

<論文>

반응표면법의 향상된 최적화 알고리즘 구성에 관한 연구

박정산* , 이동주** , 임종빈**

The Study for Construction of the Improved Optimization Algorithm

by the Response Surface Method

J. S. Park, D. J. Lee, J. B. Im

Abstract

Response Surface Method (RSM) constructs approximate response surfaces using sample data from experiments or simulations and finds optimum levels of process variables within the fitted response surfaces of the interest region. It will be necessary to get the most suitable response surface for the accuracy of the optimization. The application of RSM plan experimental designs. The RSM is used in the sequential optimization process. The first goal of this study is to improve the plan of central composite designs of experiments with various locations of axial points. The second is to increase the optimal efficiency applying a modified method to update interest regions.

Key Words : 중심합성계획법(Central Composite Design), 흥미영역(Interest Region), 반응치 구속방법 (Method of Response Limitation)

I. 서론

구조물의 구조경량화와 안정성 향상을 위해 지난 수십 년 동안 최적화 기법에 관한 연구가 계속되어 오고 있으며 그 응용범위 또한 지속적으로 증가하고 있다[1-4]. 최근에는 전통적인 도함수 기반의 최적화 기법 외에도 반응표면법, 시뮬레이티드 어닐링, 유전자 알고리즘, 타부 서치 등 다양한 비도함수 최적화 기법이 연구되고 있다[5-10]. 설계변수의 연속성이 보장되어야하는 전통적인 도함수 기반의 최적화 기법에 비해, 비도함수 최적화 기법은 전역최적해의 추구와 불연속 설계변수의 적용이 용이하다. 하지만 과도한 반복횟수로 인해 계산시간이 늘어나기 때문에 실제 복잡하고 다양한 설계변수와 제한조건을 갖는 최적화에 적용하기 어려운 점이 있다. 최근 이를 극복하기 위한 연구가 꾸준히 이루어지고 있다. 그 중에 반응표면법을 적용한 최적화 기법은 괄목할만한 성장을 이루었다[11-13].

반응표면법은 1950년대에 Box와 Wilson에[14] 의해 통계학분야에서 처음으로 제시되었다. 이 후 향

* 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

** 한국항공대학교 대학원

연락처 e-mail : jungsun@hau.ac.kr

상된 반응표면을 얻기 위한 연구가 다양하게 이루어져 왔으며 1966년 Hill과 Hunter[15], 1989년 Myer[16]등에 의해 체계화되었다. 향상된 반응표면을 얻기 위해서 1947년 R. A. Fisher에 [17-18] 의해 제시된 실험계획법이 도입되었고, 순차적 최적화 기법을 적용함으로써 오차를 최소화하는 연구가 수행되었다. 본 연구는 실험계획법과 순차적 최적화 기법을 보완함으로써 반응표면법을 이용한 최적화 알고리즘의 효율성을 높였다.

반응표면법에 일반적으로 이용되는 실험계획법은 중심합성계획법(central composite design; CCD)과 D-optimal 계획법이다. D-optimal 계획법은 반복해석횟수는 적지만 모든 추출점에 추가적인 최적화 알고리즘이 적용되어야 한다. 중심합성계획법은 알고리즘의 구성은 쉽지만 정형화 되어 있고 반복해석횟수가 많기 때문에 효율성이 떨어진다.

본 연구는 기존의 정형화된 중심합성계획법에서 축점만을 최적화하여 알고리즘의 효율성 향상을 모색하였다. 이를 위해 먼저 중심합성계획법의 축점에 관한 Parametric study를 통해 가장 효율적인 위치를 검토하였으며 보완된 중심합성계획법의 기본적인 형태인 회전중심합성계획법과 직교중심합성계획법의 축점과 비교, 검토하였다.

순차적 최적화 기법이 적용된 반응표면법은 반복적으로 설정되는 흥미영역(interest region) 안에서 제한조건을 만족시키는 반응표면을 생성한다. 반응표면의 신뢰성을 높이기 위해서는 알고리즘 내에서 흥미영역을 적절히 설정할 수 있어야 된다. 과거 흥미영역설정은 경험적으로 설정되거나 일정비율로 영역을 축소시켜 적용하였다. 이 방법들은 알고리즘의 구성은 쉽지만 효율적이지 못하다. 2000년 Wang과 Dong에 [11] 의해 수학적 접근을 통해 반응의 상한치를 구속함으로써 영역을 설정하는 기법이 제시되었다. 이 방법은 알고리즘의 적용이 쉽고 국부 최적점을 도출할 가능성이 낮아 반응표면법에 효율적으로 적용할 수 있다. 본 연구는 반응상한치 구속방법을 개선하여 알고리즘의 효율성과 안정성을 향상시켰다.

3-bar truss의 최적화 문제를 예제로 적용하고 작성된 알고리즘의 검증과 결과비교를 위해 변형유용방향탐색법(method of modified feasible direction, MFD)의 최적화 결과를 제시하였다. 축점에 따른 최적화효율을 효과적으로 비교하기 위해 반응상한치 구속방법을 적용하지 않고 흥미영역을 20 %씩 축소, 설정하였다. 그 후에 반응상한치 구속방법을 적용하여 흥미영역설정법을 개선한 알고리즘의 효율을 이전의 결과와 비교, 검토하였다.

II. 본 론

반응표면법이란 실험이나 시뮬레이션으로부터 얻은 수치 값들로부터 근사화된 반응표면을 생성하고 이를 흥미영역에 국부적으로 적용시킴으로써 최적해를 얻어내는 방법이다. 반응표면은 설계변수와 그에 따른 반응의 관계를 통계적 기법을 통해 근사적으로 나타낸 것으로, 실험계획법의 통계적 기법에 의해 한정된 표본들로부터 생성된다. 반응표면법은 근사화된 반응표면을 이용하여 최적화를 수행하고, 반응의 오차를 수정하기 위해 최적반응치의 추정영역으로 흥미영역을 축소하여 최적화를 반복한다. 여기서 생성된 반응표면의 회귀함수는 MFD기법을 이용한 최적화 프로그램에 호출되어 최적값을 도출해낸다. 반응표면법은 근사 회귀함수를 이용하여 최적화를 진행하기 때문에 반응표면의 적합성에 따라 최적화의 효율성과 결과의 신뢰도가 결정된다.

1. 실험계획법

실험계획은 반응치에 유의한 영향을 준다고 판단되는 설계변수들을 결정하고 통계분석에 이용될 표

본값의 개수와 위치를 정하는 것이다. 최적 반응치가 존재하는 영역을 추정하여 흥미영역으로 설정하고 자연좌표로 변환하여 실험값을 추출한다. 실험계획법은 반응의 형상과 가정되는 근사모델의 미정계수의 수에 따라 결정된다. 2차 다항식의 회귀모델을 적용할 경우에는 실험계획법으로 3^k 요인배치법, 중심합성계획법, D-optimal 계획법 등이 이용된다.

요인배치법(factorial design, FD)은 각각의 설계변수들의 수준을 일정한 간격으로 배치한 실험계획법이다. 설계변수의 개수가 k 이며 수준수가 n 일 경우 n^k 요인배치법이라고 한다. <표 1>은 3^2 요인배치법이다. 그림에서와 같이 3^2 요인배치법은 각 설계변수 마다 3개의 수준을 갖으며 9개의 추출점으로 구성된다. 2^k 요인배치법은 선형반응에는 효율적이지만 반응치의 곡률을 감지할 수 없기 때문에 그 활용이 한정되어 있다. 또한 3^k 이상의 요인배치법은 설계변수의 개수가 증가함에 따라 실험횟수가 급격히 많아지기 때문에 비효율적이다.

<표 1> 3^2 요인배치법의 데이터 배열
(3^2 Factorial Design; FD)

		X_1		
		1수준	2수준	3수준
X_2	1수준	$y(-1, -1)$	$y(-1, 0)$	$y(-1, 1)$
	2수준	$y(0, -1)$	$y(0, 0)$	$y(0, 1)$
	3수준	$y(1, -1)$	$y(1, 0)$	$y(1, 1)$

중심합성계획법은 요인배치법의 단점을 보완하고 효율성을 높이기 위해 2^k 요인배치법에 중심점과 축점을 추가시킨 형태의 실험계획법이다. <표 2>는 두개의 설계변수에 대해 하나의 중심점을 갖는 중심합성계획법이다. 축점은 중심점으로부터 α 만큼 떨어진 위치에 배치하며 일반적으로 α 값은

<표 2> 중심합성계획법의 데이터 배열
(Central Composite Design; CCD)

		X_1				
		1수준	2수준	3수준	4수준	5수준
X_2	1수준			$y(-\alpha, 0)$		
	2수준		$y(-1, -1)$		$y(1, -1)$	
	3수준	$y(0, -\alpha)$		$y(0, 0)$		$y(0, \alpha)$
	4수준		$y(-1, 1)$		$y(1, 1)$	
	5수준			$y(\alpha, 0)$		

\sqrt{k} 이다. 중심합성계획법은 각 설계변수마다 5개의 수준을 갖으며 추출점의 수는 총 9개이다. 중심합성계획법은 요인배치법보다 더 많은 수준을 가짐으로써 곡면반응을 좀더 효과적으로 표현한다. 식 (1)과 식(2)는 각각 요인배치법과 중심합성법의 추출점의 수를 나타낸다.

$$NS_{FD} = n^k \tag{1}$$

$$NS_{CCD} = 2^k + 2k + n_c \quad (2)$$

여기서 n_c 는 중심점의 수를 나타내며 최소 1개 이상이면 된다. 설계변수가 3개인 경우 3^k 요인배치법의 추출점의 수는 27개이다. 반면 중심합성계획법의 경우 추출점의 수가 15개($n_c = 1$)이기 때문에 3^k 요인배치법보다 효율적이다.

직교중심합성계획법(orthogonal central composite design, OCC)과 회전중심합성계획법(rotatable central composite design, RCC)은 반응표면의 안정성과 적합성을 향상시키기 위해 중심합성계획법의 축점의 위치를 다르게 설정한 실험계획법들이다. 직교중심합성계획법은 회귀계수들 간의 공분산값을 최소화함으로써 반응표면의 적합성을 향상시키고자한 실험계획법이다. 회귀분석과정에서 얻어지는 $X^T X$ 행렬은 회귀계수들 간의 공분산에 대한 정보를 가지고 있으며 직교중심합성계획법은 이 행렬이 대각행렬이 되도록 축점을 설정한다. 직교중심합성계획법을 구성하기 위한 축점의 위치는 설계변수의 수와 중심점의 수에 의해 결정되며 <표 3>에서 그 값을 밝혀놓았다[12].

회전중심합성계획법은 중심합성계획법에 회전성을 부여하여 반응표면의 안정성을 높인 실험계획법이

<표 3> 직교중심합성계획법의 축점값

k	n_c			
	1	2	3	4
2	1.000	1.078	1.147	1.210
3	1.216	1.287	1.353	1.414
4	1.414	1.482	1.547	1.607

다. 회전성이라 함은 추정반응치의 분산이 중심점으로부터의 거리만의 함수로 나타나는 것을 말한다. 일정한 추정반응치의 분산값은 안정된 형태의 반응표면을 제공하여 알고리즘의 안정성을 보증한다. 회전중심합성계획법이 되기 위한 축점은 식 (3)으로 구한다[12].

$$\alpha = (2^k)^{\frac{1}{4}} \quad (3)$$

요컨대 직교성은 회귀계수들 간의 공분산을 최소화하고 회전성은 추정반응치의 분산값을 일정하게 하여 반응표면법의 효율성을 향상시킨다. 이들을 실험계획법에 적용하면 향상된 알고리즘의 구성이 가능하다. 또한 축점값이 두 조건 모두 적정수준이하로 만족시킨다면 알고리즘의 효율성을 극대화 할 수 있다. 이를 확인하기 위해 먼저 축점값을 다양하게 적용시켜 최적화 결과의 효율성을 검증해 보았다. 또한 직교중심합성법과 회전중심합성법의 결과와 비교 검토하여 분산 및 공분산의 최소화가 알고리즘의 효율성에 미치는 영향을 확인해 보았다.

2. 흥미영역설정법

실험계획법에서는 자연좌표로 변환된 한정된 흥미영역 내에서 설계변수의 값을 추출하기 때문에 설정된 흥미영역에 따라 추출점의 위치가 결정된다. 따라서 적절한 흥미영역의 설정은 반응표면의 적합성에 큰 영향을 미치게 된다.

순차적 근사 최적화 과정에서 흥미영역을 적절하게 설정하기 위해서는 전역해가 존재할 가능성이 높은 영역을 알고리즘 내에서 경험적으로나 수학적으로 설정할 수 있어야 된다. 본 논문에서는 흥미영역의 설정을 위해 수학적 접근방법인 2차회귀함수를 이용한 반응상한치 구속방법을 적용하였다.

설계변수가 여러 개일 경우 2차 회귀모델은 식 (4)과 같이 표현된다. 여기서 n 은 설계변수의 수를 의미한다. 2차 회귀모델로 가정된 회귀함수에 반응상한값 구속방법을 적용하기 위해서는 함수의 변환이 요구된다. n 개의 설계변수에 대한 국부최적값을 $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$ 으로 가정하고 x_k 를 반응상한값을 구하고자하는 변수라고 한다면 식 (4)는 x_k 에 대해서 식 (5)와 같이 변환이 가능하다. 이때 변환된 일원 2차 다항식에서 x_k 이외의 다른 변수는 국부최적값으로 설정된다. 따라서 x_k 이외의 설계변수를 국부최적값으로 설정된 상수로 대입하면 식 (5)의 각 항의 계수값 a, b, c 은 식 (6)~(8)와 같다.

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i \leq j}^n \beta_{ij} x_i x_j \tag{4}$$

$$ax_k^2 + bx_k + c = 0 \tag{5}$$

$$a = \beta_{kk} \tag{6}$$

$$b = \beta_k + \sum_{i=1, < k}^n \beta_{ik} \hat{x}_i + \sum_{i > k}^n \beta_{ki} \hat{x}_i \tag{7}$$

$$c = \sum_{i=1, \neq k}^n (\beta_{ii} \hat{x}_i^2 + \beta_i \hat{x}_i) + \sum_{i < j, \neq k}^n \sum_{j=1, \neq k}^n (\beta_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j) + \beta_0 - y_0 \tag{8}$$

이상과 같은 식에서 β 는 회귀계수를 의미한다. y_0 를 반응상한값으로 하는 흥미영역의 경계 값은 각 항의 계수를 근의 공식에 대입하여 얻는다.

$$\left. \begin{matrix} x_{k,1} \\ x_{k,2} \end{matrix} \right\} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, (a \neq 0) \tag{9}$$

y_0 의 값은 전역해에 최대한 가깝게 설정하는 것이 좋으나 국부최적해보다 작아지게 되면 알고리즘에 오류가 생긴다. 따라서 전역해로 안정되게 접근하기 위해 y_0 값을 흥미영역에서의 최대값과 국부최적값의 중간값으로 설정한다.

예로 식 (10)에 주어진 일원 3차함수를 이용하여 반응상한치 구속법을 적용하였다. <그림 1>은 그 결과이다.

$$y = 2x^3 - 32x + 1 \tag{10}$$

미분하여 함수의 최저값을 계산하면 (2.31, -48.3)이다. 첫 번째 흥미영역으로 $x[-3, 5]$ 의 설계변수범위를 가정하면 흥미영역 안에 $x = -3, x = 2.31$ 에 두 개의 최적점이 존재한다. 중심합성계획법을 사용하여 5개의 추출점을 선택하고 반응표면을 생성하면 식 (11)과 같으며 그래프는 <그림 1>의 (a)에 나타내었다.

$$\hat{y} = -24.2 - 10.8x + 6x^2 \tag{11}$$

여기서 \hat{y} 는 추정반응치를 의미한다. 첫 번째 추정반응함수의 최적값은 (0.9, -29.06)이다. 이 값은

전역최적해와 상당한 오차가 있다. 흥미영역을 새롭게 설정하여 오차를 수정하기 위해 추정반응식에 $y_0 = 20$ 을 역치로하는 상한값을 도입하면 식 (11)은 식 (12)와 같이 된다.

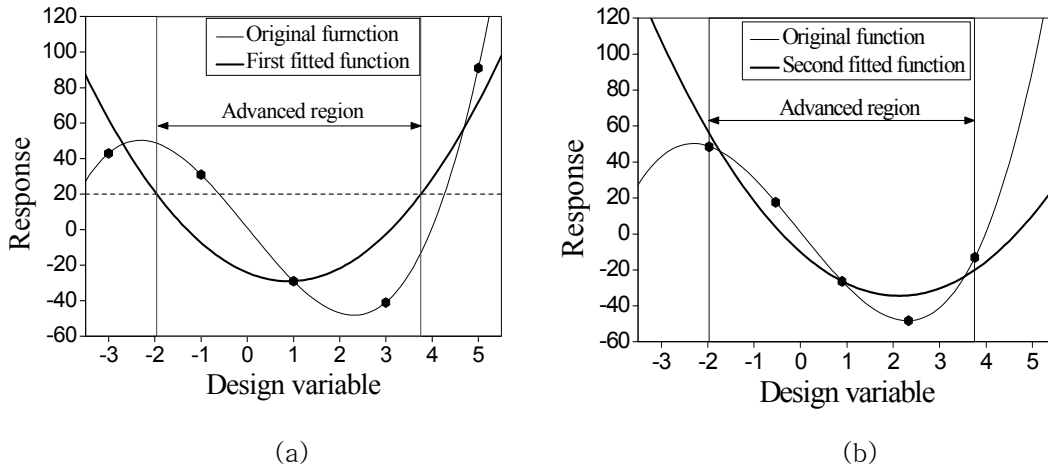
$$6x^2 - 10.8x - 44.2 = 0 \tag{12}$$

식(9)의 근의 공식을 이용하여 새롭게 설정된 설계범위는 $x[-1.96, 3.76]$ 이다. 이 영역에서 두 번째 회귀분석을 통하여 생성된 반응표면은 <그림 1>의 (b)와 같으며 근사반응함수는 식(13)과 같다.

$$\hat{y} = -10.06 - 22.95x + 5.40x^2 \tag{13}$$

두 번째 추정반응함수의 최적값은 (2.13, -34.44)이며 전역해에 상당히 근접하였다. 이와 같은 방법으로 계속적으로 반응상한값을 축소시켜 적합성이 향상된 반응표면을 생성함으로써 전역해에 접근한다.

Wang과 Dong에 의해 적용된 반응상한치 구속기법은 설계변수의 초기값이나 국부최적값에 관계없이 흥미영역을 설정하기 때문에 초기 최적화 과정에서 전역해를 찾는 데 효율적이며 전역해로의 접근속도가 다른 방법에 비해 빠르다. 하지만 일단 전역해로 근접하면 흥미영역의 변화가 작아 오히려 오차 수정을 통한 전역해로의 수렴이 늦어질 수 있다. 또한 반응이 선형에 가까울 경우 2차 다항식 회귀모델은 적

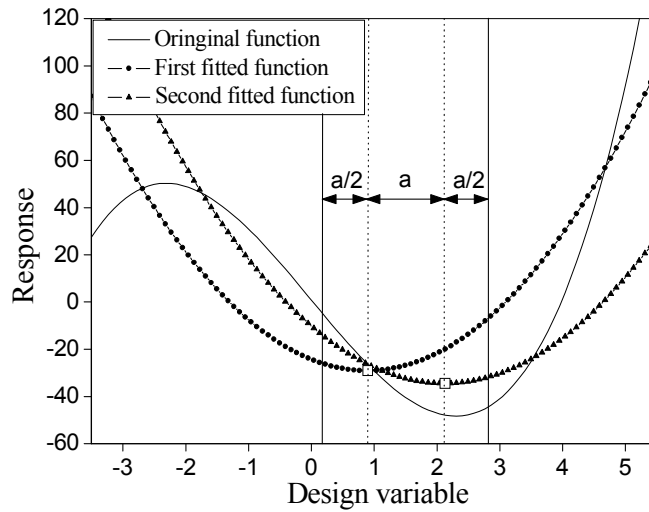


<그림 1> 반응상한치 구속방법을 이용한 흥미영역 설정방법

용하기 어렵다.

이와 같은 단점을 보완하기 위해 본 논문에서는 반응이 선형에 가까울 경우 반응상한치 구속방법의 적용은 1차 다항식으로 변환된 회귀함수식의 근을 이용하여 흥미영역의 범위를 설정하도록 하였다. 또한 최적화 과정의 효율성을 높이기 위해 전역해에 근접했다고 판단될 경우 필요 없는 반복횟수를 줄이기 위해 <그림 2>와 같은 극소흥미영역기법을 적용하였다. 앞서 구한 두 개의 근사반응함수의 국부최적해간의 거리를 a 라고하면 양쪽으로 $a/2$ 만큼 확장시켜 $x[0.285, 2.745]$ 로 하는 흥미영역을 설정한다. 이 방법은 실제 최적 반응값과의 오차를 줄이는 과정이 매우 빠르며 효과적이다. 두 영역설정기법은 알고리즘 내에서 서로 보완적으로 적용된다. 전역해 탐색을 위해 처음 두 번의 반응표면생성은 전자의 영역설정기법을 적용을 설정하는 것보다 후자의 방법을 적용하여 설정하는 것이 보다 효율적이다. 극소 흥미영역기법에서는 국부최하여 최적화를 진행한다. 이후에는 흥미영역 내에 국부최적값이 존재하느냐의 여부에 따라 두 영역설정법이 상호보완적으로 적용된다. 국부최적값이 흥미영역 안에 포함된다면 전

역해가 흥미영역내에 있다고 간주한다. 이 경우 반응상한값을 기준으로 흥미영역적값이 흥미영역의 경



<그림 2> 국부최적값을 기준으로 하는 영역설정기법

(A concept of plan method based optimum values)

계값에 위치할 경우에는 전역해가 흥미영역밖에 존재한다고 간주하고 반응상한값을 기준으로 흥미영역을 확장한다. 이를 통해 불필요한 반복이나 국부최적값에 제외될 가능성을 줄여 알고리즘의 효율성과 안정성을 향상시켰다.

3. 트러스 구조물의 최적화

작성된 최적화 프로그램을 검증하고 신뢰성 및 효율성 향상을 위한 흥미영역설정법과 실험계획법을 적용한 결과를 비교 분석하기 위해 이미 다양한 방법으로 최적화가 수행되어 결과 비교 및 분석에 비교적 쉽게 접근 가능한 3부재 트러스 문제를 최적화 하였다.

<그림 3>에 나타난 트러스 구조물의 재료는 알루미늄으로 재료의 탄성계수와 비중량이 각각 10^7 psi와 0.1 lb/in^3 이며 설계변수는 그림에 나타난 부재의 면적 A_1, A_2 로 설정하였고 설계변수 초기값은 모두 2.0 in^2 로 설정하였다. 또한 구조물의 무게를 목적함수로, 응력과 변위를 제한조건으로 설정하여 다음과 같은 최적화 문제를 도출하였다.

Minimize :

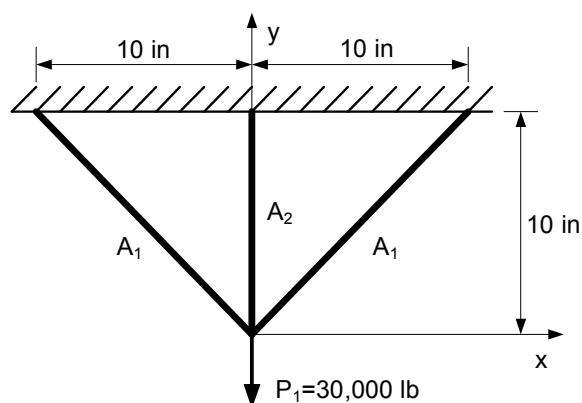
$$OBJ = 2\sqrt{2} \gamma A_1 + \gamma A_2 \tag{14}$$

Subject to :

$$G_1 = \left| \frac{u_t}{0.01} \right| - 1.0 \leq 0.0 \tag{15}$$

$$G_2 = \left| \frac{\sigma_{\max}}{20000} \right| - 1.0 \leq 0.0 \tag{16}$$

$$0.1 \leq A_i \leq 10.0 \tag{17}$$



〈그림 3〉 3부재 트러스 구조
(Three-bar truss structure)

여기서 γ 는 부재의 비중량, u_i 는 구속이 없는 절점의 총 변위, σ_{\max} 는 최대하중을 각각 의미한다. 또한 설계변수의 상, 하한조건으로 0.1 in^2 과 10.0 in^2 을 적용하였다.

4. 결과 및 분석

3-bar truss 문제를 이용하여 3가지 실험계획법을 적용한 최적화 알고리즘을 기준으로 3가지 방향에서 분석하였다. 또한 작성된 프로그램을 검증하기 위하여 도함수 기법인 MFD만을 이용한 최적화 결과를 제시하였다. 먼저 실험계획법에 따른 결과를 비교하여 각각의 실험계획법에 대한 효율성을 비교 분석한다. 다음으로 축점의 위치를 5가지로 적용시켜 3가지 실험계획법을 기준으로 비교 분석한다. 마지막으로 3가지 실험계획법을 적용한 최적화에 반응상한치 구속방법을 적용시켜 그 결과를 비교 분석한다.

1) 특정 축점값을 갖는 중심합성계획법 이용한 최적화 결과비교

3가지 실험계획법으로 중심합성계획법, 직교중심합성계획법, 그리고 회전중심합성계획법을 적용하였다. 실험계획법에 따른 최적화효율비교를 위해 흥미영역설정기법을 적용하지 않고 반복적으로 20%씩 축소하여 흥미영역을 설정하였다. 일반적인 중심합성계획법에는 축점으로 값이 2.0인 흥미영역의 경계점을 선택하여 최적화를 수행하였다. 왜냐하면 \sqrt{k} 를 적용할 경우 회전중심합성법과 축점이 같아지기 때문에 비교를 위해서 다른 값을 적용하였다. 최적화 결과를 <표 4>에 비교하였다.

<표 4> 실험계획법에 따른 최적화 결과 비교

		MFD	반응표면법(RSM)		
			CCD	OCC	RCC
목적함수(lb)		9.389	9.388	9.385	9.385
설계변수 (in ²)	A ₁	2.477	2.486	2.515	2.520
	A ₂	2.381	2.357	2.271	2.257
구속조건	G ₁	-	0.004	0.004	0.005
	G ₂	-	-0.649	-0.648	-0.649
축점값 (α)		-	2.0	1.0	1.414
반응표면생성 횟수		-	15	6	5
구조해석 횟수		-	135	54	45
회귀함수호출 횟수		-	251	121	157

결과를 보면 MFD를 이용한 최적화 결과와 RSM을 이용한 최적화 결과가 같다. 따라서 반응표면을 적용한 알고리즘은 신뢰할 수 있다. RSM의 3가지 실험계획법에 따른 결과를 보면 회전중심합성법과 직교중심합성법을 적용한 최적화가 목적함수 값은 9.385 lb으로 같고 반복횟수는 각각 5회와 6회이다. 일반적인 중심합성계획법을 적용한 결과는 9.388 lb로 좀 더 크게 나왔고, 반복횟수는 15회로 3배정도 많다. 또한 최적화과정에서 가장 많은 시간이 걸리는 구조해석은 RCC는 45회, OCC는 54회인데 비해 CCD는 135회나 되며 매우 비효율적이다. 이와 같이 축점을 변화시켜 추정반응치의 분산값과 $X^T X$ 의 분산 및 공분산값을 최소화 한다면 최적의 실험계획법을 설계할 수 있다.

2) 축점간 위치에 따른 최적화 결과

직교성과 회전성을 갖는 중심합성계획법보다 좀 더 효율적인 축점의 위치를 알아보기 위해 RCC와 OCC 축점을 기준으로 5가지 축점을 사용하여 최적화 하였다. 먼저 축점으로 1.2의 값을 적용하여 두 실험계획법의 축점위치 중간에 배치하여 최적화 하였다. 여기에 0.4의 간격으로 4개의 축점을 적용하여 두 실험계획법과의 비교가 용이하게 하였다. 여기서도 흥미영역은 20%씩 축소하여 설정하였다. 그 결과를 <표 5>에 나타내었다.

결과에서 축점값으로 0.8를 적용할 때와 2.0을 적용할 때를 비교해 보면 반복횟수는 3회와 15회, 그리고 구조해석 횟수는 27회와 135회로 무려 5배나 차이가 난다. 최적화 문제에 따라 결과는 달라지겠지만 축점의 적절한 선택은 최적화 반복횟수와 알고리즘의 효율성에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 최적화 과정에서 축점이 중심점에 근접한 경우에는 초기 설계변수값에 민감하게 반응하여 경우에 따라 수렴하지 못하는 등 안정성 면에서 문제점을 보였다. 앞선 실험계획법의 최적화 결과와 비교해 보면, 축점의 위치에 따라 직교성을 갖기 위한 축점에 근접하게 설정하면 반복횟수가 줄어 효율이 증가하지만 안정성은 낮아진다. 반면 회전성을 갖기 위한 축점 근처값은 안정성은 높지만 효율이 낮아진다. 따라서 축점을 두 실험계획법의 축점의 중간부분으로 설정해야 신뢰성과 효율성을 동시에 추구할 수 있다. 위의 결과에서는 1.2의 값이 최적의 결과를 갖는다.

3) 반응상한치 구속방법을 적용한 최적화 결과

앞서 수행한 실험계획법에 따른 최적화과정에 반응상한치 구속방법을 적용하였다. 일정한 비율로 축소하는 흥미영역설정법과 반응상한치 구속방법에 의한 흥미영역설정법을 비교하여 후자의 영역설정법이 최적화 알고리즘의 효율성과 안정성에 미치는 영향을 알아보았다. 또한 초기 전역해 탐색의 효율성에 미치는 영향을 알아보기 위해 설계변수의 초기값을 1.5 in² 으로 설정하였다. 이 값은 앞선 두 최적화

<표 5> 중심합성계획법의 축점간 위치에 따른 최적화 결과

		MFD	반응표면법(RSM)				
			중심합성계획법(CCD)				
축점값(α)		-	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
반응표면생성 횟수		-	4	3	6	7	15
구조해석 횟수		33	36	27	54	63	135
회귀함수호출 횟수		-	64	72	149	210	251
설계변수 (in ²)	A ₁	2.478	2.522	2.516	2.516	2.506	2.486
	A ₂	2.381	2.252	2.271	2.267	2.297	2.357
목적함수(회귀함수)		9.389	9.386	9.386	9.384	9.385	9.388
실제목적함수(lb)		-	9.386	9.386	9.384	9.385	9.388
오차(%)		-	0	1e-05	0	-3e-05	-2e-05
구속조건	G ₁	0.0049	0.0049	0.0048	0.0050	0.0050	0.0048
	G ₂	-0.646	-0.645	-0.646	-0.645	-0.646	-0.646

<표 6> 반응상한치 구속기법의 영역설정법을 적용한 최적화 결과

		MFD	반응표면법(RSM)		
			CCD	OCC	RCC
목적함수(lb)		9.389	9.398	9.385	9.385
설계변수 (in ²)	A ₁	2.477	2.526	2.515	2.513
	A ₂	2.381	2.257	2.271	2.276
구속조건	G ₁	-	0.004	0.004	0.005
	G ₂	-	-0.648	-0.648	-0.645
축점값 (α)		-	2.0	1.0	1.414
반응표면생성 횟수		-	8(3)	6(3)	6(3)
구조해석 횟수		-	72	54	54
회귀함수호출 횟수		-	198	164	196

결과의 초기설계변수보다 전역최적해에 멀리 떨어져있기 때문에 반응상한치구속방법의 효율성을 판단하는 기준이 될 수 있다. 최적화 결과는 <표 6>에 나타내었다.

초기 전역해 탐색과정에서, 반응표면생성 횟수항의 괄호 값은 반응상한치 구속기법으로 흥미영역을 설정한 횟수이며, 총 횟수는 극소흥미영역기법을 포함한 전체 반응표면 생성횟수를 나타낸다. 기존의 영역설정기법은 실험계획법이나 설계변수의 초기값에 따라 반복횟수가 급격히 많아지거나 violation 하는 등 매우 불안정한 모습을 보였으나 반응상한치구속기법을 적용한 흥미영역설정법은 설계변수

초기 값이나 실험계획법의 종류에 관계없이 전역최적해 탐색에 매우 효과적이다. 실험계획법으로 OCC와 RCC를 적용한 최적화 결과도 반응표면생성 횟수가 6회로 설계변수 초기값이 전역최적해에서 더 떨어진데 비해 효율적으로 수렴하였다.

초기 전역해 탐색과정 이후에 극소흥미영역기법을 적용한 최적화 과정에서 잘못된 흥미영역설정으로 반응상한치구속기법으로 회귀한 경우는 없었으며, 극소흥미영역기법을 적용한 횟수는 각각 CCD 5회, OCC 3회, RCC 3회로 나타났다.

III. 결 론

본 논문에서는 반응표면법을 이용한 최적화 알고리즘에 중심합성계획법을 적용시켜 2차 다항식으로 가정된 근사 회귀모델을 구하고 순차적 최적화 기법을 적용하여 최적해의 신뢰성을 확보하였다. 최적화 알고리즘의 신뢰성 및 효율성을 향상시키기 위하여 반응상한값을 구속하는 설계영역 설정기법을 적용시켰으며 이 설정기법의 단점을 보완하고자 국부 최적점을 기준으로한 극소설계영역 설정기법 또한 적용하였다. 이와 더불어 중심합성계획법의 축점값을 변화시킴으로써 적합도가 향상된 실험계획법의 설계가 가능한지를 살펴보고 직교중심합성계획법과 회전중심합성계획법을 비교 분석하고 이를 최적화 알고리즘에 적용시켜 트러스구조물의 최적화 결과를 바탕으로 향상된 실험계획법의 설계방향을 검토하였다. 이를 통해 좀 더 효율적이고 안정된 최적화 알고리즘을 구현을 위한 기초연구를 수행하였다.

실험계획법과 영역설정법을 적용한 결과에서 알 수 있듯이 실험계획법과 설계영역설정법을 보완하면 좀더 향상된 최적화 알고리즘의 구현이 가능하다. 축점의 값을 최적화 과정 전반에 일정하게 설정하지 않고 반응표면을 반복적으로 생성할 때 마다 축점의 위치를 최적화 할 수 있다면 좀 더 향상된 알고리즘의 구현이 가능하다. 보완된 영역설정기법을 적용한 알고리즘은 초기 설계변수 값이나 국부 최적값 그리고 실험계획법의 종류에 관계없이 빠르고 안정된 수렴성을 보였다. 앞으로 회귀모델 적합도를 좀 더 향상시키기 위해 중심합성계획법의 축점의 위치를 최적화하는 기법과 국부 설계영역 설정방법에 대한 좀 더 심도 있는 연구를 통해 향상된 최적화 알고리즘을 구현하고, 범용적인 최적화 프로그램을 개발하고자 한다.

후 기

이 논문은 2005년도 한국항공대학교 교비지원 연구비에 의하여 지원된 연구의 결과입니다. 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- [1] Schimit, L. A., "Structural Design by Systematic Synthesis", Proceedings of 2nd ASCE Conference, Electronic Computation, ASCE, New York, 1960
- [2] Fox, R. L., *Optimization Methods for Engineering Design*, Addison-Wesley, 1971
- [3] Haug, E. J. and Arora, J. S., "Applied Optimal Design," Wiley, New York, 1979
- [4] Vandeplaats, G.N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*, Mcgraw-Hill Book Company, 1984
- [5] Myers, R. and Montgomery, D. C., "Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments," John Wiley & Sons, Inc., Canada, 1995
- [6] Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Operation, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989
- [7] Arts, E. and Korst, J., *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*, John Wiley & Sons, Inc., 1989
- [8] 윤진환, "반응표면법에 의한 구조 최적설계," 한국항공대학교 공학석사학위논문, 2002, pp. 2-17

-
- [9] 박정선, 김진희, 임중빈, “하니콤 위성 플랫폼의 최적설계,” 한국항공우주학회지, 제 30권, 제2호, 2002, pp. 122-129
- [10] 전용성, “다양한 회귀함수에 의한 구조 최적설계,” 한국항공대학교 공학석사학위논문, 2004, pp. 3-25
- [11] Wang, G., Dong, Z., and Aitchison, P., “Adaptive Response Surface Method – A Global Optimization Scheme for Approximation-Based Design Problems,” J. Eng. Optimization, Vol. 33, No. 6, 2001, pp. 707-734
- [12] 박성현, *현대실험계획법*, 민영사, 1995, pp. 547-554
- [13] Sacks, J., Schiller S. B. and Welch, W. J., “Designs for Computer Experiments,” Technometrics, Vol. 31, No. 1, 1989, pp. 41-47
- [14] Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., “Design and Analysis of Computer Experiments,” Statistical Science, Vol. 4, NO. 4, 1989, pp. 409-435
- [15] Box, G. and Wilson, K., “On The Experimental Attainment of Optimum Condition,” Journal of Royal Statical Society, Ser. B, Vol. 13, 1951, pp. 1~45
- [16] Hill, W. and Hunter, W., “A Review of Response Surface Methodology: A Literature Survey,” Technometrics, Vol. 8, No. 4, 1966, pp. 571~590
- [17] Myers, R., Khuri, A. and Carter, W., “Response Surface Methodology: 1966 - 1988,” Technometrics, Vol. 31, No. 2, 1989, pp. 137-157.
- [18] Fisher, R. A., “The Design of Experiments, 4th Edition,” Oliver and Boyd, Edinburgh, 1997