

IHP 알고리즘을 이용한 SIMO 시스템용 적응 직접 결정 등화기 연구

정회원 이원철*

An Adaptive Decision-Directed Equalizer using Iterative Hyperplane Projection for SIMO systems

Won-Cheol Lee*

요 약

본 논문은 iterative hyperplane projection 을 이용한 효율적인 APA(affine projection algorithm)을 소개한다. 다양한 적응 알고리즘들 중 APA는 랭크 부족 문제를 해결하며 고속 수렴의 특성 때문에 다양한 응용분야에 적용되고 있다. SIMO(Single-Input-Multiple-Output) 시스템을 위한 STDE(Space-Time Decision-directed Equalizer) 적용 시 흔히 단일 채널 환경에서 발생하는 "shifting invariance property"를 이용할 수 없으므로 인해 FTF(Fast Transversal Filter)와 같이 저 복잡도를 갖는 고속 적응 알고리즘을 사용할 수 없다. 따라서 APA 기반의 STDE 기능을 수행하는 과정에서 SMI(Sample Matrix Inversion) 처리가 불가피하며, 계산상의 복잡도가 증가하게 된다. 이러한 문제점을 해결하고자 본 논문에서는 APA 기법 고유의 우수한 추적 특성 및 고속 수렴 성질을 유지하면서, 낮은 복잡도를 갖는 IHP(Iterative Hyperplane Projection) 알고리즘 기반의 효율적인 수정 APA 기법을 소개한다. 제안된 IHP 기반 APA 기법의 성능을 확인하기 위하여, 무선 SIMO 채널 환경 하에서 제안된 IHP-APA 알고리즘을 적용한 STDE에 대한 비트 에러 오률 (BER) 특성과 계산량 분석을 통해서 우수성을 입증하였다.

Key Words : space-time equalizer, affine projection, hyperplane projection, multi-antenna, simo system

ABSTRACT

This paper introduces an efficient affine projection algorithm(APA) using iterative hyperplane projection. Among various fast converging adaptation algorithms, APA has been preferred to be employed for various applications due to its inherent effectiveness against the rank deficient problem. However, the amount of complexity of the conventional APA could not be negligible because of the accomplishment of sample matrix inversion(SMI). Moreover, the "shifting invariance property" usually exploited in single channel case does not hold for the application of space-time decision-directed equalizer(STDE) deployed in single-input-multi-output(SIMO) systems. Thus, it is impossible to utilize the fast adaptation schemes such as fast transversal filter(FTF) having low-complexity. To accomplish such tasks, this paper introduces the low-complexity APA by employing hyperplane projection algorithm, which shows the excellent tracking capability as well as the fast convergence. In order to confirm the validity of the proposed method, its performance is evaluated under wireless SIMO channel in respect to bit error rate(BER) behavior and computational complexity.

* 숭실대학교 정보통신전자공학부 부교수 (wlee@ssu.ac.kr),
 논문번호 : KICS2004-07-075, 접수일자 : 2005년 11월 18일
 *본 연구는 숭실대학교 교내 연구비 지원으로 이루어졌음

I. 서론

디지털 통신시스템에서 채널을 거친 송신 이산 심벌 스트림은 수신기에서 임의의 시간 주기 동안 등화기를 통한 채널 보상이 수행되어 진다. 일반적으로 왜곡과 심벌간 간섭(ISI: Inter-Symbol Interference)이 발생하는 문제점을 극복하기 위하여, 다중 수신 안테나를 사용하며, 이를 통해 우수한 신호 복원 특성을 갖게 된다. 이러한 무선 채널에 의한 성능 저하를 경감하기 위하여 다중 수신 안테나의 사용을 기반으로 하는 ZF(Zero-Forcing), MMSE (Minimum Mean Squared Error) 또는 MLSE (Maximum Likelihood Sequence Estimator) 시공간 등화기가 고려되어 왔다^[1]. 무선 채널의 시변 특성을 고려할 때, 수신 등화기는 짧은 시간 내에 채널을 보상할 수 있도록 고속 수렴 특성을 갖는 적응 알고리즘을 요구한다^{[2][3]}.

이와 더불어, 다중 수신 안테나가 부착된 수신기로부터 얻어진 공간상의 공분산 행렬은 채널들간의 상관성 존재로 인해 완전한 랭크가 아닐 수도 있다. 이러한 현상은 도시의 마이크로 셀 환경의 무선채널에서 일어날 수 있다^[4]. 따라서, 공분산 행렬의 랭크 손실발생 가능성으로 인해, RLS(Recursive Least Square)에 기반한 적응 알고리즘은 많은 계산량에 비해 최상의 수렴 특성과 추적 특성을 보여주지 못할 수 있다. 그러한 비효율성을 개선하기 위하여 APA가 제안 되어졌고, RLS에 비하여 적은 계산량으로도 비교될 만한 고속 수렴 특성을 가진다.

APA의 투영 차수는 성능상 상호 반비례적 관계를 갖는 복잡도와 수렴 속도를 조절하는 파라미터이다^[5]. 투영 차수가 등화기 가중치 탭 수와 동일하게 되면, 계산량이 증가하는 대신에 APA의 수렴 특성은 SMI-RLS 알고리즘과 동일하게 된다. 이와는 반대로, 투영 차수를 1로 놓게 되면, APA의 계산량과 성능은 느린 수렴 특성을 가지는 NLMS (Normalized Least Mean Square) 알고리즘과 같아지게 된다. 일반적으로 APA 기법은 이미 음향 반향 제거기, 적응 잡음 제거기와 적응 등화기와 같은 분야에서 적용되어 그 성능이 많은 논문을 통해 입증되어 왔다^{[6][7]}.

후차 에러들을 0으로 처리하여 만들어진 선형 연립 방정식을 푸는 APA의 계산량은 SMI(Sample Matrix Inversion) 과정의 필요로 인해 여전히 무시될 수 없다. 이러한 계산량의 부담을 줄이기 위해 FTF (Fast Transversal Filter)기법을 기반으로 한 FAP (Fast Affine Projection) 알고리즘이 제안되어 왔다^{[7][8]}. 그

러나 시공간 등화기의 응용에서 “shifting invariance property”를 만족하지 못하기 때문에 FTF와 같은 고속 알고리즘들은 적용될 수 없다^{[9][10]}. 또한 단일 채널 등화기가 아니라면, matrix inversion lemma^[11] 적용이 어렵게 되고, 이로 인해 SMI만이 APA를 위한 가중치 벡터를 계산에 사용될 수 있다. 이로 인해 발생하는 많은 계산량을 줄이기 위하여, 본 논문에서는 가중치 벡터를 갱신하기 위한 매개 입력 벡터를 생성하는 IHP(Iterative Hyperplane Projection)기법을 제안하였다.

본 논문은 아래와 같이 구성되어 진다. 제 II장에서는 시공간 직접-결정 등화기와 상호 상관성을 포함하는 다중경로 페이딩 채널의 모델을 간략하게 논하였다. 제 III장에서는 APA의 고유 특성을 가지는 가중치 벡터 갱신식을 다른 형태로 표현하는 방안을 정리하였다. 제 IV장은 수식적인 증명을 통하여 APA에 기반한 IHP방안을 소개하고, 제 V장에서는 TDMA 통신 시스템 환경 하에서 모의실험을 통하여 제안된 방식에 기반한 STDE의 성능을 고찰하였다. 이와 더불어, 제안된 방식의 성능을 비트 에러 오율 (BER) 측면에서 NLMS, SMI-APA와 일반적인 RLS 등과 같은 다른 알고리즘들과 성능을 비교하였다. 마지막으로 제 VI장에 결론 및 고찰로 구성하였다.

II. 시공간 직접-결정 등화기

그림 1은 다중 tapped-delay-line(TDL) 필터들로 구성된 시공간 직접-결정 등화기(STDE)의 일반적인 구조를 보여주고 있다. 여기서, D 는 단일-심벌-지연 연산자를 의미하고, n 은 심벌 인덱스이다. TDL(Tapped-Delay-Line) 필터의 입력은 다중 안테나로부터 받은 신호들, 즉, $r_m(n), m=1, \dots, M$,이며, 등화기 출력 $\hat{r}(n)$ 은 원 심벌 시퀀스 $d(n)$ 의 복원을 위한 통계적 결정신호를 나타낸다. 이러한 STDE는 공간 다이버시티 이득을 얻으면서 동시에 ISI를 경감시키는 장점을 가진다. 기준 입력 신호 $r_f(n)$ 은 훈련 심벌 시퀀스 $k(n)$ 이나, 결정 심벌 시퀀스 $\hat{d}(n)$ 중 선택되며, 이로 인해 STDE는 직접-결정 방식(DDM:Decision-Diercted Mode)이나, 파일럿-지원 방식(PAM:Pilot-Assisted Mode) 중에 하나의 모드로 동작하게 된다. 그림 1의 STDE 구조는 $L_f \cdot M$ 의 복소 계수값들로 구성되어 진다. 이 때 에러 신호 $e(n)$ 은 등화기 출력 $\hat{r}(f)$ 과 기준 신호 $r_f(n)$, 즉 $k(n)$ 이나

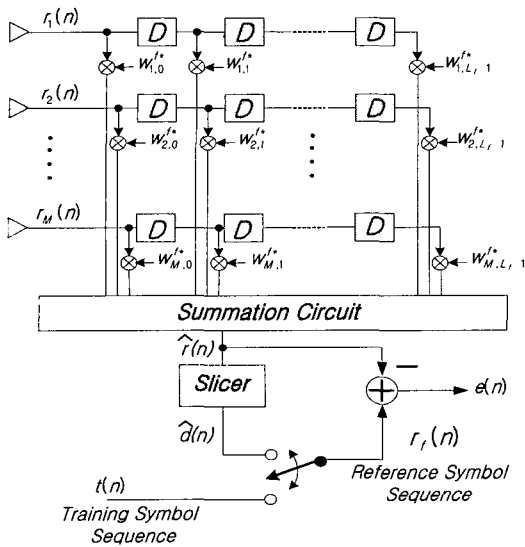


그림 1. 시공간 직접-결정 등화기의 일반적인 구조

$\hat{d}(n)$ 간의 차이 신호이다.

송신기와 다중 수신 안테나 사이에 적용된 채널은 다중경로 페이딩 채널로 구성되어 질 수 있다. 본 논문에서는 간단한 두개와 세 개의 다중경로 성분을 갖는 페이딩 채널을 고려하였다. 세 개의 다중경로 벡터 채널의 주파수 응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H(z) = \sqrt{P_0} h_0 + \sqrt{P_1} h_1 z^{-T} + \sqrt{P_2} h_2 z^{-2T} \quad (1)$$

여기서, T 는 심벌간 간격, P_0, P_1 과 P_2 는 첫 번째, 두 번째 그리고 세 번째 경로에 상응하는 평균 전력을 의미하고, 복소 가우시안 랜덤 변수 벡터 즉, $h_0, h_1, h_2 \sim N(0, R)$ 는 절대값 크기가 Rayleigh 분포를 따르는 페이딩 파라미터들로 구성된 $M \times 1$ 복소 채널 벡터들이다. 또한 시간 지연 τ 는 경로들 사이의 시간차를 의미한다. R 을 단일 송신 안테나와 M 개의 수신 안테나간의 벡터 채널에 대한 일반적인 공간 상호 상관행렬로 정의하면, 수신 안테나 수 $M=4$ 일 때 공간 상호 상관 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R \equiv \begin{pmatrix} 1 & a & b & c \\ a^* & 1 & a & b \\ b^* & a^* & 1 & a \\ c^* & b^* & a^* & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

또한 허미션 Toeplitz 성질을 갖는 식 (2)의 공간 상호 상관행렬은 아래의 같이 고유벡터 및 고유치들로 분해할 수 있다.

$$R = Q \cdot \Sigma \cdot Q^H \quad (3)$$

식 (3)에서 크기가 $M \times M$ 인 Q 는 R 의 고유 벡터들로 구성되어지고, Σ 는 고유치들로 이루어진 대각 행렬이다. 위에서 설명한 공간 채널 상관성을 반영하기 위하여, 채널 벡터는 다음과 같이 구성된다.

$$h_i \equiv [h_{i,1} h_{i,2} \dots h_{i,M}]^T = Q \cdot \Sigma^{1/2} \cdot g_i \quad (4)$$

여기서, $h_{i,m}$ 은 송신기와 m 번째 수신 안테나 사이의 i 번째 분해 가능한 다중경로 페이딩 파라미터이다. 식 (3)에서, $\Sigma^{1/2}$ 는 Σ 의 제곱근 값으로 이루어진 대각 행렬이고, $g_i = [g_{i,1} g_{i,2} \dots g_{i,M}]^T$ 는 평균값이 0, 분산값이 1인 독립 복소 가우시안 랜덤 변수 값들로 이루어진 벡터이다.

III. NLMS 유형의 갱신식을 갖는 Affine Projection 알고리즘

각 안테나 경로에 위치한 TDL 필터의 길이는 그림 1에서와 같이 L_f 이다. 따라서, STDE를 구성하는 전체 계수값의 수는 $L_f \cdot M$ 이고, 앞으로 이를 L 로 표기하겠다. SMI에 기반한 전통적인 APA^{[5],[7]-[8],[10],[12]}는 다음과 같은 가중치 벡터 갱신식을 가진다.

$$w(n+1) = w(n) + \alpha X(n) [X(n)^H X(n)]^{-1} \eta(n) \quad (5)$$

여기서, $\eta(n)$ 은 추정 오차 벡터이고, 각각의 기준 입력 벡터와 가중치 벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$r_f(n) \equiv [r_f(n) r_f(n-1) \dots r_f(n-p+1)] \quad (6)$$

$$w(n) \equiv [w_{1,0}(n) w_{1,1}(n) \dots w_{M,L_f}(n)]^T \quad (7)$$

식 (5)에서, 위첨자로 쓰여진 H 는 허미션 전치 행렬 연산자이며, T 는 전치 행렬 연산자이며, α 는 수렴 상수, 그리고 $w(n)$ 는 $L \times 1$ 의 크기를 갖는 가중치 벡터를 의미한다. 또한, $X(n)$ 은 $L \times p$ 크기의 현재와 과거의 스냅샷 입력 벡터들로 이루어진 복소 행

렬로써 다음과 같이 구성된다.

$$X(n) \equiv [x(n) \ x(n-1) \ \cdots \ x(n-p+1)] \quad (8)$$

여기서, p 는 APA 알고리즘의 투영 차수를 의미한다. 식(8)에서 입력벡터 $x(n-i), i=0, \dots, p-1$, 는 다중 수신 안테나로부터의 입력 신호들로 이루어진 $L \times 1$ 의 입력벡터로 다음과 같다.

$$x(n-i) \equiv [r_1^T(n-i) \ \cdots \ r_M^T(n-i)]^T \quad (9)$$

식 (9)에서, $r_m(n)$ 은 m 번째 안테나에서 수신된 신호 샘플 벡터이며 다음과 같다.

$$r_m(n-i) \equiv [r_{m(n-i)} \ \cdots \ r_{m(n-i-L_f+1)}]^T \quad (10)$$

전치 추정 오차 $e(n)$ 은 기준입력 $r_f(n)$ 과 등화기 출력 $\hat{r}_f(n)$ 간의 차이로써 다음과 같이 정의된다.

$$e(n) \equiv r_f(n) - \hat{r}_f(n) = r_f(n) - w^H(n) \cdot x(n) \quad (11)$$

APA가 갖는 고유 특성에 의하면 아래와 같이 p 개의 후치 추정 오차들이 0으로 정해진다.

$$r_f(n-i) - w^H(n) x(n-i) = 0, i=1, \dots, p, \quad (12)$$

참고문헌 [8]에서, 전통적인 APA는 식 (5)에 따라, 가중치 벡터의 갱신을 수행할 때 역행렬을 구하는 과정이 필수적이다. 그러므로, $p=L$ 이 되면, 식 (5)는 전통적인 RLS 알고리즘의 표본 행렬 갱신 식이 된다^[11]. APA 기반의 등화기의 성능은 투영 차수에 영향을 받게 되며, 투영 차수를 증가함으로써 APA는 더 나은 추적 성능을 가지게 되고 자연스럽게 등화기의 BER 특성도 더욱 향상되게 된다. 그러나 공간적인 채널 상관성이 존재하는 상황에서 투영 차수를 증가 시킴에 따라 성능이 선형적으로 향상 되는 것은 아니다. 다시 말해서 일정한 값 이상으로 투영 차수가 증가하더라도 어느 수준 이상의 성능 향상을 기대하기 어렵다. 이는 공간적으로 구분되는 채널들 사이의 상관성에 기인하며, 이러한 환경에서 적용될 수 있는 APA 기반의 등화기는 적은 계산량으로 우수한 BER 성능을 제공할 수 있다.

식 (5)에서와 같은 APA의 가중치 벡터 갱신식은 투영 차수가 2일 때 NLMS 기법의 가중치 벡터 갱신식과 유사하게 나타낼 수 있다^[5]. 본 논문에서는 이를 확장하여 일반적인 투영 차수에 대해서도 NLMS와

유사한 APA기반의 갱신식을 유도하였다. 이를 위하여 식(5)의 계수 갱신식을 다음과 같이 표현하였다.

$$w(n+1) = w(n) + \alpha \beta_1(n) [x(n) + t_1(n) x(n-1) + \cdots + t_{p-1}(n) x(n-p+1)] \quad (13)$$

여기서 $t_i(n) = \beta_{i+1}(n)/\beta_i(n)$ 는 정규화된 시변 상수이다. 수렴 상수 값을 1로 갖고 후치 추정 오차들은 0값들을 갖는 APA의 원리를 이용하면, 식 (13)의 $\beta_i(n)$ 값 혹은 정규화 시변 파라미터 $t_i(n)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$(X^H(n) X(n)) \cdot \beta(n) = \epsilon(n) \quad (14)$$

식 (14)에서

$$\beta \equiv [\beta_1(n) \ \beta_2(n) \ \cdots \ \beta_p(n)]^T \quad (15)$$

이고, 식 (14)의 오른쪽 벡터는 다음과 같다.

$$\epsilon(n) = [e^*(n) \ 0 \ \cdots \ 0]^T \quad (16)$$

식 (13)의 계수 벡터 갱신식에서 새로운 입력벡터를 정의하면 다음과 같다.

$$u(n) \equiv x(n) + \sum_{i=1}^{p-1} t_i(n) x(n-i) \quad (17)$$

이를 이용하여 식 (13)의 가중치 갱신식은 더욱 간소화된 형태로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$w(n+1) = w(n) + \beta_1(n) \cdot u(n) \quad (18)$$

참고문헌 [12]은 식 (18)의 매개 입력 벡터 $u(n)$ 을 백색화된 벡터로 정의하였으며, 반복적 상관 배제 과정을 통해 매개 입력 벡터를 구할 수 있음을 보여주었다. 이러한 과정은 과거 입력 벡터들로부터 현재의 입력 벡터에 존재하는 상관성을 제거하는 과정으로 설명될 수 있다. 즉, 다시 말해서 $p-1$ 개의 지난 입력 벡터들로부터 매개 입력 벡터의 직교성을 얻기 위해 과거 입력 벡터들에 의해 정해진 부공간 $\mathcal{C} \subset \mathcal{C}^L$ 로 정의하고, $L \times (p-1)$ 의 크기를 가지는 변환 행렬 A_n 을 아래와 같이 정의한다.

$$A_n \equiv [x(n-1) \ x(n-2) \ \cdots \ x(n-p+1)] \quad (19)$$

이때 임의의 벡터 $u_{\perp}(n) \in C^L$ 이 존재하여 이의 변환 벡터 $\gamma(n) = A_n u_{\perp}(n)$ 를 γ 공간상에서 $x(n) \in C^L$ 의 직교 투영 과정으로부터 얻어진 벡터와 동일하다고 가정하면, $\gamma(n)$ 을 찾는 문제는 아래 식의 직교성을 만족하는 $u_{\perp}(n)$ 을 찾는 것과 동일시 될 수 있다.

$$A_n^H (x(n) - A_n u_{\perp}(n)) = 0_{(p-1) \times 1} \quad (20)$$

식 (20)에서 보여진 직교 특성을 이용하면, $u_{\perp}(n)$ 을 다음과 같은 식을 통해 얻을 수 있다.

$$u_{\perp}(n) = (A_n^H A_n)^{-1} A_n^H \cdot x(n) \quad (21)$$

이때 직교 투영 연산자 P_n 을 다음과 같이 정의하여, 즉

$$P_n \equiv A_n (A_n^H A_n)^{-1} A_n^H \quad (22)$$

γ 공간상에 $x(n)$ 의 직교 변환 결과를 구하면 아래와 같다.

$$\gamma(n) = P_n x(n) \quad (23)$$

변환 행렬 $Q_n \equiv I - P_n$ 은 P_n 에 대한 상보 직교 투영 변환으로서, 임의의 C^L 에 포함되는 상보 투영 벡터는 γ 에 포함된 모든 벡터에 대하여 직교화 성질을 만족하게 된다. 그러므로, 주어진 입력벡터 $x(n)$ 에 대하여 정의된 백색화된 벡터 $u(n)$ 은 상보 투영 연산자를 적용함으로써 얻게 된다. 즉,

$u(n) = Q_n x(n)$. 이렇게 얻어진 벡터는 식 (18)에 매개 입력 벡터로 사용되며, 다음과 같은 직교 성질을 갖게 된다.

$$u(n) \perp \{x(n-1), \dots, x(n-p+1)\} \quad (24)$$

위의 직교 특성과 관련하여 일렬의 수식 처리 과정을 통해 식 (18)의 $\beta_1(n)$ 이 다음과 같은 표현식을 갖게됨을 증명할 수 있다.

$$\beta_1 = \frac{e^*(n)}{u^H(n) u(n)} \quad (25)$$

그러나 $u(n)$ 을 구하기 위해서는 여전히 많은 계산량이 필요하다. 이러한 많은 계산량을 줄이기 위해서,

본 논문에서는 식 (24)에서 나타난 직교성을 만족하는 매개 입력 벡터 $u(n)$ 을 많은 계산량이 요구되는 식 (14) 대신 IHP 알고리즘을 사용하여 얻는 과정을 제안한다. 본 논문에서는 IHP를 적용하여 얻은 매개 입력 벡터를 $\hat{u}(n)$ 으로 정의한다.

IV. IHP 알고리즘을 이용한 NLMS-like APA

그림 2는 이차원 hyperplane 투영의 반복적인 절차를 보여주고 있다. 특정 개수의 hyperplane들이 교차하는 점은 각 평면마다 반복적 투영 과정을 통해 얻을 수 있다^[13]. 독립된 선형 방정식의 수를 미지수의 수와 같다고 가정하면, 선형 방정식들의 시스템을 나타내는 hyperplane들은 Q 에 의해서 정의된 유일한 점에서 교차하게 되고, 그것은 구하고자 하는 해로 여겨진다.

그림 2에서, P_k 는 k 번째 hyperplane으로의 투영 연산자를 나타낸다. 임의의 특정 순환 과정에서, 각 hyperplane에 대하여 연속적으로 투영 연산자들을 적용하고, 이러한 순환 작업을 반복적으로 수행하게 된다. 임의의 초기값 x_0 에 대해서 살펴 보면, 그림 2에서와 같이 $P_1 x_0$ 는 x_0 로부터 첫 번째 hyperplane 상으로의 수직 투영 벡터를 의미한다. 연속적으로 $P_2(P_1 x_0)$ 은 두 번째 hyperplane상의 $P_1 x_0$ 의 직교 투영을 나타낸다. 그러므로, n 개의 hyperplane이 존재할 경우 n 번의 투영 과정을 거쳐 얻게되는 최종점 x_1 은 다음과 같다.

$$x_1 = P_n P_{n-1} \dots P_2 P_1 x_0 \quad (26)$$

여기서 한 주기의 hyperplane 순환 투영 과정을 통해 얻게 되는 변환 행렬은 다음과 같이 정의된다.

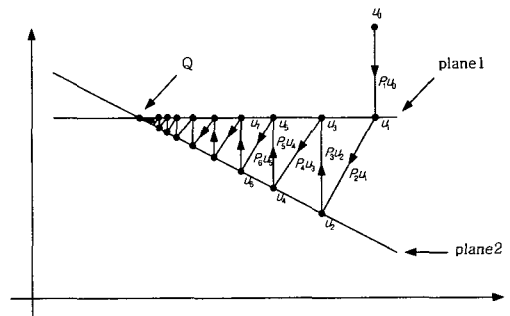


그림 2. 기하학적으로 표현한 IHP 알고리즘

$$P = P_n P_{n-1} \cdots P_2 P_1 \quad (27)$$

이러한 순환 주기 과정을 K 번 반복 후에 얻게 되는 해는 다음과 같이 표현된다.

$$x_K = P^K x_0 \quad (28)$$

이때 hyperplane수가 미지수의 개수와 같다면 x_K 는 유일한 해로 수렴하지만 미지수의 수보다 방정식의 수가 많은, 즉 over-determined 시스템에서는 LS(least square) 해를 얻게 된다. 이와 반대로 방정식의 수가 미지수의 수보다 적은, 즉 under-determined 시스템에서 MN(minimum norm) 해와 동일하게 된다^[13].

이러한 반복적 hyperplane 투영 기법은 계수 벡터 갱신식 (18)에서 $\hat{u}(n)$ 으로 정의된 매개 입력 벡터를 구하는데 적용할 수 있다. L 개의 미지수로 구성된 $\hat{u}(n)$ 은 다음의 $p-1$ 개의 선형 방정식을 만족해야 한다.

$$A_n^H \cdot \hat{u}(n) = 0_{L \times 1} \quad (29)$$

식 (28)에서 추정 $\hat{u}(n)$ 은 다음과 같이 구성된다.

$$\hat{u}(n) = [\hat{u}(n) \hat{u}(n-1) \cdots \hat{u}(n-L)]^T \quad (30)$$

APA를 사용하는 경우 L 보다 투영 차수 p 가 적으므로 선형 방정식들로 이루어진 식 (29)는 미지수의 수가 방정식의 수보다 많은 under-determined 시스템이라고 볼 수 있다. 따라서 식 (29)를 만족하면서 특정한 norm값을 최소화 시키는 측면에서 0 벡터와 같은 해를 제외한 최적의 해를 찾게 된다. 여기서,

$A_n^H \cdot \hat{u}(n)$ 의 EN(Euclidean Norm) 값은 IHP 알고리즘을 통해 얻은 해가 얼마나 MN 해와 유사한지 보여주는 척도로 활용될 수 있다. 또한 여러개의 hyperplane들은 convex 성질을 가지므로 순환 주기의 횟수, 즉 k 를 늘리면 $A_n^H \cdot \hat{u}(n)$ 의 EN 값이 더 작아지게 된다. 최종 수렴 해인 $\hat{u}(n)$ 은 아래 식에서와 같이 가중치 벡터 갱신식에 활용된다.

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \frac{\hat{e}^*(n)}{\hat{u}^H(n) \hat{u}(n)} \hat{u}(n) \quad (31)$$

실수 연산을 이용한 IHP 처리 과정을 구축하기 위하여 A_n 과 $\hat{u}(n)$ 를 실수값만을 가지는 확장 행

렬 \bar{A}_n 과 $\tilde{u}(n)$ 로 식 (29)와 동등하면서 실수값들로 표현된 선형 연립방정식의 확장식은 아래와 같다.

$$\bar{A}_n^H \cdot \tilde{u}(n) = 0_{2L \times 1} \quad (32)$$

여기서 \bar{A}_n 은 $2L \times 2(p-1)$ 의 크기를 가지는 행렬이고, 수정된 백색화된 벡터 $\tilde{u}(n)$ 의 크기는 $2L \times 1$ 이다. 식 (32)에서 두 가지의 구성 행렬은 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{A}_n \equiv \begin{pmatrix} Re\{A_n\} & -Im\{A_n\} \\ Im\{A_n\} & Re\{A_n\} \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\tilde{u}_n \equiv \begin{pmatrix} Re\{\hat{u}_n\} \\ Im\{\hat{u}_n\} \end{pmatrix} \quad (34)$$

IHP 기법 상에서 매개 입력 벡터를 얻기 위한 반복식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{u}_i^k(n) = \tilde{u}_{i-1}^k(n) + \gamma_i^k(n) \cdot \bar{A}_{n,i} \quad (35)$$

여기서 $\tilde{u}_i^k(n)$ 은 k 번째 순환 주기 중에 i 번째 투영 과정에서 생성된 매개 입력 벡터의 근사값을 나타낸다. 순환 과정과 투영 과정 인덱스들, 즉 k 와 i 는 각각 1과 0에서 시작하며, 각 투영 순환 주기는 $2(p-1)$ 번의 반복적인 직교 투영으로 구성된다. 식 (35)에서, $\bar{A}_{n,i}$ 는 식 (33)에서 $\bar{A}_{n,i}$ 의 i 번째 열을 나타내고, 식 (35)에서 직교 투영을 위한 파라미터 $\gamma_i^k(n)$ 은 다음 식에 의해서 나타낼 수 있다.

$$\gamma_i^k(n) = - \frac{(\bar{A}_{n,i})^T \cdot \tilde{u}_{i-1}^k(n)}{\|\bar{A}_{n,i}\|^2} \quad (36)$$

여기서 $\|\cdot\|$ 은 EN을 의미하고, 식 (35)의 갱신식에 대한 벡터의 초기값은 아래와 같다.

$$\tilde{u}_0^k(n) = [Re\{x^T(n)\} \quad Im\{x^T(n)\}]^T \quad (37)$$

일단 초기값이 주어지면, 첫 번째 순환 주기는 식 (35)과 (36)을 이용해서 $2(p-1)$ 의 횟수만큼 IHP를 수행한 후에 끝나게 된다. 두 번째 순환 주기는

$$\tilde{u}_0^k(n) = \tilde{u}_{2(p-1)}^k(n) \text{의 초기값을 주고 시작하며, } k$$

표 1. IHP-APA에 기반을 둔 가중치 벡터 갱신식 구조

Initialization :

$$\bar{\mathbf{A}}_n = \begin{pmatrix} \text{Re}\{\mathbf{A}_n\} & -\text{Im}\{\mathbf{A}_n\} \\ \text{Im}\{\mathbf{A}_n\} & \text{Re}\{\mathbf{A}_n\} \end{pmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_0^1(n) = [\text{Re}\{\mathbf{x}^T(n)\} \text{Im}\{\mathbf{x}^T(n)\}]^T;$$

Recursion for IHP :

For $k=1$ to K ;

For $i=1$ to $2(p-1)$;

$$\gamma_i^k(n) = -(\bar{\mathbf{A}}_{n,i})^T \cdot \bar{\mathbf{u}}_{i-1}^k(n) / \|\bar{\mathbf{A}}_{n,i}\|^2 ;$$

$$\bar{\mathbf{u}}_i^k(n) = \bar{\mathbf{u}}_{i-1}^k(n) + \gamma_i^k(n) \cdot \bar{\mathbf{A}}_{n,i} ;$$

end

end

$$\hat{\mathbf{u}}(n) = [\bar{\mathbf{u}}_{2(p-1),1}^K(n) \bar{\mathbf{u}}_{2(p-1),2}^K(n) \dots \bar{\mathbf{u}}_{2(p-1),L}^K(n)]^T + j[\bar{\mathbf{u}}_{2(p-1),L+1}^K(n) \bar{\mathbf{u}}_{2(p-1),L+2}^K(n) \dots \bar{\mathbf{u}}_{2(p-1),2L}^K(n)]$$

Recursion for weight update :

$$\hat{\mathbf{e}}(n) \equiv \mathbf{r}(n) - \hat{\mathbf{w}}^H(n) \cdot \mathbf{x}(n) ;$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \frac{\hat{\mathbf{e}}^*(n)}{\hat{\mathbf{u}}^H(n) \hat{\mathbf{u}}(n)} \cdot \hat{\mathbf{u}}(n)$$

번째 순환 주기를 위한 일반화된 매개 입력 벡터의 초기값은 $\bar{\mathbf{u}}_0^k(n) = \bar{\mathbf{u}}_{2(p-1)}^k(n)$ 로 나타낼 수 있다. IHP의 전체 순환 주기는 $\bar{\mathbf{A}}_n^T \cdot \bar{\mathbf{u}}_i^k(n)$ 의 EN값이 사전에 정한 임계값 아래로 내려갈 때까지 반복되며, 이를 통해 얻어지는 최종 결과 벡터 $\bar{\mathbf{u}}_{2(p-1)}^k(n)$ 는 매개 입력 벡터 $\bar{\mathbf{u}}(n)$ 을 대신하여 사용될 수 있다.

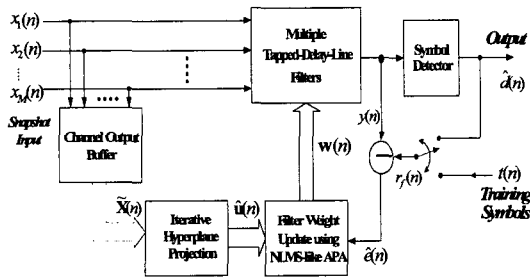
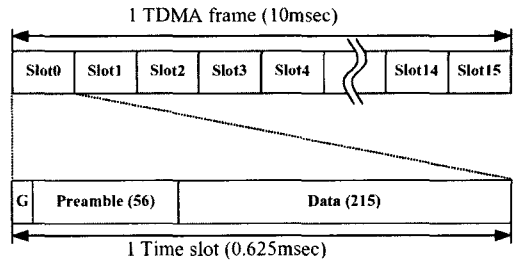


그림 3. IHP-APA를 적용한 STDE의 구조

마지막으로, 전체 가중치 벡터는 식 (31)의 갱신식을 이용하여 갱신되게 된다. 그림 3은 IHP 알고리즘을 기반으로 한 STDE의 구조를 보여주고 있고, 표 1에 본 논문에서 제안한 IHP-APA 기법을 적용한 가중치 벡터 갱신 처리 과정을 요약하였다.

V. 모의실험

제안된 IHP-APA의 성능을 입증하기 위하여 한개의 송신 안테나와 4개의 수신 안테나 사이의 상관 다중 경로 페이딩 환경하에서 적응 STDE에 대한 모의 실험을 수행하였다. 마이크로 셀 환경에서 높은 상관도를 가지는 SIMO 채널을 생성하기 위하여, 식 (2)의 상관 계수값들을 $a=0.97e^{-j0.8}$, $b=0.94e^{-j1.6}$ 그리고 $c=0.88e^{-j2.4}$ 로 정하였다¹⁴⁾. 이때 첫 번째 경로에 대한 두 번째와 세 번째 경로의 전력 비율은 각각 -17dB와 24dB(= $10 \log_{10} P_1/P_0$ 혹은 $10 \log_{10} P_2/P_0$)로 정하였다. 모의실험 과정에서 서로 다른 적응 알고리즘 적용시 얻게되는 비트 오류(BER)과 소요 계산량을 IHP-APA 성능 비교를 위한 결과로 제시한다. 이를 위해 본 모의실험에서 RLS, SMI-APA 등의 알고리즘들이 적용되었다. 모의실험에 사용된 입력은 그림 4에서와 같이 TDMA 프레임 구조에 기반하여 생성하였고, 이와 관련된 자세한 모의



G : Guard time 9 symbols

그림 4. 모의실험에 적용한 TDMA 프레임 구조

실험 환경은 표 2에 나타내었다. 팔호안의 숫자는 심볼수를 의미한다.

그림 4에서 보여진 것과 같이, 각 TDMA 슬롯은 보호구간(G), 프리앰블(Preamble), 데이터(Data) 필드로 이루어져 있다. 여기서, 프리앰블은 프레임 동기화 및 PAM 등화를 위해 사용된 훈련 시퀀스이다.

수신 안테나 수와 특정 안테나 경로에 사용되는 필터의 계수수를 각각 $M=4$ 와 $L_f=9$ 로 지정하였으며, 첫 번째 경로와 두 번째 경로 및 세 번째 경로간의 시간 지연 성분은 각각 τ 와 2τ 로 지정하였으며, 여기서 τ 는 심볼구간 T 로 고정하였다. 모바일 속도는 $v_m=30km$ 와 $60km$ 로 정하였고, K 로 정의된 순

표 2. 모의실험 환경

Modulation	16-QAM
Burst format (symbols)	Preamble(56) + data(215)
Symbols transmission rate	448 Ksymbols/sec
Data transmission rate	86 Kbits/sec
Frame size (slots)	10 msec (16)
Slot size	0.625 msec
Transmitting filter	Full Nyquist
Carrier frequency	2.2 GHz
Doppler Spectrum	Classical
Equalizing algorithm	IHP-APA
Mobile speed (v_m)	30, 60km/h

환주기 횡수(NOC)를 3으로 고정시킨 후 각각에 대한 E_b/N_0 측면에서 IHP-APA를 적용한 STDE의 BER 성능 지표를 추출하였다. 삼각형과 사각형 표시자로 나타낸 실선은 각각 투영차수 $p=6$ 을 갖는 SMI-APA와 일반적인 RLS 알고리즘으로부터 얻어진 결과를 나타낸다. 여기서, 공간적으로 떨어진 채널들 간에 상관성이 커질수록 위의 두개의 기법상의 성능이 서로 비슷해짐을 예상할 수 있다.

원, 사각형, 삼각형 그리고 마름모 모양의 표시자로 나타낸 곡선들은 각각 NLMS, 일반적인 RLS, SMI-APA 그리고 제한한 IHP-APA 기법의 성능을 나타내고 있다. 그림 5, 6에서 보여진 것처럼, 제한한 IHP-APA 기법은 총 순환 주기수 $K=3$ 인 조건하에서 일반적인 SMI-APA와 성능이 거의 동일한 것을 알 수 있다. 이러한 사실은 제한한 IHP-APA 기법이

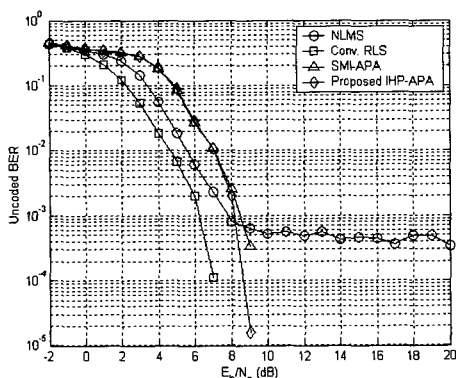


그림 5. BER 성능 : 다중 경로 2개, 모바일 속도 30km, 투영차수 6

성능의 감소 없이 적은 계산량으로 SMI-APA와 RLS의 유사한 성능을 가질 수 있음을 내포한다. 그림 7과 8은 전송 채널의 다중 경로 후 증가에 따른 제한한 기법의 BER 특성을 보여준다.

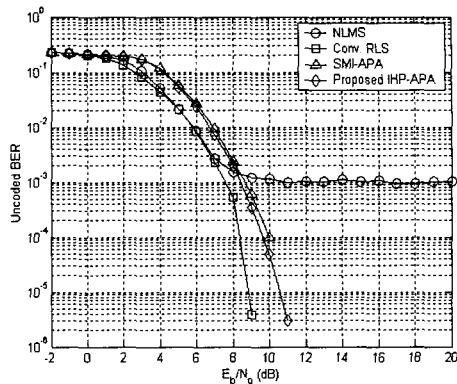


그림 6. BER 성능 : 다중 경로 2개, 모바일 속도 60km, 투영차수 6

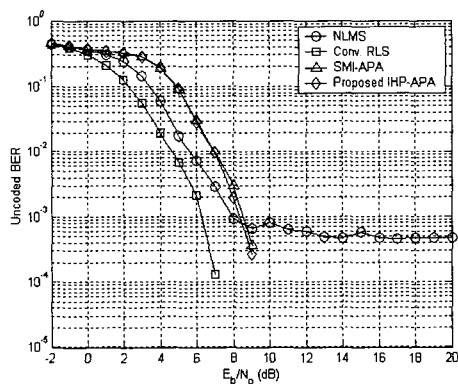


그림 7. BER 성능 : 다중 경로 3개, 모바일 속도 30km, 투영차수 6

투영 차수에 따른 SMI-APA 및 제한한 IHP-APA의 성능 확인을 위하여 투영 차수가 2, 4 그리고 8인 경우에 대한 추가적인 모의실험을 수행하였다. 그림 8에서, 일반적인 RLS를 제외한 모든 BER 곡선들은

표 3. 주요 알고리즘들에 대한 실수 곱셈 & 나눗셈 연산 수

	실수 곱셈 & 나눗셈 연산 수
NLMS	$6L+3$
SMI-RLS	$5L^3+12L^2+4L$
SMI-APA	$p^3+4p^2(L+1)+8Lp+4L$
Conv. RLS	$14L^2+10L+3$
IHP-APA	$8LK(p-1)+2K(p-1)+10L+1$

추적 능력 부족으로 인해 오류 마루들이 발생한다. 여기서, 오류 마루의 발생 위치는 투영 차수를 증가 시킴에 따라 점점 아래에서 발생하게 된다. 흥미로운 것은 오류마루의 위치가 $p=6$ 과 $p=2,4$ 차이에 비하여 $p=6$ 과 $p=8$ 의 차이가 훨씬 더 적다는 것이다. 따라서 선형적인 투영 차수 증가가 선형적인 성능 개선을 의미하는 것은 아니며, 특정한 차수 이상으로는 큰 성능 향상을 기대할 수 없음을 보여준다.

표 3은 NLMS, SMI-RLS, 일반적인 SMI-APA, matrix inversion lemma를 이용하는 일반적인 RLS^[11], 그리고 제한한 IHP-APA의 가중치 벡터 갱신 시 필요로 하는 실수 곱셈의 수를 비교한 것이다. 그림 9는 위에서 언급된 각각의 기법들을 적용하기 위해 필요로 하는 곱셈 연산의 수를 보여준다. 여기서 TDL 필터의 탭 수, L_f ,는 20까지로 주었다. 그리고 투영 차수 p , 안테나의 수 M 그리고 NOC K 는 각각 L_f-1 , 8과 2 또는 3으로 값을 주었다. 그림 9에서 보여준 바와 같이 필터 계수값이 늘어날수록 곱셈 연산의 수의 차이가 현격해 짐을 알 수 있다.

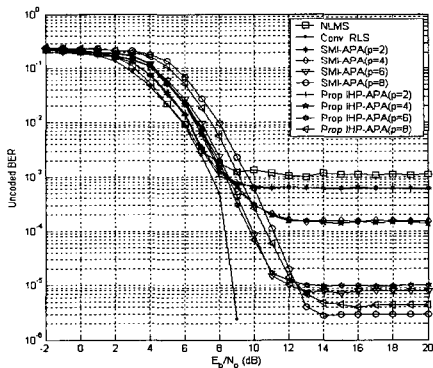


그림 8. BER 성능 : 다중 경로 3개, 모바일 속도 60km, 투영차수 2,4,6,8

VI. 결론

본 논문에서는 IHP-APA에 기반한 STDE를 제안하였다. 다중 안테나가 적용된 STDE는 많은 계수값들을 갖고 있으며, 보통 단일 채널에서 적용되는 있는 shifting invariance property를 이용할 수 없다는 두 가지 문제점이 존재한다. RLS 계열 기법은 추적 능력 뿐만 아니라 빠른 수렴 특성으로 인해 무선 채널 등화기에 적합한 것을 언급해 왔다. 그러나, 많은 계산량과 수렴의 불안정성 때문에 실제 시스템상에 적

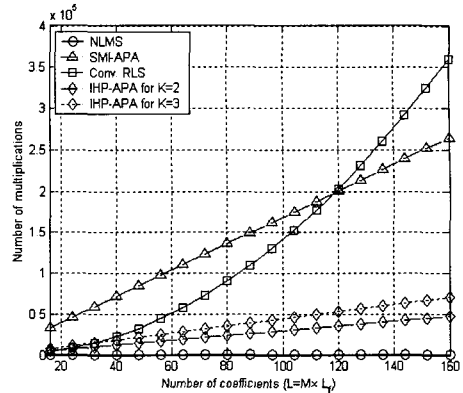


그림 9. NLMS, SMI-APA, Conv.-RLS, IHP-APA에 대한 곱셈 연산 수

용시 많은 어려움이 있다. 특히, 본 논문에서는 다중 수신 안테나의 배치로 공간적인 채널 상관성이 존재하는 상황에서 공간 상관 행렬의 랭크 감소로 인한 성능 저하 및 계산량 절감을 위하여 APA 기법을 STDE에 적용하는 방안을 고려하였다. 본 논문에서는 일반적인 역행렬 계산을 요구하는 SMI-APA 기법과 유사한 성능을 유지하면서, 계산량을 더 줄일 수 있는 IHP 알고리즘을 적용한 수정된 APA를 제안하였다. 제안한 IHP-APA의 가중치 벡터 갱신식은 입력 벡터의 수정을 제외하고는 NLMS와 동일하다. 모의실험을 수행하여 적은 계산량을 가지는 IHP-APA의 성능을 비교 분석하였으며, 이를 통해 제안한 IHP-APA 기법의 우수성을 입증하였다.

참고 문헌

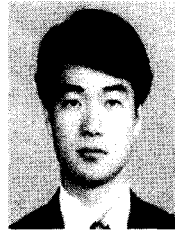
- [1] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela, "V-BLAST : An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel", *Proc. ISSSE-98*, Pisa, Italy, 1998.
- [2] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 4th ed., 2001.
- [3] W. Huang and T. S. Rappaport, "A comparative study of two adaptive equalizers for mobile radio", *Proc. 41st IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'91)*, pp. 765-769, St. Louis, USA, 1991.
- [4] J. Kermaol, L. Schumacher, K. Pedersen, P. Mogensen, and F. Frederiksen, "A stochastic

MIMO radio channel model with experimental validation", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 20, no. 6, pp. 1211-1226, Aug. 2002.

- [5] S. Makino and Y. Kaneda, "Exponentially Weighted Stepwise Projection Algorithm for Acoustic Echo Cancellers", *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E75-A, no. 11, pp. 1500-1508, Nov. 1992.
- [6] B. B. Raghothaman, Equalizers for wireless and wireline digital communications, *M.S.Thesis, Univ. of Texas at Dallas*, May, 1997.
- [7] S. C. Douglas, "Efficient approximate implementations of the fast affine projection algorithm using orthogonal transformation", *Proc. IEEE International Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 3, pp. 1656-1659, USA, May 1997.
- [8] S. L. Gay, "A fast converging, low complexity adaptive filtering algorithm", *Proc. IEEE workshop on Appls. of Sig. Proc. to Audio and Acoust.*, pp. 4-7, Oct. 1993.
- [9] Haykin, Adaptive Filter Theory, 3rd E., *Prentice-Hall*, 1996.
- [10] M. Tanaka, Y. Kaneda, S. Makino and J. Kojima, "A fast projection algorithm for adaptive filtering", *IEICE Trans., Fundamentals*, vol. E78-A, no. 10, pp. 1355-1361, Oct. 1995.
- [11] T. Kailath, Linear systems, Englewood Cliffs, N. J., *Prentice Hall*.
- [12] K. Ozeki and T. Umeda, "An Adaptive Filtering Algorithm using an Orthogonal Projection to an Affine Subspace and its Property", *IEICE Trans. Electron. Comm.*, vol. 67-A, pp. 19-27, 1984.
- [13] S. U. Pillai and W. C. Lee, High resolution active wideband imaging, Technical Report, Dept. of Electrical Engineering, Polytechnic Univ., New York, USA.
- [14] 3GPP, "Tx diversity solutions for multiple antennas", 3GPP TSG RAN WG1 document TR25.869 V0.1.1, Nov. 2001.

이 원 철(Won-Cheol Lee)

정회원



1986년 2월 : 서강대학교 전자공학과 학사

1988년 2월 : 연세대학교 전자공학과 석사

1994년 2월 : New York, Polytechnic University, Electronic Eng. 박사

1994. 08 ~ 1995.07 : Polytechnic Univ. Post-doctoral Fellow

1995. 09~현재 : 숭실대학교 정보통신전자공학부 부교수

2002. 07~현재 : HY-ITRC 센터 연구원

<관심분야> Ultra WideBand Communication, Smart Antenna, MIMO system, Wireless Position Location, and Software Defined Radio.