IE Interfaces
Vol. 18, No. 2, pp. 184-192, June 2005.

연기옵션을 고려한 옵션가치의 일반적 기회비용 모델

김 규 태†

조선대학교 산업공학과

The Multi-Period Opportunity Cost Model to Evaluate an Option Value based on a Deferral Option

Gyutai Kim

Department of Industrial Engineering, Chosun University, Kwangju, 150-759

In recent research there has been intense interest in understanding how real option valuation (ROV) approaches might usefully complement conventional discounted cash flow (DCF) techniques. However, investment decision makers in a real world have been worried about adopting the ROV approaches mainly because of difficulty in technically understanding the theory of the ROV approaches as indicated by many researchers. With this difficulty in mind, we propose the opportunity cost model as another discrete-time model to value a deferral option. The main advantage of observing a real options value in terms of the opportunity cost concept is to provide a technique for practitioners to estimate a wide range of real options values without sticking to a financial option modelling. The fundamental ground for developing the opportunity cost model proposed in this paper lies in the work of dissecting the structure of the real options value into three categories: capital gain, expected opportunity loss, and expected opportunity gain. At the end of the paper, we will present a short illustrative example to demonstrate the applicability of the model.

Keywords: real options valuation, opportunity cost, uncertainty, investment decision modelling and theory

1. 서 론

많은 투자의사 결정자들이 투자프로젝트의 경제적 가치를 결정하기 위해 최근까지 전통적으로 DCF 기법을 주로 사용해 왔다. 그러나 여러 학자들이 지적하였듯이 전통적인 DCF 기법의 가장 큰 단점은 이미 결정된 투자의사결정에 따라 투자프로젝트의 수명기간 동안 투자프로젝트가 수행되어야 한다고 가정하고 투자프로젝트의 경제적 타당성이 분석된다는 사실이다 (Dixit and Pindyck, 1994; Moon, 2002; Sick, 1987; Trigeorgis, 1999). 즉, 이는 불확실한 투자환경하에서 투자분석을 수행할 경우 전통적인 DCF 기법은 투자분석과정에 현실적인 투자분석관행을 올바르게 반영하지 못한다는 의미이다. 이와 같은 전통적인 DCF 기법의 단점을 보완하기 위한 새로운 투자분석기법으로서 최근 들어 앞에서 인용한 학자들을 포함한 여러 학자들에 의하여 실물옵션 가치결정(ROV)기법이 제안되고 있다.

ROV 기법은 Myers(1973)가 Black-Scholes가 제안한 금융옵션 가치이론을 실물 투자프로젝트의 가치를 결정하기 위해 적용함으로써 시작되었다(Black and Scholes, 1973; Myers, 1977). 그 후 1990년대 중 · 후반에 ROV 기법은 유전개발 및 생산 투자프로젝트, 신약품 R&D 투자프로젝트, IT 구축 투자프로젝트, 인터넷사업 투자프로젝트, 그리고 전통적인 산업공학분야인 재고의사 결정문제, 대체의사 결정문제 등 다양한 실물경제분야에

이 논문은 2004년도 조선대학교 연구비의 지원을 받아 연구되었음.
†연락저자 : 김규태, 광주광역시 동구 서석동 375번지 조선대학교 산업공학과, Fax : 062-230-7128, E-mail : gtkim@mail.chosun.ac.kr
2004 10월 26일 접수, 4회 수정 후 2005 4월 26일 게재 확정.

적용되어 왔으며 그 결과 ROV 기법의 새로운 이론적 영역이 최근에 확립되어 가고 있는 중이다(Miller and Park, 2002).

Busby and Pitts(1997)가 영국의 기업들을 대상으로 수행한 조사에 의하면 각 기업들은 투자프로젝트의 가치를 결정할 때 실물옵션이 매우 중요한 역할을 한다고 인식하고 있으며, 이들 중 대략 50% 이상이 실물옵션가치에 대해 매우 긍정적으로 생각하고 있다고 한다(Busby and Pitts, 1997). 또한 Graham and Harvey(2001)가 4,000개 기업의 CFO를 대상으로 조사한 결과에 의하면 총 응답자의 27%가 회사의 성장 가능성과 관련된 가치를 측정하고 의사결정을 내리기 위해 ROV 기법을 항상 혹은 매우 빈번히 사용하고 있다고 한다(Graham and Harvey, 2001).

그리고 Boriss와 Peli의 조사에 의하면 조사대상기업 중 76%가 NPV 기법에 의하여 기각된 투자프로젝트를 수용하고 있으며 이 중 94%의 기업들이 기각된 투자프로젝트를 수용하는가장 큰 이유로 NPV 기법의 수리적 분석결과보다 투자프로젝트의 전략적 가치를 우위에 두기 때문이라고 한다(Boriss and Peli, 2001). Boriss와 Peli는 이러한 조사결과를 각 기업들이 투자프로젝트에 내재된 옵션의 유연성으로 인하여 야기되는 투자의 기회를 잃고 싶지 않기 때문이라고 해석하고 새로운 투자분석기법으로서 ROV 기법의 중요성을 주장하고 있다. 특히 Moon은 그의 저서에서 ROV에 관한 Business Week의 기사내용을 인용하면서 ROV 기법이 차세대 신경영기법이 될 것이라고 주장하고 있다(Moon, 2002). 위와 같은 총괄적 조사보고서는 아직 파악되지 않았지만 국내에서도 ROV 기법을 이용한 투자프로젝트, 기술 및 기업의 가치평가가 활발하게 시도되고 있다(Yoon, 2001).

위에서 기술한 바와 같이 여러 학자들에 의하여 투자프로젝트의 가치평가를 위한 ROV 기법의 적용성이 제안되고 있으나 ROV 기법 이론의 근원적 태생은 Black-Scholes가 제안한 금융옵션 가치결정이론에 기반을 두고 있다. Black-Scholes 모델이 제안된 이후로 여러 형태의 옵션가치 모델들이 제안되었고, 이러한 모델들은 현재 고려중인 자산의 가치형태가 시간에 따라 어떻게 진행되느냐에 따라 연속적 모델과 불연속적 모델로 구분되고 있다. 대표적인 연속적 옵션가치 모델로는 Black-Scholes 모델, Carr 모델, Geske 모델, Margrabe 모델 등이 있으며, 가장 대표적인 불연속 옵션가치 모델로는 Cox, Ross, Rubinstein이 제안한 이항격자 옵션가치 모델(binomial lattice option pricing model)이 있다(Black and Scholes, 1973; Carr, 1988; Cox, *et al.*, 1979; Geske, 1979; Margrabe, 1978).

그러나 지금까지 제안된 여러 금융옵션 가치결정 모델들을 적용하여 실물옵션가치를 결정하기 위해서는 아직 해결해야 할 근본적 문제점들이 산적해 있다. 이러한 문제점들이 야기되는 가장 큰 이유는 금융옵션과 실물옵션 특성 사이에 상당한 괴리현상이 존재하고 있기 때문이다(Emery, *et al.*, 1978; Miller and Park; 2002, Sick, 1988). 이러한 괴리현상으로 발생한 대표적인 두 가지 문제점만을 간략하게 살펴보면, 첫째 금융옵션과 달리 실물옵션의 가치를 결정하기 위해서 요구되는 쌍대증권(twin security)이 현실적으로 존재하지 않는 경우가 많고, 둘째 실물옵션에는 시장불확실성(market uncertainty)과 기술적 불확실성(technological uncertainty)이 함께 존재하는 경우가 많다는 것이다.

위의 문제점들을 고려하여 Smith와 MaCardle은 실물옵션가치를 결정하기 위해 확률적 동적계획법을 토대로 의사결정이론(decision tree analysis)과 금융옵션이론을 통합한 모델을 제안하였으며(Smith and MaCardle, 199), Park과 Herath는 베이즈안 의사결정기법을 이용하여 실물옵션가치를 결정하는 모델을 제안하였다(Park and Hearth, 2000). 또한 최근에 Boer, Mello와 Pyo, Yao와 Jaafari 등은 기술적 불확실성을 고려한 경우 실물옵션가치를 결정하는 모델을 제안하였다(Boer,2003; Mello and Pyo, 2003; Yao and Jaafar, 2003). 이와 같은 모델들은 금융옵션과 실물옵션 상호간에 존재하고 있는 기술적 문제점들을 해결하기 위한 목적으로 개발되었다. 그러나 이와 달리 본 논문에서 제안한 기회비용 모델은 옵션가치에 내재되어 있는 기회비용에 이론적 근거를 두고 있다. 본 논문에서 파악한 기회비용의 종류로는 자본수익(capital gain; CG), 기대기회손실(expected opportunity loss; EOL), 기대기회수익(expected opportunity gain; EOG) 등이 있다.

기회비용개념으로 옵션 가치를 파악하게 되면 옵션가치의 본질과 옵션가치가 결정되는 과정을 좀 더 직감적으로 이해할 수 있게 되어 옵션가치이론의 현장 적용성이 지금보다 더 활발해질 것으로 기대되고 있다. 또한 Putten과 MacMillan이 최근에 Harvard Business Review 지에 기고한 논문에 의하면 투자프로젝트의 총 가치는 전통적인 순현재가치, 수정옵션가치, 포기가치 등으로 구성되어야 한다고 주장하고 있다(Putten and MacMillan, 2004). 이들이 주장한 포기가치는 미래의 투자환경이 부정적일 경우 현재 고려중인 투자프로젝트를 포기함으로써 얻을 수 있는 경제적 가치를 의미한다. 즉, 이는 콜 옵션가치 결정에 풋 옵션 개념의 가치를 부가해야 한다는 것이다. 그러나 Putten과 MacMillan이 주장한 포기가치는 본 논문에서 파악한 기대기회수익과 동일한 개념이기 때문에 포기가치의 범위가 명확하게 구분되어야 할 것이다. 그렇지 않으면 포기가치로 인하여 투자프로젝트의 총 가치는 과장되게 평가될 것이므로 옵션가치를 올바르게 평가하기 위해서는 옵션가치를 구성하고 있는 기회비용을 정확하게 이해해야 할 필요가 있다.

이 논문은 2장에서 기회비용개념을 이용한 옵션가치를 결정하는 과정을 기술하고 있다. 이 모델을 개발하기 위해 본 논문에서는 투자프로젝트가 연기될 수 있다는 연기옵션으로 가정하고 있으며, 이항격자 옵션가치이론을 위해 수립된 일반적인 가정들과 수리적 관계식들을 도입하고 있다. 3장에서는 Cox, Ross, Rubinstein이 제안한 일반적 이항격자옵션 모델과 본 논문에서 제안한 기회비용 모델이 동일함을 수리적으로 증명하고 있으며, 4장에서는 간단한 수리적 예를 통하여 기회비용 모델의 적용성을 보여주고 있다. 마지막으로 5장에서는 본 논문의 결론을 토의하고 또한 본 연구와 관련된 앞으로의 연구방향을

제시하고 있다.

2. 기회비용 모델 개발

실물옵션가치를 결정하는 기회비용 모델 개발을 위해 본 논문에서는 <그림 1>과 같은 일반적 이항격자 모델을 고려하기로 한다. 본 논문에서 자주 인용되고 있는 여러 변수들에 관한 정의를 먼저 살펴보면 다음과 같다.

변수정의:
V : 각 시점에서의 투자프로젝트의 가치
p : 위험 중립형 확률
u : 투자프로젝트의 가치 상승률
d : 투자프로젝트의 가치 하락률(1/u)
r_f : 무위험이자율(할인율)
NPV_0 : 연기옵션을 고려하지 않은 경우의 투자프로젝트의 순현재가치
NPV_E : 연기옵션을 고려한 경우의 투자프로젝트의 순현재가치
$SNPV$: 투자프로젝트의 전략적 순현재가치
X : 투자프로젝트의 초기 투자자본
A : 투자프로젝트의 연등가 가치
t : 투자프로젝트의 수행시점, t=1,2,⋯,N
j : 각 시점에서의 투자프로젝트의 가치 상승률 수, j=0,1, 2,⋯, N

(단, $d \leq r_f \leq u$).

본 논문에서는 투자프로젝트의 실행시점을 연기할 수도 있다는 가정하에 기회비용개념을 토대로 투자프로젝트의 실물옵션가치를 결정하는 기회비용 모델을 제안하려고 한다. 일반적으로 투자프로젝트에 내재된 연기옵션은 콜 옵션으로 분류되고 있으며, 투자프로젝트의 전략적 순현재가치(strategic net present value; SNPV)는 전통적인 순현재가치(NPV)와 투자프로젝트에 내재된 실물옵션가치(ROV)로 구성되어 있다. 식 (1)은 이를 수리적으로 표현하고 있다(Trigeorgis, 1999).

$$SNPV_0 = NPV_0 + ROV \tag{1}$$

식 (1)에서 NPV_0는 투자프로젝트의 확실성이 고려되지 않은 상태(즉, 옵션이 고려되지 않은 상태)에서 계산된 투자프로젝트의 순현재가치이고, ROV는 투자프로젝트의 불확실성을 고려하여 계산한 옵션의 가치이다. 후자를 실물옵션가치(혹은 프리미엄)라고 하며 일반적으로 기존의 옵션가치이론을 적용하여 이 가치를 직접 구할 수는 없다. 콜 옵션 가격결정이론을 사용하여 투자프로젝트의 실물 콜 옵션가치를 결정하면 이는 실질적인 실물 콜 옵션가치가 아니고(즉, ROV가 아님) 투자프로젝트의 전략적 순현재가치인 SNPV가 된다. 그러므로 많은 경우 ROV는 SNPV와 NPV 차이로 결정되고 있다. 그러나 풋 옵션의 경우 풋 옵션 모델에 의하여 계산된 옵션가치는 풋 옵션가치 그 자체가 된다(Park and Herath, 2000). 본 논문에서는 ROV를 구성하고 있는 요소를 다음과 같이 세 가지 기회비용

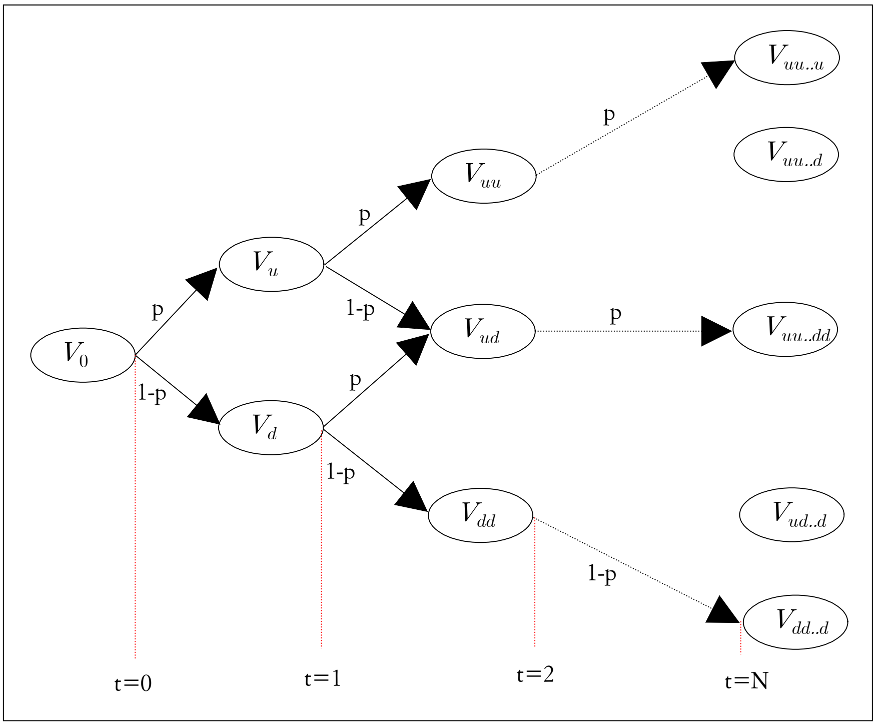

그림 1. 투자프로젝트 가치에 관한 이항격자 모델.

종류로 파악하여 ROV를 직접 구하고 있다: 자본수익(CG), 기대기회손실(EOL), 기대기회수익(EOG). 본 논문에서 자본수익은 투자프로젝트를 연기함으로써 얻게 되는 이자수익을 무위험이자율로 할인한 현재가치로 정의하고 있다.

기대기회손실이란 투자프로젝트를 지금 당장 수행하지 않음으로써 발생한 손실을 무위험이자율로 할인한 현재가치로 정의하였으며, 기대기회수익은 미래의 투자프로젝트의 환경이 바람직하지 않은 상황으로 전개될 경우 투자프로젝트의 수행을 포기함으로써 얻은 이익을 무위험이자율로 할인하여 얻은 현재가치로 정의하였다. 이러한 세 가지 기회비용의 종류들을 고려하여 식 (1)을 다시 표현하면 식 (2)와 같다.

$$SNPV_0 = NPV_0 + CG - EOL + EOG \tag{2}$$

본 논문에서는 귀납적 논리를 토대로 기회비용 모델에 관한 수리적 공식을 유도하고 있다. 다음은 SNPV를 구성하고 있는 각 요소들에 관한 구체적인 내용들을 기술하고 있다.

2.1 전통적 순현재가치(NPV0)

식 (2)에 있는 투자프로젝트의 순현재가치(NPV_0)는 투자프로젝트의 현재가치(PV_0), 기대 연등가가치(A), 초기투자자본(X) 등으로 구성되어 있다. 본 논문에서는 초기투자자본이 투자시점과 상관없이 항상 일정하다고 가정하고 있다. 시점 t=1의 가치를 고려한 투자프로젝트의 현재가치는 식 (3)과 같이 표현된다. 식 (3)에서 A는 투자프로젝트의 연등가가치로서 투자프로젝트의 각 시점 초기에 발생한다고 가정한다. A를 이용한 투자프로젝트의 현재가치를 구하는 식은 식 (4)과 같으므로 식 (3)과 (4)를 이용하면 식 (5)와 같이 A값을 구할 수가 있다.

$$PV_0 = \frac{V_u p + V_d(1-p)}{1+r_f} + A \tag{3}$$

$$PV_0 = A + \frac{A}{r_f} \tag{4}$$

$$A = \frac{r_f\{V_u p + V_d(1-p)\}}{1+r_f} \tag{5}$$

식 (6)은 위 내용을 반영한 NPV_0에 관한 식이다.

$$NPV_0 = PV_0 - X = \frac{V_u p + V_d(1-p)}{1+r_f} + \frac{r_f\{V_u p + V_d(1-p)\}}{1+r_f} - X \tag{6}$$

2.2. 자본수익(CG)

위에서 기술한 바와 같이 자본수익은 투자프로젝트를 연기함으로써 초기투자자본을 무위험이자율이 보장된 투자대안에 투자하여 얻은 이자 총액을 무위험이자율로 할인하여 얻은 현재가치이다. 1년 동안만 투자프로젝트가 연기된다고 가정할 경우 자본수익은 식 (7)과 같다.

$$CG = \frac{X \cdot r_f}{(1+r_f)} \tag{7}$$

2.3 기대기회손실(EOL)

기대기회손실은 투자프로젝트의 수행시점을 연기할 경우 고객에게 제품이나 서비스를 제공할 수 있는 기회를 잃게 되어 발생하는 손실을 무위험이자율로 할인한 현재가치이다. 본 논문에서는 기대기회손실을 계산하기 위한 현금흐름이 매년도 초에 발생한다고 가정하고 있다. 이러한 현금흐름의 기대치를 무위험이자율로 할인하여 얻은 현재가치는 식 (8)과 같이 표현된다. 또는 투자프로젝트 실행을 1년 연기하게 되면 A만큼의 손실을 보게 되므로 EOL의 값은 항상 A의 값과 동일하므로 식 (5)와 같게 된다.

$$EOL = \frac{V_u . r_f . p + V_d \cdot r_f \cdot (1-p)}{(1+r_f)} \tag{8}$$

2.4 기대기회수익(EOG)

기대기회수익은 현재 고려중인 투자프로젝트를 수행하려는 특정한 시점의 투자환경이 부정적일 때(즉, 투자프로젝트의 가치가 초기투자자본보다 적을 경우) 투자프로젝트의 수행을 포기함으로써 얻은 수익을 무위험이자율로 할인하여 얻은 현재가치이다. 예를 들어 투자프로젝트를 1년 연기할 경우 기대기회수익은 식 (9)와 같이 표현된다.

$$EOG = \frac{(SNPV_u - NPV_u) \cdot p + (SNPV_d - NPV_d) \cdot (1-p)}{(1+r_f)} \tag{9}$$

식 (6), (7), (8), (9)를 식 (2)에 대입하여 정리하면 투자프로젝트의 $SNPV_0$에 관한 식 (10)을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} SNPV_0 = & \frac{V_u \cdot p + V_d \cdot (1-p)}{(1+r_f)} \\ & + \frac{r_f \cdot \{V_u \cdot p + V_d \cdot (1-p)\}}{(1+r_f)} - X + \frac{X \cdot r_f}{(1+r_f)} \\ & - \frac{r_f \cdot \{V_u \cdot p + V_d \cdot (1-p)\}}{(1+r_f)} \\ & + \frac{(SNPV_u - NPV_u) \cdot p + (SNPV_d - NPV_d) \cdot (1-p)}{(1+r_f)} \\ = & \frac{1}{(1+r_f)}\{V_u \cdot p + V_d \cdot (1-p) - X \\ & + (SNPV_u - NPV_u) \cdot p + (SNPV_d - NPV_d) \\ & \cdot (1-p)] \end{aligned}$$

$$= \left\{ V_0 - \frac{X}{(1+r_f)} \right\} + \frac{1}{(1+r_f)} [(SNPV_u - NPV_u) \cdot p + (SNPV_d - NPV_d) \cdot (1-p)] \quad (10)$$

Note: $u \cdot p + d(1-P) = 1 + r_f$.

식 (10)은 투자프로젝트를 1년만 연기할 경우의 투자프로젝트의 $SNPV_0$이다. 식 (10)을 확장하여 투자프로젝트를 2년 연장할 경우에는 식 (10)에 있는 $SNPV_u$, $SPNV_d$, NPV_u, NPV_d 값들을 다음의 식들로 대체할 필요가 있다.

$$SNPV_u = \frac{1}{(1+r_f)} [V_{uu} \cdot p + V_{ud} \cdot (1-p) - X + (SNPV_{uu} - NPV_{uu}) \cdot p + (SNPV_{ud} - NPV_{ud})(1-p)]$$

$$SNPV_d = \frac{1}{(1+r_f)} [V_{ud} . p + V_{dd} \cdot (1-p) - X + (SNPV_{ud} - NPV_{ud}) \cdot p + (SNPV_{dd} - NPV_{dd})(1-p)]$$

$$NPV_u = \frac{1}{(1+r_f)} \{ V_{uu} \cdot p + V_{ud} \cdot (1-p) - X \}$$

$$NPV_d = \frac{1}{(1+r_f)} \{ V_{ud} \cdot p + V_{dd} \cdot (1-p) - X \}$$

그러면 2년을 연기할 경우 투자프로젝트의 $SNPV_0$는 식 (11)과 같다.

$$SNPV_0 = \frac{1}{(1+r_f)^2} [V_0 \cdot (1+r_f) \cdot \{u \cdot p + d \cdot (1-p)\} - X + (SNPV_{uu} - NPV_{uu}) \cdot p^2 + (SNPV_{ud} - NPV_{ud}) \cdot 2 \cdot p \cdot (1-p) + (SNPV_{dd} - NPV_{dd}) \cdot p^2]$$

$$= \left\{ V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^2} \right\} + \frac{1}{(1+r_f)^2} \{(SNPV_{uu} - NPV_{uu}) \cdot p^2 + (SNPV_{ud} - NPV_{ud}) \cdot 2 \cdot p \cdot (1-p) + (SNPV_{dd} - NPV_{dd}) \cdot p^2 \} \quad (11)$$

동일한 방법을 적용하여 투자프로젝트를 3년 동안 연기할 경우 투자프로젝트의 $SNPV_0$을 구하면 식 (12)와 같다.

$$SNPV_0 = \frac{1}{(1+r_f)^3} [V_0 \cdot (1+r_f)^2 \cdot \{u \cdot p + d \cdot (1-p)\} - X + (SNPV_{uuu} - NPV_{uuu}) \cdot p^3 + (SNPV_{uud} - NPV_{uud}) \cdot 3 \cdot p^2 \cdot (1-p) + (SNPV_{udd} - NPV_{udd}) \cdot 3 \cdot p \cdot (1-p)^2 + (SNPV_{ddd} - NPV_{ddd}) \cdot (1-p)^3] \quad (12)$$

유사한 방법으로 투자프로젝트를 N년 동안 연기할 경우 투자프로젝트의 $SNPV_0$식을 구하면 다음 식과 같다.

$$SNPV_0 = \left\{ V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N} \right\} + \frac{1}{(1+r_f)^N} \{ (SNPV_{uu...u} - NPV_{uu...u}) \cdot p^N + (SNPV_{u...ud} - NPV_{u...ud}) \cdot p^{N-1} \cdot (1-p) + ... + (SNPV_{ud...d} - NPV_{ud...d}) \cdot p \cdot (1-p)^{N-1} + (SNPV_{uu...u} - NPV_{uu...u}) \cdot (1-p)^{N-1} \}$$

$$= \left\{ V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N} \right\} + \frac{1}{(1+r_f)^N} [\{ Max(0, V_{uu...u} - X) - (V_{uu...u} - X)\} \cdot p^N + \{ Max(0, V_{u...ud} - X) - (V_{u...ud} - X)\} \cdot p^{N-1} \cdot p + ... + \{ Max(0, V_{ud...d} - X) - (V_{ud...d} - X)\} \cdot p \cdot (1-p)^{N-1} + \{ Max(0, (SNPV_{dd...d} - NPV_{dd...d}) - (V_{dd...d} - NPV_{dd...d})\} \cdot \cdot (1-p)^N]$$

위 식을 다시 간략하게 요약하면 아래의 식 (13)과 같다.

$$SNPV_0 = \left\{ V_0 - \frac{1}{(1+r_f)^N} \right\} + \frac{1}{(1+r_f)^N} [\sum_{j=0}^{N} C_N^j \cdot p^j \cdot (1-p)^{N-j} \{ Max(0, u^j d^{N-j} V_0 - X) - (u^j d^{N-j} V_0 - X) \}] \quad (13)$$

식 (13)의 오른쪽 첫 번째 괄호 안의 첫 번째 항은 투자프로젝트의 현재가치이고, 두 번째 항은 투자프로젝트가 N시점에서 투자된 투자자본(옵션 실행가격)의 현재가치이다. 그러므로 첫 번째 괄호 안의 최종 값은 투자프로젝트가 N시점에서 실행되었을 경우(즉, 연기옵션이 N시점에서 실행되었을 경우) 투자프로젝트의 순현재가치임을 알 수가 있다. 본 논문에서는 이를 NPVE라고 표현하고 있다. NPVE 는 또한 NPV와 자본수익(CG)으로 표현될 수가 있는 데, 식 (14)는 이를 수리적으로 보여주고 있다.

$$NPV_E = NPV + CG = V_0 - X + \frac{X\{(1+r_f)^N - 1\}}{(1+r_f)^N} = V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N} \quad (14)$$

식 (13)의 두 번째 괄호 안의 값은 N시점에서 발생한 투자프로젝트의 총 기대기회수익이다. 그러므로 식 (13)을 통하여 투자프로젝트의 전략적 순현재가치($SNPV_0$)는 NPV, CG, EOG 등으로 구성되어 있고, 본 식을 유도하기 위해 초기에 고려한 기대기회손실(EOL)은 연등가가치와 상쇄되어 식 (13)에는 존재하지 않고 있음을 알 수가 있다.

반면, 투자시점이 N이 아닌 다른 시점에서 현재 고려 중인 투자프로젝트의 SNPV를 계산하기 위해서는 다음과 같은 식 (15) 혹은 (16)을 사용할 수가 있다.

$$SNPV_{i,j} = \frac{1}{(1+r_f)}[V_0 \cdot u^j \cdot d^{N-j} \cdot \{u \cdot p + d \cdot (1-p)\} - X(SNPV_{t+1,j+1} - NPV_{t+1,j+1}) \cdot p + (SNPV_{t+1,j} - NPV_{t+1,j}) \cdot (1-p)]$$
$$= \left\{V_o \cdot u^j \cdot d^{N-j} - \frac{X}{(1+r_f)}\right\} + \frac{1}{(1+r_f)} \{SNPV_{t+1,j+1} - NPV_{t+1,j+1}) \cdot p + (SNPV_{t+1,j} - NPV_{t+1,j}) \cdot (1-p)\} \tag{15}$$

$$SNPV_{N,j} = Max\,(0, u^j \cdot d^{N-j} \cdot V_0 - X) \tag{16}$$

단, t = 0, 1, 2, ⋯ , N-1이고 j =0, 1, 2, ⋯, N-1

위에 기술한 식 (13), (15), (16)은 Cox, Ross, Rubinstein 등이 제안한 이항격자 옵션가치결정 모델(CRR 모델)과 동일하며 이에 대한 수리적 증명이 다음 3장에 기술되어 있다.

3. CRR 모델과의 일치성

식 (13)은 연기옵션을 갖고 있는 투자프로젝트를 고려할 경우에 발생할 수 있는 모든 기회비용의 종류들을 포함하고 있음을 위에서 살펴보았다. 본 장에서는 위에서 유도한 기회비용 모델과 CRR 모델과의 일치성에 관하여 논하기로 한다. 이를 위해 식 (13)의 오른 쪽에 있는 두 번째 괄호 안의 식을 분리하여 재정리하면 다음 식 (17)과 같다.

$$SNPV_0 = \left\{V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N}\right\} - \frac{1}{(1+r_f)^N} \left\{\sum_{j=0}^{a-1} C_N^j \cdot p^j \cdot (1-p)^{N-j} \cdot (u^j \cdot d^{N-j} \cdot V_0 - X)\right\} \tag{17}$$

식 (17)에서 “a”는 식 (18)을 만족시키는 가장 작은 양의 정수 값으로 정의한다(Cox and Rubinstein, 1985).

$$u^a \cdot d^{N-a} \cdot V_0 > X \tag{18}$$

또한 이항확률분포함수 식을 고려하여 식 (17)의 오른쪽 두 번째 괄호 안의 수리식을 분리하여 정리하면 식 (19)와 같다.

$$SNPV_0 = \left\{V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N}\right\} - \left\{\begin{array}{l} V_0 \cdot \sum_{j=0}^{a-1} C_N^j \frac{u^j \cdot p^j}{(1+r_f)^j} \cdot \frac{d^{N-j} \cdot (1-p)^{N-j}}{(1+r_f)^{N-j}} \\ - \frac{X}{(1+r_f)^N} \cdot \sum_{j=0}^{a-1} C_N^j \cdot p^j \cdot (1-p)^{N-j} \end{array}\right\} \tag{19}$$

그리고 $p' = \frac{u \cdot p}{(1+r_f)}$ 와 $1-p' = \frac{d \cdot (1-p)}{(1+r_f)}$ 로 놓고 식 (19)를 다시 표현하면 식 (20)과 같이 된다.

$$SNPV_0 = \left\{V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N}\right\} - \{V_0 \cdot \sum_{j=0}^{a-1} C_N^j \cdot (p')^j \cdot (1-p')^{N-j} - \frac{X}{(1+r_f)^N} \cdot \sum_{j=0}^{a-1} C_N^j \cdot p^j \cdot (1-p)^{N-j}\}$$
$$= \left\{V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N}\right\} - \{V_0 \cdot \Phi(a : N, p') - \frac{X}{(1+r_f)^N} \cdot \Phi(a : N, p)\} \tag{20}$$

식 (20)의 오른 쪽 두 번째 괄호 안의 수리적 표현이 일반적인 누적 이항확률분포함수 식임을 알 수가 있다. 그러나 일반적으로 투자프로젝트의 전략적 순현재가치인 $SNPV_0$ 는 보 누적 이항확률분포 함수(complimentary cumulative binomial probability function)로 표현되므로, Φ'을 보 누적 이항확률분포함수로 놓고 식 (20)을 다시 정리하면 식 (21)과 같이 일반적 CRR 모델과 같게 되어 기회비용 모델과 CRR 모델이 일치함이 증명된다(Cox and Rubinstein, 1985).

$$SNPV_0 = \left\{V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N}\right\} - \left\{V_0 \cdot \Phi(a : N, p') - \frac{X}{(1+r_f)^N} \cdot \Phi(a : N, p)\right\}$$
$$= \left\{V_0 - \frac{X}{(1+r_f)^N}\right\} \left[V_0 \cdot \{1 - \Phi'(a : N, p')\} - \frac{X}{(1+r_f)^N} \cdot \{1 - \Phi'(a : N, p)\}\right]$$
$$= V_0 \cdot \Phi'(a : N, p') - \frac{X}{(1+r_f)^N} \cdot \Phi'(a : N, p) \tag{21}$$

4. 수리적 예

본 장에서는 Luenberger의 Investment Science에서 발췌한 예제를 통하여 본 논문에서 제안한 기회비용 모델의 적용성을 보여주고자 한다(Luenberger, 1998). 이 예제를 사용한 이유는 CRR 모델에 의한 옵션가치 결정과정을 생략하고 본 논문에서 제안한 기회비용 모델에 의한 계산만을 보여주기 위해서이다. 본 예제에서는 주가 변동성이 =0.20/년, 현 주가는 $62, 옵션 실행가격은 $60, 만기일은 5개월, 연간 무위험이자율은 10%이며, 배당금은 없다고 가정하고 있다. 옵션가치를 계산하기 이전에 이러한 자료를 이용하여 먼저 주가 상승률과 하락률, 월별 무위험이자율, 위험중립형 확률 등을 계산하면 다음과 같다.

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}} = e^{0.2 \cdot \sqrt{1/12}} = 1.05943/\text{월},$$

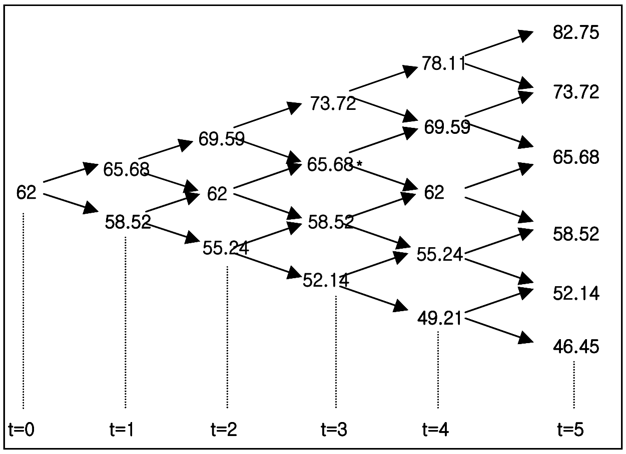

그림 2. 주가에 관한 이항격자 모델.

$$d = e^{-\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}} = e^{-0.2 \cdot \sqrt{1/12}} = 0.94390/\text{월}$$

$$r_f = \frac{10\%}{12} = 0.8333\%,$$

$$p = \frac{(1 + r_f) - d}{u - d} = \frac{1.00833 - 0.9439}{1.05943 - 0.9439} = 0.55769$$

위에서 구한 값들을 이용하여 <그림 2>에 나타낸 바와 같이 각 시점마다 발생하는 주가들을 계산하여 주가 관련 이항격자 모델을 만들 수가 있다. 예를 들어 <그림 2>에 "*"로 표시된 t=3과 j=2의 주가는 $\$65.68(621.05943^{2}0.9439)$가 된다.

현재의 콜 옵션가격을 제외한 모든 콜 옵션의 가격을 결정하기 위해서는 식 (15) 혹은 (16)을 사용하여 각 시점의 콜 옵션가격을 결정할 수가 있다(위 식들에서 사용된 변수 SNPV를 C로 단순히 대체하면 됨). 그리고 만약에 중간 시점의 콜 옵션가격 결정을 생략하고 현재 시점의 콜 옵션만을 계산하려고 하면 식 (13)을 사용하면 된다. 이러한 가격결정을 위한 계산과정은 역산과정을 밟게 되고 <그림 3>은 기회비용 모델을 이용하여 계산한 모든 시점의 콜 옵션을 보여주고 있다. 각 마디에 있는 기울임 글씨체로 표시된 수치는 기회비용 모델을 적용하여 얻

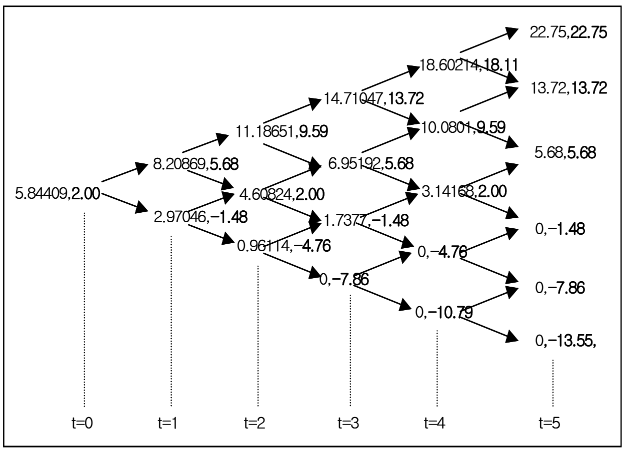

그림 3. 기회비용 모델을 적용한 경우 콜 옵션가격.

은 콜 옵션가치이며 진한 글씨체는 순현재가치를 의미한다. 예를 들어 t=5와 j=2 마디의 콜 옵션가격을 결정하기 위해서는 식 (16)을 사용하여 다음과 같이 그 값을 계산할 수가 있다.

$$C_{t=5,j=2} = Max\,(0, 1.05943^2 \cdot 0.9439^{5-2} \cdot 62 - 60\,) = Max\,(0, -1.47867\,) = 0$$

그 이외의 시점에 관한 옵션가치를 계산하기 위해서는 식 (15)를 사용하면 된다. 예들 들어 식 (15)를 사용하여 t=3과 j=2 마디의 콜 옵션가격을 계산하면 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} C_{t=3,j=2} &= \left\{62 \cdot 1.05943^2 \cdot 0.9439^1 - \frac{60}{(1+0.00833)}\right\} \\ &+ \frac{1}{(1.00883)}\{(10.0801 - 9.59) \cdot 0.55772 + \\ &+ (3.14168 - 2) \cdot 0.44228\} \\ &= (65.6844 - 59.50433) \\ &+ \frac{1}{1.00883}(0.27334 + 0.50494) \\ &= 6.18007 + 0.77185 = 6.95192 \end{aligned}$$

마지막으로 식 (13)을 사용하면 현재 시점의 콜 옵션가격을 다음과 같이 결정할 수가 있다.

$$\begin{aligned} C_0 = 62 &- \frac{60}{(1+0.00833)^5} + \frac{1}{(1+0.00833)^5}[(0.55772)^0 \cdot \\ &(0.44228)^5\{Max(0, 1.05943^0 \cdot 0.9439^5 \cdot 62 - 60) - \\ &(1.05943^0 \cdot 0.9439^5 \cdot 62 - 60)\} + 5 \cdot 0.55772^1 \cdot \\ &0.44228^4\{Max(0, 1.05943^1 \cdot 0.9439^4 \cdot 62 - 60) - \\ &(1.05943^1 \cdot 0.9439^4 \cdot 62 - 60)\} + 10 \cdot 0.55772^2 \cdot \\ &0.44228^3\{Max(0, 1.05943^2 \cdot 0.9439^3 \cdot 62 - 60) - \\ &(1.05943^2 \cdot 0.9439^3 \cdot 62 - 60)\} + 10 \cdot 0.55772^3 \cdot \\ &0.44228^2\{Max(0, 1.05943^3 \cdot 0.9439^2 \cdot 62 - 60) - \\ &(1.05943^3 \cdot 0.9439^2 \cdot 62 - 60)\} + 5 \cdot 0.55772^4 \cdot \\ &0.44228^1\{Max(0, 1.05943^4 \cdot 0.9439^1 \cdot 62 - 60) - \\ &(1.05943^4 \cdot 0.9439^1 \cdot 62 - 60)\} + 10 \cdot 0.55772^5 \cdot \\ &0.44228^0\{Max(0, 1.05943^5 \cdot 0.9439^0 \cdot 62 - 60) - \\ &(1.05943^5 \cdot 0.9439^0 \cdot 62 - 60)\}] \\ &= 4.43774\,(NPV_0 = 2, CG = 2.43774) + 1.40635 \\ &= 5.84409 \end{aligned}$$

CRR 모델을 사용하여 구한 현 시점의 콜 옵션가격은 5.85로서 기회비용 모델을 사용하여 구한 값 5.84409와 비교해 보면 그 오차는 무시할 정도로 매우 작음을 알 수가 있으며, 그 이외의 값들도 소수점 둘째 자리에서 반올림한 값이 서로 같게 나와 기회비용 모델과 CRR 모델이 동일함을 알 수가 있다(Luenberger, 1998).

5. 결론 및 향후 연구방향

본 논문은 투자프로젝트가 연기될 수 있다는 가정하에 연기 콜 옵션의 가격을 구성하고 있는 기회비용의 종류를 자본수익, 기대기회손실, 기대기회수익 등 세 가지의 종류로 파악하여 이를 토대로 연기 콜 옵션의 가격을 결정하는 과정을 보여주었다. 또한 기회비용 모델이 CRR 모델의 수리적 공식과 동일함도 보여주었다.

그러나 CRR 모델과 달리 기회비용 모델은 투자프로젝트 분석가에게 투자의사 결정문제에 관한 좀더 유익한 경제적 해석을 할 수 있는 유익한 정보를 제공하여 주는 장점을 가지고 있다. 예를 들어 전통적인 옵션가치이론에서는 투자프로젝트의 실행 시점을 연기할 경우 반드시 이러한 투자자본이 무위험이자율로 투자되어야 한다고 가정하고 있지만 현실적으로는 무위험이자율을 얻을 수 있는 투자대안이 아닌 좀더 높은 수익률이 보장되는 투자대안에 투자할 수 있는 기회는 항상 존재하게 된다. 이러한 경우가 발생하게 되면 기존의 CRR 모델로는 옵션의 가치를 결정하기가 불가능한 반면, 이러한 경우에도 본 논문에서 제안한 기회비용 모델을 응용하면 옵션의 가격결정이 가능해 진다. Kim과 Choi가 이와 관련된 경제적 해석을 그들의 논문에서 자세하게 기술하고 있다(Kim and Choi, 2003).

본 논문에서 제안한 기회비용 모델과 관련된 앞으로의 연구방향으로는 먼저 본 논문에서 제안한 기회비용 모델을 금융옵션 또는 연기실물옵션과 관련된 실질적 사례에 적용하여 금융옵션 투자나 실물옵션 투자의 타당성을 좀더 구체적으로 비교분석하는 것이다. 그리고 실물옵션에 기회비용개념을 도입하여 금융옵션 가치이론에서 같은 풋-콜 동등가치이론(put-call parity)을 수립하는 것이고, 포기옵션, 확장옵션, 변환옵션 등 여러 종류의 실물옵션에 본 논문에서 제안한 기회비용개념을 확대 적용하여 각 실물옵션의 가격을 결정하는 새로운 모델들을 수립하는 것이 다.

참고문헌

Yoon, W. C. (2001), An Economic Evaluation of Energy-Related Investment Projects Using A Real Options Approach, Research Institute of Energy Economics.

Black, F. and Scholes, M. (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, **81**(May/June), 637-659.

Boriss, O. and Peli, J. (2001), Real Option Approach to R&D Project Valuation: Case Study at Serono International S.A., *The Financier*, **8**(1-4).

Boer, F. P (2003), Risk-Adjusted Valuation of R&D Projects, *Research Technology Management*, Sep./Oct, 50-58.

Busby, J. S., and Pitts, C. G. C. (1997), Real Options in Practice: An Exploratory Survey of How Finance Officers Deal with Flexibility in Capital Appraisal, *Management Accounting Research*, **8**, 169-186.

Carr, P. (1988), The Valuation of Sequential Exchange Opportunities, *The Journal of Finance*, **43**(5), 1235-1256.

Copeland, T. and Antikarov, V. (2001), *Real Options: A Practitioner's Guide*, Texere, NY.

Cox, J. C. and Rubinstein, M. (1985), *Options Markets*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ.

Cox, J. C., Ross, S. A. and Rubinstein, M. (1979), Option Pricing: A Simplified Approach, *Journal of Financial Economics*, **7**(Sep), 229 263.

Dixit, A. K. and Pindyck, R. S. (1994), *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton NJ.

Emery, D.R., Parr, P. C., Mokkelbost, R. B., Gandhi, D., and Saunders, A. (1978), An Investigation of Real Investment Decision Making with the Options Pricing Model, *Journal of Business Finance & Accounting*, **5**(4), 363-369.

Geske, R. (1979), The Valuation of Compound Options, *Journal of Financial Economics*, **7**(March), 63-81.

Graham, J., and Harvey, C. (2001), The Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence from The Field, *Journal of Financial Economics*, **60**, 187-243.

Luenberger, D.G. (1998), *Investment Science*, Oxford University Press, New York NY.

Kim, G. T., and Choi, S. H. (2003), Investigation of the Structure of the Strategic Net Present Value and Its Economic Interpretation through the Opportunity Cost Concept, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **29**(2), 126-134.

Margrabe, W. (1978), The Value of an Option to Exchange One Asset for Another, *The Journal of Finance*, **33**(1), 177-186.

Mello, A. S., and Pyo, U. (2003), Real Options with Market Risks and Private Risks, *Journal of Applied Corporate Finance*, **15**(2), 89-101.

Miller, L. T. and Park, C. S. (2002), Decision Making under Uncertainty-Real Options to the Rescue, *The Engineering Economist*, **47**(2), 105 -150.

Moon, J. (2002), *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decision*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken NJ.

Myers, S. C. (1977), Determinants of Corporate Borrowing, *Journal of Financial Economics*, **5**(Nov), 147-175.

Park, C. S. and Herath, H. S. B., (2000), Exploiting Uncertainty-Investment Opportunities as Real Options: A New Way of Thinking in Engineering Economics, *The Engineering Economist*, **45**(1), 1-36.

Putten, A. B., and MacMillan, I. C. (2004), Making Real Options Really Work, *Harvard Business Review*, December, 134-141.

Rai, R. K. S. and Martin, J. D. (1981), Another Look at the Use of Options Pricing Theory to Evaluate Real Asset Investment Opportunities, *Journal of Business & Accounting*, **8**(3), 421-429.

Sharp, D. J. (1991), Uncovering the Hidden Value in High-Risk Investment, *Sloan Management Review*, Summer, 69-74.

Sick, G. (1988), *Capital Budgeting with Real Options*, Salomon Brothers Centre, New York University, NY.

Smith, J. E. and McCardle, K. F. (1998), Valuing Oil Properties: Integrating Option Pricing and Decision Analysis Approaches, *Operations Research*, **46**(2), 198-217.

Trigeorgis, L. (1999), *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, The MIT Press, the 4th Printing, Cambridge MA.

Yao, J., and Jaafari, A. (2003), Combining Real Options and Decision Tree: An Integrative Approach for Project Investment Decisions and Risk Management, *The Journal of Structured and Project Finance*, Fall, 53-69.

김 규 태
성균관대학교 산업공학 학사
Fairleigh Dickinson 대학교 산업공학 석사
Auburn 대학교 산업공학 박사
현재: 조선대학교 산업공학과 부교수
관심분야: 투자프로젝트 경제성분석, 실물 옵션가치이론 및 응용연구, 의사결정론