

군간-군내-부품내 변동을 고려한 Gage R&R 분석에 관한 연구

이승훈^{1*} · 이창우²

¹동의대학교 정보산업공학과 / ²희성전자 QC팀

A Study of Gage R&R Analysis Considering the Variations of Between-Within Group and Within Part

Seung-Hoon Lee¹ · Chang-Woo Lee²

¹Department of Information & Industrial Engineering, Dong-Eui University, Busan, 614-714

²QC Team, Heesung Electronics Ltd., Daegu, 704-230

The purpose of the Gage R&R study is to determine whether a measurement system is adequate for monitoring a process. If the measurement system variation is small relative to the process variation, then the measurement system is deemed "adequate". The sources of variation associated with the measurement system are compared using an analysis of variance (ANOVA) model, in general. A typical ANOVA model used in a standard Gage R&R study is the two-factor random effect model. Then, the ANOVA partitions the total variation into three categories: repeatability, reproducibility, part variation. However, if the process variation possesses the between group variation, within group variation, and within part variation, these variations can cause the measurement system evaluation to provide misleading results. That is, in the standard Gage R&R study these variations affect the estimate of repeatability, reproducibility, or both. This paper presents a four-factor nested factorial ANOVA model which explicitly considers these variations for the Gage R&R study. The variance component estimators are derived by setting the EMS equations equal to the corresponding mean square from the ANOVA table and solving. And the proposed model is compared with the standard Gage R&R model.

Keywords: Gage R&R study, between group variation, within group variation, within part variation

1. 서론

측정은 공정관리, 품질관리에서 매우 중요한 역할을 하고 있다. 제조현장에서 정확하지 못한 측정은 제품의 품질관정에 오류를 범할 수 있기 때문에 이에 따른 품질비용의 상승을 수반하게 된다. 또 제품의 품질을 지속적으로 개선하기 위해서는 생산되는 제품의 산포를 줄여야 하는데, 이를 위해서는 측

정과정(measurement process)에 존재하는 변동량의 원인을 이해하고 정량화하여야 한다. 즉, 측정과정에서 얻어지는 측정치의 산포가 제품 자체의 변동 때문인지, 계측기 자체의 정확·정밀도 때문인지, 측정작업자의 능력차이 때문인지 등을 구별하여야 하는데, 이를 위해서는 올바른 측정시스템의 관리와 적절한 통계적 분석이 요구된다. 따라서 공정관리, 품질관리를 실시하기 전에 우선 측정시스템분석(measurement system

*연락처 : 이승훈 교수, 614-714 부산시 부산진구 엄광로 995 동의대학교 공과대학 정보산업공학과, Fax : 051-890-1619,

E-mail : shlee@deu.ac.kr

2005년 6월 접수, 1회 수정 후 2005년 8월 게재 확정.

analysis)을 행하여 측정데이터의 신뢰성을 확보하여야 한다.

측정과정에서 얻어지는 측정치에는 실제 생산공정의 변동량, 계측기의 변동량, 그리고 측정작업자의 능력차이로 인한 변동량이 수반되기 마련이다. 계측기의 변동량과 측정작업자의 변동량을 합한 것을 측정시스템의 변동량이라고 한다. 그리고 측정시스템의 변동량은 다시 반복성(repeatability)과 재현성(reproducibility)으로 구분된다. 여기서 반복성(repeatability)이란 “동일의 측정작업자가 동일의 계측기를 갖고 동일한 부품을 측정하였을 때 파생되는 측정의 변동”으로서 계측기 변동(EV; Equipment Variation)이라고도 한다. 반복성은 측정기기 고유의 변동과 동일한 측정위치를 읽어 내지 못해 야기되는 변동량이 모두 포함되어 있다. 재현성(reproducibility)은 “동일한 계측기로 동일한 부품을 측정하였을 때에 측정작업 자간에 나타나는 측정치의 변동”으로서 평가자 변동(AV; Appraiser Variation)이라고 부른다. 그리고 이 두 변동(반복성과 재현성)을 합한 것, 즉 측정시스템의 변동을 ‘Gage R&R’이라고 부른다. 이런 이유로 측정시스템의 변동량 분석, 즉 측정시스템의 정밀도 분석을 Gage R&R 분석이라고 부른다.

Gage R&R 분석에서는 측정의 총 변동량을 공정의 변동량(제품간 변동량), 반복성, 측정작업자 간의 변동량(재현성)을 구분해 각각을 추정한 다음, 반복성과 재현성의 합에 관련된 변동량(R&R)을 총 변동량 혹은 규격의 공차에 대한 비율로 계산하여 해당 측정시스템이 품질관리, 공정관리를 용으로 사용하기에 적합한지를 평가하게 된다. 즉, R&R을 총 변동량 대비로 평가한 것이 %R&R이고, 규격 대비로 평가한 것이 %P/T이다. %R&R은 평가대상의 측정시스템이 공정의 변화를 탐지할 능력을 갖고 있는지를, 즉 공정관리(process control)용으로 사용하기에 적절한지를 평가하는 것이다. %P/T는 공차 대비 측정시스템의 정밀도(Precision/Tolerance)를 나타내며, 평가대상의 측정시스템이 제품의 합격 여부(product acceptability)를 올바르게 판정할 능력을 갖고 있는지를 평가하는 것이다.

Gage R&R이 과도하게 큰 경우에는 제품(부품)의 합·부판정에서 불합격품(nonconforming part)을 합격품(conforming part)으로, 합격품을 불합격품으로 잘못된 결정을 내릴 수 있다. 또 공정의 상태를 바르게 나타내지 못하므로 올바른 공정관리를 수행할 수 없게 되고, 이에 따른 품질비용의 상승을 초래하게 된다. 평가대상의 측정시스템이 제품의 합·부판정용이면 혹은 관리의 관점에서 제품의 합·부판정이 더 중요하다면, %P/T를 우선적으로 참조하여야 하며, 공정관리용이면 혹은 관리의 관점에서 공정 모니터링이 더 중요하다면, %R&R을 우선적으로 참조하여야 한다. 그리고 지속적인 개선을 통하여 공정능력이 향상되면 그에 따라서 측정시스템의 정밀도도 향상되어야 해당 공정을 정확히 모니터링할 수 있다. 따라서 품질수준이 높아지면 높아질수록 규격 대비로 평가하는 %P/T를 참조하기보다는 총 변동량 대비로 평가하는 %R&R을 참조하는 것이 바람직하겠다(Lee, 2002).

통상적인 Gage R&R 분석에서는 평가대상의 계측기를 사용

하는 작업자 중에서 통상 3명 정도를 랜덤하게 선정한다. 공정 변동의 예상되는 범위에 해당되는 통상 10개 정도의 부품을 랜덤하게 추출하여 표본으로 얻은 다음, 각 표본(부품)의 같은 위치(한 곳)를 통상 반복 2~3회로 하여 측정데이터를 얻는다. 이를 분산분석(ANOVA)의 이원배치 모형으로 분석한다.

표면거칠기(조도; surface roughness) 측정, 진원도 측정, 끝이 가늘어지는 부품(taper)의 측정, 혹은 반도체 웨이퍼의 금속막 두께 측정 등에서는 측정위치의 미세한 차이도 측정 데이터에 영향을 줄 수 있다. 부품내 변동이 과도하게 존재하는 경우에는 주로 반복성에 영향을 주어서 측정시스템 평가에 잘못된 결과를 제공할 수 있다. 즉, 부품내 변동이 반복성에 합해져 평가되므로 R&R 값이 실제보다 커진다. 이런 경우에는 부품내 변동(within part variation)을 명시적으로 고려하여 측정시스템을 분석하여야 한다. 먼저, 부품의 모든 영역을 scan하여 얻은 측정데이터를 이용하여 측정시스템을 평가하는 경우에는 AIAG (1995, pp.64-66)의 절차를 이용할 수 있겠다. 이 절차에서는 부품의 모든 영역을 scan하여 최대값과 최소값을 기록하고, 부품내 변동을 고려한 평균과 범위방법(average and range method)으로 분석한다. 다음으로, 각 부품의 여러 위치를 반복 측정하는 경우에는 Burdick and Larsen(1997)이 제안한 지분-요인 실험계획(nested-factorial design) 모형을 이용한 Gage R&R 분석을 행할 수 있다.

본 연구에서는 위의 상황을 확장하여 군간 변동, 군내 변동, 부품내 변동을 모두 고려한 Gage R&R 분석절차를 제안하고자 한다. 예를 들어, 반도체 웨이퍼의 다결정 실리콘 증착공정에서 웨이퍼는 배치(batch)형태로 제조되어, 배치 간 변동이 존재하며, 같은 배치 내 웨이퍼 사이에도 변동이 존재하고, 한 웨이퍼 내에서도 위치에 따라 두께의 변동이 있을 수 있다. 이런 경우, 평가대상의 측정시스템이 해당 공정을 정확히 모니터링할 수 있는지를 평가하기 위해서는 군간 변동, 군내 변동, 부품내 변동을 명시적으로 고려한 Gage R&R 분석절차가 필요하다.

본 연구에서는 우선 2장에서 Gage R&R 분석모형에 관한 선행연구들을 조사·정리한다. 3장에서는 군간-군내-부품내 변동을 고려한 Gage R&R 분석모형을 제안하고, 각 요인의 분산성분을 추정량을 유도하며, 아울러 %P/T의 신뢰구간도 구축한다. 4장에서는 군간-군내-부품내 변동이 있는 경우의 수치예제를 들어, 본 연구의 모형과 통상적인 이원배치모형을 비교·분석한다. 5장에서는 본 연구의 의의를 정리하고 결론을 맺는다.

2. 선행연구

2.1 이원배치모형

전통적인 Gage R&R 분석모형이 실험계획법의 이원배치법(two-way factorial design) 변량모형(random effect model)이다. 이 모형의 데이터 구조식은 다음과 같다(Montgomery and Runger, 1993).

$$X_{ijk} = \mu + O_i + P_j + (OP)_{ij} + E_{ijk}$$

$$i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b; k = 1, 2, \dots, n;$$

여기서 $O_i, P_j, (OP)_{ij}, E_{ijk}$ 는 각각 측정자 효과, 부품 효과, 측정자와 부품 간 교호작용, 반복성에 기인한 오차를 나타내며, 각각 평균이 0이고 분산이 $\sigma_O^2, \sigma_P^2, \sigma_{OP}^2, \sigma_E^2$ 인 정규분포를 따르고, 서로 독립이라고 가정한다.

이 모형에서 반복성, 재현성, Gage R&R에 대한 변동량은 각각 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{Repeatability}^2 = \hat{\sigma}_E^2$$

$$\hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = \hat{\sigma}_O^2 + \hat{\sigma}_{OP}^2$$

$$\hat{\sigma}_{R\&R}^2 = \hat{\sigma}_{Repeatability}^2 + \hat{\sigma}_{Reproducibility}^2$$

2.2 반복측정이 불가능한 경우의 분석모형

Gage R&R 분석을 실험에서 각 시료(부품)에 대하여 반복측정이 불가능한 경우(예를 들어, 파괴검사에 의하여 측정이 이루어지는 경우)에는 각 측정자는 다른 측정자와 서로 다른 시료를 측정하게 된다. 이러한 경우에는 지분실험계획(nested design) 모형으로 분석하여야 한다. 이 모형의 데이터 구조식은 다음과 같다(Montgomery and Runger, 1993).

$$X_{ijk} = \mu + O_i + P(O)_{j(i)} + E_{ijk}$$

이 모형에서 반복성, 재현성에 대한 변동량은 각각 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{Repeatability}^2 = \hat{\sigma}_E^2$$

$$\hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = \hat{\sigma}_O^2$$

2.3 측정날짜 간 검사효과를 고려한 분석모형

Montgomery and Runger(1993)는 각 측정자가 p 개의 부품을 하루에 1회씩 측정하여 n 일 동안 n 회 반복 측정하였을 경우의 분석 모형으로 다음을 제안하였다.

$$X_{ijkl} = \mu + O_i + P_j + (OP)_{ij} + T(O)_{k(i)} + E_{ijkl}$$

여기서 $T(O)_{k(i)}$ 는 측정자에 내포된(nested) 검사효과(test effect)이다.

2.4 측정기기 간 변동을 고려한 분석모형

동일 용도의 측정기기가 여러 개인 경우, 측정기기 간의 변동을 고려한 Gage R&R 분석모형으로 Montgomery and Runger (1993)는 다음과 같은 삼원배치모형을 제안하였다.

$$X_{ijkl} = \mu + O_i + P_j + (OP)_{ij} + T_k + (OT)_{ik} + (PT)_{jk} + (OPT)_{ijk} + E_{l(ijk)}$$

여기서 T 는 측정기기효과를 나타낸다.

2.5 부품내 변동을 고려한 분석모형

한 부품내에서 한 곳의 위치를 측정하는 것이 아니고 여러 위치를 경우에는 측정위치를 무시하고 단순히 각 부품에 대한 반복 데이터로 처리하면, 즉 이원배치모형으로 분석하면 측정 위치에 따른 부품내 변동이 주로 반복성에 포함되므로 반복성에 관한 분산이 과대 평가되어 %R&R 값이 실제보다 나쁘게 나타난다. 따라서 측정위치에 따른 부품내 변동을 반복성과 분리하여 분석하는 방법이 필요하다. Burdick and Larsen(1997)은 회로기판(circuit board)에 도금된 금(plated gold)의 두께(thickness)를 측정하는 X-선 형광분석기(X-ray florescence)에 대한 Gage R&R 분석상황을 예로 들어, 각 기판에 대하여 여러 곳의 측정위치를 정하여, 각 측정자로 하여금 각 기판의 각 위치를 반복 측정하는 Gage R&R 분석모형으로 다음과 같은 지분-요인 실험계획(nested-factorial design) 모형을 제안하였다.

$$X_{ijklm} = \mu + B_i + L(B)_{j(i)} + O_k + BO_{ik} + LO(B)_{jk(i)} + E_{ijklm}$$

여기서 B 는 부품효과, L 는 부품내 효과, O 는 측정자효과를 나타낸다.

그리고 그들은 제조공정에 관련된 총 변동량 $\sigma_{process}^2 = \sigma_B^2 + \sigma_{L(B)}^2$, 측정공정에 관련된 총 변동량 $\sigma_{R\&R}^2 = \sigma_O^2 + \sigma_{BO}^2 + \sigma_{LO(B)}^2 + \sigma_E^2$ 으로 구분하여 표현하였다.

2.6 날짜-교대조-작업장 간 변동을 고려한 분석모형

Borrer et al.(1997)는 날짜, 교대조, 작업장 간 변동을 고려한 Gage R&R 분석 모형을 제안하였다. 즉, d 일 동안 매일 o 개 교대조를 고려하여, 각 교대조의 작업자는 s 개의 작업장으로부터 시료를 추출하여 측정하는 경우를 위하여 다음과 같은 모형을 제안하였다.

$$X_{ijklm} = \mu + D_i + D(O)_{j(i)} + S_k + SD(O)_{kj(i)} + E_{ijklm}$$

여기서 D 는 측정날짜효과, O 는 교대조를 고려한 측정자효과, S 는 작업장효과를 나타낸다. 이 모형에서 반복성, 재현성에 대한 변동량은 각각 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{Repeatability}^2 = \hat{\sigma}_E^2$$

$$\hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = \hat{\sigma}_{D(O)}^2 + \hat{\sigma}_{SD(O)}^2$$

2.7 측정공정 변경효과 파악을 위한 분석모형

Burdick *et al.*(2002)은 측정공정을 변경하였을 경우, 측정공정 변경 전후의 효과를 파악하기 위하여 다음과 같은 혼합모형(mixed model)을 제안하였다.

$$X_{ijk} = \mu + M_i + P_j + O_{j(l)} + MP_{li} + PO_{ij(l)} + E_{ijk}$$

여기서 M_i 은 측정공정효과($l = 1, 2$ 는 측정공정 변경 전후, $M_1 + M_2 = 0$)를 나타낸다.

2.8 이변량 분석모형

Voelkel(2003)은 측정대상이 원통형 제품이며, 특성치가 원의 균형률로서 측정값이 (x, y) 의 이차원 데이터로 얻어지는 경우의 Gage R&R 분석모형으로 다음과 같은 이변량모형(bivariate model)을 제안하였다.

$$U = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

여기서 $U = (X, Y)'$, $\mu = (\mu_1, \mu_2)'$, $\alpha_i \sim N(0, \Sigma_\alpha)$, $\beta_j \sim N(0, \Sigma_\beta)$, $\alpha\beta_{ij} \sim N(0, \Sigma_{\alpha\beta})$, $\epsilon_{ijk} \sim N(0, \Sigma_\epsilon)$ 이다.

3. 군간-군내-부품내 변동을 고려한 Gage R&R 분석절차

3.1 분석모형

본 연구에서는 생산공정에서 군간변동, 군내변동, 부품내 변동이 존재하는 경우를 위하여 군간-군내-부품내 변동을 모두 명시적으로 고려한 Gage R&R 분석절차를 제안하고자 한다. 이와 같은 상황에 해당되는 Gage R&R 분석실험에서, 생산공정의 여러 배치 중에서 랜덤하게 l 개의 배치를 취하고, 각 배치에서 랜덤하게 m 개의 시료(부품)를 추출한 다음, 각 시료의 n 개의 위치를 r 회 반복 측정한다고 하자. 이렇게 하여 얻어진 측정 데이터를 분석하기 위하여 다음과 같은 지분-요인 실험계획(nested-factorial design) 모형을 제안한다.

$$X_{ijksq} = B_i + W_{j(i)} + L_{k(ij)} + O_s + BO_{is} + OW_{sj(i)} + OL_{sk(ij)} + E_{ijksq} \tag{1}$$

$i = 1, 2, \dots, l; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots, n$
 $s = 1, 2, \dots, p; \quad q = 1, 2, \dots, r$

여기서, μ : 전체 평균
 B_i : 배치 간의 효과
 $W_{j(i)}$: 배치 내의 효과

$L_{k(ij)}$: 부품 내의 효과
 O_s : 측정자의 효과
 E_{ijksq} : 반복성에 기인한 오차

그리고 모든 요인은 다음과 같은 서로 독립인 정규분포를 따르는 변량인자(random factor)로 가정한다.

$$B_i \sim N(0, \sigma_B^2)$$

$$W_{j(i)} \sim N(0, \sigma_{W(B)}^2)$$

$$L_{k(ij)} \sim N(0, \sigma_{L(BW)}^2)$$

$$O_s \sim N(0, \sigma_O^2)$$

$$BO_{is} \sim N(0, \sigma_{B \times O}^2)$$

$$OW_{sj(i)} \sim N(0, \sigma_{O \times W(B)}^2)$$

$$OL_{sk(ij)} \sim N(0, \sigma_{O \times L(BW)}^2)$$

$$E_{ijksq} \sim N(0, \sigma_E^2)$$

3.2 분산분석표 작성

본 연구에서 제안한 식 (1)의 모형을 분석하기 위하여, 먼저 각 요인의 제곱합 계산은 다음과 같이 이루어진다.

$$CT = \frac{T^2}{lmnpr}$$

$$\textcircled{1} S_T = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^p \sum_{q=1}^r x_{ijksq}^2 - CT$$

$$\textcircled{2} S_B = \sum_{i=1}^l \frac{T_{i..}^2}{mnpr} - CT$$

$$\textcircled{3} S_{W(B)} = S_{WB} - S_B$$

$$S_{WB} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \frac{T_{ij..}^2}{npr} - CT$$

$$\textcircled{4} S_{L(BW)} = S_{LBW} - S_{WB}$$

$$S_{LBW} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \frac{T_{ijk..}^2}{pr} - CT$$

$$\textcircled{5} S_O = \sum_{s=1}^p \frac{T_{...s}^2}{lmnr} - CT$$

$$\textcircled{6} S_{B \times O} = S_{BO} - S_O - S_B$$

$$S_{BO} = \sum_{i=1}^l \sum_{s=1}^p \frac{T_{i..s}^2}{mnr} - CT$$

$$\textcircled{7} S_{O \times W(B)} = S_{OWB} - S_{W(B)} - S_O - S_{B \times O}$$

$$S_{OWB} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \sum_{s=1}^p \frac{T_{ij..s}^2}{nr} - CT$$

$$\textcircled{8} S_{O \times L(BW)} = S_{OLBW} - S_B - S_{W(B)} - S_{L(BW)} - S_O - S_{B \times O} - S_{O \times W(B)}$$

$$\textcircled{9} S_E = S_T - S_B - S_{W(B)} - S_O - S_{B \times O} - S_{O \times W(B)} - S_{O \times L(BW)}$$

이로부터 <Table 1>과 같은 분석분석표를 작성할 수 있다. 여기서 F-검정 통계량은 <Table 2>의 평균제곱의 기대값(EMS)으로부터 유도된다.

3.3 분산성분 추정

각 요인의 분산성분(variance components)에 대한 불편추정량(unbiased estimator)을 평균제곱의 기댓값(EMS)으로부터 유도하면 다음과 같다.

- ① $\hat{\sigma}_E^2 = V_E$
- ② $\hat{\sigma}_{O \times L(BW)}^2 = \frac{V_{O \times L(BW)} - V_E}{r}$
- ③ $\hat{\sigma}_{O \times W(B)}^2 = \frac{V_{O \times W(B)} - V_{O \times L(BW)}}{nr}$
- ④ $\hat{\sigma}_{B \times O}^2 = \frac{V_{B \times O} - V_{O \times W(B)}}{mnr}$
- ⑤ $\hat{\sigma}_O^2 = \frac{V_O - V_{B \times O}}{lmnr}$
- ⑥ $\hat{\sigma}_{L(BW)}^2 = \frac{V_{L(BW)} - V_{O \times L(BW)}}{pr}$
- ⑦ $\hat{\sigma}_{W(B)}^2 = \frac{V_{W(B)} - V_{O \times W(B)} - V_{L(BW)} + V_{O \times L(BW)}}{npr}$
- ⑧ $\hat{\sigma}_B^2 = \frac{V_B - V_{B \times O} - V_{W(B)} + V_{O \times W(B)}}{mnp r}$

따라서 각 요인의 분산성분이 추정량으로부터 반복성과 제

현성에 관련된 분산, Gage R&R에 관련된 변동량($\hat{\sigma}_{R\&R}^2$)과 구간 변동, 군내 변동, 부품내 변동에 대한 분산과 제조공정에 관련된 변동량($\hat{\sigma}_{Process}^2$)을 정리하면 <Table 3>와 같다.

이로부터 측정시스템의 적합성 평가를 위한 %R&R, %P/T, 구별범주(D_R)는 각각 다음과 같이 계산된다.

$$\%R\&R = \frac{\hat{\sigma}_{R\&R}}{\hat{\sigma}_{Total}} \times 100 \tag{2}$$

$$\%P/T = \frac{6.0 \hat{\sigma}_{R\&R}}{Tolerance} \times 100 = \frac{6.0 \hat{\sigma}_{R\&R}}{USL - LSL} \times 100 \tag{3}$$

$$D_R = 1.41 \times \frac{\hat{\sigma}_{Process}}{\hat{\sigma}_{R\&R}} \tag{4}$$

3.4 Gage R&R에 관한 신뢰구간

본 절에서는 $\sigma_{R\&R}^2$ 에 관한 신뢰구간을 구축하기로 한다. 본 연구에서의 $\sigma_{R\&R}^2$ 에 관한 정확한 신뢰구간을 구할 수 없고, 근사적인 신뢰구간만 가능하다. 근사적인 신뢰구간을 구하는 방법으로 Welch(1956)의 대표본 근사(large-sample normal theory) 방법과 Graybill and Wang(1980)의 수정대표본 근사방법(MLS;

Table 1. ANOVA table for proposed model

Source	d.f.	SS	MS	F_0
B	$l-1$	S_B	V_B	$V_B / V_{W(B)}$
W(B)	$l(m-1)$	$S_{W(B)}$	$V_{W(B)}$	$V_{W(B)} / V_{L(WB)}$
L(BW)	$lm(n-1)$	$S_{L(WB)}$	$V_{L(WB)}$	$V_{L(WB)} / V_{O \times L(WB)}$
O	$p-1$	S_O	V_O	$V_O / V_{B \times O}$
B×O	$(l-1)(p-1)$	$S_{B \times O}$	$V_{B \times O}$	$V_{B \times O} / V_{O \times W(B)}$
O×W(B)	$l(p-1)(m-1)$	$S_{O \times W(B)}$	$V_{O \times W(B)}$	$V_{O \times W(B)} / V_{O \times L(WB)}$
O×L(BW)	$lm(p-1)(n-1)$	$S_{O \times L(WB)}$	$V_{O \times L(WB)}$	$V_{O \times L(WB)} / V_E$
Error	$lmnp(r-1)$	S_E	V_E	
Total	$lmnp r - 1$	S_T		

Table 2. EMS table for proposed model

Source	EMS
B_i	$\sigma_E^2 + nr\sigma_{O \times W(B)}^2 + r\sigma_{O \times L(BW)}^2 + pr\sigma_{L(BW)}^2 + npr\sigma_{W(B)}^2$
$W_{j(i)}$	$\sigma_E^2 + nr\sigma_{O \times W(B)}^2 + r\sigma_{O \times L(BW)}^2 + pr\sigma_{L(BW)}^2 + npr\sigma_{W(B)}^2$
$L_{k(ij)}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{O \times L(BW)}^2 + pr\sigma_{L(BW)}^2$
O_s	$\sigma_E^2 + nr\sigma_{O \times W(B)}^2 + r\sigma_{O \times L(BW)}^2 + mnr\sigma_{B \times O}^2 + lmnr\sigma_O^2$
$B \times O_{is}$	$\sigma_E^2 + nr\sigma_{O \times W(B)}^2 + r\sigma_{O \times L(BW)}^2 + mnr\sigma_{B \times O}^2$
$O \times W_{sj(i)}$	$\sigma_E^2 + nr\sigma_{O \times W(B)}^2 + r\sigma_{O \times L(BW)}^2$
$O \times L_{sk(ij)}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{O \times L(BW)}^2$
$E_{q(ijks)}$	σ_E^2

Table 3. Variations of measurement and manufacturing processes

Source	Variance components
Measurement process	$\hat{\sigma}_{R\&R}^2 = \hat{\sigma}_{Repeatability}^2 + \hat{\sigma}_{Reproducibility}^2$
Repeatability	$\hat{\sigma}_{Repeatability}^2 = \hat{\sigma}_E^2$
Reproducibility	$\hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = \hat{\sigma}_O^2 + \hat{\sigma}_{B \times O}^2 + \hat{\sigma}_{O \times W(B)}^2 + \hat{\sigma}_{O \times L(BW)}^2$
Manufacturing process	$\hat{\sigma}_{Process}^2 = \hat{\sigma}_B^2 + \hat{\sigma}_{W(B)}^2 + \hat{\sigma}_{L(BW)}^2$
Within group	$\hat{\sigma}_B^2$
Between group	$\hat{\sigma}_{W(B)}^2$
Within part	$\hat{\sigma}_{L(BW)}^2$
Total	$\hat{\sigma}_{Total}^2 = \hat{\sigma}_{R\&R}^2 + \hat{\sigma}_{Process}^2$

modified large-sample method)을 이용할 수 있다. 일반적으로 MLS 방법이 더 우수하다고 알려져 있으므로(Burdick and Graybill, 1992), 본 연구에서는 MSL 방법을 적용하여 $\sigma_{R\&R}^2$ 에 관한 근사적인 신뢰구간을 구해 보기로 한다.

먼저, 기호의 편의상 다음을 정의하기로 한다.

$$B = 1, W(B) = 2, L(BW) = 3, O = 4, B \times O = 5, \\ O \times W(B) = 6, O \times L(BW) = 7, E = 8$$

MLS 방법을 적용하기 위하여 Burdick and Graybill(1992)의 식 (3.2.2)를 이용하면 본 연구의 $\sigma_{R\&R}^2$ 의 $1 - 2\alpha$ 신뢰구간은 다음과 같이 구해진다.

$$[L_{R\&R} : U_{R\&R}] = \left[\hat{\sigma}_{R\&R}^2 - \frac{\sqrt{L}}{lmnpr} : \hat{\sigma}_{R\&R}^2 + \frac{\sqrt{U}}{lmnpr} \right] \quad (5)$$

여기서

$$L = G_4^2 V_4^2 + G_5^2 (l-1)^2 V_5^2 + G_6^2 \{l(m-1)\}^2 V_6^2 + \\ G_7^2 \{lm(n-1)\}^2 V_7^2 + G_8^2 \{lmnp(r-1)\}^2 V_8^2 \\ U = H_4^2 V_4^2 + H_5^2 (l-1)^2 V_5^2 + H_6^2 \{l(m-1)\}^2 V_6^2 + \\ H_7^2 \{lm(n-1)\}^2 V_7^2 + H_8^2 \{lmnp(r-1)\}^2 V_8^2$$

$$G_l = 1 - \frac{1}{F_{\alpha, n_l, \infty}} \quad (l = 4, 5, 6, 7, 8)$$

$$H_l = \frac{1}{F_{1-\alpha, n_l, \infty}} - 1 \quad (l = 4, 5, 6, 7, 8)$$

%P/T의 $1 - 2\alpha$ 신뢰구간은 식 (5)의 $\sigma_{R\&R}^2$ 의 $1 - 2\alpha$ 신뢰구간으로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\left[\frac{6\sqrt{L_{R\&R}}}{Tolerance} \times 100 : \frac{6\sqrt{U_{R\&R}}}{Tolerance} \times 100 \right]$$

4. 수치 예제

본 연구의 수치 예제를 위하여 반도체 웨이퍼의 다결정 실리콘

증착공정의 예를 들기로 한다. <Figure 1>과 같이 증착공정의 여러 배치 중에서 랜덤하게 3개의 배치를 취하고, 각 배치에서 랜덤하게 3개의 시료(웨이퍼)를 추출한 다음, 각 시료에서 상하 좌우 4곳의 위치에서 실리콘층의 두께를 반복 2회 측정하여 <Table 4>와 같은 데이터를 얻었다고 가정하기로 한다.

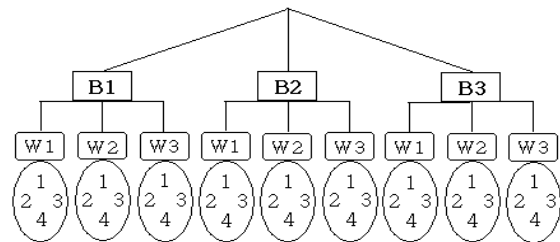


Figure 1. A measurement experiment.

Table 4. Measurement data (unit : Å)

batch	wafer	location	replication	operator		
				1	2	3
1	1	1	1	3594	3596	3595
			2	3595	3596	3596
		2	1	3595	3594	3594
			2	3595	3595	3594
		3	1	3591	3590	3590
			2	3590	3589	3589
	2	1	1	3600	3600	3601
			2	3600	3599	3600
		2	1	3603	3602	3603
			2	3602	3601	3602
		3	1	3599	3598	3599
			2	3598	3597	3597
3	3	1	1	3597	3596	3596
			2	3596	3595	3596
		2	1	3594	3592	3593
			2	3592	3591	3592
		3	1	3594	3594	3595
			2	3594	3594	3594
	4	1	1	3589	3587	3588
			2	3589	3587	3588
		2	1	3588	3587	3587
			2	3588	3586	3586

Table 4. Measurement data (unit : Å)

batch	wafer	location	replication	operator		
				1	2	3
2	1	1	1	3588	3587	3587
			2	3588	3588	3588
		2	1	3589	3588	3589
			2	3587	3587	3587
		3	1	3581	3583	3583
			2	3581	3584	3582
		4	1	3586	3587	3587
			2	3587	3586	3586
	2	1	1	3598	3597	3596
			2	3598	3597	3597
		2	1	3592	3592	3592
			2	3591	3591	3591
		3	1	3591	3595	3593
			2	3592	3593	3594
		4	1	3598	3595	3597
			2	3598	3594	3596
	3	1	1	3592	3592	3591
			2	3590	3591	3591
		2	1	3589	3590	3590
			2	3587	3587	3587
		3	1	3584	3583	3583
			2	3583	3582	3583
		4	1	3592	3593	3592
			2	3592	3592	3591
3	1	1	1	3603	3602	3603
			2	3603	3601	3603
		2	1	3598	3597	3597
			2	3596	3595	3596
		3	1	3595	3594	3594
			2	3593	3592	3592
		4	1	3599	3599	3600
			2	3602	3601	3601
	2	1	1	3611	3612	3612
			2	3612	3613	3614
		2	1	3610	3609	3609
			2	3608	3608	3608
		3	1	3604	3605	3605
			2	3604	3604	3604
		4	1	3612	3611	3612
			2	3612	3612	3612
	3	1	1	3609	3609	3609
			2	3609	3607	3608
		2	1	3608	3606	3607
			2	3606	3606	3605
		3	1	3604	3603	3604
			2	3606	3604	3605
		4	1	3607	3607	3607
			2	3609	3608	3609

먼저, <Table 4>의 데이터로부터 3.2절에서 유도한 계산식을 이용하여 본 연구의 모형에 대한 분산분석표를 작성하면 <Table 5>와 같다.

Table 5. ANOVA Table

Source	d.f.	SS	MS	F ₀
B	2	8628.90	4314.4500	7.36
W(B)	6	3517.31	586.2183	9.58
L(BW)	27	1649.83	61.1048	76.00
O	2	6.73	3.3650	3.68
B×O	4	3.66	0.9150	1.04
O×W(B)	12	10.53	0.8775	1.09
O×L(BW)	54	43.42	0.8041	1.01
Error	108	86.00	0.7963	
Total	215	13946.37		

그리고 3.3절에서 유도한 분산성분의 추정식으로부터 추정값을 계산하면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_E^2 = 0.7963$$

$$\hat{\sigma}_{O \times L(BW)}^2 = \frac{V_{O \times L(BW)} - V_E}{r} = 0.0039$$

$$\hat{\sigma}_{O \times W(B)}^2 = \frac{V_{O \times W(B)} - V_{O \times L(BW)}}{nr} = 0.0092$$

$$\hat{\sigma}_{B \times O}^2 = \frac{V_{B \times O} - V_{O \times W(B)}}{mnr} = 0.0015$$

$$\hat{\sigma}_O^2 = \frac{V_O - V_{B \times O}}{lmnr} = 0.034$$

$$\hat{\sigma}_{L(BW)}^2 = \frac{V_{L(BW)} - V_{O \times L(BW)}}{pr} = 10.0502$$

$$\hat{\sigma}_{W(B)}^2 = \frac{V_{W(B)} - V_{O \times W(B)} - V_{L(BW)} + V_{O \times L(BW)}}{npr} = 21.8766$$

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{V_B - V_{B \times O} - V_{W(B)} + V_{O \times W(B)}}{mnp} = 51.7805$$

계산된 분산성분의 추정값으로부터 반복성과 재현성에 기인한 변동량, Gage R&R 변동량, 공정변동량, 그리고 총 변동량을 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{Repeatability}^2 = \sigma_E^2 = 0.7963$$

$$\hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = \sigma_O^2 + \sigma_{B \times O}^2 + \sigma_{O \times W(B)}^2 + \sigma_{O \times L(BW)}^2 = 0.0486$$

$$\hat{\sigma}_{R\&R}^2 = \hat{\sigma}_{Repeatability}^2 + \hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = 0.8449$$

$$\hat{\sigma}_{Process}^2 = \hat{\sigma}_B^2 + \hat{\sigma}_{W(B)}^2 + \hat{\sigma}_{L(BW)}^2 = 83.7073$$

$$\hat{\sigma}_{Total}^2 = 84.5522$$

따라서 Gage R&R 평가지표인 %R&R, 구별범주(D_R)를 계산하면 다음과 같다.

$$\%R\&R = \frac{\hat{\sigma}_{R\&R}}{\hat{\sigma}_{Total}} \times 100 = \frac{\sqrt{0.8449}}{\sqrt{84.5522}} \times 100 = 9.996\%$$

$$D_R = 1.41 \frac{\hat{\sigma}_{Process}}{\hat{\sigma}_{R\&R}} = 1.41 \frac{\sqrt{83.7073}}{\sqrt{0.8449}} = 14.03$$

이 예제의 경우 %R&R 값이 10% 이내에 들기 때문에 Gage R&R 평가기준에 의하면 해당 측정시스템은 적합하다고 판정한다.

다음으로 MLS 방법에 의한 $\sigma^2_{R\&R}$ 에 관한 95% 신뢰구간을 구해보기로 한다. 먼저,

$$G_l = 1 - \frac{1}{F_{\alpha, n_l, \infty}} \quad (l = 4, 5, 6, 7, 8)$$

$$(n_l = 2, 4, 12, 54, 108)$$

$$G_4 = 0.7289 \quad G_5 = 0.6410$$

$$G_6 = 0.4858 \quad G_7 = 0.2913$$

$$G_8 = 0.2211$$

$$H_l = \frac{1}{F_{1-\alpha, n_l, \infty}} \quad (l = 4, 5, 6, 7, 8)$$

$$(n_l = 2, 4, 12, 54, 108)$$

$$H_4 = 38.5257 \quad H_5 = 7.2576$$

$$H_6 = 1.7255 \quad H_7 = 1.5177$$

$$H_8 = 0.3312$$

이므로,

$$L = G_4^2 V_4^2 + G_5^2 (l-1)^2 V_5^2 + G_6^2 \{l(m-1)\}^2 V_6^2 +$$

$$G_7^2 \{lm(n-1)\}^2 V_7^2 + G_8^2 \{lmnp(r-1)\}^2 V_8^2$$

$$= 414.1560$$

$$U = H_4^2 V_4^2 + H_5^2 (l-1)^2 V_5^2 + H_6^2 \{l(m-1)\}^2 V_6^2 +$$

$$H_7^2 \{lm(n-1)\}^2 V_7^2 + H_8^2 \{lmnp(r-1)\}^2 V_8^2$$

$$= 18741.9988$$

로 계산되어, $\sigma^2_{R\&R}$ 에 관한 95% 신뢰구간은 식 (5)에 의하여 다음과 같이 구해진다.

$$\left[\hat{\sigma}^2_{R\&R} - \frac{\sqrt{L}}{lmnp} : \hat{\sigma}^2_{R\&R} + \frac{\sqrt{U}}{lmnp} \right]$$

$$\Rightarrow \left[0.8449 - \frac{\sqrt{414.1560}}{72} : 0.8449 + \frac{\sqrt{18741.9988}}{72} \right]$$

$$\Rightarrow [0.5623; 2.7464]$$

분석한 모형에 대한 타당성을 검토하기 위하여 잔차 플롯(residual plot)을 작성한 결과가 <Figure 2>에 주어져 있다. <Figure 2>의 잔차 플롯으로부터 정규성, 등분산성, 불편성, 독립성을 만족함을 확인할 수 있다.

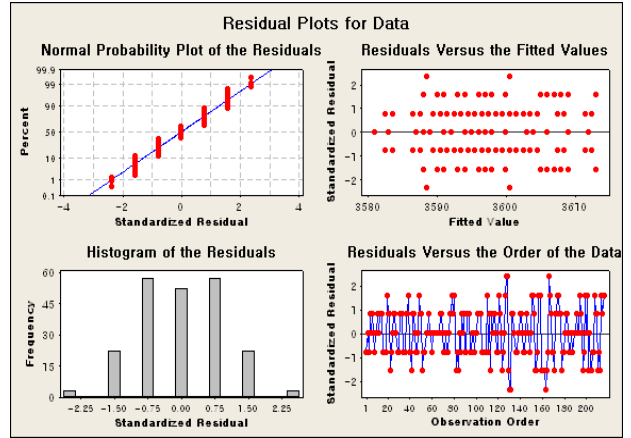


Figure 2. Residual plots.

이원배치 모형분석으로 분석하였을 경우의 오류

본 절의 수치 예제 측정데이터에 대하여 군간-군내-부품내 변동을 고려하지 않고, 단순 반복 데이터로 간주하여 이원배치모형으로 분석하여 보기로 한다. 먼저, 이원배치모형에 대한 분산분석표를 작성하여 보면 <Table 6>와 같다.

Table 6. ANOVA table for two-way random effect model

Source	d.f.	SS	MS	F_0
Wafer	8	12146.2	1518.28	1712.52
Operator	2	6.7	3.37	9.8
Wafer×Operator	16	14.2	0.89	0.09
Error	189	1779.2	9.41	
Total	215	13946.4		

이원배치 모형의 Gage R&R 분석절차에서의 각 요인의 분산성분을 추정하면 다음과 같다(Montgomery and Runger, 1993).

$$\hat{\sigma}^2_{Repeatability} = 9.41$$

$$\hat{\sigma}^2_{Reproducibility} = \hat{\sigma}^2_o + \hat{\sigma}^2_{ow} = 0.0344$$

$$\hat{\sigma}^2_{R\&R} = \hat{\sigma}^2_{Repeatability} + \hat{\sigma}^2_{Reproducibility} = 9.4444$$

$$\hat{\sigma}^2_w = 63.2246$$

$$\hat{\sigma}^2_{Total} = 72.6690$$

따라서 이원배치모형으로 분석하였을 경우, %R&R 값과 구별범주(D_R)를 계산하면 다음과 같다.

$$\%R\&R = \frac{\hat{\sigma}_{R\&R}}{\hat{\sigma}_{Total}} \times 100 = 36.05$$

$$D_R = 1.41 \times \frac{\hat{\sigma}_W}{\hat{\sigma}_{R\&R}} = 3.6482$$

그러므로 이원배치모형으로 분석하게 되면, %R&R 값이 30% 이상 되어 Gage R&R 평가기준에 의하면 해당 측정시스템은 부적합하다고 판정하게 된다. 위와 같은 실험상황에서 군간-군내-부품내 변동을 무시하고 단순히 각 부품에 대한 반복 데이터로 처리하면, 즉 이원배치모형으로 분석하면 이러한 변동량이 주로 반복성에 포함되므로 반복성에 관한 분산이 과대 평가되어 결과적으로 %R&R 값이 실제보다 나쁘게 평가되는 오류를 범하게 된다.

참고로, Burdick and Larsen(1997)이 제안한 부품내 변동을 고려한 2.5절의 Gage R&R 분석모형으로 분석하여 보기로 한다. 먼저, 이 모형에 대한 분산분석표를 작성하면 <Table 7>과 같다.

Table 7. ANOVA table for Burdick and Larsen model

Source	d.f.	SS	MS	F ₀
W	8	12146.20	1518.2750	24.81
L(W)	27	1649.83	61.1048	76.00
O	2	6.73	3.3650	3.80
O×W	16	14.19	0.8869	1.10
O×L(W)	54	43.42	0.8040	1.01
Error	108	86.00	0.7963	
Total	215	13946.37		

그리고 이 모형에 대한 분산성분의 추정값을 계산하면 다음과 같다(이는 미니탭의 GLM 절차를 이용하면 구할 수 있음).

$$\hat{\sigma}_{W}^2 = 60.7120; \hat{\sigma}_{L(W)}^2 = 10.0502; \hat{\sigma}_{E}^2 = 0.7963;$$

$$\hat{\sigma}_{O}^2 = 0.034; \hat{\sigma}_{O \times W}^2 = 0.0103; \hat{\sigma}_{O \times L(BW)}^2 = 0.0039$$

계산된 분산성분의 추정값으로부터 반복성과 재현성에 기인한 변동량, Gage R&R 변동량, 공정변동량, 그리고 총 변동량을 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{Repeatability}^2 = \sigma_E^2 = 0.7963$$

$$\hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = \sigma_O^2 + \sigma_{W \times O}^2 + \sigma_{O \times L(W)}^2 = 0.0486$$

$$\hat{\sigma}_{R\&R}^2 = \hat{\sigma}_{Repeatability}^2 + \hat{\sigma}_{Reproducibility}^2 = 0.8449$$

$$\hat{\sigma}_{Process}^2 = \hat{\sigma}_W^2 + \hat{\sigma}_{L(W)}^2 = 70.7622$$

$$\hat{\sigma}_{Total}^2 = 71.6071$$

따라서 Gage R&R 평가지표인 %R&R, 구별범주(D_R)를 계산하면 다음과 같다.

$$\%R\&R = \frac{\hat{\sigma}_{R\&R}}{\hat{\sigma}_{Total}} \times 100 = 10.86\%$$

$$D_R = 1.41 \frac{\hat{\sigma}_{Process}}{\hat{\sigma}_{R\&R}} = 12.94$$

본 연구의 모형(군간-군내-부품내 변동을 고려한 모형)과 Burdick and Larsen(1997)이 제안한 부품내 변동을 고려한 모형의 결과를 비교하여 보면, Gage R&R 추정값은 같은 결과를 준다. 그러나 공정변동량에 대한 추정값은 Burdick and Larsen(1997) 모형에서는 군간 변동을 명시적으로 고려하지 않음으로 인하여 과소평가되어 %R&R 값이 실제보다 다소 나쁘게 평가된다. 따라서 군간-군내-부품내 변동이 존재하는 경우에 이원배치 모형으로 분석하면 매우 잘못된 결과를 얻게 되고, Burdick and Larsen(1997) 모형으로 분석하면 이원배치모형에 비해서는 양호하지만 공정변동량이 과소평가되므로, 좀더 엄밀한 분석을 원한다면 본 연구의 모형으로 분석하는 것이 바람직하겠다.

5. 결론

부품이 군(group, lot, batch)으로 생산되는 경우에는 각 군마다 변동이 존재하며, 같은 군내의 부품들 사이에도 변동이 존재하고, 한 부품 내에서도 위치에 따라 변동이 있을 수 있다. 이런 경우, 평가대상의 측정시스템이 해당 공정을 정확히 모니터링할 수 있는지를 평가하기 위해서는 군간 변동, 군내 변동, 부품내 변동을 명시적으로 고려한 Gage R&R 분석절차가 필요하다. 이에 본 연구에서는 군간-군내-부품내 변동을 고려한 Gage R&R 분석절차를 위하여 실험계획법의 지분-요인 실험계획(nested-factorial design) 모형을 제안하였다. 그리고 각 요인의 분산성분의 추정량을 유도하였으며, Gage R&R 분석의 평가지표인 %R&R, %PT, 구별범주에 대한 추정량을 유도하였다. %PT의 신뢰구간을 MLS 방법에 의하여 유도하였다.

만일 군간-군내-부품내 변동을 고려한 Gage R&R 분석을 위한 측정실험의 데이터를 전형적인 Gage R&R 분석모형인 이원배치모형으로 분석하게 되면, 군간-군내-부품내 변동이 주로 반복성에 포함되게 되어, 즉 공정(process)의 변동량이 측정시스템의 변동량으로 평가되어 실제 Gage R&R 값보다 크게 되는 잘못된 결과를 얻게 된다.

본 연구에서 제안한 절차는 배치(로트)생산 형태에서, 부품내의 여러 위치에서 측정이 이루어지는 경우에 대한 Gage R&R 분석을 위하여 유용하게 활용될 수 있을 것으로 여겨진다.

참고문헌

Lee, S.H. (2002), *Minitab Measurement Systems Analysis*, Eretech.

Automobile Industrial Action Group(AIAG) (1995), *Measurement System Analysis Reference Manual*, 2nd Ed., ASQC Quality Press.

Borror, C. M., Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (1997), Confidence Intervals for Variance Components from Gauge Capability Studies, *Quality and Reliability Engineering International*, 13(6), 361-369.

Burdick, R. K., Allen, A. E. and Larsen, G. A. (2002), Comparing Variability of Two Measurement Processes Using R&R Studies, *Journal of Quality*

- Technology*, 34(1), 97-105.
- Burdick, P. K and Graybill, F. A. (1992), *Confidence Intervals on Variance Components*, Marcel Dekker, New York.
- Burdick, R. K. and Larsen, G. A. (1997), Confidence Intervals on Measurement of Variability in R&R Studies, *Journal of Quality Technology*, 29(3), 261-173.
- Graybill, F. A. and Wang, C. M. (1980), Confidence Intervals on Nonnegative Linear Combinations of Variances, *Journal of American Statistical Association*, 75, 869-873.
- Hicks, C. R. (1980), Checking Instrumentation by Statistical Methods, *Journal of Quality Technology*, 12(4), 181-186.
- Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (1993), Gauge Capability and Designed Experiments. Part II: Experimental Design Models and Variance Component Estimation. *Quality Engineering*, 6(2), 289-305.
- Voelkel, J. G. (2003), Gauge R&R Analysis for Two-Dimensional Data with Circular Tolerances. *Journal of Quality Technology*, 35(2), 153-167.
- Welch, B.L. (1956), On Linear Combinations of Several Variances. *Journal of American Statistical Association*, 51, 132-148.



이 승 훈

성균관대학교 산업공학과 학사
 KAIST 산업공학과 석사
 KAIST 산업공학과 박사
 현재: 동의대학교 정보산업공학과 교수
 관심분야: 품질공학, 6시그마, 실험계획법,
 품질정보시스템



이 창 우

동의대학교 정보산업공학과 학사
 동의대학교 정보산업공학과 석사
 현재: 희성전자 QC팀
 관심분야: 품질관리, 6시그마, 품질정보시스템