중력상수와 지구질량의 곱이다.  $x, y, z$ 는 각각 Local Vertical Local Horizontal 좌표계, 즉 위성간의 상대적인 좌표계에서의 주위성과 부위성의 좌표이다. 왼쪽항의  $\ddot{\theta}$ 은 Hill 방정식을 유도하는 과정에서 원궤도를 가정함으로써 0의 값을 가지게 된 각가속도  $\dot{\omega}$ 을 타원궤도에서의 진근점각(true anomaly)인  $\theta$ 로 나타낸 것이다. 그리고 오른쪽 항은 회전좌표계에서의 각각 위성의 좌표값을 고려하여 그에 따른 차등적인 중력 포텐셜을 나타낸다. 식 (9)를 통해 얻어지는 비선형에 대한 보정값이 식 (10)이다.

$$X(0) = X_h(0) + \epsilon X_{cn}(0) \tag{10}$$

$X_h(0)$ 은 2장에서 사용한 투영반경유지 편대의 Hill 방정식의 초기값으로서

$$X_h(0) = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]$$



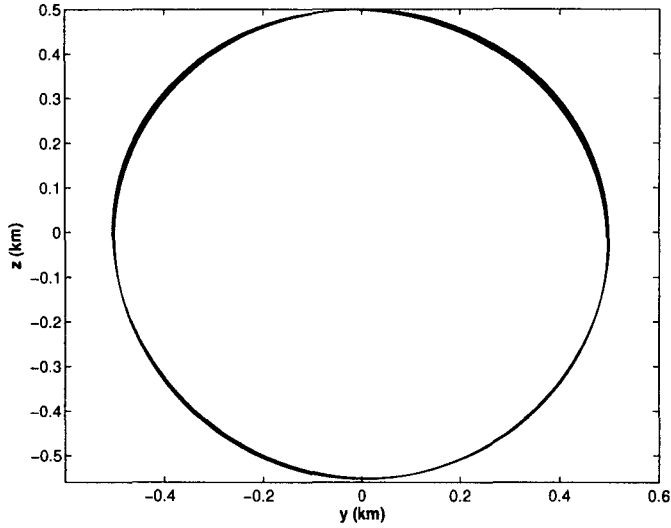


그림 5. 위상각이 90°일 경우 이심률 보정.

$$\begin{aligned}
 &= (\rho/2) \sin \alpha_0 \quad \rho \cos \alpha_0 \quad \rho \sin \alpha_0 \quad (\rho/2)n_c \cos \alpha_0 \quad -\rho n_c \sin \alpha_0 \quad \rho n_c \cos \alpha_0]^T \\
 X_{cn}(0) &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad (-\rho^2/48n)(12 + 6 \cos(2\alpha_0)) \quad 0]^T \quad (11)
 \end{aligned}$$

이고  $\epsilon = 3\mu/a_c^4$ 이다. 식(9)를 통해 얻어지는 이심률을 고려한 초기조건은 Inalhan, Tillerson, & How(2002)의 결과를 사용하여 식 (12)와 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_0 &= -\rho n \sin \alpha_0 \delta(e) \\
 \delta(e) &= n \rho \sin \alpha_0 \left[ 1 - \frac{(2+e)}{2(1+e)^{\frac{1}{2}}(1-e)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (12)
 \end{aligned}$$

최종적으로 식 (10)과 식 (12)을 조합하여 비선형성과 이심률을 모두 고려한 초기조건은 식 (13)이다(Vaddi, Vadali, & Alfriend 2003).

$$\dot{y}(0) = -\rho n \sin \alpha_0 + \delta(e) + \epsilon \dot{y}_{cn}(0) \quad (13)$$

식 (10), (12), (13)의 초기조건을 실제 타원궤도를 기술하는 데에 적용하였다. 주위성의 궤도요소가  $[a \ e \ i \ \omega \ \Omega \ M] = [8000km \ 0.05 \ 70^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$ 와 같이 주어지고 부위성 사이의 거리  $\rho = 0.5km$ , 부위성 사이의 각, 즉 위상각  $a$ 는  $0^\circ$ 라고 하자. Hill 방정식의 초기값을 사용할 때, 비선형성의 보정, 이심률 보정, 비선형성과 이심률을 보정한 경우 각각에 대한 초기조건은 식 (14)와 같다.

위상각이  $0^\circ$ 이므로 이심률 보정식인 식 (12)의 값이 0이다. 따라서 이심률을 보정한 초기조건이라도 Hill 방정식의 초기조건과 같은 값을 가지게 된다. 비선형성과 이심률을 보정한 네 번째 초기조건 역시 비선형성만을 보정한 초기조건과 같은 값을 가지게 된다. 그림 3은 식 (14)의 초기조건을 사용했을 때 주위성과 부위성간의 거리변화를 나타낸 그림이다.

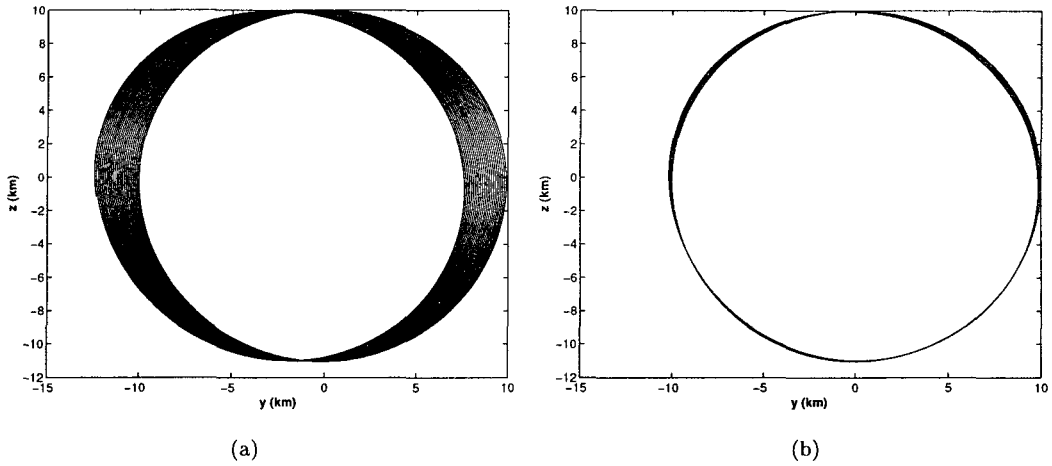


그림 6. (a) 이심률 보정 (b) 비선형성과 이심률 보정.

Hill 방정식의 초기조건:

$$\begin{aligned} x &= 0km \\ y &= 0.5km \\ z &= 0km \\ \dot{x} &= 2.21 \times 10^{-4} km/s \\ \dot{y} &= 0km/s \\ \dot{z} &= 4.41 \times 10^{-4} km/s \end{aligned}$$

이심률 보정:

$$\begin{aligned} x &= 0km \\ y &= 0.5km \\ z &= 0km \\ \dot{x} &= 2.21 \times 10^{-4} km/s \\ \dot{y} &= 0km/s \\ \dot{z} &= 4.41 \times 10^{-4} km/s \end{aligned}$$

비선형성 보정:

$$\begin{aligned} x &= 0km \\ y &= 0.5km \\ z &= 0km \\ \dot{x} &= 2.21 \times 10^{-4} km/s \\ \dot{y} &= -3.10 \times 10^{-8} km/s \\ \dot{z} &= 4.41 \times 10^{-4} km/s \end{aligned}$$

(14)

비선형성과 이심률 보정:

$$\begin{aligned} x &= 0km \\ y &= 0.5km \\ z &= 0km \\ \dot{x} &= 2.21 \times 10^{-4} km/s \\ \dot{y} &= -3.10 \times 10^{-8} km/s \\ \dot{z} &= 4.41 \times 10^{-4} km/s \end{aligned}$$

그림 3에서는 비선형성과 이심률에 대한 보정의 효과를 확인하기 어렵다. 비선형성 보정의 경우 주위성과 부위성의 거리가 0.5km이므로 위성에 미치는 차등 중력의 효과가 작기 때문에 보정 효과가 크게 나타나지 않았다. 이심률 보정의 경우 이심률 보정을 위한 초기조건이 위상각에 대한 sin 함수값이므로 위의 예제에서는 이심률 보정의 효과를 볼 수 없다. 그러므로 먼저 주위성과 부위성의 거리를 10km로 증가시켜 비선형성의 보정에 대한 효과를 확인해 본다. 이 경우 초기조건은 식 (15)이다.

식 (15)의 초기조건을 사용한 결과는 그림 4와 같다. 비선형성을 보정한 그림 4b의 경우 Hill 방정식의 초기값만을 사용한 그림 4a의 경우보다 상대거리의 변화가 작음을 볼 수 있다. 이심률 보정

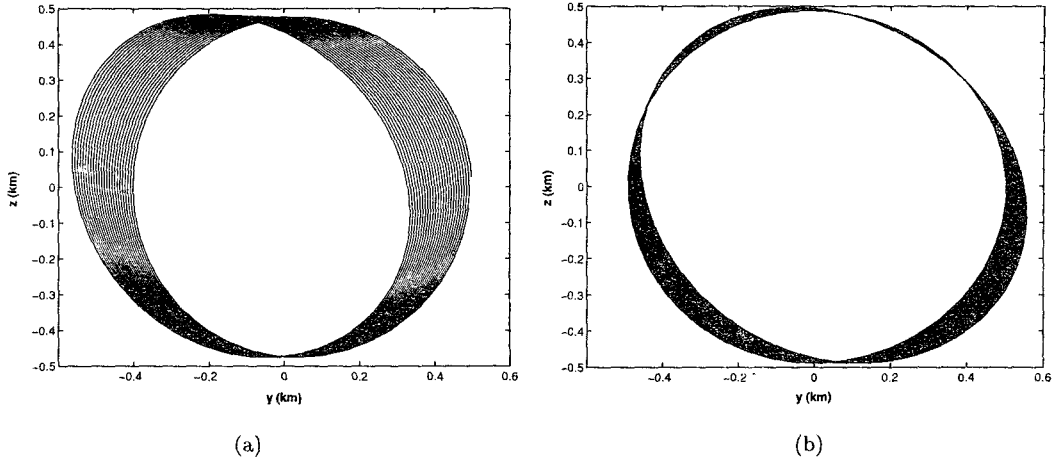


그림 7. (a) 비선형성과 이심률 보정, (b) 구속조건적용.

Hill 방정식의 초기조건:

$$\begin{aligned} x &= 0km \\ y &= 10km \\ z &= 0km \\ \dot{x} &= 0.004km/s \\ \dot{y} &= 0km/s \\ \dot{z} &= 0.009km/s \end{aligned}$$

비선형성 보정:

$$\begin{aligned} x &= 0km \\ y &= 10km \\ z &= 0km \\ \dot{x} &= 0.004km/s \\ \dot{y} &= -1.241 \times 10^{-5}km/s \\ \dot{z} &= 0.009km/s \end{aligned}$$

(15)

의 효과를 확인하기 위해 위상각을  $90^\circ$ 로 변화시켜본다. 이 경우 초기조건은 식 (16)이다.

$$\begin{aligned} x &= 0.25km \\ y &= 3.06 \times 10^{-17}km \\ z &= 0.5km \\ \dot{x} &= 1.35 \times 10^{-20}km/s \\ \dot{y} &= -4.77 \times 10^{-4}km/s \\ \dot{z} &= 2.70 \times 10^{-20}km/s \end{aligned}$$

(16)

그림 5는 그림 3의 예제에서 위상각  $\alpha = 90^\circ$ 일 경우 이심률에 대한 보정을 수행한 결과이다. 주위성과 부위성의 상대거리의 변화가 거의 없음을 볼 수 있다. 비선형성과 이심률 두 가지 모두 보정했을 때의 효과는 그림 6에서 확인 할 수 있다. 이는 위성사이의 간격이 10km이고 위상각이  $90^\circ$ 일 경우의 결과이다. 사용된 초기조건은 식 (17)과 같다. 이심률만을 보정한 경우에 비해 비선형성과 이심률을 보정한 경우가 섭동의 영향으로 인한 주위성과 부위성사이의 상대거리의 변화가 거의 보이지 않는다.

이심률 보정:	비선형성과 이심률 보정:
$x = 5km$	$x = 5km$
$y = 6.12 \times 10^{-16} km$	$y = 6.12 \times 10^{-16} km$
$z = 10km$	$z = 10km$
$\dot{x} = 2.70 \times 10^{-19} km/s$	$\dot{x} = 2.70 \times 10^{-19} km/s$
$\dot{y} = -0.0095319 km/s$	$\dot{y} = -0.0095360 km/s$
$\dot{z} = 5.40 \times 10^{-19} km/s$	$\dot{z} = 5.40 \times 10^{-19} km/s$

(17)

앞에서 타원궤도에서 비선형성과 이심률의 보정효과를 알아 보았다. 그러나 위상각이  $0^\circ$ 일 경우 비선형성과 이심률에 대한 보정만으로는 위성간의 상대거리가 일정하게 유지될 수 없다. 그러므로 원궤도에 적용했던 J2섭동의 영향을 보정하는 구속조건을 적용하여 식 (18)과 같은 초기조건을 얻었다. 그림 7은 식 (17)의 초기조건을 사용한 결과이다. 그림에서 볼 수 있듯 원궤도의 경우처럼 주기적

비선형성과 이심률 보정:	구속조건 적용:
$x = 0km$	$x = 0km$
$y = 0.5km$	$y = 0.5km$
$z = 0km$	$z = 0km$
$\dot{x} = 2.21 \times 10^{-4} km/s$	$\dot{x} = 2.28 \times 10^{-4} km/s$
$\dot{y} = -3.10 \times 10^{-8} km/s$	$\dot{y} = -4.51 \times 10^{-6} km/s$
$\dot{z} = 4.41 \times 10^{-4} km/s$	$\dot{z} = 4.35 \times 10^{-4} km/s$

(18)

이지는 않지만 구속조건을 적용한 결과가 비선형성과 이심률에 대한 보정만을 수행한 경우보다 위성간의 상대거리가 유지되고 있음을 확인 할 수 있다. 그러나 이심률이 0.05보다 크거나 위성사이의 거리가 10km인 경우에는 구속조건 적용에도 불구하고 그림 7b와 같이 간격이 유지되지 못한다.

#### 4. 결 론

Hill 방정식의 초기조건에 비선형성과 이심률에 대한 보정을 수행하는 Vaddi, Vadali, & Alfriend(2003)의 결과를 사용하여 타원궤도일 때 위성간의 상대운동을 기술하였다. 이심률이 0.05이고 주위성과 부위성의 거리가 0.5km, 부위성의 위상각이  $0^\circ$ 라 가정하고 Hill 방정식의 초기조건만을 사용할 때와 비교하여 비선형성에 대한 보정, 이심률에 대한 보정, 그리고 비선형성과 이심률에 대한 보정을 함께 수행했을 때 각각 타원궤도에서 주위성과 부위성의 거리변화가 어떻게 나타나는지 알아 보았다. 그러나 이 경우 주위성과 부위성의 거리가 짧고 이심률에 대한 보정은 위상각의 sin 함수 값으로 표현되기 때문에 비선형성과 이심률에 대한 보정효과가 거의 나타나지 않았다. 따라서 주위성과 부위성의 거리를 10km로 늘여 비선형성 보정의 효과를 확인하고 위상각을  $90^\circ$ 로 변화시켜 이심률 보정에 대한 효과를 확인하였다. 그 결과 두 경우 모두 Hill 방정식의 초기조건만을 사용한 경우보다 위성사이의 상대거리 변화가 적었다. 특히 위상각이  $90^\circ$ 인 경우 위성사이의 상대거리 변화가 거의 없음을 볼 수 있었다. 두 보정을 함께 수행할 때의 효과를 확인하기 위하여 주위성과 부위성의 간격을 10km, 위상각을  $90^\circ$ 로 한 결과 비선형성과 이심률에 대한 보정을 함께 수행했을 경우 위성간의 간격이 가장 잘 유지됨을 확인할 수 있었다.

그러나 결국 부위성의 위상각이  $0^\circ$ 일 경우 비선형성과 이심률에 대한 보정만으로는 J2 섭동의 영향을 보정할 수 없기 때문에 위성간의 상대거리가 일정하게 유지되지 않는다. 따라서 Schaub & Alfriend(2001)가 제안했던 주위성과 부위성의 평균 각속도 일치 방법을 타원궤도에 적용해보았다. 이심률이 0.05이하이고 주위성과 부위성의 거리가 0.5km일 경우 비선형성과 이심률에 대한 보정만을 수행한 초기조건을 사용했을 때 보다 구속조건을 적용했을 때 위성간의 상대거리변화가 적었다. 이심률이 0.05 이상이거나 위성간의 거리가 10km일 경우는 구속조건에 적용에도 불구하고 더 나은 결과를 얻을 수 없었다. 결론적으로 0.05이하의 크지 않은 이심률을 가진 타원궤도상에서는 위성의 평균 각속도를 일치시키는 구속조건을 적용한 초기조건을 사용함으로써 J2 섭동의 영향을 어느정도 보정할 수 있음을 알 수 있다. 이러한 연구를 통하여, 타원궤도를 가진 위성편대비행을 설계하는데 있어서 더 효율적인 초기조건을 결정할 수 있을 것이다. 이러한 초기조건은 편대비행의 형태를 좀더 오랫동안 유지하는데 쓰일 수 있어서, 위성편대비행을 이용하는 우주임무의 효과적인 운용에 기여할 것이다.

**감사의 글:** 본 연구는 과학기술부의 핵심우주기술개발사업(M1-0336-00-0006)의 위성편대비행과제(03D0500-01810)에 지원으로 수행되었음.

### 참고문헌

- Alfriend, K. T., Schaub, H., & Gim, D. W. 2000, in Guidance and Control Conference, eds. Culp, R. D., & Dukes, E. M (Sandiego: AAS), AAS 00-012
- Gim, D. W., & Alfriend, K. T. 2001, in Spaceflight Mechanics Meeting, ed. Sackett, L. L (Sandiego: AAS), AAS 01-222
- Inalhan, G., Tillerson, M., & How, J. P. 2002, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 25, 48
- Kwok, J. H. 1987, The Artificial Satellite Analysis Program(ASAP), Version 2.0, JPL NPO-17522
- Kechichian, J. A. 1997, in Astrodynamics Conference, eds. Kaufman, B., Cefola, P. J., & Spencer, D. B. (Sandiego: AAS), AAS 97-733
- Melton, R. G. 2000, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 23, 604
- Sabol, C., Burns, R., & McLaughlin, C. A. 2001, Journal of Spacecraft and Rockets, 38, 270
- Schaub, H., & Alfriend, K. T. 2001, Celestial Mechanics and Dynamics Astronomy 79, 77
- Schaub, H., Vadali, S. R., Junkins, J. L., & Alfriend, K. T. 1999, in Astrodynamics Specialists Conference, eds. Howell, K. C., Hoots, F. R., Kaufman, B., & Alfriend, K. T. (Sandiego: AAS), AAS 99-310
- Schweighart, S. A. 2001, MS Thesis, Massachusetts Institute of Technology
- Vadali, S. R., Alfriend, K. T., & Vaddi, S. S. 2000, in the Richard H Battin Astrodynamics Symposium, eds. Junkins, J. L., Alfriend, K. T., & Howell, K. C. (Sandiego: AAS), AAS 00-258
- Vadali, S. R., Vaddi, S. S., & Alfriend, K. T. 2002, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 12, 97.
- Vaddi, S. S., Vadali, S. R., & Alfriend, K. T. 2003, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 26, 214

Yamanka, K., & Ankersen, F. 2002, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 25, 60