

하이브리드 방법에 의한 세라믹 성형재료의 탄성계수 결정

- The Determination of Elastic Constant for Ceramic Forming Material by Hybrid Method -

박 명 균 *

Park Myong Kyun

구 본 성 **

Koo Bon Sung.

Abstract

The ceramic forming materials are getting more important recently since they are used widely in repairing metal structures, welded metal structures and mechanical components etc. The determination of elastic constants for ceramic coating materials takes much time and efforts in experiment due to the brittleness of ceramic material itself. The aim of this research is to determine the Young's Modulus for ceramic metal coating material. In order to achieve the goal, the hybrid method which uses impulse hammer technique for experimental method and modal analysis of finite element method for computational method was used. The results show good agreement with existing experimental data on Young's Modulus.

Keyword : Ceramic forming materials, Elastic constant, Hybrid method

1. 서 론

세라믹 메탈 성형재료는 각종 철강 구조물 및 용접 구조물의 보수 및 보완 작업에 사용되고 있다. 보수, 보완 작업 후 구조물의 안전 및 신뢰성 확보는 매우 중요하다. 이를 위해 보수 보완제로 사용된 세라믹 성형재료의 특성을 파악하는 일이 필요하게 되었다. 이 재료는 세라믹 성형제를 3으로 하고 경화제를 1로 하여 혼합한 다음 사용하게

† 본 연구는 명지대학교 2004년 산학연 컨소시엄에 의해 지원되었음

* 명지대학교 기계공학과 교수

** 명지대학교 기계공학과 대학원

된다. 따라서 혼합된 재료의 기계적 물성치를 파악하는 일은 매우 중요하다.

특히 탄성계수값(Young's Modulus)을 아는 것은 필수적이다. 탄성계수를 결정하는 방법은 인장 시편을 제작하여 인장 시험기로 시험 하는 파괴적인 방법과 재료구조물의 진동 현상을 이용하여 측정하는 비파괴적 방법이 있다. 인장 시험기로 측정하는 방법은 일반적인 재료의 시험 방법이지만 세라믹 재료의 취성으로 인해 시험시 시편을 잡는 그림 부분에서 파괴가 발생하기 때문에 세라믹 재료에서는 널리 사용되지 않고 있다. 따라서 본 논문에서는 시험적으로 측정한 세라믹 성형 구조물의 고유진동수와 유한요소법을 사용하여 최종적으로 세라믹 성형재료의 인장 탄성계수를 결정하는 비파괴적 하이브리드 방법을 제시한다.

2. 기본 이론

세라믹 코팅제의 탄성계수를 얻기 위해서는 첫 번째로 인장시험을 통해 얻는 방법이 있으며 두 번째로는 고유진동수를 통한 역추적을 통해 탄성계수를 얻는 비파괴 방법이 있다. 본 논문에서는 비파괴 방법을 통해 고유진동수를 얻고 이를 통해 FEM을 통하여 탄성계수를 얻는데 의미를 둔다. 외팔보에서 자유진동의 기본이론은 Euler - Bernoulli 또는 얇은 판 이론(thin beam theory)으로 잘 알려진 빔의 굽힘 이론에서 출발하여 벤딩 모멘트와 변형의 관계식은 식 (1)과 같다.

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \quad (1)$$

자유진동의 해는 변수분리 방법에 의해 식 (2)와 같으며

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (2)$$

위의 식을 (1)에 대입하여 정리하면 식 (3)과 같다.

$$\frac{c^2}{W(x)} \frac{d^4 W(x)}{dx^4} = -\frac{1}{T} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = a = \omega^2 \quad (3)$$

여기서 $a = \omega^2$ 는 양의 상수이며 식 (3)은 두 식으로 분리할 수 있다.

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (5)$$

여기서

$$\beta^4 = \frac{\omega^4}{c^2} = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \tag{6}$$

위의 식(4)를 풀면

$$W(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \tag{7}$$

이 되며 여기서 C_1, C_2, C_3 그리고 C_4 는 경계조건에 따른 상수이며 고유진동수는 식 (6)에 의해서 다음과 같이 결정된다.

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = (\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \tag{8}$$

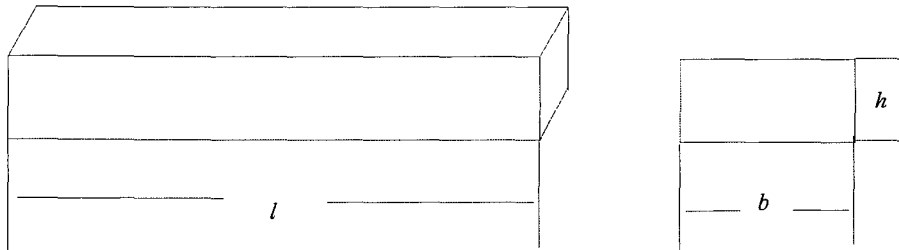
여기서 βl 은 상수이며 외팔보에 대한 각 모드에 대한 βl 값은 다음과 같다.

$$\beta_1 l = 1.875, \beta_2 l = 4.694, \beta_3 l = 7.855$$

3. 시편 및 시험 방법

3.1 시편 재료 및 형상

본 시험에 사용된 재료는 3가지이다. Al 2024와 탄소강으로 만들어진 보 형태의 시편과 (주)경흥산업의 세라믹 성형재와 경화재를 3:1비율로 혼합한 재료로 만들어진 보 형태 시편을 각각 제작하였다. 시편의 형상은 아래 < 그림 1 >과 같으며 제원 및 밀도는 < 표 1 >에 있다.



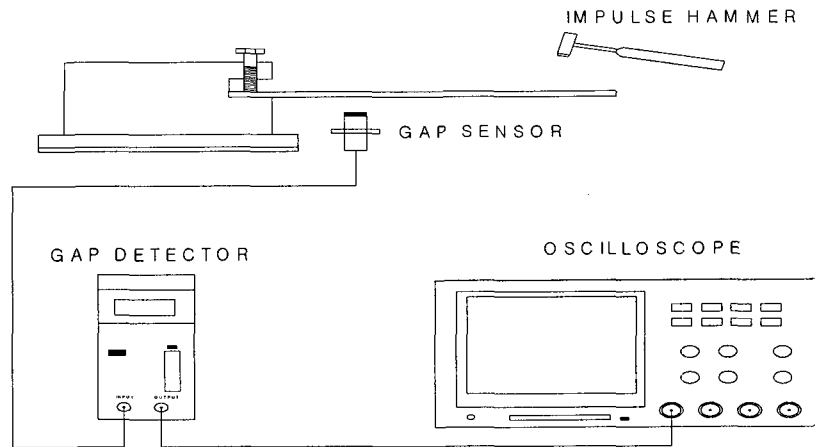
< 그림 1 > 시편의 형상

< 표 1 > 시편의 제원 및 밀도

재료	l [mm]	b [mm]	h [mm]	ρ [kg/m ³]
알루미늄	80	20.95	1	2750
	100			
탄소강	410	30.1	6.9	7850
세라믹	60	11.15	3.06	2200
	70			

3.2 시험장치 및 방법

우선 본 시험에 사용된 시험 장치의 구성도는 다음 < 그림 2 >와 같다.

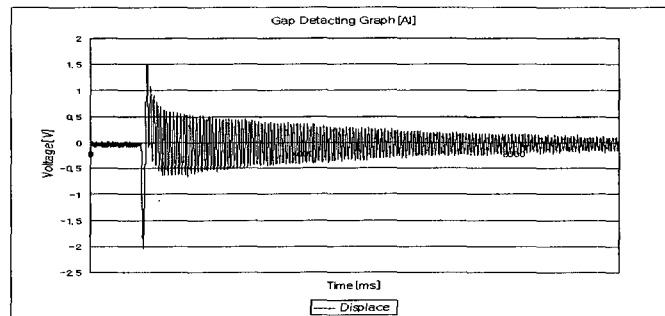


< 그림 2 > 시험장치 구성도

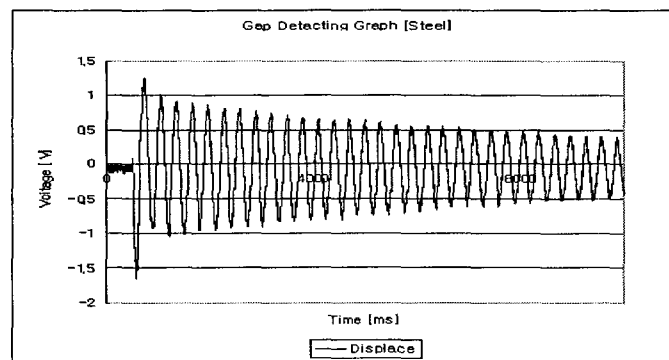
충격해머와 갭 센서 및 감지기 및 FFT기능을 가지는 오실로스코프와 외팔보 구조물로 구성된 시험 장치에 각종 재료로 만들어진 시편을 외팔보 형상의 지그에 견고히 고정하고 충격해머를 사용하여 시편에 충격을 가한다. 가해진 충격에 의해 시편이 진동하면 이를 갭 센서가 시편의 변위를 측정하고 감지기를 통해 증폭된 신호가 오실로스코프로 들어오게 된다. 입력된 신호는 FFT기능을 가지고 있는 오실로스코프에 의해 외팔 지지보 구조물의 1차 모드에서의 고유진동수를 측정한다. 시편 길이가 각각 다른 세라믹 시편 및 알루미늄 시편에 대해 해머를 이용한 충격시험을 통해 각각의 길이에 따른 고유진동수를 측정하였다. 동일한 시험을 세라믹 성형재료로 만들어진 시편에 대해서도 고유진동수를 측정하였다.

3.3 시험 결과

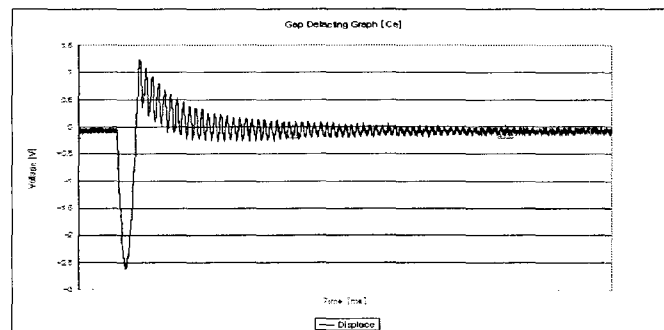
1차로 이미 탄성계수 값이 잘 알려진 알루미늄 시편과 탄소강 시편의 1차 모드에서의 고유진동수를 측정 하였고 다음에 세라믹 성형재료로 만들어진 시편의 외팔보 하에서의 고유진동수를 측정하였다. 이때 얻어진 알루미늄과 탄소강 및 세라믹 성형재료의 외팔보하에서 해머를 사용한 충격에 의한 변위량은 < 그림 3, 4, 5 >에 각각 나타나 있다.



< 그림 3 > 알루미늄 시편의 변위량

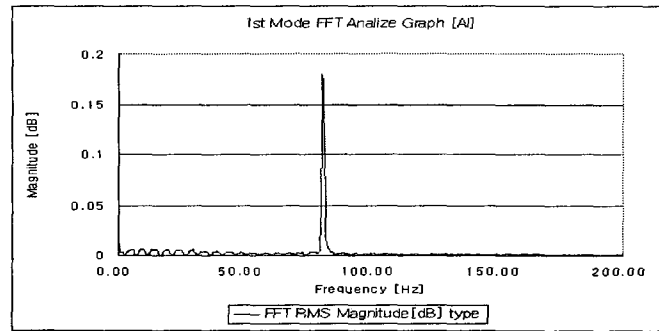


< 그림 4 > 탄소강 시편의 변위량

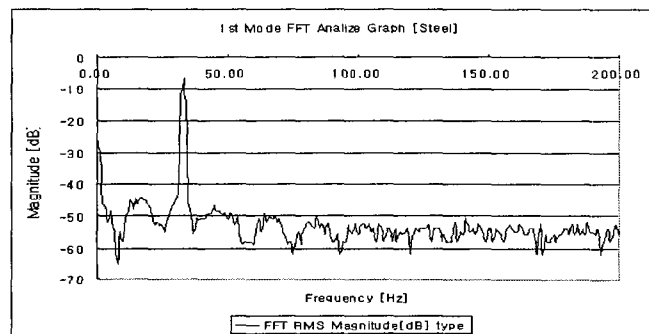


< 그림 5 > 세라믹 성형재료의 변위량

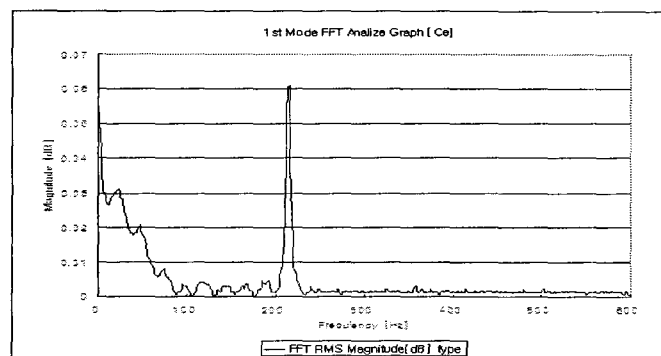
< 그림 3, 4, 5 >의 변위량을 FFT의 기능을 가지는 오실로스코프에 입력하면 < 그림 6, 7, 8 >과 같은 결과를 얻는다. < 그림 6, 7, 8 >로부터 1차 모드에서의 고유진동수를 알 수 있다.



< 그림 6 > 알루미늄 시편의 dB 대 주파수 FFT곡선

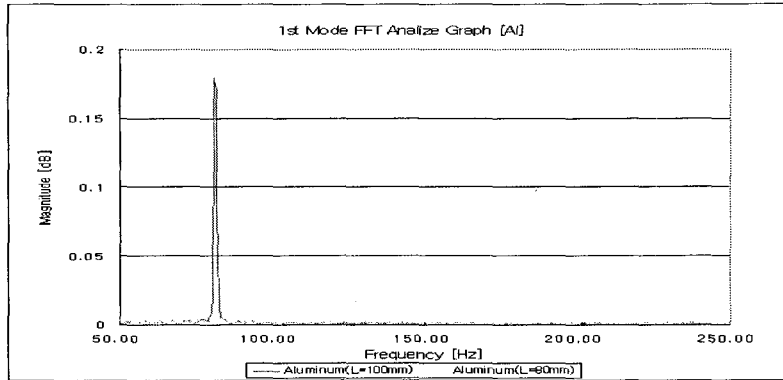


< 그림 7 > 탄소강 시편의 dB 대 주파수 FFT곡선

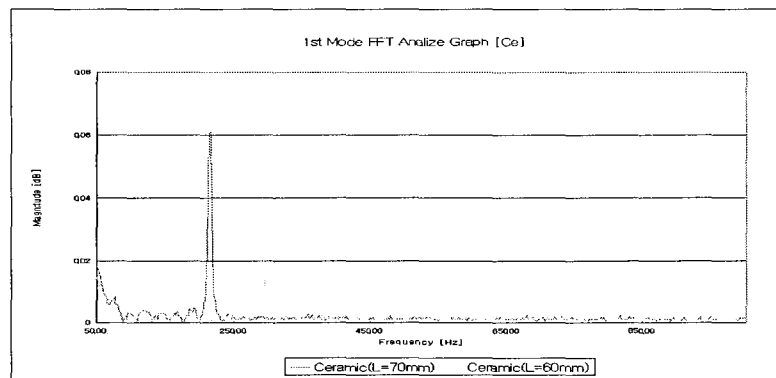


< 그림 8 > 세라믹 메탈성형제 시편의 dB 대 주파수 FFT곡선

또한 시편의 길이에 따른 알루미늄 시편과 탄소강 시편의 고유진동수의 변화는 < 그림 9, 10 >에 나타내었으며, 본 시험에서 얻은 1차 모드에서의 고유진동수는 < 표 2 >에 요약하였다.



< 그림 9 > 알루미늄 재료의 dB 대 주파수 FFT곡선



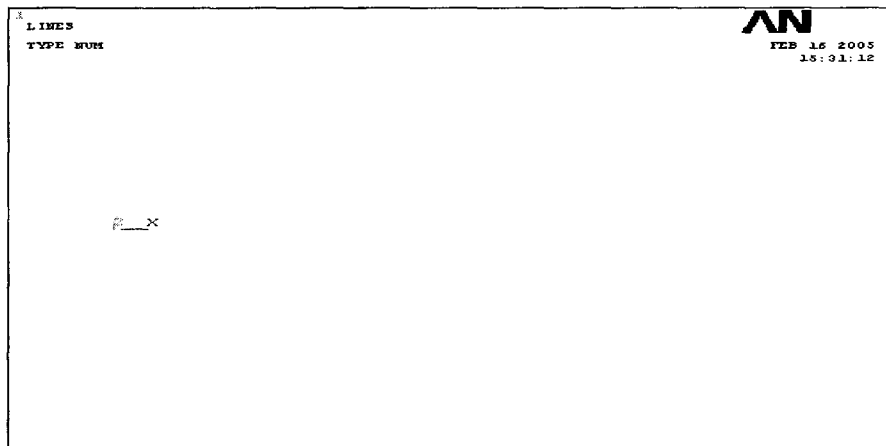
< 그림 10 > 세라믹 메탈성형재료의 dB 대 주파수 FFT곡선

< 표 2 > FFT를 이용하여 얻은 고유진동수

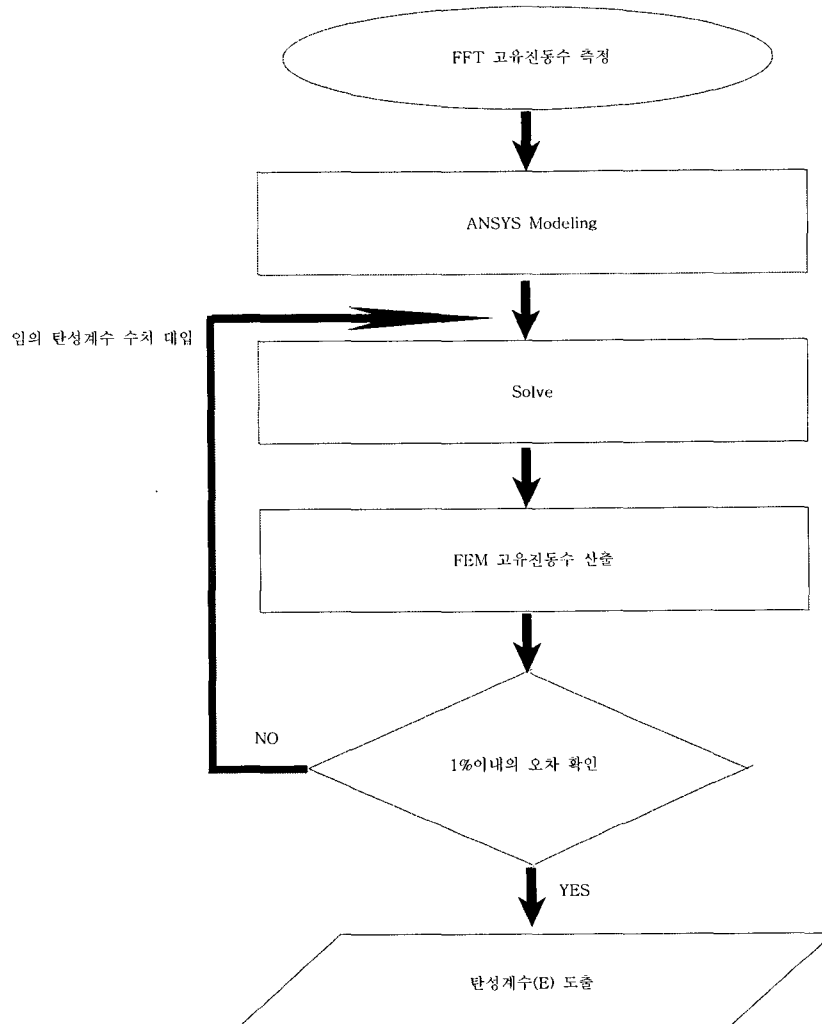
시편 재질	알루미늄		탄소강	세라믹	
길이(mm)	L=80	L=100	L=410	L=60	L=70
고유진동수(Hz)	126.5	81.0	33.0	290	215

4. 유한요소법

시험으로부터 얻어진 각 재료의 고유진동수를 사용하고 유한요소법을 이용하면 재료의 탄성계수를 역으로 추정할 수 있다. 유한요소 모델구축시 사용된 형상과 치수는 시험시 사용 되었던 형상, 치수 값과 정확하게 일치시켜야 한다. 또한 유한요소 모델의 입력시 탄성계수를 제외한 모든 재료 입력 값은 시험 측정시와 사용되었던 시편과 동일한 값으로 입력한다. 구축된 유한요소 모델의 형상은 < 그림 11 >과 같으며 사용된 요소는 2차원 요소 50개를 사용하였다. 모델이 구축된 후 우선 1차적인 탄성계수 값을 초기에 추정하여 입력하고 모달 해석을 통하여 고유진동수를 찾아낸다. 1차로 추정된 탄성계수 값을 유한요소 모델에 입력 후 얻어진 고유진동수 값과 시험에서 얻어진 고유진동수 값이 거의 일치하면 그때의 추정 입력 탄성계수 값이 재료의 탄성계수 값이 된다. 이때 오차 범위를 설정하는 것이 필요하다. 오차 범위는 공학적인 개념에서 대략 5% 내외로 결정할 수도 있고 보다 정확한 값을 추정하기 위해서는 1%의 내외의 오차 범위 값을 설정할 수 있다. 만일 1차로 추정된 입력값에 의한 고유진동수 결과가 시험결과와 비교하여 정해진 오차범위를 벗어나게 되면 또 다른 2차 추정 탄성계수 값을 입력하여 반복적으로 유한 요소법을 시행한다. 이와 같이 여러 번 시행 착오를 거친 후 시험값의 고유진동수와 유한요소법의 고유진동수가 오차 범위 내외에서 일치하면 이때 입력된 탄성계수 값을 그 재료의 탄성값으로 확정한다. 위의 유한요소법 실행에 의한 탄성계수 결정 단계 순서도는 < 그림 12 >와 같다.



< 그림 11 > 유한요소 모델



< 그림 12 > 유한요소에 의한 탄성계수 결정 실행단계 순서도

< 표 2 >는 여러 차례의 탄성계수 값을 추정 입력하여 시험에서 구한 고유진동수와 가장 근사한 유한요소법의 모달 해석을 통해 구한 고유진동수 값이다. 대략 오차 범위 1% 안에 드는 값이다.

< 표 2 > FFT시험 및 FEM에서의 고유진동수 비교

시편 재질	알루미늄		탄소강	세라믹	
	L=80	L=100		L=60	L=70
길이(mm)	L=80	L=100	L=410	L=60	L=70
FFT(Hz)	126.5	81.0	33.0	290.0	215.0
FEM(Hz)	127.28	81.46	33.466	290.04	213.12
Ratio(FEM/FFT)	1.006	1.005	1.014	1.000	0.9912

이를 기초로 하여 얻은 각각의 탄성계수 값은 < 표 3 >과 같다.

< 표 3 > 유한요소법으로 산출한 각 시편의 탄성계수값

	알루미늄	탄소강	세라믹
E(탄성계수)	70GPa	200GPa	9.8GPa

5. 결과 및 고찰

위의 결과를 보면 고유진동수는 알루미늄과 세라믹 시편의 길이가 늘어날수록 길이의 제곱에 반비례함을 알 수 있으며 이는 위의 <식 8>의 결과와 일치함을 알 수 있다. < 표 2 >에서 각 시편의 FFT 고유진동수 시험 결과와 FEM에서의 고유진동수 결과가 오차범위 1%이내에 분포되어 있으므로 이는 시험값과 유한요소법의 결과를 모두 신뢰할 수 있음을 유추할 수 있다. 본 하이브리드 방법의 타당성을 증명하기 위해 우선 1차적으로 이미 탄성계수값을 알고 있는 기존의 알루미늄과 탄소강 재료를 선정 시험하였다. 시험시 측정된 알루미늄의 고유진동수 값은 81Hz(L=100mm)이었다. 이 값을 본 유한요소법 모달 해석 결과와 비교 하였다. 여러 차례의 탄성계수 값을 추정 입력한 후 시험시의 고유진동수의 결과와 비교하였다. 최종적으로 알루미늄의 탄성계수 값을 70GPa로 입력하여 유한요소법 모달 해석 결과 81.46Hz의 1차 모드에서의 고유진동수 값을 구할 수 있었다. 이 결과를 시험 결과와 비교하여 오차 범위 $\pm 1\%$ 미만이 되어 알루미늄의 탄성계수 값은 70GPa임을 확인할 수 있었다. 즉 잘 알려진 알루미늄의 탄성계수 값을 입력하여 유한요소법을 실행하면 시험에서 얻은 고유진동수 값과 동일한 결과를 얻을 수 있다. 이는 초기 입력 탄성계수 값이 실제의 재료상수 값과 일치하면 시험에서 얻은 고유진동수와 유한요소 모델에서 얻은 고유진동수는 일치함을 의미한다. 동일한 과정으로 탄소강 재료를 시험한 결과 탄성계수는 200GPa임을 알 수 있다. 탄성계수와 같은 고유한 재료의 성질 값은 하이브리드 방법을 사용할 때 길이에 관계없이 일정한 값을 알 수 있다. 하이브리드 방법은 충격해머를 이용하여 외팔보 하의 재료의 고유진동수를 시험적으로 구하고, 유한요소 모델을 구축한 후 초기 탄성계수를 입력한다. 다음에 모달 해석을 통해 고유진동수를 구한다. 이때 그 결과가 오차 범위 내에서 시험결과와 일치할 때 입력된 탄성계수 값이 그 재료의 탄성계수 값이 된다. 이 방법은 동시에 다양한 정보를 얻을 수 있는 장점이 있다. 탄성계수 뿐만 아니라 구조물의 고차 모드의 고유진동수 또한 동시에 알 수 있다. 마지막으로 세라믹 성형재료의 탄성계수 값을 결정하였다. 1차적으로 초기 예상 탄성계수 값을 입력한 후 유한요소법에 의한 고유진동수를 구하였다. 이 값을 시험에서 얻은 215Hz와 비교하여 오차 범위가 1% 이상이면 새로운 추정 탄성계수 값을 입력하였다. 그 후 유한요소법의 모달 해석 결과값을 시험값과 다시 비교하여 오차 범위 내에 드는지를 비교하였다.

이와 같은 반복법을 거친 후 오차범위가 1%이내에 들면 그때의 탄성계수 입력값이 실제 재료의 탄성계수 값이 된다. 이와 같은 과정을 거쳐 얻은 세라믹 성형재료의 탄성값은 9.8GPa임을 알 수 있다.

6. 결 론

이상의 결과를 종합하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 간단한 보 구조물의 고유진동수와 유한요소법의 모달 해석을 통해 재료의 탄성계수를 비파괴적으로 구할 수 있다.
- 2) 성형재와 경화재를 3:1로 혼합한 세라믹 성형재료의 탄성계수는 10 ± 1 GPa임을 알 수 있다.
- 3) 외팔보 시편의 고유진동수는 길이에 따라 변하며 정해진 재료 즉 일정 탄성계수에 대해 길이의 제곱에 반비례함을 알 수 있다.

7. 참 고 문 헌

- [1] Rao, Mechanical Vibrations, Addison-Wesley, New-York, 1995
- [2] Ronald F. Gibson, Principles of Composite Material Mechanics, McGraw-Hill, New-York, 1994
- [3] E. Schreiber, O.L. Anderson, and N. Sega, Elastic Constants and Their Measurement, 1974
- [4] J. S. Smith and J. M. Poole, "An Evaluation of Three Techniques for Determining The Young's Modulus of Mechanically Alloyed Materials", J. Sound and Vibration. Vol.11; pp.608-614, 1990
- [5] J. Thomas and B. A. Abbas, "Finite Element Model for Dynamic Analysis of Timoshenko Beam", Journal of Sound and Vibration. vol.41; pp.291-299

저 자 소 개

박 명 균 : 명지대학교 기계공학부 교수로서 연세대학교 기계공학과에서 학사와 국방과학연구소를 거친 후 미국 플로리다 대학에서 석, 박사를 하였다. 관심분야는 유한요소법을 이용한 구조물의 응력 및 강도설계와 이와 연관된 안전 분야에 관심이 있다.

구 분 성 : 명지대학교 기계공학부 대학원 석사 과정이며 현재 구조물의 파손 및 신뢰성과 FEM/CAD에 관심이 있다..