

유한요소프로그램을 이용한 철도판형교의 동적거동

Dynamic Behavior of Plate Girder Railway Bridges using the Finite Element Code

김현호* · 오지택* · 송재필** · 김기봉***

Hyun-Ho Kim · Ji-Taek Oh · Jae-Pil Song · Ki-Bong Kim

Abstract

Investigation on the dynamic behavior of railway bridges has not performed widely to date except high-speed railway bridges. In this study, 3-dimensional model is used for the finite element analysis of plate girder railway bridges. Train loads obtained through statistical approach of the measured true train loads are used. Numerical analysis is carried out about a 18m-span bridge. This result is compared with that of the experimental test of existing plate girder railway bridge without ballast. The good agreement was obtained through the comparison. Judging from the analysis, resonant speed of diesel locomotive train is about 120km/h. However, the resonance for the other train is not found from the analysis.

Keywords : railway bridge(철도교), plate girder bridge(판형교), dynamic analysis(동적해석), resonance(공진)

1. 서론

판형교는 철도교량의 초기 형태 중의 하나로서 현재 국내 철도 교량 중 약 46%를 차지하며 널리 사용되고 있다. 판형교는 도상이 없이 거더에 침목이 직결되는 형태로 유도상 교량과는 달리 차량의 주행하중이 교량에 직접 전달되는 특성을 가지고 있으므로, 교량에 가해지는 충격이 크고, 소음도 크게 발생시킨다. 또한 상부구조의 중량이 차량 하중에 비해 상대적으로 작기 때문에 유도상 교량과는 달리 차량의 종류나 주행특성에 따라 교량진동가속도의 주파수 성분 또한 매우 복잡하게 나타나므로 동적 특성의 해석 및 예측이 어렵다[1].

최근 수행된 교량-열차 상호작용해석이론의 경우 궤도 틀림과 교량변위에 따른 열차부가관성효과를 하중변동분으로서 고려하고 있는 것이 대부분으로서, 실질적으로 교량의 운동방정식을 풀어낼 때 교량상에 부가된 열차의 질량을 포함시키지 않고 있다. 이는 교량의 동적응답을 해석

적으로 추정하는 관점에서는 단지 일정이동하중에 2~5% 수준의 하중변동분만을 고려하는 이동하중해석과 차이가 없다. 또한, 교량과 열차의 운동방정식을 연성(couple)시켜 해석하는 경우는 3차원적인 정교한 모델링이 비효율적 내지는 불가능하기 때문에 침목간격에 의한 가진 효과 등을 해석 시 고려하기 어려운 점이 있다. 그리고 수치해석모델의 복잡한 구성과 입력변수들의 정확한 산정을 위해 많은 노력이 필요하여 실무에 적용이 쉽지 않고 교량의 진동가속도부분은 열차에 의한 부가질량효과를 고려하지 않는 경우는 일반적인 경향만을 추정할 수 있을 뿐이다. 고속철도 교량에 비해 기존선 철도교량에 대한 연구는 미진한 상태이나 최근에 국내에서 오지택[1]등에 의해서 고강성 저질량을 가지는 무도상 형교의 주파수 특성에 대하여 연구되었으며, 정재운[2]은 부가질량효과를 고려한 철도교량의 동적응답 해석기법에 대한 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 상용유한요소프로그램을 이용하여 부가질량효과를 고려한 철도판형교의 동적응답을 수치해석 결과와 현장 실험결과와의 비교를 통해 수치해석모델과 기법의 타당성과 효용성을 검증하여 실무에 적용하기 용이하며 효과적인 방법을 제시하고자 하였다.

* 책임저자 : 정회원, 중앙대학교, 일반대학원 토목공학과, 박사수료
* 정회원, 한국철도기술연구원, 남북철도기술개발사업단, 단장
** 정회원, 슈어테크, 기술연구소, 팀장
*** 중앙대학교, 건설대학 토목공학과, 교수

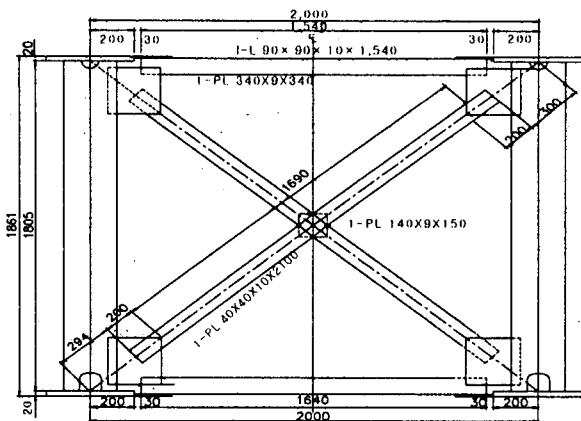


Fig. 1. Steel Plate Girder bridge

2. 수치 해석

2.1 판형교 유한요소 해석 모델

본 연구에서 수행한 동적 수치해석은 경간이 18m인 판형교를 유한요소로 모델링하고 실제 운행되는 열차하중의 선도를[3] 이용하여 상용유한요소해석프로그램인 SAP2000N으로 수행하였다. 예제 교량에 대한 단면을 Fig. 1에 나타내었다. 모델링은 철도정 판형교 L-22 용접형 표준단면과 현장조사로부터 얻어낸 실측자료를 토대로 제원을 확보하였다[4].

본 연구에서는 판형교의 구조적 동적응답을 세밀하게 분석하기 위하여 실제 판형교시스템을 구성하는, 레일, 목침목, 브레이싱, 보강재 및 단면변화에 따른 변단면 등을 3차원으로 정교하게 쉘요소 및 보요소를 이용하여 모델링하였다. 이와 같이 유한요소모델을 세분화한 이유는 실제 판형교의 국부적인 진동효과를 고려하고 특히, 운행하는 열차의 축중이 침목간격에 의하여 본 해석모델과 같은 판형교에 40~60Hz의 가진주파수성분의 하중변동효과를 고려하기 위해서이다. Fig. 2는 본 연구의 해석에 사용된 판형교에 대한 유한요소모델을 나타낸 것이다. 그림에 보이는 것과 같이 교량 주형은 4절점 5자유도 쉘요소로 그리고 침목과 레일은 2절점 6자유도 보요소로, 브레이싱은 2절점 2자유도 트러스 요소로 이상화하였다. 레일(KS60)의 계간은 표준계간인 1.435m를 적용하였고, 침목은 교량용 목침목(23×23cm)을 10m당 25개로 배치하였다. 실제 교량과 유한요소해석 모델 사이에서 발생하는 단면의 도심차이를 해결하기 위하여 쉘요소를 사용하였으며, 판형교상의 상부플랜지, 목침목 그리고 레일사이에는 회전자유도를 구속하지 않고 종방향 및 횡방향 병진운동을 구속시켜 일체운동을 하도록 하였다. 감쇠비

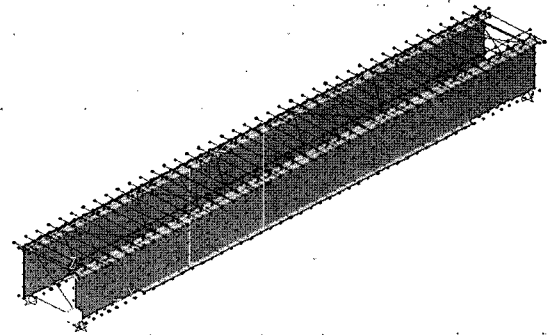


Fig. 2. Finite Element Model

는 전형적인 무도상 강철도교량의 값인 2%를 사용하였다. 해석에 사용된 교량 모델의 물성치를 Table 1에 나타내었다.

2.2 열차 하중 모델

수치해석을 위하여 사용한 열차하중의 유형은 새마을 PMC 동력차, 일반객차, 화차 등에 쓰이는 단일 대차와 2개 차축이 있는 Bo-Bo형과 디젤기관차와 같이 3개 차축의 대차를 갖는 Co-Co형으로 대차 형식에 따라 크게 2가지로 나눌 수 있다. 이러한 대차유형을 기준으로 새마을 PMC 8량 및 16량 편성, 디젤기관차 2량으로 견인되는 편성의 3가지 열차유형, 그리고 KTX 20량 편성의 총 4가지로 구분하였으며 각각의 열차유형에 대한 하중선도는 한국철도기술연구원에서 수행된 실 운행열차하중 측정실험 결과로부터 수립된 결과를 사용하였다[9]. 동적하중은 하중모델이 판형교상의 레일 위를 주행하는 경우(본 연구의 경우 침목간격)를 고려하여 레일을 모사한 보 요소위에서 선형보간함수를 이용하여 요소내를 주행하는 집중수직하중의 등가절점 수직하중 및 등가절점 휨모멘트하중으로 변화시켰다. 이와 같은 방법을 이용하여 하중모델의 전 축중에 대한 시간이력을 산출하여 수치해석 프로그램의 하중이력으로 사용하였다. 즉 다수의 집중하중으로 재하되는 열차하중의 시간이력을 해석상에 적용하기 위해 먼저 각 윤중의 요소내 위치를 요소 길이에 대해 무차원하여 계산한다[6].

$$x_n = (V_T \times T_n) / L_e \quad (n = \text{time step}) \quad (1)$$

Table 1. Properties of bridges

구분	레일	침목	강재
단위중량(kN/m ³)	77.01	7.85	77.01
단면적(cm ²)	77.5	529	-
탄성계수(MPa)	2.06 × 10 ⁶	1.65 × 10 ⁶	2.06 × 10 ⁶
포아송비	0.3	0.345	0.3

Table 2. Comparison of mass distribution[5]

지간(m)	구분	거더		침목		레일		전체	
		질량(ton/m)	비율(%)	질량(ton/m)	비율(%)	질량(ton/m)	비율(%)	질량(ton/m)	비율(%)
9	해석모델	0.533	61.72	0.226	26.22	0.104	12.06	0.863	100.00
	표준도면	0.493	59.89	0.226	27.47	0.104	12.64	0.825	100.00
12	해석모델	0.825	62.57	0.356	26.99	0.138	10.44	1.319	100.00
	표준도면	0.772	60.98	0.356	28.13	0.138	10.88	1.265	100.00
18	해석모델	1.497	66.54	0.550	24.44	0.203	9.01	2.251	100.00
	표준도면	1.416	65.29	0.550	25.36	0.203	9.35	2.169	100.00

여기서, x_n 은 절점 i 로부터의 운동위치, V_T 는 열차속도, T_n 은 시간, L_e 는 요소의 길이이다. 임의요소의 양단절점 i, j 에서의 치환되는 절점 수직하중 및 절점 모멘트 하중은 축중과 형상함수의 곱으로 나타낼 수 있으며 시간단계별로 각 절점별로 하중을 합산하여 시간이력을 나타낸다. 이와 같은 과정으로 생성된 열차하중을 해석프로그램상에서 이동하중으로 재하시켜 동적해석을 수행하게 된다.

Fig. 3은 새마을 PMC의 하중선도를 나타낸 것이고, Fig. 4는 디젤기관차에 대한 하중선도를, 그리고 Fig. 5는 고속전철 KTX에 대한 하중선도를 각각 나타낸 것이다.

2.3 수치해석 모델의 신뢰성

2.3.1 수치해석 모델의 질량 검토

구조물의 동적 거동 해석 모델에서 질량은 구조물의 고유 진동에 직접적인 영향을 주기 때문에 가장 중요한 요소라 할 수 있다. 본 연구에서는 모델에 적용된 질량과 표준도면에 의해 산정한 교량 각 요소의 질량을 비교하여 수치해석 모델의 신뢰성을 간접적으로 확인하였다. Table 2는 본 연구에 사용된 해석 모델과 L-22 표준 용접형 판형교 도면에 의해 산정한 질량과 질량 비율을 나타낸 것이다. 해석에 사용된 모델의 질량분포가 표준도면에 의한 값과 유사함을 확인할 수 있다. 해석모델에서 거더의 질량이 약간 증가된 이유는 실험에 사용된 교량은 표준도면과 달리 부착된 부속물이 있었으며, 단면의 치수를 실측한 결과 일부 부위에서 표준단면보다 두껍거나 보강이 된 부분이 있었기 때문이다.

2.3.2 현장실험

본 연구에 사용된 수치 해석 방법에 대한 신뢰성을 검증하기 위하여 문헌[4]에서 수행한 현장실험결과를 이용하여 비교 분석하였다. 실험 대상 교량은 경부선 상행선상에 위치한 심천천교로 경간이 18.3m인 판형교 교량으로서 Fig. 6에 나타내었다.

측정은 두 개소(10번경간, 11번경간)에 대하여 실시하였

다. 주행열차에 의한 진동 및 처짐특성을 분석하기 위하여 교량중양부에서의 좌·우측 거더의 처짐 및 진동가속도를 측정하였다. 계측한 열차는 PMC 새마을 8량 32회, PMC 새마을 16량 11회, 디젤1량 견인 무궁화 63회, 디젤2량 견인 무궁화 10회, 디젤1량 견인 화물열차 59회, 디젤2량 견인 화

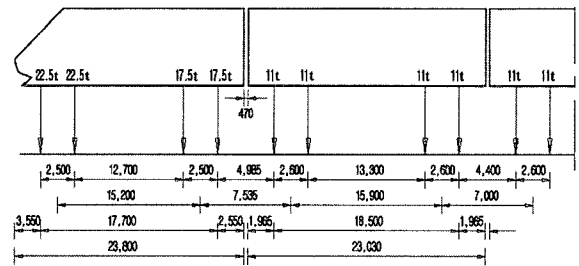


Fig. 3. Saemaul PMC train model (unit:mm)

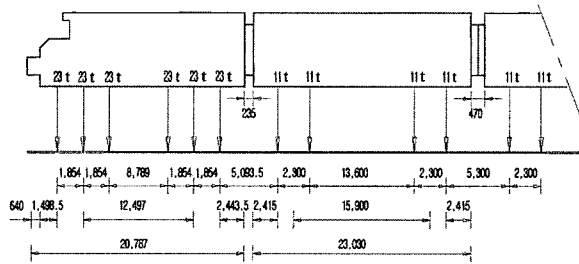


Fig. 4. Diesel locomotive train model (unit:mm)

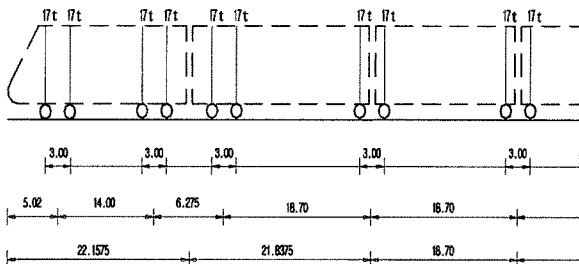


Fig. 5. KTX train model (unit:mm)

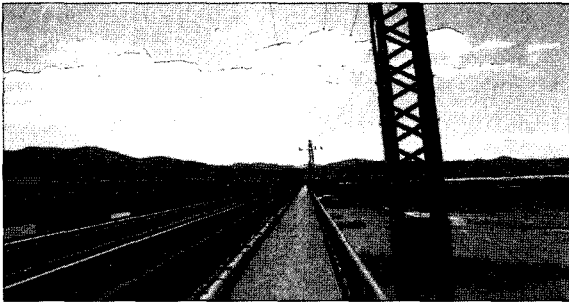


Fig. 6. Field measurement bridge

물열차 5회, 통일호 등의 기타 열차 8회 등 총 188개 통과열차에 대하여 실시하였다. 각 차량종류별 최대치짐의 발생을 보면 디젤 2량 견인 무궁화, 디젤1량 견인 화물, 디젤 1량 견인 무궁화, PMC 16량 편성 새마을, PMC 8량 편성 새마을의 순으로 나타나고 있다. Fig. 7은 심천천 교량의 이러한 동적수직 변위의 분포를 속도대 별로 나타낸 것이다.

2.3.3 수치해석 결과와의 비교

수치해석결과의 검증을 위하여 유한요소해석을 시속 77.08 km/hr일 때 디젤 2량 견인 무궁화호 열차, 시속 102.05km/hr일 때 PMC 8량 편성 새마을호, 시속 102.05km/hr일 때 PMC 16량 편성 새마을호에 대한 시간에 따른 변위와 가속도를 실제 판형교에서의 실측값과 비교하는 방법으로 수행하였다. Fig. 8과 Fig. 9는 각 열차하중에 대한 실측값과 수치해석의 결과를 비교한 것이다.

일반적으로 교량의 경간이 짧을수록 동적인 효과는 매우 크게 발생한다. 비교 결과를 살펴보면 수치해석과 실측의 결과치에 대한 시간이력에 따른 분포형상이 유사하다. 가속도 응답은 가속도 파형에 대한 정성적인 비교에서 유사함을 나타내고 있기 때문에 기존의 가속도부분 예측 수준에 비해서 적절한 수준이라고 판단된다. 한편, 일부에서 실측치와 수치해석치의 위상차가 나타나는데 이는 수치해석 모델의 경우 주행속도가 일정한 반면 계측시에는 주행속도가 일정하지 않았던 것이 하나의 원인인 것으로 판단된다. 그리고 Fig. 8(a)의 결과를 보면 실제 운행열차의 차량편성이 전형적인 디젤 견인 무궁화열차에서 일부 차량의 길이가 다른(새마을객차, 식당차 등) 객차가 포함되어 약간의 위상차이를 나타내고 있지만 단일 제원을 갖는 디젤기관차부에서의 응답은 일치하고 있다. 또한 Fig. 8(c)와 같은 새마을 PMC 장대편성(8량+8량)의 중간 연결부에서의 동적변위 차이는 해석에 사용한 하중모델은 통계적인 평균값을 갖는 하중선도이나 실제 운행중인 동력차의 경우는 전기기관차가 아닌 디젤발전기관차이기 때문에 연료의 탑재수준에 따라 최대

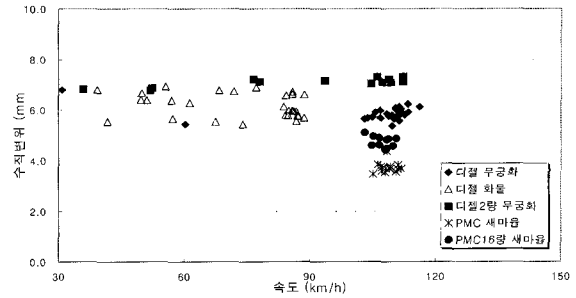
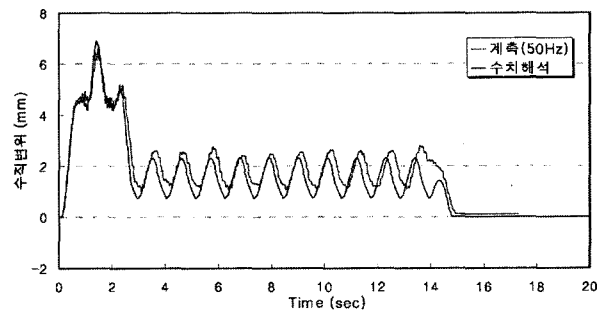
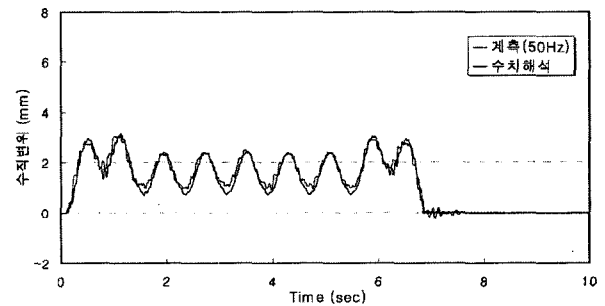


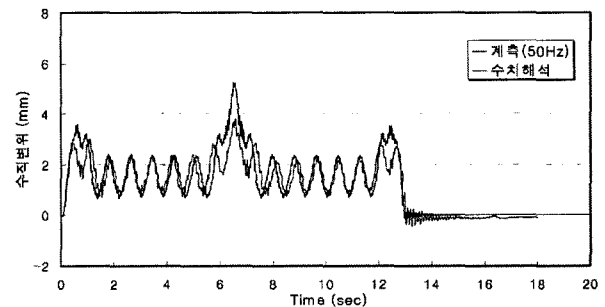
Fig. 7. Dynamic vertical displacement with respect to train speed



(a) Diesel locomotive train



(b) Saemaul PMC (8 train)



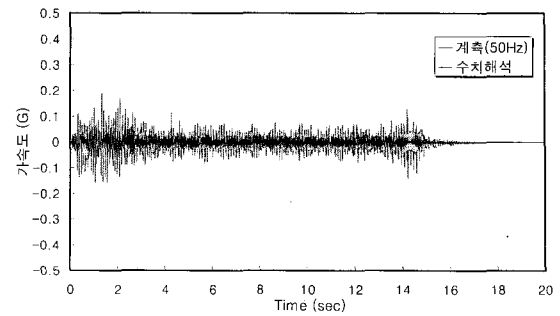
(c) Saemaul PMC (16 train)

Fig. 8. Dynamic vertical displacement with respect to train type

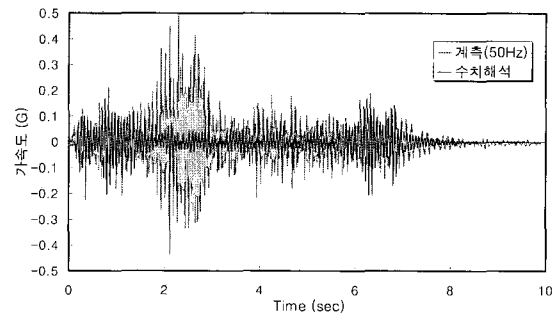
±20톤의 편차가 발생하여 해석적 응답에서의 차이가 발생할 수 있다. 다만, 새마을 열차의 경우 객차가 일정하기 때문

에 평균적인 하중선도의 측정결과와 하중이 작음에도 불구하고 잘 일치함을 나타내고 있다.

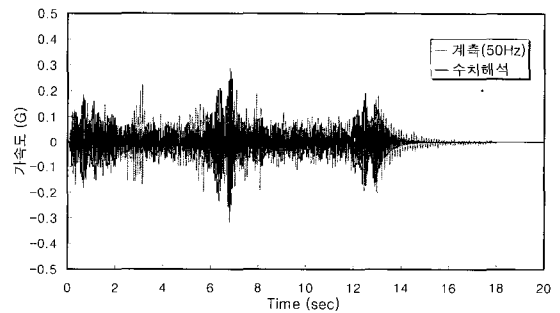
Table 3의 수직변위 및 수직진동가속도의 최대값을 각 차량종류별로 비교한 값 또한 유사한 경향을 보이고 있으므로 모델설정 및 해석이 합리적으로 되었다고 판단된다. 다만 Fig. 9(b) PMC 차량의 경우 차축 및 현가장치의 국부적인 불량과 차륜의 이상(flat)으로 인하여 비정상적인 충격효과를 유발하기도 하였다. 이러한 충격은 변위보다는 진동가속도에 큰 영향을 끼치기 때문에 상대적으로 실측시 큰 진동가속도값이 계속되었다. 철도교의 경우는 일반 도로교의 교량대비 하중비율과는 정반대로 교량중량에 비해 열차하중의 크기가 18m 판형교의 경우에 약 6.25배의 큰 비율을 갖는다. 그리고 철도판형교 자체가 고강성 저질량이며, 교량에 부착되어 있는 목침목, 보조레일, 인도판, 부착관등의 주파수가 여진 특성에 포함되기 때문에 뚜렷한 주파수 값이 추출되지 않는다. 이에 따라 통상 판형교의 경우에는 주파수 대역을 추정하는 형태를 취한다. 특히, 열차통과시 얻어진 동적응답에 대한 FFT 분석 결과로부터는 판형교 자체의 고유진동수가 추출되지 않으며 부가질량에 의해 변조된 대역을 갖는 횡진동수 주파수 대역이 추출된다. 본 연구에서 해석모델에 대한 검증은 여진에 의해 발생하는 주파수 특성 중 탁월한 성분과 비교하여 수행하였다. Table 4에 고유진동수의 비교값을 나타내었다. 강성이 크고 질량이 작은 구조형식으로 고유진동수가 크게 나타날 것으로 예상되었으며 실제 계측결과에서 이를 확인할 수 있었다. 유한요소모델과 실측값과는 상당히 유사한 값을 보였다. Table 4에서 나타나듯이 UIC와 일본의 제한치를 상회하고 있는데 이는 UIC와 일본의 고유진동수 제한기준이 충격계수의 산정시에 적용의 한계를 설정하기 위한 기준으로 사용되고 있으며 구조물의 건전성이나 동특성을 파악하는 기준은 아니기 때문이다. 그러나 향후 우리나라의 설계기준을 새롭게 도입하



(a) Diesel locomotive train



(b) Saemaul PMC (8 train)



(c) Saemaul PMC (16 train)

Fig. 9. Vertical Acceleration with respect to train type

Table 3. Comparison of result (analyses and measurement)

구 분		디젤 2량	PMC 8량	PMC 16량
최대변위 (mm)	수치해석	6.88	3.09	5.21
	실측값	6.60	3.18	4.43
최대가속도 (g)	수치해석	0.18	0.19	0.32
	실측값	0.19	0.55	0.23

Table 4. Comparison of natural frequency[7,8]

수치해석값	실측값	UIC		일본
		상한기준	하한기준	하한기준
16.21 Hz	15.36 Hz	10.9 Hz	4.4 Hz	5.6 Hz

나 할 때에는 반드시 고려하여야 할 사항이라고 판단된다.

3. 수치해석 결과 분석

현장 실험을 통해서 모델설정 및 해석의 합리성이 검증된 유한요소 모델을 차량유형별로 속도대역에 따른 수직변위의 변화양상과 공진의 발생여부 등 동적응답특성을 분석하고, 이를 바탕으로 철도교량의 동적응답예측에 대해서 본 연구에서 제안하는 유한요소해석 모델 및 기법에 대한 타당성과 효율성을 검토하였다.

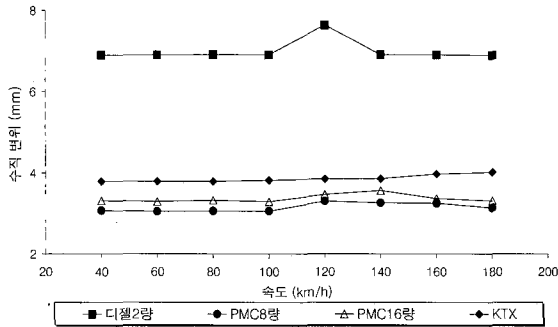


Fig. 10. Maximum displacement with respect to train speed and train type

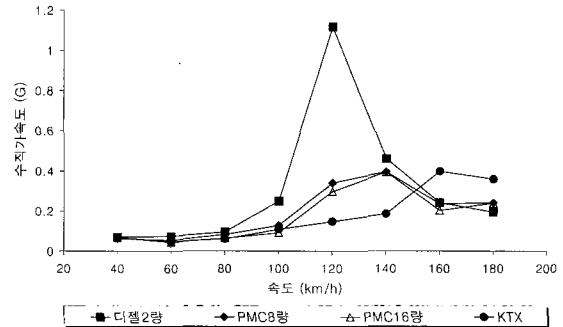


Fig. 11. Maximum vertical acceleration with respect to train speed and train type

3.1 동적수직변위

Fig. 10은 열차유형별 속도대별 최대수직변위를 비교하여 나타내었다. 18m 경간길이에 대해서 속도대역의 차이는 있지만 모든 열차유형에서 수직방향변위가 속도대역에 따라 큰 편차를 보이지 않을 뿐만 아니라 열차의 종류별 시간이력에서 디젤기관차도 뚜렷한 공진현상은 나타나지 않고 있다. 차량유형별로 발생하는 최대 수직변위를 비교해보면 디젤 2량 견인 무궁화의 경우가 가장 크고 PMC 차량의 순서로 나타나는데, 이것은 실제 계측 결과와 경향이 비슷하다. 디젤 2량에 의한 처짐이 가장 크게 나타난 경우가 많은데 실제로 디젤동력차의 경우에는 140km/hr 이상의 증속이 어려우므로 이론적으로만 가능한 결과일 수 있기 때문에 실제로 180km/hr 이상의 고속주행이 가능한 차량인 KTX의 경우를 수치해석을 통하여 비교하여 보았다. 해석 결과를 보면 18m의 경간길이를 갖는 철도 판형교의 동적처짐은 180 km/hr까지의 열차주행 속도대역 내에서는 열차의 주행속도보다는 동력차의 중량 즉 축중에 더 큰 영향을 받음을 알 수 있다.

3.2 수직진동가속도

18m 경간 길이 판형교에 대한 수치해석으로부터 차량유형별로 속도대역에 따라 교량의 수직진동가속도를 예측하여 Fig. 11과 같이 분석하였다. 이 결과에서도 현장측정에 의한 결과와 마찬가지로 전반적으로 수직진동가속도가 크게 발생하는 것을 알 수 있고, 차량의 유형에 따라 다르기는 하지만 속도 대역에 따른 증폭현상을 보이는 경우도 나타나고 있다.

실제로 180km/hr까지 증속주행이 가능한 KTX차량의 경우 수치해석을 통하여 살펴보면 160km/hr 이상의 대역에서 진동가속도가 증가되는 현상을 보이고 있다. 발생하는 진동가속도의 크기를 분석하여 보면, KTX차량에 의해 발생하는

진동가속도가 다른 차량에 의해 발생하는 진동가속도보다 상대적으로 작고, 절대량을 비교하더라도 최고 0.4g 정도로 그렇게 크지 않은 경향을 보이고 있다. 그러나 강성 천이부에 의한 충격효과나 레일의 이음매, 케토틀림에 의한 동적 충격효과 등이 고려되지 않은 이상적인 경우에 대해서 수행된 해석결과이므로 실제 주행시에는 해석에 의한 경우보다는 큰 진동가속도를 유발시킬 것으로 예상된다. 또한 실제의 경우에 작은 크기의 진동가속도가 발생한다고 하더라도 피로하중의 누적에 의한 장기적인 피로손상의 원인이 될 수 있으므로 이에 대한 검토가 필요할 것으로 판단된다. 또한, 실 운행열차하중에 대한 실험적 결과로부터 추출한 하중선도는 상용유한요소해석프로그램에 손쉽게 적용시킬 수 있으며, 그 실험적 결과와 매우 근접하는 실용적인 예측에 활용할 수 있음을 확인하였다. 다만, 실험대상 교량에서의 수직진동가속도 수준이 판형교에서 발생하는 통상적인 진동가속도보다 매우 작은 값을 나타내고 있어 보다 더 광범위한 판형교의 실험결과에 대한 비교 분석이 후속되어야 할 것으로 판단된다.

4. 결론 및 추후연구

본 연구에서는 기존 철도교량의 동적응답 예측을 위한 효과적인 기법을 제시하고자 18m 단경간 무도상 판형교의 수치해석을 시행하였다. 수치해석 모델은 실제 판형교에서 측정될 계측 결과와 비교하였으며 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

- (1) 실측치와 수치해석의 비교 결과 시간이력에 따른 수직 변위 및 수직 진동가속도의 분포형상이 유사한 경향을 나타내었고 제안된 유한요소해석 모델 및 기법의 타당

성과 효율성이 있음을 알 수 있었다.

- (2) 동적 수직처짐은 차량의 속도에 따른 편차나 공진현상은 뚜렷하게 나타나지 않고 동력차의 중량 즉 축중에 더 큰 영향을 받음을 알 수 있었다.
- (3) 수직진동가속도의 경우 증속에 따른 가속도가 커지는 것으로 나타났으며 동적 수직처짐과는 달리 속도에 영향을 크게 받는 것으로 나타났다.
- (4) 실제의 경우에 작은 크기의 진동가속도가 발생된다고 하더라도 피로하중의 누적에 의한 장기적인 피로손상의 원인이 될 수 있으므로 이에 대한 검토가 필요할 것으로 판단된다.

본 연구의 수치해석은 이상적인 궤도조건과 궤도(레일, 침목) 구성품 범위내에서 수행된 것이다. 따라서 실제 철도 교량의 동적응답 추정분야에서 레일의 조건, 침목상태, 레일의 차륜/레일담면 해석, 레일 이음매의 존재에 따른 충격효과 등의 변수 연구가 추후로 진행되어야 할 것이다.

감사의 글

이 논문은 2005년도 중앙대학교 학술연구비(일반연구비) 지원에 의한 것임.

참고 문헌

1. 오지택(2001), 관형교의 고유진동수 특성에 관한 연구, 한국철도학회 추계학술대회 논문집, pp.1035-1040.
2. 정재운(2004), 주행열차 질량을 고려한 철도교량의 동적응답 해석기법 개발, 박사학위논문, 인하대학교
3. 오지택(2002), 대륙간철도연결에 대비한 표준열차하중의 비교·분석 연구, 1차년도 연차보고서, 건설교통부
4. 최진유(2002), 관형교의 보수보강 및 유도상화기술개발, 1차년도 연구보고서, 철도청
5. 철도청(1999), 철도설계기준(철도교편)
6. 최진유(2002), 무도상 관형교의 동적거동특성 분석을 위한 해석적 연구, 한국철도학회, 추계학술대회 논문집, pp. 1080-1085
7. ERRI(1995), D190, Permissible Deflection of Steel and Composite Bridges ofr Velocity V>160km/h, RP5 : Parametric Studoes-Summary and Recommendations Final Report
8. 日本土木學會(1983), 國鐵建造物設計標準解説