

# 기어펌프 · 모터 이끝 틈새의 영향에 관한 연구

## A Study on the Effect of Gear Teeth End-Gaps for Hydraulic Gear Pumps and Motors

정헌술 · 풍려려 · 오석형

H. S. Jeong, L. Peng, S. H. Oh

**Key Words** : Optimal Gap(최적 간극), Viscous Friction(점성마찰), Leak Flow(누설 유량), Power Loss(동력 손실)

**Abstract:** In order to improve the efficiency of hydraulic gear pumps or motors especially for high operating pressure, power losses due to viscous friction and leak flow through gear teeth end-gaps are considered in this paper. Optimal gaps minimizing the power loss for pumps and motors with uniform heights of gaps are analysed first. And the effect of the shapes of gaps with unequal heights on the power loss are studied and discussed by simulation. Considering that the outer shell facing gear teeth may expand due to high internal pressure or thermal stress, the results drawn in this paper can be used for the design of high efficiency pumps and motors.

### 기호 설명

- $b$  : 기어 이의 폭(width)
- $F$  : 기어 끝부분의 마찰력
- $H$  : 누설유량 및 점성마찰에 의한 손실 동력
- $l$  : 기어 이의 원주방향 길이(length)
- $P_i$  : 기어 이 사이 체적에 형성된 압력
- $\Delta p$  : 단일간극의 경우 간극 전후 압력차, 기어 펌프 · 모터의 입구와 출구의 압력차
- $Q$  : 기어 간극의 통과 유량(flow rate)
- $u_0$  : 기어 이의 선속도(velocity)
- $V_i$  : 기어 이와 이 사이의 체적(volume)
- $z$  : 기어펌프 · 모터에서 간극의 개수
- $\delta$  : 기어 이와 케이스 사이의 간극(gap)
- $\beta_0$  : 유압유의 체적탄성계수(bulk modulus)
- $\mu$  : 유압유의 점도(viscosity)

### Subscripts

- $P$  : 펌프
- $M$  : 모터

### 1. 서 론

유압장치는 단위 중량당 동력의 크기가 크고, 대량의 동력전달이 용이하며, 직선운동과 회전운동을 용이하게 구현할 수 있기 때문에, 다양한 산업분야에서 사용되고 있다. 유압장치 중에 유압동력원을 발생시키는 유압펌프와 유압에너지를 기계적 동력으로 변환시키는 유압모터가 전체 유압시스템의 성능을 결정하는 핵심 요소라고 할 수 있다<sup>1-2)</sup>.

유압펌프의 기본적인 구조와 작용에 대한 고안이 16세기경부터 수력기계의 한 분야로서 구현된 이래, 일반 산업용으로 사용되는 현재의 유압펌프의 종류는 크게 기어펌프, 베인펌프와 피스톤펌프로 구분된다. 일반적으로 피스톤펌프는 고압 대용량 고효율 특성을 지니고, 기어펌프와 베인펌프는 상대적으로 저압 고속회전이며 효율이 낮다고 알려져 있으며, 유압모터의 경우 유압 펌프와 유사한 특성을 지닌 것으로 알려져 있다<sup>2-3)</sup>.

한편 기어펌프는 크기가 작고 제작이 용이하여 승용차의 유압동력원과 같이 소형 유압장치의 구동용으로 많이 사용되는데, 최근 업계로부터 정격압력이 140 bar를 상회하는 펌프가 개발되었다고 간혹 보고되고 있다. 기어펌프에 관한 연구로는 설계목표인 정격 토출유량과 토출압력으로부터 기어펌프의 제반 제원을 결정하기 위한 연구<sup>5)</sup>와 외접형 기어펌

접수일 : 2005년 11월 6일  
 정헌술(책임저자) : 군산대학교 기계공학부  
 E-mail : hsjeong@kunsan.ac.kr, Tel : 063-469-4723  
 풍려려 : 군산대학교 대학원 기계공학과  
 오석형 : 군산대학교 기계공학과

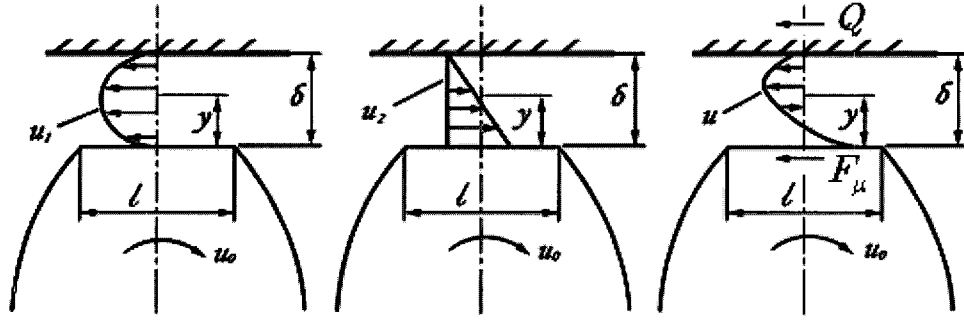


Fig. 1 Flow through a gap of gear pumps induced by pressure difference, moving wall and both, respectively

프에서 발생하는 압력맥동을 저감시키기 위한 릴리프 홈의 위치에 관한 연구<sup>6)</sup>를 들 수 있다.

기어펌프 · 모터의 효율은 기어의 이 끝부분 (addendum)과 케이스 사이 그리고 기어 옆면과 케이스 사이에서 발생하는 누설 유량과 점성마찰 손실에 의해 크게 좌우된다. 본 연구에서는 기어펌프 · 모터의 효율을 향상시키기 위한 관점에서, 기어의 이 끝부분과 케이스 사이 간극의 최적형상에 대하여 검토하였다. 2절에서는 다수의 기어 틈새들의 크기가 동일한 경우 최적 간극에 대하여 이론적인 해석을 수행하고, 3절에서는 다양한 형상의 틈새가 동력 손실에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통해 살펴본 다음 마지막으로 결론을 도출하였다.

## 2. 최적 간극의 이론적 해석

### 2.1 단일간극의 누설 및 마찰에 의한 동력 손실

기어펌프의 기어 이 끝부분과 케이스 사이에는 대략  $10\mu\text{m}$  정도의 틈새가 있다. 이와 같은 좁은 틈새에서의 유체 흐름은 낮은 레이놀즈수(Reynold's number)로 인해 층류(laminar flow) 특성을 지닌다. 평행한 두 평면사이의 간극에 흐르는 유량은 다음 식과 같이 표현되며<sup>1)</sup>, 이를 도식화하면 Fig. 1과 같다.

$$Q = \frac{b\delta^3 \Delta p}{12\mu l} - \frac{b\delta u_0}{2} \quad (1)$$

이 식에서 첫 번째 항은 길이  $l$ 인 간극의 양쪽의 압력차이  $\Delta p$ 에 의해 발생하는 유량으로서 보통 Poiseuille's flow라고 불린다. 그리고 두 번째 항은 상하 벽면의 이동속도의 차이 즉 상대속도  $u_0$ 에 의해 발생하는 유량으로서 이를 통상 Couette flow라고 부른다. 기어의 폭이 틈새에 비해 큰 경우 ( $b/\delta \geq 10$ )에 기어 측면과의 간섭이 유량에 미치는 효과는 무시될 수 있다<sup>1)</sup>. 한편, 폭이  $b$ 인 두 평행한 평면 사이의 압력차 및 점성유체 이동으로 인한 마찰력은 다음과 같다.

$$F_\mu = \frac{b\delta \Delta p}{2} + \frac{\mu b l u_0}{\delta} \quad (2)$$

따라서 평행 평면 사이의 간극에서 발생하는 누설 유량 및 점성마찰에 의한 동력 손실은 다음 식과 같이 표현된다.

$$H = Q \times \Delta p + F_\mu \times u_0 = H_l + H_f \quad (3)$$

$$H = \frac{b\delta^3 \Delta p^2}{12\mu l} - \frac{b\delta u_0 \Delta p}{2} + \frac{b\delta u_0 \Delta p}{2} + \frac{\mu b l u_0^2}{\delta} \quad (4)$$

이 식에 의하면, Couette flow에 의한 누설손실동력과 압력차에 의한 점성마찰 손실동력은 서로 상쇄됨을 알 수 있다.

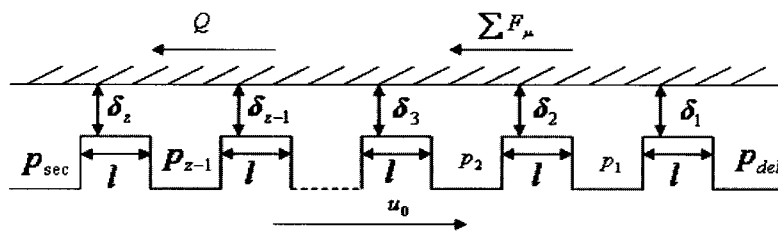


Fig. 2 Schematic for a series of gaps of a gear pump

## 2.2 펌프의 동력 손실

한편 기어펌프의 입구와 출구 사이에는 다수의 간극이 있게 마련이고, 이를 형상화하면 Fig. 2와 같다. 그림에서  $z$ 개의 간극이 다음 식 (5)와 같이 모두 동일하다면, 각 간극의 전후에 형성되는 압력차는 다음 식 (6)과 같이 모두 동일할 것이다.

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \dots = \delta_z = \delta \quad (5)$$

$$\begin{aligned} p_{del} - p_1 &= p_1 - p_2 = \dots = p_{z-1} - p_{suc} \\ &= (p_{del} - p_{suc})/z = \Delta p/z \end{aligned} \quad (6)$$

따라서 다음 식 (7)~(8)과 같이 기어펌프의 누설 손실 유량은 어떤 한 간극에서 발생하는 누설유량  $Q_i$ 와 동일하며, 점성마찰력은 각 간극에서 발생하는 마찰력  $F_{\mu i}$ 의 합이 된다.

$$Q_P = Q_i = \frac{b\delta^3 \Delta p}{12\mu l z} - \frac{b\delta u_0}{2} \quad (7)$$

$$F_P = zF_{\mu i} = \frac{b\delta \Delta p}{2} + \frac{\mu z b l u_0}{\delta} \quad (8)$$

누설유량과 점성마찰로 인한 기어펌프의 손실동력은 결국 다음 식으로 표현된다.

$$H_P = \frac{b\delta^3 \Delta p^2}{12\mu l z} + \frac{\mu z b l u_0^2}{\delta} \quad (9)$$

## 2.3 모터의 동력손실

기어펌프는 기어를 회전시킴으로서 유체를 배출시키는 역할을 하는 반면에, 유압모터는 외부에서 고압의 유체를 공급함으로써 기어를 회전시켜 기계적인 동력을 발생시킨다. 따라서 펌프의 경우에 대하여 표시된 Fig. 1~2와 달리, 모터의 경우 기어의 이동속도  $u_0$ 의 방향은 그림에 표시된 것과 반대방향을, 그리고 마찰력  $F_{\mu}$ 도 역시 그림의 반대방향을 양(+)의 방향으로 설정한다.

따라서 기어모터의 누설유량 및 점성마찰력 및 이로 인한 손실동력은 각각 다음 식 (10)~(12)로 표현된다.

$$Q_M = Q_i = \frac{b\delta^3 \Delta p}{12\mu l z} + \frac{b\delta u_0}{2} \quad (10)$$

$$F_M = zF_{\mu i} = -\frac{b\delta \Delta p}{2} + \frac{\mu z b l u_0}{\delta} \quad (11)$$

$$H_M = \frac{b\delta^3 \Delta p^2}{12\mu l z} + \frac{\mu z b l u_0^2}{\delta} \quad (12)$$

즉 모터의 손실동력은 펌프의 손실동력의 크기와 항상 동일함을 알 수 있다.

## 2.4 균일 틈새 기어펌프 · 모터의 최적간극

일반적으로 간극의 균일 틈새  $\delta$ 가 증가할수록 마찰력은 감소하고 누설유량은 증가하는 경향을 보인다. 따라서 점성마찰과 누설유량으로 구성된 손실동력을 최소가 되게 하는 틈새  $\delta_{opt}$ 가 있게 된다. 펌프의 경우,  $\frac{\partial H_P}{\partial \delta} = 0$ 을 풀어서 최적 간극을 구해보면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\delta_{Popt} = \sqrt{\frac{2\mu z l u_0}{\Delta p}} \quad (13)$$

최적 간극을 가진 기어펌프의 누설유량, 마찰손실 및 손실 동력을 구해보면 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} Q_{Popt} = -\frac{bu_0}{3} \sqrt{\frac{2\mu z l u_0}{\Delta p}} = -\frac{bu_0}{3} \delta_{Popt} < 0 \\ F_{Popt} = b\Delta p \sqrt{\frac{2\mu z l u_0}{\Delta p}} = b\Delta p \delta_{Popt} \\ H_{Popt} = \frac{2bu_0 \Delta p}{3} \sqrt{\frac{2\mu z l u_0}{\Delta p}} = \frac{2bu_0 \Delta p}{3} \delta_{Popt} \end{cases} \quad (14)$$

식 (13)에 의하면 최적 간극은 기어펌프의 형상뿐 아니라 펌프의 사용조건 즉 운전 속도, 압력 및 온도에 크게 의존함을 보여준다. 한편 최적 간극을 지닌 펌프의 경우, 누설유량은 항상 음수로서, 기어 틈새를 통해 누설이 발생하지 않고 대신에 유체의 점성에 의한 이끌림 현상(drag)으로 송출유량이 오히려 증가함을 뜻한다.

모터의 경우, 최적간극을 마찬가지로 구하면 다음과 같다.

$$\delta_{Mopt} = \delta_{Popt} = \sqrt{\frac{2\mu z l u_0}{\Delta p}} \quad (15)$$

최적 간극을 가진 기어모터의 누설유량, 마찰손실 및 손실 동력을 구해보면 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} Q_{Mopt} = \frac{2bu_0}{3} \sqrt{\frac{2\mu z l u_0}{\Delta p}} = \frac{2bu_0}{3} \delta_{Mopt} \\ F_{Mopt} = 0 \\ H_{Mopt} = H_{Popt} = \frac{2bu_0 \Delta p}{3} \delta_{Mopt} \end{cases} \quad (16)$$

이상의 해석에 의하면 기어모터의 최적 간극은 펌프의 최적간극과 동일함을 알 수 있다. 한편 펌프의

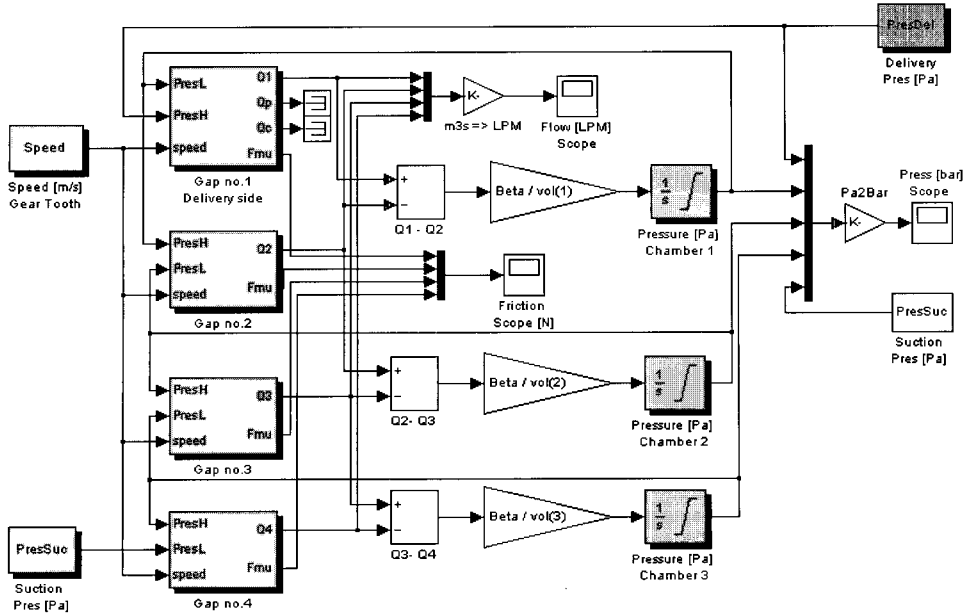


Fig. 3 Simulation program developed by using Simulink (Four gaps case)

경우 점성마찰이 동력손실의 대부분을 차지하지만, 모터의 경우에는 점성마찰에 의한 동력손실은 없고 누설유량에 의한 동력손실만 발생함을 알 수 있다.

### 3. 임의의 틈새를 가진 기어펌프 · 모터의 시뮬레이션

#### 3.1 모델링

2절의 식 (5)에서 가정했던 것과 달리, 기어 이빨에서 형성되는 다수의 간극이 동일하지 않은 경우에는, 각 간극의 전후에 형성되는 압력차도 역시 식 (6)과 달리 서로 동일하지 않다. 이러한 경우 기어의 이 사이 체적에 형성되는 압력을 구하기 위해, 3절에서는 시뮬레이션 해석을 수행한다.

일정한 크기의 체적에서 형성되는 압력은 다음 연속방정식(continuity equation)으로 기술된다.

$$\frac{V_i}{\beta_o} \frac{dP_i}{dt} = Q_i - Q_{i+1} \quad (17)$$

여기서  $Q_i$ 와  $Q_{i+1}$ 는 각각  $i$ -번째 이 공간으로 유입되고 유출되는 유량을 가리키며, 이 값들은 해당 간극의 크기에 따라 식 (1)로부터 계산된다. 식 (13)을 이용하여 MathWorks 사의 Simulink 환경에서 작성된 시뮬레이션 프로그램을 보면 Fig. 3과 같다<sup>8)</sup>.

입구와 출구 사이에  $z$ 개의 간극이 있는 기어펌프의 경우, 이 프로그램은  $z-1$ 개의 체적에 대한 압력을 계산한 다음, 식 (1)~(2)를 이용하여 각 간극

에서 발생하는 누설유량  $Q_i$  및 점성마찰  $F_{\mu i}$ 를 계산한다. 기어모터의 경우에는 Fig. 3에서 기어의 선속도  $u_0$ 를 음수로 설정함으로써 손실동력을 계산할 수 있다. 이러한 방식으로 임의의 형상의 틈새를 가진 펌프 · 모터의 손실동력을 해석하였다.

#### 3.2 시뮬레이션 수행 결과

다수 간극의 형상이 동력손실에 미치는 영향을 분석하기 위해, 피치원 직경이 25.9 mm 기어의 이수가 13개인 소형 기어펌프 · 모터를 대상으로 삼아, Table 1에 표시된 작동조건을 기준으로 시뮬레이션을 수행하였다.

Table 1 Parameters of the gear pump and motor used for power loss analysis

변수	기호	값	단위
기어 피치 직경	$d_c$	25.87	mm
간극 개수	$z$	9	
기어 길이	$l$	3.065	mm
기어 폭	$b$	3.5	mm
이 사이 체적	$V_i$	9.12e-3	cc
체적탄성계수	$\beta_o$	8000e5	Pa
유압유 점도	$\mu$	27.4e-3	N · s/m <sup>2</sup>
기어 회전속도	$\omega_0$	500	rad/min
흡입구 압력	$P_{suc}$	0.8	bar
송출구 압력	$P_{del}$	100	bar
펌프 최적간극	$\delta_{Popt}$	10.70	$\mu$ m
모터 최적간극	$\delta_{Mopt}$	10.70	$\mu$ m

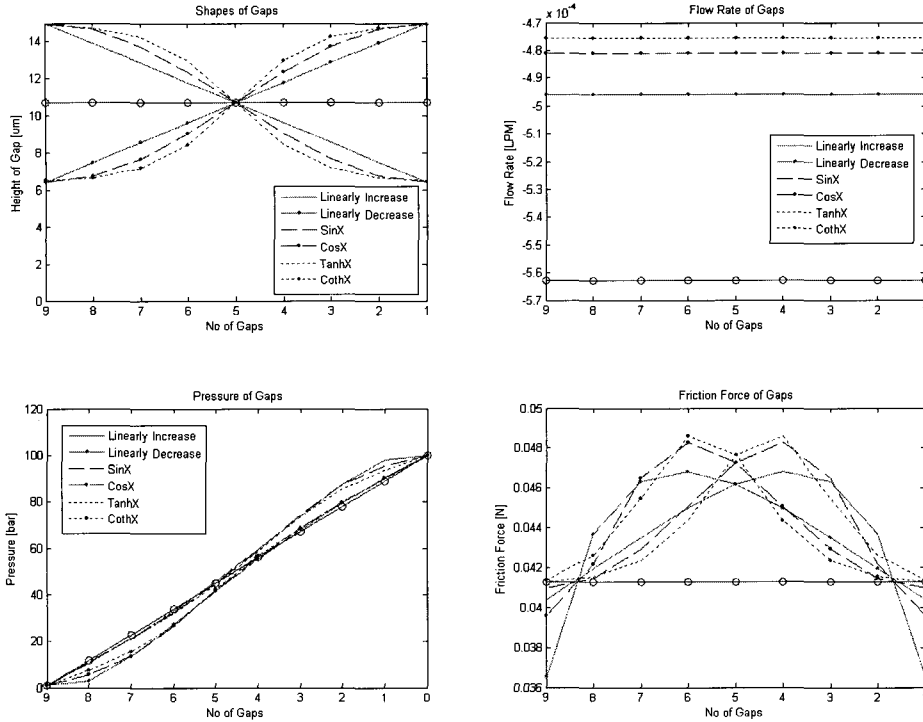


Fig. 4 Simulation result of cavity pressures for various shapes of gaps of the gear pump given in Table 1 (gap variation ratio= 40 [%], rotating speed  $\omega=500$  [rpm])

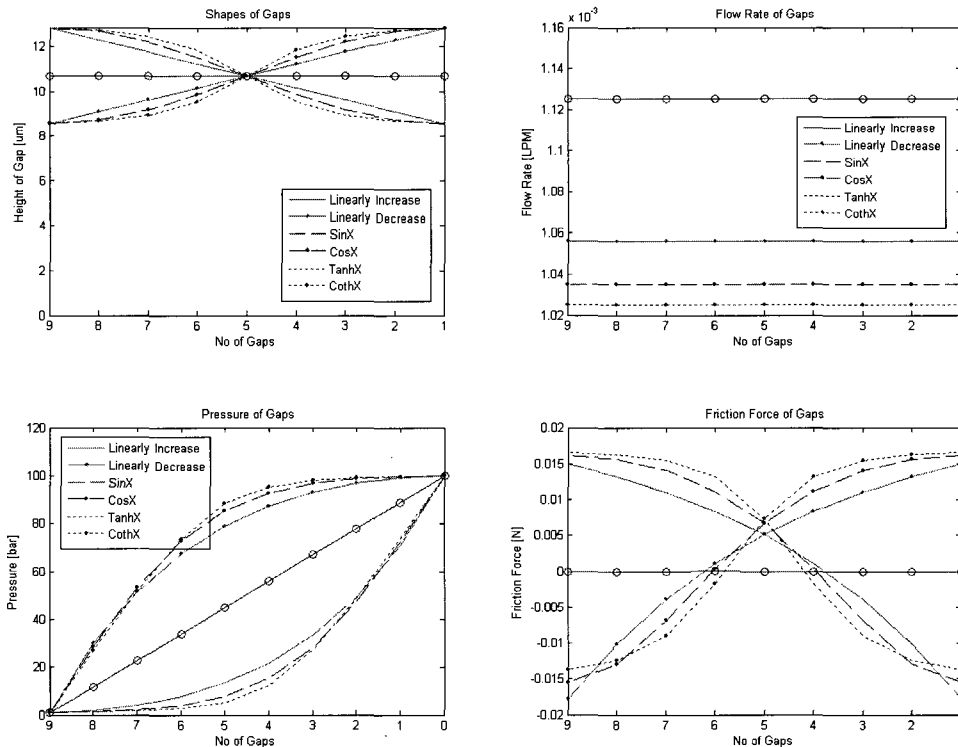


Fig. 5 Simulation result of cavity pressures for various shapes of gaps of the gear motor given in Table 1 (gap variation ratio= 20 [%], rotating speed  $\omega=500$  [rpm])

표에서 최적간극은 식 (13) 및 (15)로부터 구한 값을 가리킨다. 시뮬레이션은 다음 Fig. 4~5에 표시

된 것과 같이 가공 또는 변형에 의해 있을 수 있을 것으로 짐작되는 7가지 형상의 간극에 대하여 수행

되었다. Fig. 4~5에서 알 수 있듯이, 여러 가지 형상의 간극의 평균값은 균일 틈새 기어펌프·모터의 최적간극으로 선정하였으며, 각 형상의 간극 변동폭은 모두 같은 크기로 선정하였다.

기어의 회전속도가  $\omega_0=500$  [rpm]인 경우, 각 체적에 발생하는 압력 및 각 간극의 누설유량, 점성마찰력을 보면 Fig. 4~5와 같다. 고압 측으로부터 증가하는 간극과 감소하는 간극의 마찰력을 비교해 보면, 간극의 형상이 대칭이듯이 마찰력의 크기도 대칭임을 발견할 수 있다. 반면 누설유량은 틈새의 크기가 서로 다름에도 불구하고 서로 동일하다는 흥미로운 사실을 발견할 수 있다.

고압 측으로부터 점차 감소하는 간극의 경우 각 체적에 형성되는 압력은 균일 틈새의 경우보다 빨리 하강하며, 점차 증가하는 간극의 경우에 형성되는 압력은 균일 틈새의 경우보다 느리게 하강한다. 한편 기어모터의 경우 간극에 형성되는 압력은 기어펌프보다 틈새 크기의 변화에 훨씬 민감하게 변화함을 볼 수 있다.

### 3.3 작동속도의 영향 검토

기어의 회전속도  $\omega_0=500\sim 3500$  [rpm]에 대하여 시뮬레이션을 수행한 결과, 동력손실을 정리하면 다음 Fig. 6~7와 같다.

그림에 의하면 동일한 속도에서 감소하는 간극과 증가하는 간극의 경우의 동력손실은 서로 동일하다. 그리고 기어의 회전속도가 증가할수록, 일반적인 예상과 마찬가지로 펌프 및 모터 모두의 동력손실은 증가한다. 그런데, 펌프와 달리 모터의 경우에는 고속에서 감소하는 간극의 동력손실이 증가하는 간극의

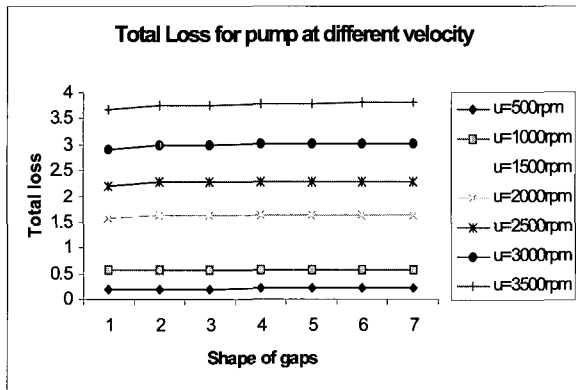


Fig. 6 Power loss of the gear pump with different shapes of gaps at various rotating speed. (gap variation ratio=20[%])

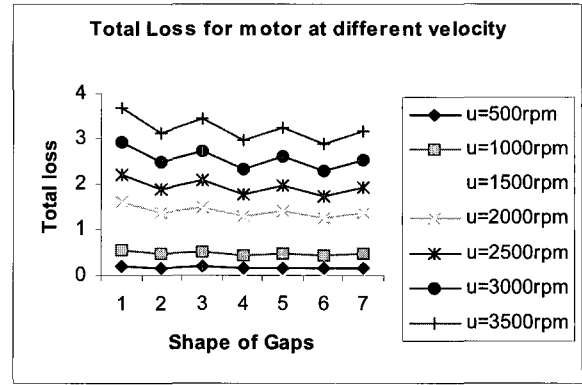


Fig. 7 Power loss of the gear motor with different shapes of gaps at various rotating speed. (gap variation ratio=20[%])

동력손실보다 더 크다. 그 이유는, Fig. 6에서 예상할 수 있듯이, 고속에서 일부 체적에서의 압력이 캐비테이션 상황에 도달하기 때문이다.

이상의 분석결과, 기어펌프의 경우에는 균일 틈새가 그리고 모터의 경우에는 TanhX 또는 CothX가 가장 좋은 효율을 지니는 이상적인 형상이라고 할 수 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 기어펌프·모터의 효율을 향상시키기 위한 관점에서, 기어의 이 끝부분과 케이스 사이 간극의 최적형상에 대하여 검토하였다. 먼저 다수의 기어 틈새들의 크기가 동일한 경우의 최적 간극에 대하여 이론적인 해석을 수행하였다. 그리고 다양한 형상의 틈새가 동력손실에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통해 검토한 결과, 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1) 균일 간극을 가진 기어펌프와 모터의 경우, 최적 간극 및 손실동력의 크기는 서로 동일하다. 최적 간극은 작동조건에 크게 의존하며, 최적 작동상태에서 펌프의 경우 누설유량은 없고 오히려 이물질 현상으로 송출량이 증가하는 반면, 모터의 경우에는 점성마찰에 의한 손실은 없고 누설유량의 의한 동력손실만 발생한다.

2) 다수 기어의 간극이 서로 균일하지 않은 경우, 각 기어 이 사이의 체적에 형성되는 압력은 펌프보다 모터의 경우 매우 민감하게 변화하며 일부 체적에서는 캐비테이션이 발생하기도 한다. 동력손실의 관점에서 볼 때, 펌프의 경우에는 균일간극 형태의 틈새가 그리고 모터의 경우에는 TanhX 또는 CothX

형태의 틈새가 가장 이상적인 형상이다.

한편, 기어펌프·모터가 고압 또는 고온 상태에서 운전 중일 경우 기어를 둘러싸고 있는 케이스는 변형을 일으킬 것이며, 결국 기어 틈새의 형상은 제작 당시의 간극과 다른 양상을 보일 것이다. 따라서 본 논문의 연구 결과는 이점을 감안하여 이상적인 기어의 틈새를 결정하는 데에 유용한 정보로 사용될 수 있다.

### 참 고 문 헌

- 1) J. Ivantysyn, M. Ivantysynova, "Hydrostatic Pumps and Motors", Academic Books Int., New Delhi, pp. 24~36, 2001.
- 2) 河在賢, "최신유압공학", 청문각, pp. 6~12, pp. 149~161, 2000.
- 3) 정현술, 김형의, 김종기 "유압 피스톤 펌프·모터에 대하여", 유공압시스템학회 논문집, 제1권 제3호, pp. 39~46, 2004.
- 4) Frank M. White, "Fluid Mechanics", Fifth Editon, McGRAW, pp. 23~24
- 5) 천길정, "방사용 기어펌프의 최적설계", Journal of the KSLTE, Vol. 18, No. 4, pp. 279~284, 2002.
- 6) 김철호, 정재연, "Involute 치형을 가진 유압 기어 펌프의 릴리프 홈의 위치에 관한 연구", Journal of the KSLTE, Vol. 16, No. 2, pp. 126~132, 2000.
- 7) Gan xuehui, Wu Xiaoling, Hou Donghai, "Optimal Design of the Gaps for Helical Gear", Mechanic Design, 2002.
- 8) 정현술, "MATLAB 제어시스템해석 및 설계", 도서 출판 아진, pp. 203~208, 2004.