

3 모선 시스템의 유무효 발전력 최적분담을 통한 연료비 최소화

(Minimization of Fuel Cost by Optimal P-Q Generation in Three-Bus System)

이상중* · 양성덕

(Sang-Joong Lee · Seong-Deog Yang)

요 약

동일한 부하조건에서 발전기 출력을 적절히 분담하여 발전 연료비를 절감하는 일은 계통운용상 매우 중요하다. 본 논문은 최적화 기법을 이용하여 구한 발전기의 손실감도를, 기존의 유무효전력 최적조건식에 대입하여, 연료비를 최소화하기 위한 최적 발전력 배분을 구하는 방법을 제안한다. 간단한 모형 시스템을 예로 들어 제시한 방법의 적용 결과를 도시한다.

Abstract

This paper presents the minimization of the fuel cost by optimal allocation of P-Q generation in a three-bus sample system. Derivation of the system loss sensitivities by optimization technique is introduced. The loss sensitivities are substituted into the optimality conditions and the optimal P-Q allocation is computed to obtain the minimal fuel cost.

Key Words : loss sensitivity, optimization technique, cost minimization

1. 서 론

동일한 부하조건에서 발전기 출력을 적절히 분담하여 발전 연료비를 절감하는 일은 전력계통을 경제적으로 운용함에 있어 매우 중요하다. 전력계통의 경제급전 문제는 주로 유효전력을 대상으로 취급되어 왔다. 연료비 함수를 목적함수로 하고 유효전력 수급방정식을 제약조건으로 하는 economic load

dispatch(ELD) 문제는, Kron의 power-invariant transformation을 이용한 B 계수의 유도[1], Happ의 chain rule을 적용한 손실감도 유도[2,3], Wood, Wollenberg 등에 의한 최적화 기법[4] 등이 발표되기까지, 그 연산 기법은 눈부신 발전을 거듭하였다. 무효전력을 적절히 배분함으로써 또한 연료비를 절감할 수 있다. 본 논문은 최적화 기법을 이용하여 구한 발전기의 손실감도를, 기존의 유무효전력 최적조건식[5]에 대입하여, 연료비를 최소화하기 위한 발전력 배분을 구하는 방법을 제안한다.

간단한 3 모선 시스템을 예로 들어 제시한 방법의 적용 결과를 도시하였다.

* 주저자 : 서울산업대학교 전기공학과 · 공박
Tel : 02-970-6411, Fax : 02-978-2754

E-mail : sjlee@snu.ac.kr
접수일자 : 2004년 4월 6일
1차심사 : 2004년 4월 12일
2차심사 : 2004년 5월 17일
심사완료 : 2004년 5월 27일

2. 본 론

2.1 연료비 최소화 조건식

식 (1)은 고전적 ELD formulation이다[6].

$$\begin{aligned} & \text{Minimize Cost} \\ & \text{s.t. } \sum P_{Gi} - P_D - P_{loss} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

단 Cost는 a, b 및 c를 상수라 할 때

$$\text{Cost}(P_G) = \sum_i (a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i) \quad (2)$$

로 표시되는 총연료비 함수이다. 제약조건에 무효전력 수급방정식을 더하면[5],

$$\begin{aligned} & \text{Minimize Cost} \\ & \text{s.t. } \sum P_{Gi} - P_D - P_{loss} = 0, \\ & \quad \sum Q_{Gi} - Q_D - Q_{loss} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

단, P_{loss} , Q_{loss} : 계통의 MW-Mvar 손실
 P_G , Q_G : 발전기 MW-Mvar 출력벡터
 P_{Gi} , Q_{Gi} : i 번째 발전기의 MW-Mvar 출력
 P_D , Q_D : 총 MW-Mvar 부하

가 되고, Lagrangian multiplier를 도입하면,

$$\frac{dCost}{dP_G} - \mu_P(1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_G}) + \mu_Q \frac{\partial Q_{loss}}{\partial P_G} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dCost}{dQ_G} + \mu_P \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q_G} - \mu_Q(1 - \frac{\partial Q_{loss}}{\partial Q_G}) = 0 \quad (5)$$

에서 최적이 되고, 위 식에 대한 최적해는

$$\mu_P(1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_G}) - \mu_Q \frac{\partial Q_{loss}}{\partial P_G} = 2aP_G + b \quad (6)$$

$$\mu_P \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q_G} - \mu_Q(1 - \frac{\partial Q_{loss}}{\partial Q_G}) = 0 \quad (7)$$

가 된다[5]. 단 여기서 μ_P , μ_Q 는 제약조건에 의하여 도입된 Lagrangian multiplier이다.

2.2 최적화에 의한 손실감도의 유도

조류계산의 결과로부터, 부하의 변화에 따른 계통

손실의 변화를 추적할 수 있는 방법을 모색해 보자. 이러한 문제는 계통손실을 목적함수로, 조류계산식을 제약조건으로 하는 비선형 최적화 문제로 모형화할 수 있다. 이를 수식으로 정형화하면[7],

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } P_{loss} \\ & \text{s.t } P(V, \theta) = P^{SPEC}, \\ & \quad Q(V, \theta) = Q^{SPEC}. \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 P^{SPEC} , Q^{SPEC} 은 모선지정전력, V , θ 는 모선의 전압과 부하각을 나타낸다. 여기서 Lagrangian dual function M 을 다음과 같이 정의한다.

$$M = P_{loss}(V, \theta) + \lambda_P^T [P(V, \theta) - P^{SPEC}] + \lambda_Q^T [Q(V, \theta) - Q^{SPEC}] \quad (9)$$

M 이 최적점에 도달하였을 경우 다음과 같은 최적조건이 성립한다.

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial \theta} + [\frac{\partial P}{\partial \theta}]^T \lambda_P + [\frac{\partial Q}{\partial \theta}]^T \lambda_Q = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial M}{\partial V} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} + [\frac{\partial P}{\partial V}]^T \lambda_P + [\frac{\partial Q}{\partial V}]^T \lambda_Q = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda_P} = P(V, \theta) - P^{SPEC} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda_Q} = Q(V, \theta) - Q^{SPEC} = 0 \quad (13)$$

최적조건은 본래의 변수 $[V, \theta]$ 와 제약조건에 의하여 도입된 변수 $[\lambda_P, \lambda_Q]$ 의 두 가지로 분류됨을 알 수 있다. Lagrangian dual function M 을 모선지정전력 P^{SPEC} , Q^{SPEC} 에 대하여 미분하면 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial M}{\partial P^{SPEC}} = -\lambda_P \quad (14)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Q^{SPEC}} = -\lambda_Q \quad (15)$$

3 모선 시스템의 유무효 발전력 피적분담을 통한 연료비 최소화

위 식 (14), (15)는 모선의 유무효전력이 미소량 증가할 때 Lagrangian dual function의 증가분을 의미하며, 이 값은 바로 $-\lambda_P, -\lambda_Q$ 가 됨을 쉽게 알 수 있다. 현재의 운전점에서 조류계산의 결과 식 (12), (13)의 최적조건을 만족하므로 이는 곧 $[\lambda_P, \lambda_Q]$ 변수에 대하여는 최적인 상태를 의미한다. 따라서 식 (9)로 주어지는 Lagrangian dual function은 오직 계통 손실만을 포함하게 되고 $[\lambda_P, \lambda_Q]$ 는 모선전력의 미소량 증가시 계통손실의 증가를 의미하게 된다. 식 (10), (11)을 행렬의 형태로 표현하면

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial M}{\partial \theta} \\ \frac{\partial M}{\partial V} \end{bmatrix} = J^T \begin{bmatrix} \lambda_P \\ \lambda_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \end{bmatrix} = 0 \quad (16)$$

단 J는 Jacobian의 정의에 의하여

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (17)$$

로 표시된다. 식을 (16)으로부터 $[\lambda_P, \lambda_Q]$ 의 값을 구하면

$$\begin{bmatrix} \lambda_P \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = -J^{-T} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$[\lambda_P, \lambda_Q]$ 의 계산은 조류계산에서 이미 계산된 Jacobian의 역행렬에 $\frac{\partial P_{loss}}{\partial \theta}$ 및 $\frac{\partial P_{loss}}{\partial V}$ 벡터를 곱하는 계산만을 필요로 하므로 계산량은 조류 계산시간과 거의 동일하다.

2.3 사례연구

그림 1과 같은 두 개의 발전기 1, 2와 부하모선 3으로 구성된 3 모선 모형계통을 가정한다[4].

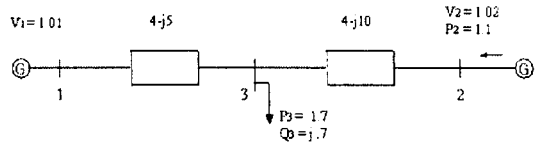


그림 1. 3 모선 계통

Fig. 1. Single line diagram of three-bus system

모선 1을 slack 모선으로 선정하고 $V_1=1.01$ 및 $\theta_1=0$ 로 지정하여 초기조류계산을 수행하였다. 선로정수는 표 1에, 각 모선에 주어진 유무효전력 및 전압지정치(이텔릭체)와 초기조류계산 결과를 표 2에 도시하였다.

표 1. 3 모선 계통의 선로정수

Table 1. Line data (pu) of three-bus system

from	to	G + jB	Shunt Y
1	3	4 - j5	j0.0
2	3	4 - j10	j0.0

표 2. 초기조류계산 결과

Table 2. Base case power-flow solution

bus	P(p.u.)	Q(p.u.)	V(p.u.)	angle(rad)
1	.3091	.4093	1.01	0
2	1.5	.5319	1.02	.1195
3	-1.7	-0.7	.9307	.0023

식 (18)로부터, 위상각 기준을 임의의 k번째 모선에 두면 $\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_i}$, $\frac{\partial P_{loss}}{\partial Q_i}$ 및 $\frac{\partial Q_{loss}}{\partial P_i}$, $\frac{\partial Q_{loss}}{\partial Q_i}$ 는 아래 식으로부터 구해진다[8].

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{k-1}} \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{k+1}} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial Q_1} \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial Q_2} \\ \vdots \end{bmatrix} = -J^{-T} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{Loss}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial \theta_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial \theta_{k-1}} \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial \theta_{k+1}} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_{Loss}}{\partial V_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial P_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial P_{k-1}} \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial P_{k+1}} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial Q_1} \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial Q_2} \\ \vdots \end{bmatrix} = -J^{-T} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial \theta_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial \theta_{k-1}} \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial \theta_{k+1}} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_{Loss}}{\partial V_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (20)$$

위상각 기준을 모션 3에 두어 전 발전기의 손실감도를 계산하고, 이를 최적조건식 (6), (7)에 대입하면 연료비 최소화를 위한 유무효 발전력 배분이 구해진다. 본 논문에서 제시된 방법에 의한 발전력 분담 및 연료비 계산결과를, 기존의 ELD 연산 결과와 표 3에 비교하였다. P_{G1} 및 P_{G2} 의 비용함수(\$/hour)는 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} \text{Cost}(P_{G1}) &= .004 P_{G1}^2 + 3.6 P_{G1} + 240 \\ \text{Cost}(P_{G2}) &= .005 P_{G2}^2 + 5.2 P_{G2} + 120 \end{aligned} \quad (21)$$

표 3. 발전력 분담 및 연료비 비교
Table 3. Comparison of generations and fuel cost

	base case	conventional ELD	proposed method
PG1(p.u.)	.3091	1.1717	1.3526
PG2	1.5	.7103	.5381
QG1	.4093	-.0214	.4238
QG2	.5319	1.0124	.5410
V1	1.01	1.01	1.0744
V2	1.02	1.02	.9770
V3	.9307	.9108	.9108
Cost(\$/hour)	1367.6	1231.3	1214.4

ELD 연산의 경우 발전기 전압이 base case 와 동일한 전압으로 고정된 반면, 본 논문에서 제시된 방법은 발전기 전압과 무효전력 값이 연산결과 주어진다. 표 3에 도시된 바와 같이 본 논문에서 제시한 방법에 의한 연료비는 1214.4(\$/hour)로서 기존의 ELD 연산에 의한 연료비 1231.3(\$/hour)에 비하여 개선되었음을 알 수 있다.

본 논문에서 사용된 발전기의 손실감도는 전력조류방정식을 제약조건으로 하는 최적화 연산으로부터 도출된 것이므로 수학적으로 무리가 없으며 따라서 최적유무효발전력 연산과정에 있어 여타 물리적 가정이 필요없다.

3. 결 론

본 논문의 결론을 정리하면 다음과 같다.

- 최적화 기법을 이용한 발전기의 손실감도를 최적조건식에 대입하여 유무효 발전력의 최적배분을 구하는 방법을 소개하였다.
- 간단한 모형 시스템에 적용한 결과, 기존의 ELD 연산결과에 비하여 개선된 결과를 얻을 수 있었다.

향후, 더 큰 시스템에 대한 적용 연구, 타 방법과의 연산결과와의 비교검토 등의 연구가 뒤따라야 할 것으로 사료된다. 또한 본 논문의 시뮬레이션 결과가 완벽한 최적해임을 증명하는 수학적 연구도 필요할 것으로 사료된다.

References

- (1) J.J. Grainger, W.D. Stevenson, Jr., Power System Analysis, McGraw Hill Inc., 1994, pp. 548-560.
- (2) H.H.Happ, Optimal Power Dispatch, IEEE Transaction on PAS, vol.93, No.3, 1974, pp. 820-830.
- (3) H.H.Happ, Piecewise Methods and Applications to Power Systems, John Wiley & Sons, Inc., 1980, pp. 293-297.
- (4) A.J.Wood, B.F.Wollenberg, Power Generation, Operation and Control, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994, pp.120-123, pp. 526.
- (5) 김준현 외, 전력시스템공학, 청문각, 1998, pp. 147.
- (6) H.H.Happ, Optimal Power Dispatch-A Comprehensive Survey, IEEE Transaction on PAS, vol.96, No.3, 1977, pp. 841-854.
- (7) M. Bazaraa, C.M. Shetty. Nonlinear Programming Theory and Algorithms. John Wiley & Sons Inc. 1979, pp. 175-214.
- (8) S.J.Lee, K.J.Kim, Re-construction of Jacobian Matrix by Angle Reference Transposition and Application to New Penalty Factor Calculation, IEEE Power Engineering Review, vol.22, No.2, Feb 2002, pp. 47-50.

◇ 저자소개 ◇

이상중 (李尙中)

1955년 1월 10일생. 1983년 성균관대학교 전기공학과. 1992년 충남대학교 전기공학과(석사). 1995년 충남대학교 전기공학과(박사). 현재 서울산업대학교 전기공학과 부교수. E-mail : sjlee@snut.ac.kr

양성덕 (梁盛德)

1968년 1월 4일생. 1990년 KAIST 수학과 졸업. 1991년 U.S.A. Brown University(MA). 1997년 Brown University(박사). 미분기하 전공. 현재 고려대학교 이과대학 수학과 교수. E-mail : sdyang@korea.ac.kr