

< 논문 >

초음속 노즐 내부 유동장의 가열에 의한 천이 특성에 대한 연구

김 장 우* · 정 진 도*
(2004년 7월 21일 접수, 2004년 11월 19일 심사완료)

A Study on Transient Characteristics of Flow Caused by Heat Addition in Supersonic Nozzle

Jang-Woo Kim and Jin-Do Chung

Key Words: Boundary Layer(경계층), Engine Unstart(엔진 불시동), Supersonic Flow(초음속 유동), Thermal Choking(열폐색), Viscous Fluid(점성유체)

Abstract

This study presents numerical solutions of the two-dimensional Navier-Stokes equations for supersonic unsteady flow in a convergent-divergent nozzle with heat addition. The TVD scheme in generalized coordinates is employed in order to calculate the moving shock waves caused by thermal choking. We discuss on transient characteristics, start and unstart phenomena, fluctuations of specific thrust caused by thermal choking and viscous effects. We prove that the control of separation of boundary layer is the most important key problem to prevent the thermal choking.

기호설명

1. 서론

- ρ : 공기 밀도(kg/m³)
- \dot{q} : 가열량(J/m³s)
- \dot{m}_h : 가열영역 내 유입 질량유량(kg/s)
- ψ : 당량비
- ψ_{lim} : 한계 당량비
- u, v : x, y 방향 속도 성분(m/s)
- a : 국소음속
- T_0 : 전온도(K)
- n_{T_0} : 전온도비
- R_{sp} : 전압력비
- F^* : 비추력(m/s)

차세대 극초음속 항공기의 추진 시스템으로서 유력시되고 있는 모델 중의 하나인 스크램제트(Scramjet; Supersonic Combustion Ram Jet) 엔진에 관한 연구가 활발히 진행 중이다.⁽¹⁾ 스크램제트 엔진의 특징은, 엔진의 작동 범위가 비행 마하수 4에서 15 정도이고, 엔진 내에 흡입된 공기를 초음속의 상태에서 연소기 내에 보내 수소와 혼합 연소 시키는 것이다.

일반적으로, 비행속도가 초음속이 되면 공기 흡입구에서 아음속으로 감속할 때 발생하는 전압 손실이 막대해 진다. 또한 감속에 의한 온도의 상승으로, 기체의 해리 및 금속 구조물의 한계온도 접근 등으로 인해 연소기에서의 온도 상승에 제한이 따르므로 초음속 연소가 유리하게 된다. 그러나 초음속 연소 역시 열폐색(thermal choking)이라하는 심각한 문제를 가지고 있다.

연소열에 의한 온도 상승으로 기체가 너무 급격히 팽창하면 엔진 출구를 통해 충분히 방출되어 추력으로 작용하지 못하고 엔진 내부에 높은

† 책임저자, 회원, 호서대학교 환경안전공학부
E-mail : jwkim@office.hoseo.ac.kr
TEL : (041)540-5747 FAX : (041)540-5748
* 회원, 호서대학교 환경안전공학부

압력을 형성하여, 이것이 역압력 구배로 작용하고 그 영향이 공기 흡입구까지 미쳐, 내부의 유동장이 아음속이 되어 엔진의 성능이 급격히 저하된다.

이 현상은 마찰이 없는 일정 단면적 유로에서 가열에 의한 흐름(Rayleigh flow)에서 알 수 있으며, 열폐색이라 한다. 전통적인 일차원의 Rayleigh flow는 가열이 유속을 마하수 1로 접근시키며, 열폐색을 초래함을 보여준다.⁽²⁾

열역학 제2법칙에 의거해 연소기에서 발생하는 온도는 높을수록 효율은 상승시키나 초음속 연소의 경우 온도상승에 제한이 따르므로 초음속 연소를 행하는 스크램제트 엔진 개발에 있어 열폐색은 해결해야 하는 중요한 문제이다.⁽³⁾

열폐색 현상에 대한 기존의 연구는 1차원류에 대해 해석적 방법을 이용한 것⁽⁴⁾과 간단한 실험 장치를 통해 열 방출 패턴, 압력 손실, 열폐색의 한계치 등을 조사한 것,⁽⁵⁾ 본 저자들에 의한 점성의 영향을 고려하지 않은 것⁽⁶⁾ 등이 있으나, 열폐색 발생시의 유동장의 거동에 대해서는 더 많은 연구가 필요하다.

본 연구는 전산유체역학(CFD)을 이용해 단순 구조의 축소-확대 노즐에 대해 열폐색의 발생에 의해 엔진이 불시동에 이르는 천이과정을 수치 계산하여, 점성의 영향에 따른 유동장의 변화를 관찰하고, 이때 형성되는 유동장의 변화를 압력, 전압손실 등을 이용하여 비점성의 결과⁽⁶⁾와 정성, 정량적으로 비교, 분석하고, 비추력의 변화를 통해 열폐색이 엔진 성능에 미치는 영향을 조사하는 것을 목적으로 한다.

2. 수치계산법

2.1 지배방정식

점성의 영향과 가열항을 포함한 압축성 유체를 지배하는 지배 방정식은 Navier-Stokes 방정식이며, 지배 방정식 중 가열항은 다음과 같다.

$$\mathbf{H} = [0, 0, 0, \rho \dot{q}]^T \quad (1)$$

여기서, ρ 는 밀도를 나타낸다.

가열항의 단위시간, 단위 체적당 열량 \dot{q} 를 계산하기 위해 단위시간당 가열 영역으로 유입되는 질량 \dot{m}_h 에 대해 단위시간당 총 발열량 Q 를 다음 식으로 정의한다.

$$Q = \dot{m}_h R_{O_2} C_H q_{H_2} \psi \quad (2)$$

여기서, 공기 중 산소의 질량분율 R_{O_2} 는 0.22, 수소의 완전 연소시 소비되는 산소에 대한 수소의 상대적 질량분율 C_H 는 0.125이며, 수소의 단위 질량당 발열량 q_{H_2} 는 $1.20915 \times 10^8 \text{ J/kg}$ 이다, 그리고 당량비 ψ 는 수소의 연소 시 소비되는 산소의 질량 분율을 나타낸다.

가열 영역내의 가열량의 분포는 일정한 것으로 가정하여 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{q} = Q/A_{\text{heat}} \quad (3)$$

여기서, A_{heat} 는 가열 영역의 총 면적이다.

본 계산에서 공기는 열적 완전기체(thermally perfect gas)로 가정하여 비열을 JANAF table에 기초하여 온도의 함수로서 구한다.⁽⁷⁾

2.2 차분 방법 및 CFL 안정조건

불연속면을 포함하는 유동장에 대한 고해상도의 공간 차분 해법으로서 Yee-Harten의 풍상형 TVD법을 이용한다.^(8,9)

시간 차분법으로는 연산자 분할법(fractional step)을 이용한다. 이 방법은 다차원 공간 문제의 안정성을 개량하는 양적(explicit) 방법의 한가지로 다차원을 국소적인 1차원으로 분해하는 개념을 이용한 것으로, 이 방법을 이용하면 시간에 대해 2차 정확도(accuracy)를 실현 할 수 있다.

이러한 양적인 알고리즘을 이용하는 경우 계산을 안정화시키기 위해 엄격한 시간 스텝(time step)의 제한이 필요하며, 본 연구에서 사용한 CFL 안정조건은 다음과 같다.⁽¹⁰⁾

$$\Delta t = \frac{C_{\text{CFL}}}{\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + a \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2}} \quad (4)$$

여기서, Δt 는 국소 시간 스텝을, C_{CFL} 는 쿠란수(courant number)를 나타내며, u 와 v 는 각각 x, y 방향 속도 성분을 나타내고, a 는 국소음속을 나타낸다.

쿠란수가 1보다 작으면 본 수치계산법은 안정되며, 본 연구에서 C_{CFL} 은 0.9로 한다.

2.3 난류모델

난류점성 계수를 구하기 위한 난류모델로는 본 계산 대상의 유동장에 대규모의 경계층 박리(separation)가 예상되므로 Johnson-King 비평형 난류모델⁽¹¹⁾을 이용한다.

가장 일반적이며, 적용이 용이한 난류모델로는 Baldwin-Lomax 대수 모델이 있으나, 난류전단응력을 평균류(mean flow)의 국소 상태량으로부터 구하는 평형 난류모델이기 때문에 역압력 구배 또는 박리가 존재하는 복잡한 유동장에 대해 정확성이 떨어지며, 비교적 복잡한 유동장을 잘 예측하는 개량된 2방정식(2-equation) 모델들은 높은 계산 코스트가 필요하다.

이에 반해, Johnson과 King에 의해 제안된 비평형 대수모델인 Johnson-King 비평형 난류모델은 레이놀즈 전단응력의 변화에 대한 상미분방정식을 통해 난류의 대류와 확산 등과 같은 변전효과(history effect)를 고려하므로 대수 모델의 장점인 낮은 코스트와 2 방정식 모델의 정확성을 가지고 있다.^(11,12)

2.4 경계조건

계산의 대상이 되는 단순 노즐은 Fig. 1과 같다. 유입부의 폭은 0.2m이고, 폭이 가장 좁은 목(throat)에서 0.115m 이며, 가열영역은 $1.2 \leq x \leq 1.56\text{m}$ 이다. 계산 코스트를 줄이기 위해, 상측 경계(노즐의 중심선)를 대칭면으로 가정하고, 경계면에 수직인 유동장의 상태량과 속도 성분의 미분 값을 0으로 가정한다. 또, 고체 벽면에서 no-slip 조건을 이용하며, 단열면으로 가정한다. 노즐의 유입 경계면에 대해서는 지표로부터 20,000m의 대기 조건인 정온도(static temperature) $T_1=221.5\text{[K]}$, 정압력(static pressure) $P_1=2607.7\text{[Pa]}$ 로 하고, 마하수 $M_1=4$ 의 일정한 균일류를 가정한다. 그리고 출구 경계에서는 유동장의 상태량과 속도 성분을 내부 격자점으로부터 0차 외삽에 의해 구한다. 계산에 사용된 총 격자의 수는 89×31 이다.

동일한 당량비 ψ 에 대해 가열영역 상류측 면적에 대한 하류측 면적의 비(가열영역의 확장비)를 크게 하면 열폐색을 지연시키거나 막을 수 있지만, 노즐의 구조를 Fig. 1과 같이 고정시키고, 열폐색을 발생시켜 유동장의 변화를 관찰한다.

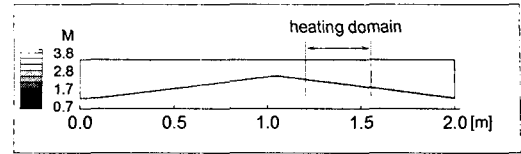


Fig. 1 Mach number contours($\psi=0.0$)

3. 결과 및 고찰

Fig. 1은 가열량이 0 즉, $\psi=0.0$ 인 정상상태에 대한 마하수 분포를 나타낸 것으로, 유로의 변화에 의해 초음속 노즐 내부에 경사 충격파가 형성되어 노즐 단면적의 감소와 경사 충격파의 영향으로 유속이 저하되며, 이 운동 에너지의 감소는 압력 및 열에너지로 전환된다.

이 정상 유동장을 초기조건으로 하여 가열영역에 가열을 행하여 비정상 유동장을 유도한다. 또, 정상 유동장의 마하수 분포를 이용하여 각 x 단면에서 마하수의 평균값을 구하고, 이를 통해 열폐색이 발생하지 않는 이론적인 국소 한계 당량비를 구하여, 실제 수치 계산을 통해 얻은 유동장으로부터 구한 한계 당량비와 비교한다.

3.1 일차원 국소 한계 당량비

가열영역의 확장비와 경계층에 의한 유로면적 축소의 영향을 알아보기 위해, 일차원 한계 당량비에 관한 식으로부터 마하수 분포에 기초한, 다음의 이론 국소 한계 당량비 식을 정의하여 이론 국소 한계 당량비를 구한다.

$$\psi_{\text{lim}} = \frac{(1/n_{T_0} - 1)T_0}{Q_{H_2}} \quad (5)$$

여기서, T_0 는 전온도(total temperature)를 나타내며, 전온도비(total temperature ratio) n_{T_0} 는 다음과 같다.

$$n_{T_0} = \frac{(\gamma + 1)M^2 [2 + (\gamma - 1)M^2]}{(1 + \gamma M^2)^2} \quad (6)$$

Fig. 1의 유동장의 국소 마하수 M 을 토대로 식 (5)를 이용해 계산한 결과, 이론 국소 한계 당량비는 유동장 전체에 걸쳐 0.2 이하이고, 가열영역 내에서의 평균값은 0.131이다. 이 결과는 비점성류에 대한 값(0.136)보다 작으며,⁽⁶⁾ 점성 유동장의 평균 마하수가 비점성 유동장에 비해 작음을 의미한다.

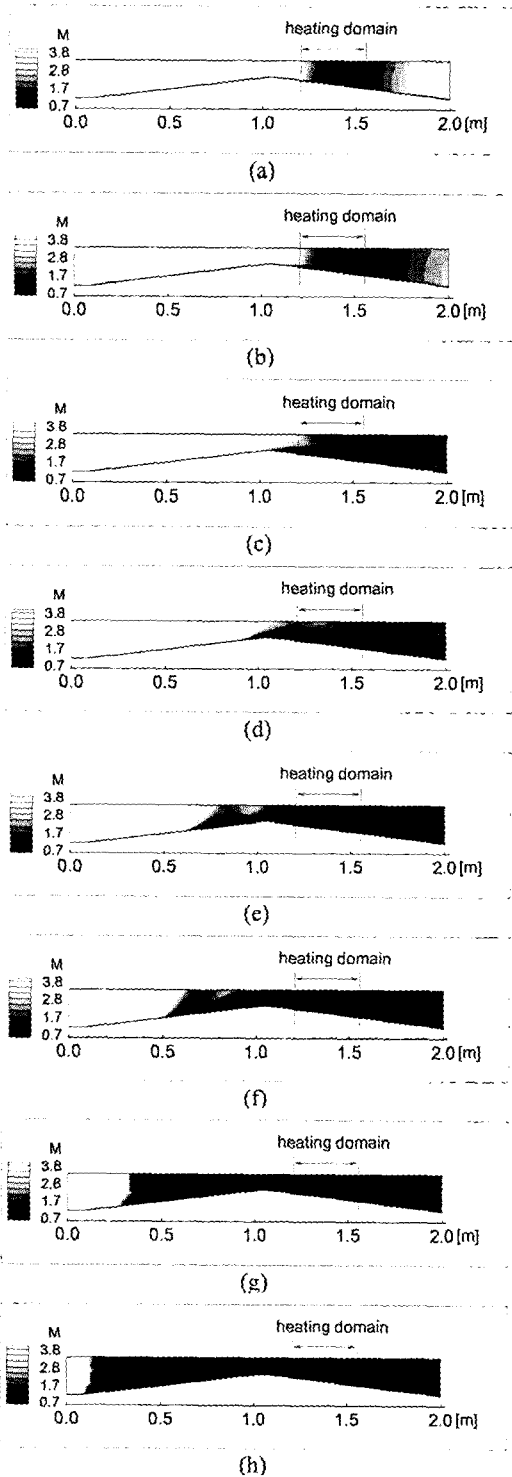


Fig. 2 Time-dependent change of Mach number contours caused by heat addition($\psi=1.0$)

3.2 수치계산 결과

이 절에서는 가열에 의해 형성되는 점성 비정상 유동장의 마하수 분포와 평균 전압력비의 변화 및 열폐색이 발생하지 않는 한계 당량비에 대해 논한다.

3.2.1 열폐색의 과정

점성류에 대한 열폐색의 천이과정을 비점성류의 결과와 정성, 정량적으로 비교하기 위해 당량비를 1.0으로 고정하고, 열폐색을 발생시켜 유동장의 변화과정에 대해 고찰한다.

Fig. 2는 가열에 의해 야기되는, 시간의 변화에 따른 유동장의 변화를 마하수의 분포를 통해 나타낸 것으로 (a)는 가열 개시로부터 약 0.18 ms 후의 유동장 변화의 형태이고, (b)는 약 0.36 ms, (c)는 0.65 ms, (d)는 약 1.05 ms, (e)는 약 3.15 ms, (f)는 약 6.82 ms, (g)는 약 10.75 ms, (h)는 약 13.06 ms 후의 유동장 변화의 형태이다.

(a)의 경우, 가열 영역 내에 가열이 행해져, 압력이 급격히 증가하면, 노즐의 출구 방향만으로는 배출이 불가능하게 되고, 역압력 구배가 형성되어, 이 역압력 구배가 수직 충격파를 야기해 상류로 이동함을 나타낸다. 이때 수직 충격파는 가열영역의 끝 부분($x=1.56m$)에서 처음 발생하여 시간의 경과와 더불어 빠른 속도로 가열 영역 내부의 상류측으로 이동하는 비정상성을 나타낸다. 또, 충격파 전후로 십 수배의 압력 차가 발생하며, 충격파 후방에서 가열 영역의 말단까지 아음속의 영역되고, 가열 영역의 끝 부분을 통과하며 음속 1로 된 유체는 노즐의 유로 확장의 영향으로 가속되어 초음속으로 회복된다. 이와 같은 가열영역 내부의 충격파의 형성과 거동은 비점성류의 경우와 매우 유사하다.⁽⁶⁾

그러나 (b)와 (c)의 경우에서 보듯이 가열영역에서 발생한 역압력 구배는 수직 충격파의 형태로 가열영역의 상류측으로 이동하지 못하고, 박리된 경계층의 내부를 통해 상류 쪽으로 전파된다. 이때 전파 속도는 수직 충격파의 형태로 가열영역을 통과하여 상류 쪽으로 전파되는 비점성류의 경우보다 약 3배 정도 빠르다. 이것은 유동장의 일정 단면 전체에서 흐름의 방향에 역행하는 방향으로 전파되는 비점성류보다 국소적인 경계층 내부를 통해 전파되는 점성류의 경우가 경계층 유속이 아음속이므로 유동의 저항이 적기 때문이라 생각된다.

(d)에서는 박리된 경계층에 의해 경사 박리 충격파(separation shock wave)가 형성됨을 알 수 있다. 이것은 역압력 구배에 의한 경계층의 박리가 유동장 전체의 구조에 영향을 미치는 것을 나타내며, 이로 인해 열폐실이 상류 쪽으로 전파되는 속도는 감소된다.

(e)~(h)는 가열영역에서 발생한 압축파가 입사 경사충격파와 경계층이 간섭한 후 아음속이 된 rear 충격파 뒤에 유입되어 rear 충격파를 강화시켜 수직충격파로 발전하는 일련의 과정을 보이는 계산 결과이다.

비점성류의 경우, 충격파가 형성되어 노즐의 입구까지 도달하는 시간이 약 33ms이고, 입구 상태량을 기준으로 한 평균 마하수로는 0.18이나,⁽⁶⁾ 점성류의 경우는 이보다 2.5배 정도 빠르다. 그리고 비점성류의 경우, 충격파 노즐의 단면적이 가장 작은 곳에서 비교적 느리게 이동하며 이곳을 지나면 가속되는 것에 반하여 점성류의 경우는 노즐의 목 부근에서 빠르고, 경사 충격파가 수직 충격파로 천이되는 노즐의 입구 부근에서 느리게 상류 쪽으로 전파된다.

Fig. 3은 Fig. 2의 유동장에 대해 x 축에 수직인 각 y 단면의 각 격자점 I에서 구한 평균 전압력(total pressure)을 노즐 입구 균일류의 전압력으로 나눈 전압력비(total pressure ratio) R_{sp} 를 도시한 것이다. (a)의 그래프에서 국소적으로 전압력비가 1보다 큰 것은 가열영역에서 가열에 의한 물리적 변화가 출구 쪽으로 전달되지 않은 매우 비정상성이 강한 유동임을 나타낸다. 충격파의 전후로 막대한 전압손실이 발생하는 것을 알 수 있으며, (c)~(f)의 그래프의 경사 부분은 동일한 x 축 격자점(I)이 경사 충격파의 전방과 후방에 위치하여 생긴 것으로 이 사실로부터도 경사 충격파의 존재를 확인 할 수 있다(Fig. 2와 비교). 이 경사각은 (g)와 (h)처럼 충격파가 수직 충격파로 천이 되면서 점차 커져 동일한 격자점 I의 일정 단면에서 완전한 불연속면이 된다.

이러한 과정 중의 전압손실은 점성류와 비점성류 모두 손실 이전 전압력의 약 3/4에서 4/5에 달하는 양이며, 0.3MPa 정도이다.⁽⁶⁾ 전압손실은 전압력의 성분 중 동압력 성분의 큰 감소에 기인하고, 이는 운동 에너지의 감소를 의미한다. 가열영역 내로 유입되는 공기 질량은 1/2 이상 감소

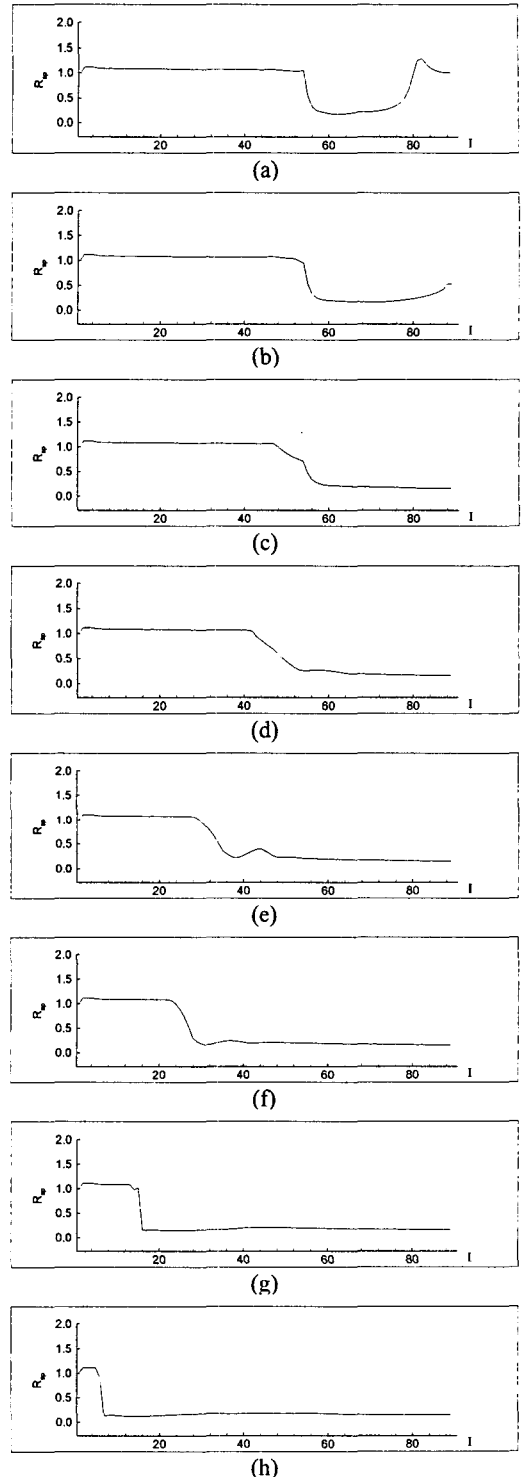


Fig. 3 Distributions of mean total pressure ratio for each I station ($\psi=1.0$)

되어, 추력의 감소로 이어진다.

천이 과정 중 추력의 변화를 알아보기 위해 비정상 상태에서, 단위 질량당 추력, 즉 비추력 F^* 를 다음과 같이 정의한다.

$$F^* = \frac{F_T}{\int_s \rho_i u_i ds} \quad (7)$$

여기서, 추력 F_T 는 다음과 같다.

$$F_T = F_M + F_P + F_U \quad (8)$$

F_M 과 F_P 는 각각 운동량과 압력의 변화에 기인한 추력 성분이며, F_U 는 검사체적 내에서 유체 운동량의 비정상적인 변화에 의한 추력 성분을 나타내고, 다음 식들로 정의된다.

$$F_M = \int_A (\rho_e u_e^2 - \rho_i u_i^2) dA \quad (9)$$

$$F_P = \int_S (P_e - P_i) dA \quad (10)$$

$$F_U = \int_V \frac{\partial \rho u}{\partial t} dV \quad (11)$$

아래첨자 e와 i는 노즐 출구와 입구에서의 값을 나타내며, A는 면적을 나타낸다.

Fig. 4는 식 (7)에 의해 정의된 비추력의 시간에 따른 변화를 나타낸 것이다. 열폐실에 의해 가열 영역으로 유입되는 유량의 감소가 발생하기 전의 아주 짧은 시간 동안, 가열 영역 내에 생성된 고압의 영향으로 노즐 출구부근에서 정압력과 운동량이 증가하여 비추력도 커진다. 그러나 유입 유량의 감소와 더불어 압력변화에 의한 추력 성분은 크게 변하지 않으나, 운동량에 의한 추력 성분이 큰 폭으로 감소하므로 비추력 또한 크게 감소하고, 결국 압력에 의한 추력 성분도 점차적으로 감소하여 추력은 (-)의 값을 가지게 된다. 이러한 과정을 통해 엔진은 추력을 얻기 위해 필요한 질량유량을 얻지 못하게 되어 불시동 상태가 된다.

Fig. 4에서 알 수 있는 것과 같이 점성류의 경우 비추력의 감소는 순식간에 발생하여 엔진이 불시동 상태가 되는 반면, 비점성류의 경우는 비추력이 진동하는 비정상성을 보이며 상대적으로 서서히 감소한다.⁽⁶⁾

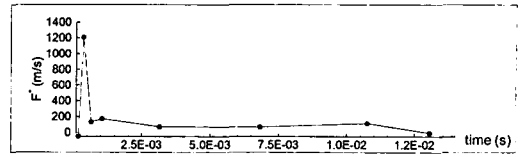


Fig. 4 Change of specific thrust ($\psi=1.0$)

3.2.2 한계 당량비

이전의 연구에서,⁽⁶⁾ 비점성류의 경우 유동장 전체가 초음속을 유지하는 한계 당량비는 노즐 출구부의 단면적 증가의 영향으로 가열 영역의 평균 이론 당량비 0.136 보다 큰 약 0.2로서 이 값은 동일한 입구 조건에 대한 이론 당량비와 거의 비슷하나, 점성류의 경우, 박리 경계층이 노즐의 목을 통과하여 상류로 전파되지 않는 한계당량비가 비점성류의 1/2인 약 0.1이다. 이것은 가열영역으로 유입되는 총 공기량의 1/10 만을 연소에 이용하여 추력으로 전환할 수 있는 극한 상황임을 나타낸다.

한계 당량비로 가열을 행한 경우, 비추력은 점성류와 비점성류 각각 39.16m/s와 123.38m/s로 점성류의 경우가 약 3.15배 작다.⁽⁶⁾ 이러한 결과로부터 열폐실은 실제 비행에 필요한 추력을 얻기 위한 엔진의 연소 범위(당량비)를 크게 제한함을 알 수 있다.

4. 결 론

가열에 의해 야기되는 비정상 점성 유동장의 수치해와 이전의 연구 결과⁽⁶⁾로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 열폐색의 천이 과정에서, 가열에 의한 역압력 구배의 형성은 비점성류의 경우, 수직 충격파의 형성을 야기하며, 점성류의 경우, 박리 충격파를 형성시키고 이들 충격파는 매우 빠른 속도로 상류측으로 이동한다.

(2) 가열에 의해 형성된 충격파가 상류측으로 이동하는 과정에서 비점성류는 비추력이 진동하며 감소하고, 점성류는 상대적으로 급격히 감소하여 엔진이 불안정한 상태가 된다.

(3) 수직 충격파의 이동에 수반되는 전압손실은 손실 이전 전압의 3/4에서 4/5에 달하는 막대한 양이다.

(4) 본 계산 모델에 대한 한계 당량비는 점성류

의 경우가 0.1로서 비점성류의 1/2이다.

이상으로부터, 열폐색이 엔진 성능에 미치는 악영향은 막대하며, 경계층 박리의 제어가 열폐색 제어의 가장 중요한 요소임을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) White, M. E., Drummond J. P. and Kumar A., 1987, "Evolution and Application of CFD Techniques for Scramjet Engine Analysis," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 3, No. 5, pp. 423~439.
- (2) Heiser, W. H. and Pratt, D. T., 1994, Hypersonic Airbreathing Propulsion, *AIAA Education Series*, Washington, D. C., pp. 76~86.
- (3) Heiser, W. H., McClure, W. B. and Wood, C. W., 1994, "Simulating Heat Addition via Mass Addition in Constant Area Compressible Flows," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 1, pp. 167~171.
- (4) Onodera, T. and Kaji, S., 1994, "2-Dimensional Numerical Analysis of the Interacting Between Scramjet Engine Modules," *Journal of The Japan Society for Aeronautical and Space Science*, Vol. 42, No. 480, pp. 53~59.
- (5) Yoon, Y., Donbar, J. M., Huh, H. and Driscoll, J. F., 1996, "Measured Supersonic Flame Properties: Heat-Release Patterns, Pressure losses, Thermal Choking Limits," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 12, No. 4, pp. 718~723.
- (6) Kim, J. W. and Chung, J. D., 2002, "A Numerical Study on Characteristics of Unsteady Flows Caused by Heat Addition in a Convergent-Divergent Duct," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 26, No. 6, pp. 765~771.
- (7) Stull, D. R. and Prophet, H., 1964, JANAF Thermochemical Tables, U. S. Department of Commerce, Washington, D. C.
- (8) Roe, P. L., 1981, "Approximate Riemann Solvers, Parameter vector and Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol. 43, No. 1, pp. 357~372.
- (9) Yee, H. C. and Harten, A., 1987, "Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws in Curvilinear Coordinate," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 2, pp. 266~274.
- (10) Anderson, D. A., Tannehill, J. C. and Pletcher, R. H., 1984, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, *Hemisphere Publishing Corporation*, New York, pp. 479~489.
- (11) Johnson, D. A. and King, L. S., 1985, "A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers," *AIAA Journal*, Vol. 23, No. 11, pp. 1684~1692.
- (12) Abid, R., Vatsa, V. N., Johnson, D. A. and Wedan, B. W., 1990, "Prediction of Separated Transonic Wing Flows with Non-Equilibrium Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 8, pp. 1426~1431.
- (13) Noguchi, Y. and Shiratori, T., 1994, "Behavior of the Johnson-King Turbulence Model in Axisymmetric Supersonic Flows," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 7, pp. 1394~1398.