

뉴턴 및 비뉴턴 유체의 헬리컬 유동에 관한 연구

김 영 주, 김 철 수*, 황 영 규**

성균관대학교 기계기술연구소, *원주대 자동차서비스과, **성균관대학교 기계공학부

A Study on the Helical Flow of Newtonian and non-Newtonian fluid

Young-Ju Kim, Chul-Soo Kim*, Young-Kyu Hwang**

Graduated School of Mechanical Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

*Automotive service and Technology Wonju National College

**Graduated School of Mechanical Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

(Received January 30, 2004; revision received October 28, 2004)

ABSTRACT: This study concerns the characteristics of helical flow in a concentric and eccentric annulus with a diameter ratio of 0.52 and 0.9, whose outer cylinders are stationary and inner ones are rotating. Pressure losses and skin friction coefficients have been measured for fully developed flows of water and 0.2% aqueous of sodium carboxymethyl cellulose(CMC), respectively, when the inner cylinder rotates at the speed of 0~500 rpm. The effect of rotation on the skin friction coefficient is significantly dependent on the flow regime. In all flow regimes, the skin friction coefficient is increased by the inner cylinder rotation. This study shows the change of skin friction coefficient and wall shear stress corresponding to the variation of rotating speed of the inner cylinder, radius ratio, eccentricity, and working fluids.

Key words: Transitional flow(천이유동), Concentric annulus(동심환형관), Skin friction coefficient(표면마찰계수), Rotating flow(회전유동), Critical Reynolds number(임계 레이놀즈수)

기 호 설 명

C_f : 표면마찰계수
 D_h : 등가수력직경, $2(R_o - R_i)$
 dp/dz : 축방향 압력 손실 [Pa/m]
 ϵ : 편심비, e/δ
 h : 수두 [mm]
 m : 편심도
 R_i : 안쪽축 반경 [mm]
 R_o : 바깥실린더 반경 [mm]

Re : 축방향 유동레이놀즈수,
 $Re = \overline{v_z}^{2-n} D_h^n / \nu$
Re_c : 임계레이놀즈수,
Ta : 테일러수, $Ta = (\rho\omega/\mu)^2 R_i \delta^3$
 v_z : 축방향 유동속도 [m/s]
 Δz : 탭사이 거리 [mm]

그리스 문자

k : 반경비, R_i/R_o
 μ : 절대점성계수 [Pa · s]

† Corresponding author
Tel.: +82-31-290-7437; fax: +82-31-290-5849
E-mail address: ykhwang@yurim.skku.ac.kr

ρ : 유체밀도, [kg/m³]
 δ : 간극, R_o-R_i

상첨자

- : 평균값

1. 서론

안쪽 실린더가 회전하는 환형관내 유동에 대해 Rayleigh는 비점성 유체라는 가정아래 최초로 회전 유동의 안정성에 대한 연구를 하였으며, 이후 이를 기초로 하여 환형관내의 유동과 안정성 그리고 열전달 해석 등에 대한 다양한 연구들이 이루어졌다.

환형관에서 비뉴턴 유체의 축 방향 유동문제는 Fredrickson과 Bird⁽¹⁾에 의해서 처음 연구되었다. 그들은 응력과 변형률 사이의 관계식으로부터 비뉴턴 유체의 속도장 해석을 수행하였다. 최근에는 Nouri와 Whitelaw⁽²⁾, Escudier와 Gouldson⁽³⁾ 등이 축 방향 레이놀즈수에 대한 압력손실, 마찰계수 등의 관계에 대한 연구를 수행하였다.

환형관 형태의 유동은 회전하는 전기기계에서의 냉각문제, 유정 굴착작업에서의 유동, 지하 소구경 굴착에서의 유동 문제 등 여러 분야에서 발견할 수 있다. 특히 유정의 굴착작업은 많은 진동과 유동 교란을 발생시키며 낮은 축회전수로 작동되어진다. 따라서 케이싱 내를 통과하는 유동은 천이 영역에서의 유동 특성을 가지며 축 방향 유동과 회전이 존재하는 유동에서의 유동 문제는 굴착작업에서 야기되는 중요한 문제이다.

현재 굴착작업에 있어서 직접적인 굴착경비 뿐만 아니라 굴착 유체 및 굴착물의 이송에 필요한 소요 동력까지 포함한 전체 굴착소요경비는 굴착경, 굴착벽면과 드릴링 축 간의 간극면적에 비례하기 때문에, 굴착경과 간극이 작은 slimhole 굴착 기법이 요구된다. 굴착작업의 효율을 증대시키기 위해서는 유체의 이송속도를 적절하게 제어하는 것이 필요하다. 또한 벽면 근처에서의 유체의 속도구배와 압력을 제어하여 벽면의 안정성을 확보하는 것도 중요한 문제가 된다.⁽⁴⁾

본 연구에서는 굴착작업에 대한 모형을 단순화한 실험 장치를 사용하여 실제 굴착작업에서 발

생할 수 있는 유동의 안정성 문제를 파악하고자 하였다. 이를 위해서 축 방향으로 완전히 발달시킨 층류 유동장에 대하여 반경비, 작동유체 및 안쪽축의 회전수 변화에 대하여 유동의 형태, 축 방향 압력손실, 표면 마찰계수의 변화 및 바깥벽면의 전단력 변화 등을 고찰하고자 한다. 또한 실험에서 관찰하기 힘든 유동장 패턴을 수치해석을 통하여 파악하였다.

2. 관련 이론

2.1 환형관내 유동 마찰계수

실험적 표면 마찰계수는 임의의 두 지점에서 측정된 수두값(h)을 식 (1)에 대입하여 단위길이당 압력손실을 구한 후 마찰계수식 (2)에 대입하여 구한다.

$$\frac{dp}{dz} = \frac{gh(\rho_{ccl} - \rho)}{\Delta z} \tag{1}$$

표면마찰계수 식은 다음과 같다.

$$C_f = \frac{dp}{dz} \cdot \frac{D_h}{2\rho v_z^2} \tag{2}$$

여기서, D_h 는 수력직경이다. 위 식에서 반경비(k) 0.52 및 0.9의 경우 모두 바깥 실린더의 내경은 38.4mm이다.

2.2 작동유체의 특성

비뉴턴 유체는 전단응력과 전단률 사이에 비선형적인 관계를 나타내며 본 연구에서 사용한 유체는 $n < 1$ 인 경우로 다음과 같은 power law 관계식이 적용된다.⁽⁵⁾

$$\tau = K\gamma^n \tag{3}$$

power law 에 관계된 걸보기점도 μ_a 를 n 의 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\mu_a = K\gamma^{n-1} \tag{4}$$

여기서 n 은 flow behavior index로 비뉴턴의 정도를 나타내는 값이고, K 는 consistency factor로 점도와 관계된 값이다. 25°C에서 0.2% CMC

수용액의 경우 n 값은 0.87, K 값은 6.5cP를 나타내었다.

점도값은 Brookfield사의 DV-III+로 측정하였다. 작동유체의 특성을 살펴보면, 0.2% CMC 수용액의 경우 점도는 물의 약 5배를 나타내었다. 또한, CMC 수용액은 97%의 정확도로 비뉴턴 유체의 power law model 특성을 나타냄을 알 수 있었다.⁽⁶⁾

3. 실험 및 수치해석

3.1 실험 장치

바깥쪽 실린더는 직경이 38.4mm인 황동 파이프를 사용하였고, 안쪽 축은 반경비가 0.52일 때 20mm, 0.9일 때 34.6mm의 개략적인 실험장치를 Fig. 1에 도시하였다. 회전부는 직경이 20mm인 스테인레스 강재 연마봉을 사용하였고 비회전부는 축방향으로 유동을 완전히 발달시키기 위해 시험부(test section)로부터 하단부의 회전하지 않는 축의 길이를 2.32m(126 D_h)로 하였다. 축의 회전으로 인한 진동과 편심을 막기 위해 회전하지 않는 파이프의 하단부분과 중간부분, 상단부의 회전축과 연결되는 부분 등 3곳에 커넥터를 설치하였다. 축이 회전할 때 생기는 편심도는 ± 0.1 mm 이내이며 차압을 측정하기 위해 시험부의 길이 방향으로 0.18m 간격으로 2개의 압력 탭을 설치하였으며, 0.6m의 간격을 두고 또 하나의 압력 탭을 설치하였다. 또한 실험장치 윗부분에 부압이 발생하는 것을 방지하기 위해서 직경이 60mm인 호수를 사용하였다. 80ℓ의 용적을 가지는 수조로부터 작동유체를 공급하는 마그네틱 펌프는 온양정 9m일 때 최대 80LPM(l/min)의 용량을 갖고, 펌프와 유량계 사이의 압력을 일정하게 유지하기 위해서 서지탱크를 설치하였다. 안쪽 축은 1,500 rpm 까지 회전이 가능한 모터(A.C. motor)를 사용하여 회전시키고, 회전수는 근접스위치와 연결된 회전속도계를 통하여 알 수 있으며, 모터의 회전수는 인버터에서 제어한다. 유량은 1~60LPM의 측정범위를 갖고 정확도가 0.5% 이내로 보정된 마그네틱 유량계를 사용하여 측정하였다.

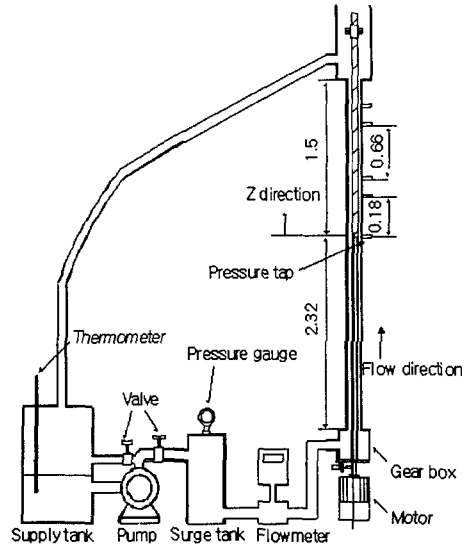


Fig. 1 Schematic diagram of experimental apparatus.

3.2 수치해석

본 연구에서는 3차원, 비압축성 유체에 대하여 수치해석 상용코드인 CFD-ACE(2003version)를 사용하여 해석하였고 지배방정식은 뉴턴 및 비뉴턴 유체에 모두 적용되는 연속방정식과 모멘텀 방정식을 사용하였다.

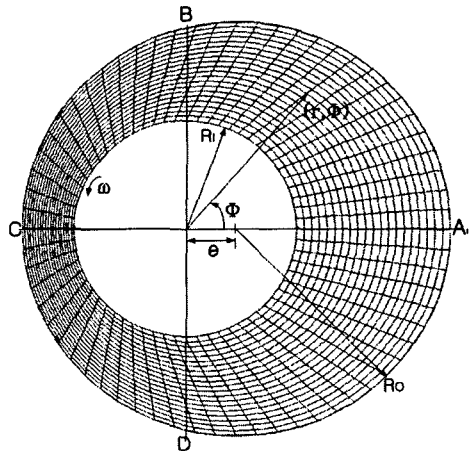


Fig. 2 Computational grid.

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \cdot (\rho V)V = \nabla \cdot \tau - \nabla P \quad (6)$$

여기서, V 는 속도벡터, P 는 압력 그리고 τ 는 응력텐서를 나타낸다. 위 지배방정식은 수학적으로 이산화하기가 편리하고 수렴성이 좋아 유체 유동장 해석에 많이 사용되는 유한체적법(finite volume method)을 사용하였다.

본 환형관 유동장의 해석에 사용된 격자계를 Fig. 2에 간단히 도시하였다. 기존의 물을 이용한 실험 조건과 똑같은 경우에 대하여 수치해석으로 연구를 진행하였다. 본 연구에 관련된 변수들은 $R_i = 10\text{mm}$, $R_o = 19.2\text{mm}$, 축 방향 길이 $z = 1.5\text{m}$ 이다. 축 방향으로 200개의 격자점을, 반경방향과 회전방향에 대해서는 각각 31개, 64개의 격자점을 주었다.

레이놀즈수와 축 방향 회전수를 변화시키면서 축방향 압력손실(dp/dz)을 측정하였고, 그 결과로 계산된 표면마찰계수의 변화를 비교하였다.⁽⁹⁾ 수치해석 시 경계조건은 입구 유동 유체가 축 방향과 평행하게 유입하도록 가정하였고, 출구는 일정압력 조건을 주었다.

4. 실험 및 수치해석 결과

4.1 실험 결과

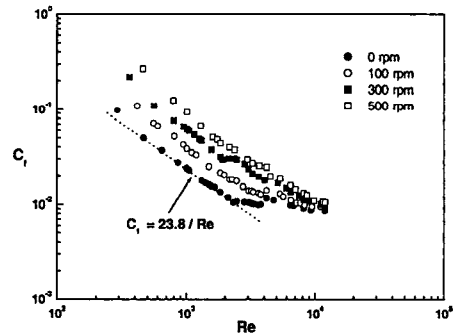
안쪽축이 0~500rpm으로 회전하는 수직 환형관에서 반경비 0.52와 0.9의 경우, 레이놀즈수 $300 \leq Re \leq 20000$ 의 유동영역에서 실험을 수행하였다.

물의 경우, 레이놀즈수에 대한 표면마찰계수의 관계를 Fig. 3에 나타내었다. 반경비 0.9에서 반경비 0.52의 압력손실보다 10배 정도 증가하였다.⁽⁹⁾ 비회전시 층류영역에서의 마찰계수는 반경비 0.52와 비교할 때 구배는 같은 경향을 나타내고 있지만 표면마찰계수는 반경비 0.52의 경우가 0.9의 경우보다 2~3배 컸다. 반경비 0.52의 경우, 비회전시의 평균 표면마찰계수 변화에 대한 상관식은 Shah & London이⁽⁷⁾ 제시한 $C_f = 23.8/Re$ 식과 일치함을 알 수 있다. 반면, 반경비 0.9의 경우 비회전시 표면마찰계수 상관식은 $C_f = 11/Re$ 로 표현된다. 그리고 완전난류로 발달됨에

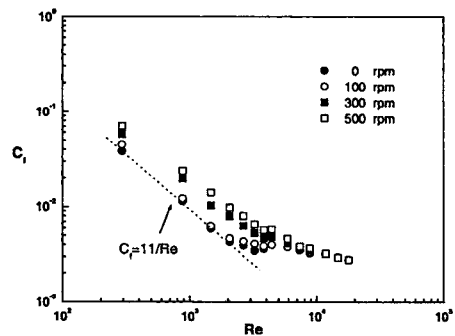
따라 회전의 영향이 무시됨을 알 수 있다.

반경비 0.52인 0.2% CMC 수용액의 경우 비회전시 $Re = 2000$ 부근에서 천이가 발생함을 확인하였고, 안쪽 축의 회전수가 증가할수록 천이가 발생하는 레이놀즈수가 감소하여 500rpm으로 회전 시 약1300정도의 값을 가진다. 이 경우의 표면마찰계수와 레이놀즈수의 관계를 Fig. 4에 나타내었다. 비회전시 층류영역 ($Re < 2000$)에서의 마찰계수값은 이론마찰계수식 $C_f = 23.8/Re$ ⁽⁸⁾ 에는 일치하지 않으며 실험을 통하여 $C_f = 34/Re$ 의 마찰계수식을 얻었다.

층류 영역에서 비회전 시에 대한 회전 시 마찰계수값의 변화는 안쪽축의 회전수가 100~500 rpm으로 증가해 감에 따라 10~48%의 증가율을 보인다. 반면 반경의 0.9의 경우를 보면 반경비 0.52보다 다양한 실험을 하지는 못했지만 반경비

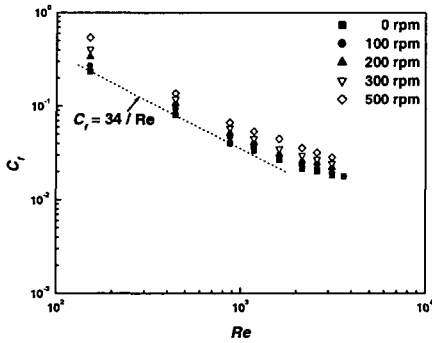


(a) $\phi=0.52$

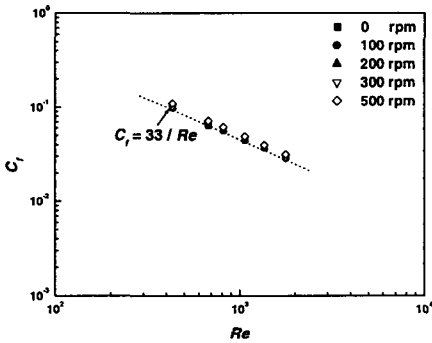


(b) $\phi=0.9$

Fig. 3 Skin friction coefficient of water as a function of Re at 0~500rpm.



(a) $\phi=0.52$



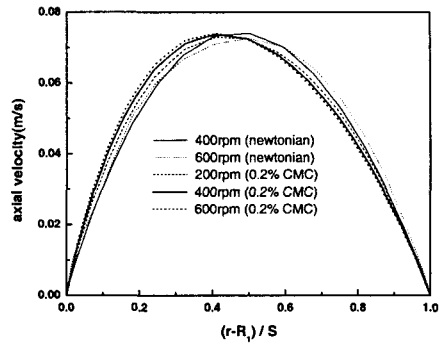
(b) $\phi=0.9$

Fig. 4 Skin friction coefficients of 0.2% CMC solution as a function of Re at 0 ~ 600 rpm.

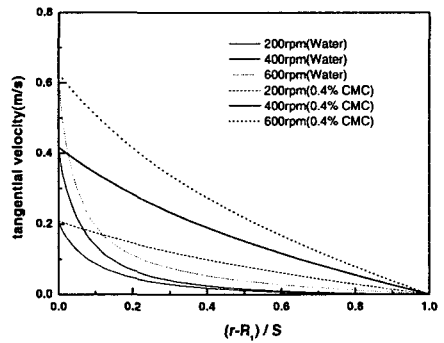
가 커짐에 따라 상대적으로 굴착벽면의 압력손실 및 전단응력이 증가함을 알 수 있다. 압력손실값은 반경비 0.9의 경우가 0.52보다 3~5배 컸지만 표면마찰계수는 큰 차이를 보이지 않는다.⁽⁹⁾ 이는 표면마찰계수가 압력손실 뿐만 아니라 수력직경과 축방향 유속의 영향도 크게 받기 때문이다.

4.2 수치해석 결과

축방향 유동속도가 0.055 m/s인 경우의 뉴턴과 비뉴턴 유체의 축방향 및 θ 방향 속도분포를 Fig. 5에 나타내었다. 비뉴턴 유체인 CMC 0.4%에서 유동지수값 n 은 0.75, 점도는 13cP인 물성치를 사용하였다. 뉴턴과 비뉴턴 유체의 축방향속도분포



(a) axial velocity



(b) tangential velocity

Fig. 5 Rotating flow velocities of the Newtonian and non-Newtonian fluid with axial and tangential velocity.

를 보면, 회전수가 증가할수록 축방향 최대속도의 위치가 안쪽축 방향으로 이동함을 볼 수 있다. 뉴턴유체에 비하여 비뉴턴유체가 안쪽으로 더 당겨짐을 알 수 있다. 또한, 뉴턴 유체의 경우 회전수가 증가함에 따라 회전축에서의 구배가 크게 나타남을 Fig. 5에 나타내었다. 이러한 비뉴턴 유체의 유변학적 특성으로 볼 때 뉴턴 유체는 비뉴턴 유체보다 회전의 영향이 크게 나타남을 알 수 있다. 따라서 회전에 의해 발생하는 바깥쪽 벽면에서의 전단응력도 물의 경우가 큼을 알 수 있다.

편심 환형관에서 축방향 유량과 안쪽축이 회전하는 경우의 축방향 속도분포를 Fig. 6에 나타내었다. 실험과 마찬가지로 안쪽축은 반시계 방향

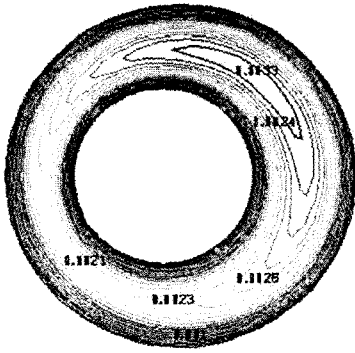
으로 회전하고 이 경우의 작동유체는 물이다. 바깥 실린더 내경은 55mm인데 이는 Escudier 등⁽¹⁰⁾의 해석 결과와 비교하기 위한 것이다.

동일한 조건에서 편심비가 증가하면 축방향 최고속도의 위치가 시계방향으로 이동하는 것을 볼 수 있고, Fig. 7의 경우처럼 편심비와 안쪽축의 회전수가 더 증가하면 축방향 최대 유속의 위치가 5시 방향으로 더욱 이동하는 것을 볼 수 있다. 이는 8방향의 유동 경로가 좁아지면서 8방향 유동의 일부가 역방향으로 재순환되기 때문인 것으로 사료된다. 또한, 편심비가 증가하면 9시 방향의 좁은 간극 부근의 유속이 급격히 작아지는데 이러한 현상은 유정의 경우 잔재물 이송에서 bed(잔재물이 이송되지 못하고 쌓이는 현상)가

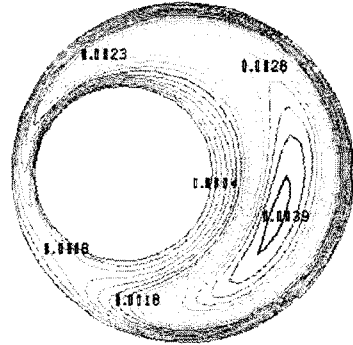
형성되는 원인이 된다.

유전의 굴착 공정에서는 바깥 벽면의 안정성이 주요 관심사 중의 하나인데 넓은 간극 부근의 바깥 벽면에 작용하는 전단응력의 주요 인자는 축방향 유속이다. 본 논문에 나타내지는 않았지만 접선방향 전단응력은 최대값에 있어서 축방향 전단응력의 1/5 정도를 나타내었다. 편심비의 변화에 따른 유동 형태에서 보았듯이 축방향 최대 유속 위치의 변화는 벽면의 전단응력에 많은 영향을 미친다.

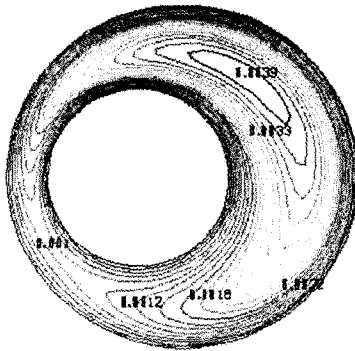
편심비와 테일러수의 변화에 따른 축방향 전단응력의 분포를 Figs. 8과 9에 나타내었다. 바깥 벽면에서의 전단응력은 뉴턴의 점성법칙으로부터 계산하였다. ϕ 는 Fig. 2에서 보는 것과 같이 반



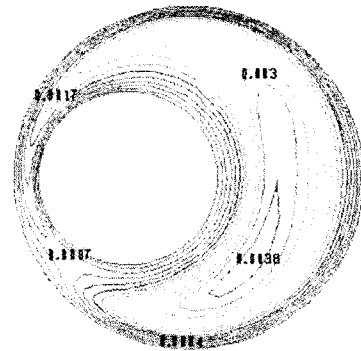
(a) $\epsilon=0.2$; $Ta=4000$



(a) $\epsilon=0.7$; $Ta=14000$



(b) $\epsilon=0.5$; $Ta=4000$



(b) $\epsilon=0.7$; $Ta=28000$

Fig. 6 Axial iso-velocities [m/s] for radius ratio is 0.5 and $Re=105$ in an eccentric annulus.

Fig. 7 Axial iso-velocities [m/s] for radius ratio is 0.5 and $Re=105$ in an eccentric annulus.

시계 방향으로의 회전각의 위치를 나타낸다. 우선 두 경우 모두 간극이 좁아지는 부근에서 축방향 최대 전단응력이 발생되고 넓어지는 부근에서 최소 전단응력이 발생된다. 편심비가 증가할수록 축방향 전단응력의 변화폭이 크게 나타난다. 편심비 0.5의 경우 축방향 최대 전단응력은 작은 테일러수에서 큰 값을 나타낸다. 간극이 넓어지는 부근에서 발생하는 최소 전단응력은 큰 테일러수에서 나타나는데 이는 Figs. 6과 7에서 보듯이 테일러수의 변화에 따른 축방향 최대 유속의 발생 위치가 변화하고 따라서 간극이 좁은 부근에서의 축방향 유속이 변한다.

5. 결론

본 연구에서는 반경비 0.52 및 0.9인 수직 환형관에서 축회전수, 유량 및 작동유체의 변화에 따른 압력손실과 표면 마찰계수의 변화 특성을 실험 및 수치해석으로 연구하였다. 반경비가 0.52이고 작동유체가 물인 경우 비회전시 표면마찰계수 상관식은 Shah & London⁽⁷⁾이 제시한 상관식 $C_f=23.8/Re$ 과 일치하였다.

뉴턴 유체인 물과 비뉴턴 유체인 0.2% CMC 수용액 모두에서 안쪽축의 회전수가 증가할수록 축방향 압력손실은 증가하였다. 하지만 회전수 증가에 따른 영향은 물에서 더욱 크게 나타난다. 이는 비뉴턴 유체의 유변학적 특성 변화 때문이다.

0.2% CMC 수용액에서 반경비가 0.52인 경우에 비하여 0.9인 경우 압력손실이 3~5배 정도 높게 나타나지만 표면마찰계수는 큰 차이를 보이지 않았다. 이는 마찰계수가 압력손실은 물론 환형관의 직경과 축방향 유속에 관계되기 때문이다.

수치해석 연구를 통하여 안쪽축의 회전수 변화에 대한 비뉴턴 유체의 축방향 유동은 회전수가 증가할수록 최대속도의 위치가 안쪽으로 이동함을 확인하였고, θ 방향 속도분포를 보면 물의 경우가 비뉴턴 유체의 경우보다 회전에 의한 속도구배가 크게 나타났다. 또한, 편심 환형관에서의 축방향 속도분포의 변화를 보면 편심비와 안쪽축의 회전수가 증가할수록 축방향 최대 유속의 위치가 안쪽축이 회전하는 반대 방향으로 이동하는 현상을 보인다.

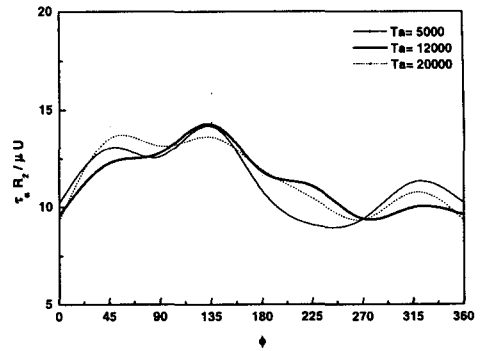


Fig. 8 Azimuthal distribution of the axial surface shear stress of water for $Re=1050$ $\epsilon=0.2$.

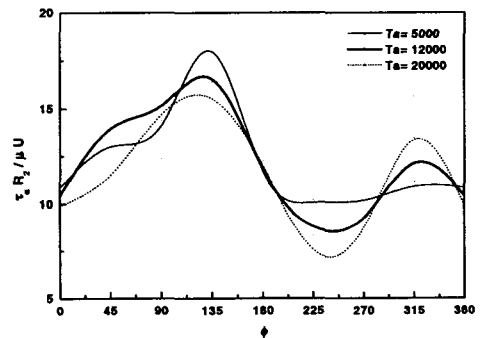


Fig. 9 Azimuthal distribution of the axial surface shear stress of water for $Re=1050$ $\epsilon=0.5$.

후 기

이 논문은 2004년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

1. Fredrickson, A. G., 1960, Helical Flow of an Annular Mass of Visco-elastic Fluid, Chem. Eng. Science, Vol. 11, pp. 252-259.
2. Nouri, J. M. and Whitelaw, J. H., 1994, Flow

- of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in a Concentric Annulus With Rotation of the Inner Cylinder, *J. Fluids Eng.*, Vol. 116, pp. 821-827.
3. Escudier, M. P. and Gouldson, I. W., 1995, Concentric annular flow with centerbody rotation of a Newtonian and a shear-thinning liquid, *Int. J. Heat and Fluid Flow.*, Vol. 16, pp. 156-162.
 4. Delwiche, R. A., Lejeune, M. W. D. and Stratabit, D. B., 1992, Slimhole Drilling Hydraulics, Society of Petroleum Engineers Inc., SPE 24596, pp. 521-541.
 5. Wilkinson M. A., 1960, Non-Newtonian Fluids, Fluid Mechanics, Mixing and Heat Transfer, Pergamon press.
 6. Hwang, Y. K. and Kim, Y. J., 2002, pp. 1944-1949, Helical low Study on NonNewtonian Fluid in an Inclined Annulus with Rotating Inner Cylinder, *Proc. of the KSME*.
 7. Shah, R. K. and London, A. L., 1978, Laminar Flow Forced Convection in Ducts, Academic Press New York.
 8. Nouri, J. M., Umur, H. and Whitelaw, J. H., 1993, Flow of Newtonian and NonNewtonian Fluids in Concentric and Eccentric Annuli, *J. Fluid Mech.*, Vol. 253, pp.617-641.
 9. Kim, Y. J., 2003, A study on the rotating flow in an annulus, Ph.D. thesis, U. of Sungkyunkwan, Sungkyunkwan, Korea.
 10. Escudier, M. P., Gouldson, I. W., Oliveira, P.J. and Pinho, F. T., 1995, Effects of inner cylinder rotation on laminar flow of a Newtonian fluid through an eccentric annulus, *Int. J. Heat and Fluid Flow.*, Vol. 21, pp. 92-103.