

# Hardy-Cross법을 이용한 CO<sub>2</sub> 냉동기용 내부열교환기의 열전달 특성 연구

강 희 동, 김 옥 중\*, 서 태 범†\*\*

인하대학교 기계공학과 대학원, \*한국기계연구원 열유체공정기술연구부, \*\*인하대학교 기계공학과

## Analysis of Heat Transfer Characteristics of Internal Heat Exchanger for CO<sub>2</sub> Refrigerator using the Hardy-Cross Method

Hee-Dong Kang, Ook Joong Kim\*, Tae-Beom Seo†\*\*

The Graduate school of Department of Mechanical Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

\*Thermo-fluid Department, Korea Institute of Machinery & Materials, Taejeon 305-600, Korea

\*\*Department of Mechanical Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

(Received July 30, 2004; revision received October 29, 2004)

**ABSTRACT:** The heat transfer characteristics of an internal heat exchanger for CO<sub>2</sub> refrigeration cycle are numerically investigated. The numerical model is verified using the published experimental results for the concentric tube type internal heat exchanger. The Hardy-Cross Method gives very good agreement between the calculation and experimental results on the heat transfer rates and exit temperatures. Also, appropriate combination of heat transfer correlations is found. The operating parameters of the heat exchanger are calculated at transcritical region of CO<sub>2</sub>. The heat transfer rate of the counter flow type heat exchanger shows the 32% greater than that of the parallel flow type heat exchanger. The increase of heat exchanger length enhances the heat transfer rate. The thermodynamic characteristics and heat transfer coefficient of CO<sub>2</sub> in the internal heat exchanger are estimated.

Key words : CO<sub>2</sub>(이산화탄소), Refrigerator(냉동기), Internal heat exchanger(내부 열교환기), Hardy-Cross method(하디크로스법)

### 기 호 설 명

$Q$  : 열량[W]

$\dot{m}$  : 질량유량[kg/s]

$T$  : 온도[K]

$R$  : 열저항[K/W]

$r$  : 반경[m]

$D$  : 직경[m]

$A$  : 열전달면적[m<sup>2</sup>]

$L$  : 길이방향 길이[m]

$h$  : 대류열전달계수[W/m<sup>2</sup> · K]

$Nu$  : Nusselt수(=  $\frac{hD}{k}$ )

$k$  : 열전도율[W/m · K]

$V$  : 유속[m/s]

$Re$  : Reynolds수(=  $\frac{VD}{\nu}$ )

$f$  : 마찰계수(friction factor)

$G$  : 질량유속[kg · s/m<sup>2</sup>]

† Corresponding author

Tel.: +82-32-860-7327; Fax: +82-32-868-1716

E-mail address: seotb@inha.ac.kr

## 그리스 문자

$\rho$  : 밀도[kg/m<sup>3</sup>]  
 $\mu$  : 점성계수[kg · m-1s-1]

## 하첨자

*cond* : 전도  
*conv* : 대류  
*f* : 유체  
*c* : 시계방향  
*cc* : 반시계방향  
*w* : 벽  
*m* : 평균온도

## 1. 서론

CFC계열의 냉매는 오존층을 파괴한다고 알려져, 현재 사용할 수 없게 되었다. 또한, 현재 사용중인 HFC, HCFC 계열의 냉매도 지구온난화 지수가 높아 사용하는데 있어 문제가 되고 있다. 이에 대한 대안으로 자연냉매를 이용한 냉난방 시스템이 큰 관심사가 되고 있으며, 자연냉매 중 CO<sub>2</sub>가 가장 유력한 물질로 알려져 있다. CO<sub>2</sub>는 열역학적으로 비열과 열용량이 크며, 냉매로서 가져야 할 성질도 우수하다. 또한, 지구온난화에 거의 영향을 미치지 않는 것으로 알려져 산업적으로 많은 관심의 대상이 되고 있다.

내부 열교환기는 냉동사이클에서 냉방기의 용량을 증대시키고, 압축기로 들어가는 냉매의 온도를 높임으로써 압축기의 일을 감소시키는 역할을 한다. 하지만 이미 알려진 바와 같이 기존의 냉매를 쓰는 냉동기에서는 사용하지 않는다.

R-22, R-134a에서 저압의 이상(2-phase)인 경우 COP 향상에 그다지 도움이 되지 못하고, 다른 냉매에서도 성능향상에 비해 제작비용과 장치 무게 등의 문제가 더 큰 마이너스 요인이 되고 있기 때문이다. 하지만 CO<sub>2</sub>를 이용한 냉동사이클의 경우 내부열교환기는 사이클 자체의 성능향상에 적지 않은 영향을 미치는 것으로 알려져 있다.<sup>(1,2)</sup>

본 연구에서는 CO<sub>2</sub> 냉난방 시스템에 적용이

Table 1 Basic geometric dimensions of heat exchanger

| Parameter                   | Specification |
|-----------------------------|---------------|
| Inner tube inside diameter  | 6 mm          |
| Inner tube outside diameter | 8.3 mm        |
| Outer tube inside diameter  | 14.6 mm       |
| Outer tube outside diameter | 18 mm         |
| Tube length                 | 1 m, 2 m      |
| Tube material               | Aluminum      |

가능한 내부열교환기의 열전달 특성을 수치해석적으로 조사하고자 한다. Boewe 등(1)의 실험 결과와 비교함으로써 Hardy-Cross법(3)을 이용한 해석방법의 타당성을 살펴보고자 한다. 또한, 그에 합당한 상관식을 구성하여 관내에서의 CO<sub>2</sub>의 거동을 살펴봄으로써 실제 CO<sub>2</sub> 냉난방기용 내부 열교환기의 설계 및 제작에 도움을 주고자 한다.

## 2. 내부열교환기 해석

## 2.1 해석모델

Fig. 1은 해석하고자 하는 열교환기의 단면을 나타낸 것이다. 이 모델은 Boewe 등이 실험에 사용한 열교환기를 바탕으로 한 것이다. 이 열교환기는 동심관의 외관에 6개의 격막을 설치한 것으로서, 내관으로는 가스냉각기(gas cooler)를 빠져나온 고압의 CO<sub>2</sub>가 흐르고, 외관의 6개의 채널로는 흡입라인을 빠져나온 저압의 CO<sub>2</sub>가 흐른다.

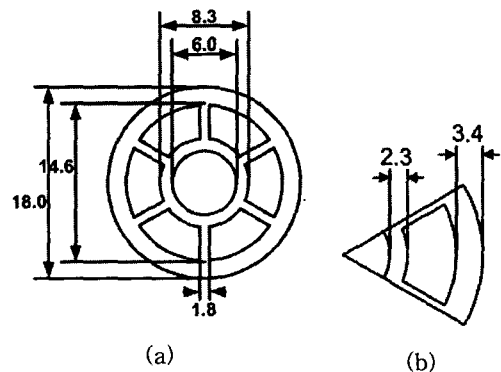


Fig. 1 Cross-section of the heat exchanger considered.(dimension : mm)

Fig. 1(a)는 열교환기 전체의 단면이며, (b)는 6등분한 한 구획의 개략도로서 실제 계산의 모델이 된 부분이다. 본 연구에서 사용된 열교환기의 치수 및 재질은 Table 1에 나타내었다.

## 2.2 해석 방법

### 2.2.1 열전달 해석

열교환기 내부에서 냉매의 열교환은 내관에서 외관으로 이루어지며, 이 때 각 관에서 온도 상승 또는 온도 하강시 전달되는 열량은 다음과 같으며, 열저항을 이용하여 표현이 가능하다.

$$Q = \dot{m} c_p \Delta T = \frac{\Delta T}{R} \quad (1)$$

여기서,  $\Delta T$ 는 온도차이다.

관 대 관의 열전달은 관의 전도로 인한 열전달과 관 내부의 유체의 대류로 인한 열전달로 나눌 수 있으며, 그때의 열저항을 표현하면 다음과 같다.

$$R_{cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_{tube} L} \quad (2)$$

$$R_{cond} = \frac{1}{hA} \quad (3.1)$$

$$h = \frac{Nu \cdot k_f}{D} \quad (3.2)$$

여기서,  $r_1$ 과  $r_2$ 는 관의 내경과 외경이다.

### 2.2.2 압력강하 해석

관내의 압력강하는 벽의 조도가 매우 작아 유동에 영향이 거의 없는 매끈한 관에서 단상의 마찰에 의한 압력강하만을 고려하였으며, 식(4)와 같이 계산할 수 있다.

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} \quad (4)$$

$$f = 0.184 Re_D^{-1/5} (Re_D \geq 2 \times 10^4) \quad (5)$$

$$f_{0w} = (1.82 \log Re_D - 1.64)^{-2} \quad (6.1)$$

$$f = f_{0w} \left( \frac{\rho_w}{\rho_m} \right) \left( \frac{\mu_w}{\mu_m} \right)^s \quad (6.2)$$

$$s = 0.023 \left( \frac{|q_w|}{G} \right)^{0.42} \quad (6.3)$$

이때 마찰계수(friction factor)인  $f$ 의 계산에는 Blasius<sup>(4)</sup>의 식(5)와 Petrov-Popov<sup>(5)</sup>의 식(6)을 이용하였다.

### 2.2.3 단면분할법

열교환기 전체의 열전달량과 압력강하를 계산하는데 단면분할법<sup>(6)</sup>을 이용하였다. 이 방법은 열교환기를 여러 개의 국소 해석 구간으로 나눈 다음 각 해석구간에서 열전달관계식 및 압력강하식을 통하여 계산한 열전달율과 압력강하를 적분하는 해석방법이다.

본 연구에서는 단면을 관의 길이방향으로 500개로 구간을 나누어, 각 구간에서 계산된 값을 적분하여 전체 해석에 이용하였다.

### 2.2.4 Hardy-Cross법

각 미소영역의 열전달량은 열전달관계식과 Hardy-Cross법을 이용하여 계산하였다. Hardy-Cross법은 여러 개의 루프(Loop)를 가진 망을 이루는 계산에서 유용한 방법으로, 하나하나의 노드(Node)로 흘러들어가는 유량이나 열량을 가정하고 계산을 반복해서 답을 구하는 반복근사 계산법이다. 이 방법을 사용하기 위하여 Fig. 2와 같은 열유동회로망을 구성하였다.

Fig. 2의 열유동회로망은 세 개의 간단한 관로로 구성되어 있다. 내부 관내 냉매에서 내부 관과 외부관 벽을 통하여 외부 관내 냉매에 이르는 열전달 경로, 외부 관 내부에서 외부 관, 단열재를 통하여 외부 대기로 손실되는 열전달 경로, 내부 관내의 냉매에서 외부관벽을 따라 외부관, 단열재를 통하여 대기로 손실되는 열전달 경로의 세 관로이다. 이 세 개의 관로를 한 개의 공유경로 하나를 포함한 4개의 경로로 다시 분리하여 계산을 수행하였다.

Hardy-Cross법의 계산은 다음과 같다.

열량의 미소증가에 따라 온도차의 미소증가가 나타난다면, 식(1)은 다음과 같이 변환할 수 있으며, 한 루프에 대한 온도차의 합은 방향에 따라 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\Delta T + \Delta(\Delta T) = R(Q + \Delta Q) \quad (7)$$

$$\Sigma(\Delta T)_c = \Sigma R_c Q_c \quad (8.1)$$

$$\Sigma(\Delta T)_{cc} = \Sigma R_{cc} Q_{cc} \quad (8.2)$$

여기서, c는 시계방향(clockwise), cc는 반시계 방향(counterclockwise)을 의미한다.

즉 한 루프의 임의의 두 점 사이에서 각 열량이 합리적인 값을 갖는다면 식(8.1)과 (8.2)에서의 온도차의 합은 같아야 한다. 그러나 Hardy-Cross법은 초기 열량을 가정해야 하기 때문에 식(8.1), (8.2)의 값은 다를 수도 있다. 따라서 위의 식(7)을 이용하여 열량을 보정하면 식(9.1)과 같으며, 식(9.2)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Sigma(\Delta T)_c &= \Sigma R_c (Q_c - \Delta Q) \\ &= \Sigma R_{cc} (Q_{cc} + \Delta Q) = \Sigma(\Delta T)_{cc} \end{aligned} \quad (9.1)$$

$$\Sigma R_c Q_c - \Delta Q \Sigma R_c = \Sigma R_{cc} Q_{cc} + \Delta Q \Sigma R_{cc} \quad (9.2)$$

여기에서 보정열량( $\Delta Q$ )을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta Q = \frac{\Sigma R_c Q_c - \Sigma R_{cc} Q_{cc}}{\Sigma R_c + \Sigma R_{cc}} \quad (10)$$

이상과 같이 계산을 반복하여 보정열량( $\Delta Q$ )이 0에 가까워지면 계산을 종료한다. 0에 가까운 값이 아닐 경우, 큰 쪽에서는 보정열량을 빼고, 작은 쪽에서는 보정열량을 더하여 0에 가까운 값이 나올 때까지 위 계산을 반복 수행한다. Fig. 3은 수치해석 과정에 대한 간략한 순서도이다.

### 2.3 결과 검증

본 연구에서 개발된 수치해석 모델의 정확성을 검증하기 위하여 Boewe 등의 실험에서 사용한 열교환기를 대상으로 계산하였다. 해석을 위해 Fig. 1의 (b)와 같은 모양으로 단순화 하였으며, 해석결과와 실험결과를 비교하여 모델의 정확성을 검증하였다.

비교를 위해 Table 2에 보인 바와 같이 Boewe 등이 실험한 6가지 경우를 해석하였다. 실험에 사용된 조건과 동일한 입구조건을 사용하여 해석하였다. 관내 흐름에 대한 대류열전달계수의 상관식으로는 Table 3에서 보인 바와 같이 3개의 식을 조합으로 사용하였으며, 압력강하는 고압관에는

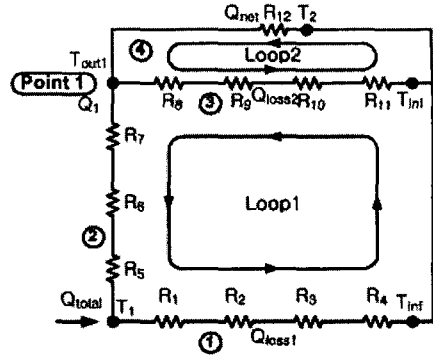


Fig. 2 Thermal network for heat exchanger.

Petrov-Popov식을, 저압관에는 Blasius식을 이용하였다. 계산에 필요한 CO2의 물성치는 NIST의 REFPROP ver 6.01<sup>(7)</sup>을 통해 계산하였다.

입력변수로는 Table 2에 나와 있는 입구조건을 모두 사용하였다. 길이와 유동형태를 공통 입력 변수로 사용하였으며 고압관에서는 입구압력, 입구온도, 질량유량을, 저압관에서는 입구온도, 건조, 질량유량을 입력변수로 하였다. 그리고 모든 단면에서의 출구온도, 압력강하, 그 단면에서의 밀도, 점성계수, Reynolds 수, 유속 등을 출력변수로 하였다.

Fig. 4는 Table 2에 보인 6가지 경우에 대한 고압관과 저압관의 열전달량을 Boewe 등의 실험

Table 2 Operating conditions

| Tube Length | Flow Pattern | Hot inlet (inner tube) | Cold inlet (outer tube) | Case |
|-------------|--------------|------------------------|-------------------------|------|
| 1 m         | Parallel     | 310.35K                | 279.05K                 | 1    |
|             |              | 9370 kPa               | 1.00(quality)           |      |
|             |              | 0.0235 kg/s            | 0.0235 kg/s             |      |
|             | Counter      | 310.85K                | 281.05K                 | 2    |
|             |              | 8480 kPa               | 1.00                    |      |
|             |              | 0.0260 kg/s            | 0.0260 kg/s             |      |
| 2 m         | Parallel     | 309.95K                | 278.85K                 | 3    |
|             |              | 9400 kPa               | 1.00                    |      |
|             |              | 0.0224 kg/s            | 0.0224 kg/s             |      |
|             | Counter      | 310.85K                | 279.35K                 | 4    |
| 8980 kPa    |              | 0.99                   |                         |      |
|             |              | 0.0226 kg/s            | 0.0226 kg/s             |      |
| 1 m         | Parallel     | 319.35K                | 280.65K                 | 5    |
|             |              | 11460 kPa              | 0.99                    |      |
|             |              | 0.0226 kg/s            | 0.0226 kg/s             |      |
|             | Counter      | 319.75K                | 281.05K                 | 6    |
| 10830 kPa   |              | 0.98                   |                         |      |
|             |              | 0.0227 kg/s            | 0.0227 kg/s             |      |

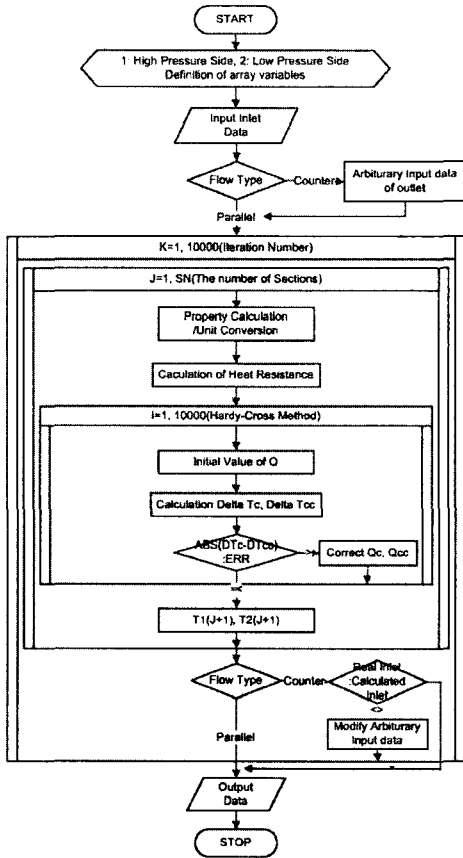


Fig. 3 Flowchart of Calculations.

결과와 비교한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 Yoon 등<sup>(8)</sup>과 Gnielinski<sup>(9)</sup>의 상관식을 조합한 경우가 실험과 가장 유사함을 알 수 있다.

Fig. 5는 각각의 경우에서의 고압관의 출구온도를 비교한 것으로, 입구와의 온도차이를 기준으로 보았을 때, 실험값에 비해 Dittus-Boelter식의 조합은 7.3~22.8%의 오차를, Gnielinski식의 조합은 4.0~15.9%의 오차를 가졌으며, Yoon 등의 조합이 0.8~3.7%의 오차를 가져 실험과 가장 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

실험과의 비교에서 얻은 이와 같은 결과는 Hardy-Cross법이 내부열교환기에서의 열전달을 해석하는데 있어 타당한 방법임을 나타낸다.

따라서 이후의 계산에서는 고압관에서는 Yoon 등의 상관식을, 저압관에서는 Gnielinski의 상관식을 적용하였다.

Table 3 Combinations of convective heat transfer correlation

| Hot Side                   | Cold Side                 |
|----------------------------|---------------------------|
| Dittus-Boelter             | Gnielinski <sup>(9)</sup> |
| Gnielinski                 | Gnielinski                |
| Yoon et al. <sup>(8)</sup> | Gnielinski                |

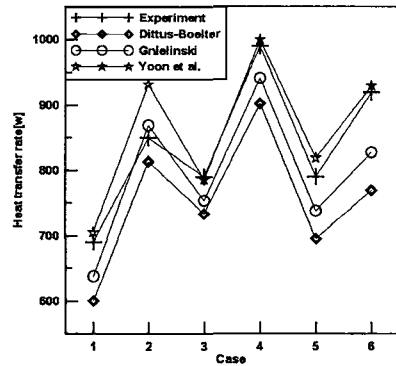


Fig. 4 Comparisons of heat transfer rates calculated with different empirical correlations.

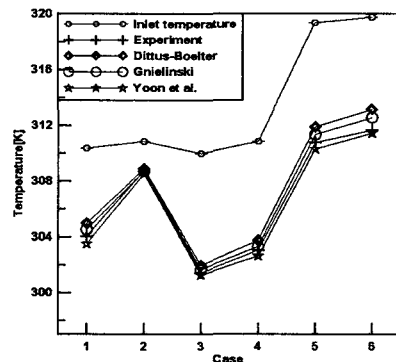


Fig. 5 Fluid temperatures at exit of high pressure side.

### 3. 계산결과 및 고찰

Fig. 4에서 알 수 있듯이 유동 형태가 다른 Case 1과 2, Case 3과 4, Case 5와 6을 비교해 보았을 때, 대향류인 Case 2, 4, 6이 열전달율이 32.0%, 27.2%, 13.4% 더 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

Fig. 6은 Case 3, 4에 대해 관 내부의 열전달계

수의 변화를 보여준다. 고압측의 평행류에서는 열전달계수가 관의 끝으로 갈수록 점차 감소한다. 그리고 대향류의 경우에는 평행류의 열전달계수보다 큰 값을 가지며 계속 큰 감소폭을 유지하다가 관의 끝부분에 도달해서 감소폭이 크게 줄어든다. 이를 통하여 같은 크기의 단면에 대해서 대향류가 열전달량이 더 많음을 알 수 있다. 반면 저압측의 열전달계수의 변화는 평행류와 대향류가 거의 유사한 형태를 띠며, 열교환기의 뒷부분으로 갈수록 점차 감소하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 같은 Case 3, 4의 경우에 대해 길이의 변화에 따른 열량 변화이다. 이때 모든 길이에 대해 같은 입력값을 이용하였다. 평행류의 경우 길이가 길어질수록 점차 열전달율의 증가폭이 줄어들고, 대향류의 경우 열교환기의 길이가 길어짐에 따라 열전달율이 거의 일정하게 증가한다.

또한, 길이가 길어짐에 따라 평행류와 대향류의 열전달량의 차이가 점점 커지는 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 관 내부의 평균유속의 변화를 보여준다. 유속은 각 단면별로 계산된 압력강하 값과 온도값을 이용하여 압력과 온도를 REFPROP 6.01에 입력하여 나온 밀도를 가지고 계산하였다. 평행류와 대향류 모두 저압관의 유속이 고압관의 유속에 비해 2~3배 더 빠르게 나타나는 것을 알 수 있다. 그리고 관을 따라 흘러가면서 고압관의 경우 유속이 감소하고 있으며, 저압관의 경우 유속이 계속 증가하는 것을 알 수 있다. 입구부근에서 유속이 0에 가까운 것은 입구에서 액체와 기체가 공존하는 2상(2-phase)이기 때문에 나타나는 결과이다.

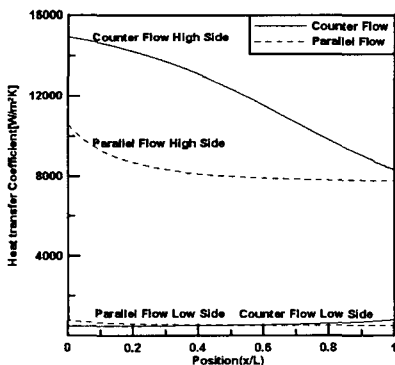


Fig. 6 Variation of heat transfer coefficient along the tube.

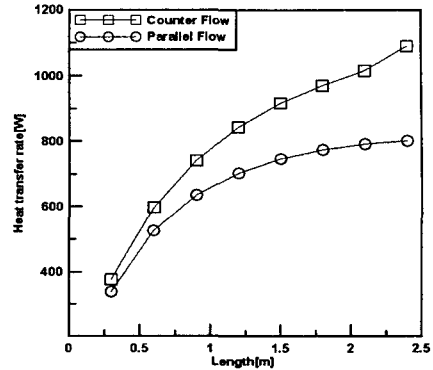


Fig. 7 Variation of heat transfer rate with the tube length.

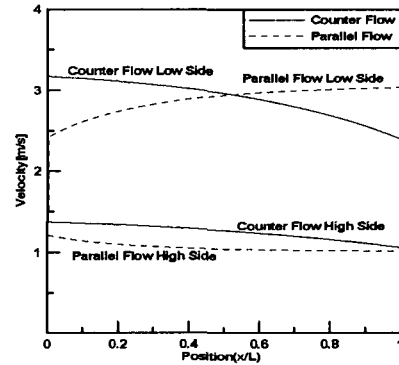


Fig. 8 Variation of velocities along the tube.

#### 4. 결론

Boewe 등이 실험한 내부열교환기에 대해 단면분할법과 Hardy-Cross법을 이용하여 수치해석을 수행하였으며, 그 안에서의 유동의 변화를 관찰하였다. 이로써 Hardy-Cross법이 열전달 해석에 유용한 방법으로 쓰일 수 있다는 것을 알았으며, 단면분할법을 통해 관 내부의 유동현상의 해석이 충분히 가능하다는 것을 알 수 있었다.

설계 변수인 길이의 증가가 열전달량을 상승시키는 것을 알 수 있었으며, 내부의 열전달계수의 변화와 유속의 변화를 통해 관 내부에서의 유동의 변화를 알 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 산업자원부의 지원으로 수행된 차세대신기술 개발사업 “CO<sub>2</sub>를 이용한 냉난방시스템

용 내부열교환기 및 부품개발” 과제의 일부임을 밝히며 이에 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

### 참고문헌

1. Boewe D. E., Bullard C. W., Yin J. M. and Hrnjak P. S., 2001, Contribution of Internal Heat Exchanger to Transtrical R-744 Cycle Performance, *Int. J. Heating, Ventilating, Air-Conditioning and Refrigerating Research*, Vol. 7, pp. 155-168.
2. Kim M., Petterson J. and Bullard C. W., 2004, Fundamental process and system design issues in CO<sub>2</sub> vapor compression system, *Process in Energy and Combustion Science*, Vol. 30, Issue 2, pp. 123-124.
3. Jonas M. K. and Dake, 1983, *Essentials of Engineering Hydraulics*, 2nd ed., Macmillan Press., pp. 87-94.
4. Incorpera F. P. and Dewitt D. P., 1996, *Fundamental of Heat and Mass Transfer*, 4th ed., John Willy & Sons, p. 424.
5. Fang X., Bullard C. W. and Hrnjak P. S., 2001, Heat transfer and pressure drop of gas cooler, *ASHRAE transaction Part I*, pp. 255-267.
6. Park B. K., Kim G. O. and Kim M. G., 2001, Effects of Air Flow Nonuniformity on the Thermal Performance of a Compact Evaporator for Natural Working Fluids, 2001 Proceedings of the SAREK, '01 Summer Annual Conference, pp. 495-502.
7. McLinden M. O., Klein S. A., Lemmon E. W. and Peskin A. P., 1998, *NIST Thermodynamic and Transport Properties of Refrigerants and Refrigerant Mixtures-REFPROP*, NIST
8. Yoon S. H., Kim J. H., Hwang Y. W., Kim M. S., Min K. D. and Kim Y. C., 2003, Heat transfer and pressure drop characteristics during the in-tube cooling process of carbon dioxide in the supercritical region, *Int. J. refrigeration*, Vol. 26, pp. 857-864.
9. Gnielinski V., 1976, New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow, *Int. Chem. Eng.*, Vol. 16, pp. 359-368.