

〈 논문 〉

2개의 구를 지나는 유동에 대한 수치 해석적 연구 (I) -유동방향으로 놓여진 2개의 구-

윤 동 혁* · 양 경 수†

(2004년 10월 20일 접수, 2004년 11월 26일 심사완료)

Numerical Simulation of Flows Past Two Spheres (I) -Two Spheres Aligned in the Streamwise Direction-

Dong-Hyeog Yoon and Kyung-Soo Yang

Key Words: Immersed Boundary Method(가상 경계법), Two Spheres(2개의 구), Finite Volume Method(유한 체적법), Wake(후류), Vortex Shedding(와플림)

Abstract

A parametric study on the interactions of two spheres aligned in the streamwise direction is carried out using an immersed boundary method. The numerical results for the case of single sphere for the range of $Re \leq 300$ are in good agreement with other authors' experimental and numerical results currently available. Then, our main investigation is focused on identifying the change of the vortical structures in the presence of a nearby sphere aligned in the streamwise direction for the range $Re \leq 300$. It turns out that significant changes in physical characteristics are noticed depending on how close the two spheres are. In this paper, not only quantitative changes in the key physical parameters such as the force coefficients, but also qualitative changes in vortex structures are reported and analyzed.

기호설명

U : 균일한 입구 속도
 d : 구의 지름
 l : 구와 구사이의 거리
 q : 질량 원천/흡입
 f_i : 운동량 부가
 ν : 동점성계수
 u_i : 3차원 직교 좌표계 속도 성분
 Re : Reynolds 수(= Ud/ν)

X_{r0} : 박리 길이(1개의 구)
 X_r : 박리 길이(2개의 구의 경우)
 C_{d0} : 항력계수(1개의 구)
 C_d : 항력계수(2개의 구의 경우),
 $C_d = Drag / (\frac{1}{8} \rho U^2 \pi d^2)$
 C_y, C_z, C_l : 양력계수, $C_l = \pm \sqrt{C_y^2 + C_z^2}$
 C_p : 압력계수(= $(p - p_\infty) / \frac{1}{2} \rho U^2$)
 Ω : Strouhal 수

1. 서론

구는 3차원 장애물 중에서 가장 단순한 형상을 가지나, 구 주위의 유동 구조는 박리점, 자유전단층, 재순환 유동 등 복잡한 유동 요소가 혼재되어 있다. 또한 레이놀즈수(Re)에 따라 다양한 형

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과
 E-mail : ksyang@inha.ac.kr
 Tel : (032)860-7322 FAX : (032)868-1716

* 회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

태의 와흘림(vortex shedding)도 관찰되어 구 주위의 유동은 오래전부터 많은 연구자들의 관심을 받아 왔다.⁽¹⁻³⁾ 최근에는 스포츠 공, 다상 유동 등과 관련하여 많은 연구가 이루어지고 있다.⁽⁴⁻⁷⁾

2개의 구에 의한 상호 작용에 관한 연구로는 Rowe and Henwood,⁽⁸⁾ Lee⁽⁹⁾와 Tsuji등⁽¹⁰⁾이 $Re > 200$ 에서 구과 구 사이의 거리에 따른 항력의 변화와 와류 구조를 보고하였으며, Zhu등⁽¹¹⁾은 $Re < 200$ 에서 구와 구 사이의 거리에 따른 항력을 측정한다. Chen등⁽¹²⁻¹³⁾은 $Re < 120$ 에서 하류 쪽 구의 위치에 따른 항력과 와류 구조에 대한 실험 데이터를 제공하였다. Kim등⁽¹⁴⁾과 Schouveiler⁽¹⁵⁾는 유동방향에 수직으로 놓여진 2개의 구에 대하여 수치 해석적 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 가상 경계법을 이용한 수치 모사를 수행하여 $Re \leq 300$ 에서 2개의 구가 유동 방향으로 나란히 놓여져 있는 경우에 대하여 구와 구사이의 간격의 변화에 따른 항력의 변화와 와류 구조(vortical structure)의 변화를 관찰하였다. 한편, 동일 유동 현상에 대한 기존의 실험 결과^(11,12)들은 일관성이 결여되어 있어, 고해상도를 적용한 본 연구의 계산 결과가 타 연구자들에게는 benchmarking을 위한 비교 자료의 역할을 할 것으로 기대 된다.

2. 수치해석 방법

2.1 지배방정식

가상 경계법이 적용된 3차원 비압축성 연속방정식, 운동량 방정식은 다음과 같다.⁽¹⁶⁾

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} - q = 0 \quad j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad (2)$$

여기서 u_i 는 x_i 방향으로의 속도성분, p 는 압력, q 는 질량 원천/흡입, f_i 는 운동량 부가를 각각 나타낸다.

각 방정식은 유한 체적법(Finite Volume Method)으로 차분 되었고, 비균일 엇갈린 격자계(nonuniform staggered grid)를 사용하였다. 시간 차분은

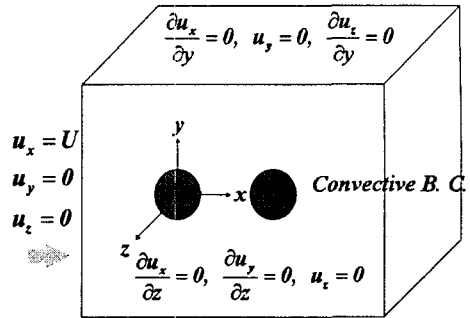


Fig. 1 Coordinate system and boundary conditions

운동량 방정식에서 대류항에 대하여 3차 정확도의 Runge-Kutta 방법으로 explicit하게 적분하였고 점성항은 Crank-Nicholson 방법으로 implicit하게 적분이 수행되었다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리하기 위하여 Fractional Step 기법이 사용되었다. 구 형상을 구현하기 위해 사용된 가상경계법에 관한 자세한 수치적 기법은 Kim등⁽¹⁶⁾의 논문을 참조하기 바란다.

2.2 계산 영역과 경계조건

경계 조건은 입구와 출구에서 각각 Dirichlet 조건과 대류경계조건이 사용되었으며 계산 영역 윗면과 아랫면, 앞면과 뒷면에서 slip 조건을 사용하였다. 물체 표면에서는 no-slip 조건을 사용하였다. 계산 영역은 x방향에 대하여 입구에서 앞에 놓여진 구 중심까지 15d, 뒤에 위치한 구 중심에서 출구까지 15d를 사용하였고 y방향과 z방향으로는 구 중심에서 양쪽으로 각각 15d를 사용하였다. 수치적 해상도는 격자 세분화 연구를 통해 결정하였으며 x, y, z 방향으로 최대 $272 \times 160 \times 160$ 의 격자계를 사용하였다.

3. 결 과

3.1 한 개의 구를 지나는 유동

1개의 구 주위에서의 층류 유동은 크게 4가지 구역으로 구분되어 질수 있다.⁽¹⁻⁷⁾ Re 가 210까지는 정상 축대칭 유동(steady axisymmetric flow)이 되며, 210부터 270 사이에서는 정상 면대칭 유동(steady planar-symmetric flow), 270부터 400사이에서 비정상 면대칭 유동(unsteady planar-symmetric flow), 400이상에서 비정상 비대칭 유동(unsteady

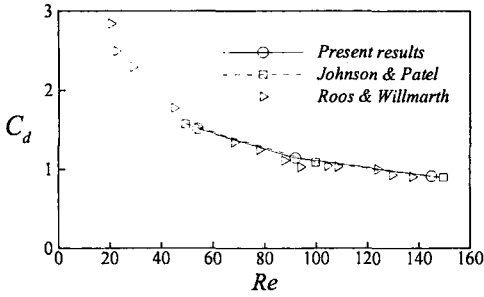


Fig. 2 Drag coefficient versus Reynolds number

Table 1 Force coefficients and Strouhal number of single sphere at Re=300

	C_d	C_l	St
Present	0.666	0.068	0.137
Johnson & Patel ⁽⁵⁾	0.656	0.069	0.137
Constantinescu & Squires ⁽⁶⁾	0.655	0.065	0.136
Tomboulides ⁽⁴⁾	0.671		
Kim et al. ⁽¹⁶⁾	0.658	0.067	0.134

asymmetric flow)이 된다. 본 연구에서는 Re=54, 92, 145, 300 인 경우에 대하여 코드의 검증용 실시하였다.

Fig. 2는 정상 축대칭 유동에서 Re의 변화에 따른 항력 계수를 기존의 수치해석 결과 및 실험 결과와 비교한 것으로 기존의 결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

Re=300에서 유동은 비정상 면대칭 상태로 된다. Table 1은 Re=300에 대하여 Tomboulides⁽⁴⁾가 실험한 결과와 Johnson과 Patel,⁽⁵⁾ Constantinescu와 Squires⁽⁶⁾가 body-fitted 격자를 사용한 결과, Kim 등⁽¹⁶⁾이 가상 경계법으로 계산한 결과를 본 연구에서의 결과와 비교한 것이다.

3.2 두 개의 구를 지나는 정상 유동

2개의 구를 지나는 유동은 구 사이 거리의 변화에 따라 다양한 유동 특성을 가진다. 우선 정상 축 대칭 유동인 Re=54, 92, 145인 경우 Fig. 3과 같은 항력의 변화를 가진다. Fig. 3(a)는 뒤에 있는 구의 항력 계수를 1개의 구만이 존재할 경우와 비교한 그림이다. 앞의 구가 유동 장애물로 존재할 때 후류에 놓인 구의 항력은 1개의 구 항

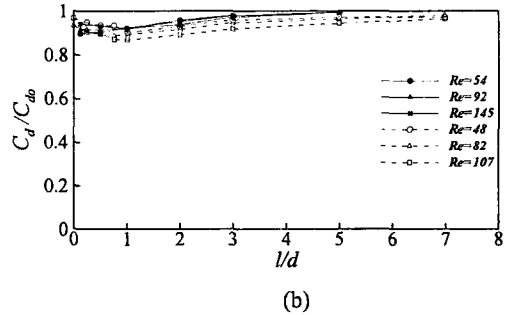
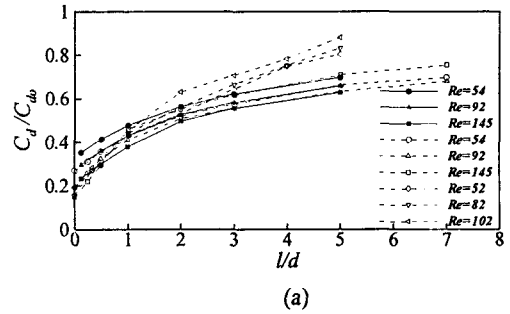


Fig. 3 The variation in the drag ratio with intersphere distance: (a) Drag ratio of the trailing sphere ; ———, present results; - - - - -, Zhu et al.⁽¹¹⁾; - · - · - · -, Chen et al.⁽¹²⁾; (b) Drag ratio of the leading sphere; ———, present results; - - - - -, Zhu et al.⁽¹¹⁾

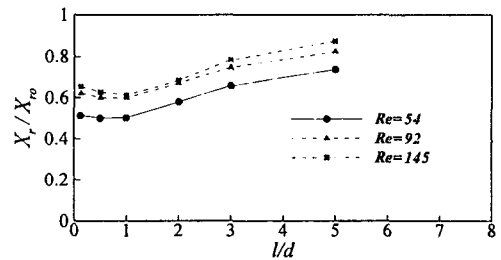


Fig. 4 Normalized separation length

력과 비교해서 80%까지 감소하는 것을 알 수 있다. 이는 Zhu et al.⁽¹¹⁾과 Chen et al.⁽¹²⁾의 실험 결과와 일치한다. l/d가 증가함에 따라 뒤의 구 항력은 점차 1개의 구 항력에 접근하는 것을 볼 수 있다. 또한 Re가 높을수록 항력비(Cd/Cd0)가 더 작아지는 것을 알 수 있다.

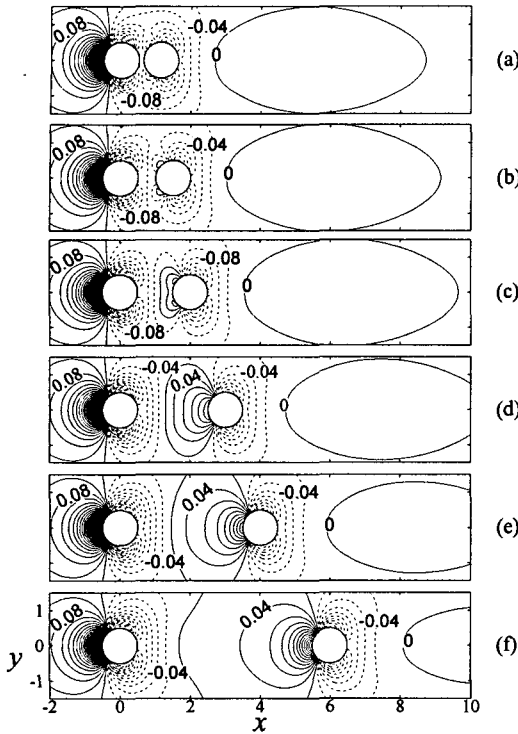


Fig. 5 Pressure coefficient contours at $Re=54$: (a) $l/d=0.125$; (b) $l/d=0.5$; (c) $l/d=1.0$; (d) $l/d=2.0$ (e) $l/d=3.0$; (f) $l/d=5.0$

Fig. 3(b)는 앞에 위치한 구의 항력 변화를 나타낸다. $Re=54$ 경우 l/d 가 작을수록 항력이 낮아지는 결과를 보이다가 Re 가 높아짐에 따라 $l/d=1.0$ 에서 항력이 가장 낮아지는 임계점이 나타난다.

Fig. 4는 뒤에 위치한 구에서 1개의 구를 지나는 유동에 대한 박리 길이의 비를 나타낸다. Re 가 커짐에 따라 박리 길이의 비가 커지는 것을 관찰할 수 있고, 또한 높은 Re 의 경우 $l/d=1.0$ 에서 최소값이 존재함을 알 수 있다.

Fig. 5, 6, 7은 $Re=54, 92, 145$ 에서 $C_p = (p - p_\infty) / \frac{1}{2} \rho U^2$ 로 정의 되는 압력계수의 등고선을 나타낸다. 0.04의 간격으로 음의 값은 점선으로 나타내었다. 각 Re 에서 l/d 가 증가함에 따라 후류에 놓인 구 앞에서의 압력이 서서히 증가하여 뒤쪽 구에 작용하는 항력이 증가하는 양상을 관찰할 수 있다. 또한 같은 l/d 에서 Re 가 큰 경우에 후류 구 앞에서 압력계수가 작은 것을 관찰할 수 있다. 이는 Re 의 변화에 따른 항력 변화에

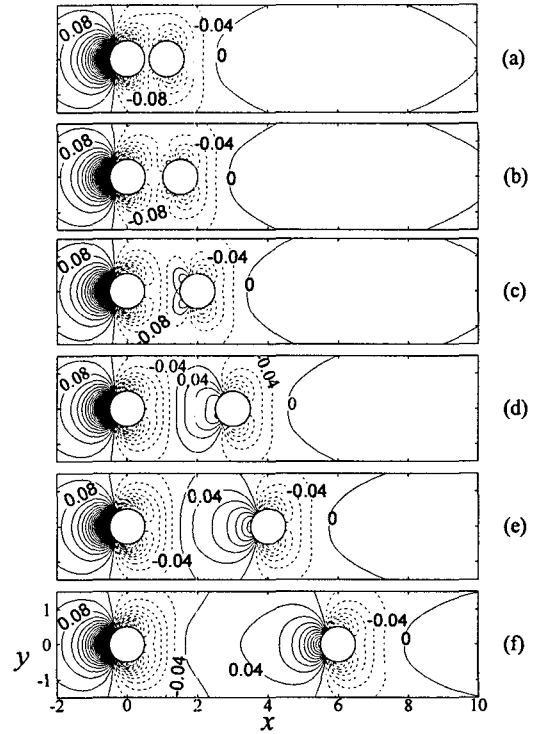


Fig. 6 Pressure coefficient contours at $Re=92$

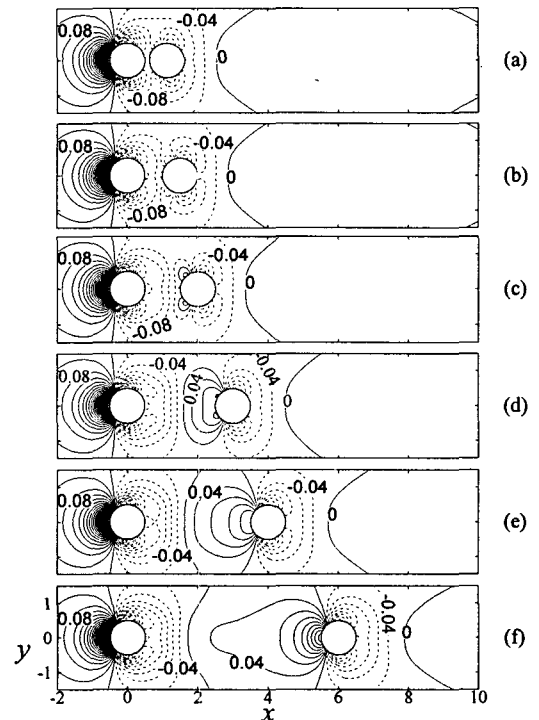


Fig. 7 Pressure coefficient contours at $Re=145$

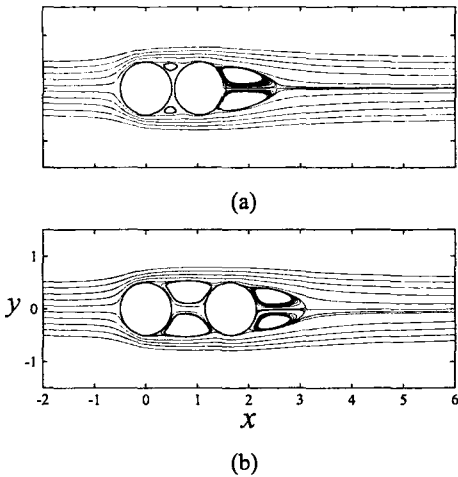


Fig. 8 Computed axisymmetric streamlines past two spheres at $Re=220$: (a) $l/d=0.05$; (b) $l/d=0.65$

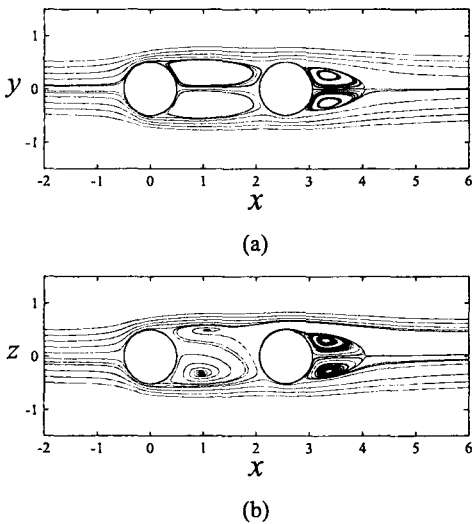


Fig. 9 Computed planar symmetric streamlines past two spheres at $Re=220$, $l/d=1.56$: (a) $x-y$ plane; (b) $x-z$ plane

영향을 미쳐 Re 가 높은 쪽이 압력에 의한 항력을 적게 받아 항력이 낮아진 것을 의미한다.

$Re=220$ 에서 두개의 구를 지나는 유동은 l/d 에 따라 와류 구조가 변한다. 본 연구에서는 l/d 가 각각 0.05, 0.65, 1.56인 경우에 대하여 계산을 수행하였다. 1개의 구를 지나는 유동에서는 정상 면대칭 유동(steady planar-symmetric flow)이 되지

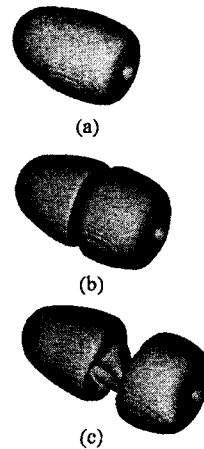


Fig. 10 Vortical structures of the flow past two spheres at $Re=220$, contours of $Q=0.001^{(17)}$: (a) $l/d=0.05$; (b) $l/d=0.65$; (c) $l/d=1.56$

Table 2 Force coefficients of two spheres at $Re=220$

	$l/d=0.05$	$l/d=0.65$	$l/d=1.56$
C_d of the leading sphere	0.726	0.706	0.690
C_l of the leading sphere	0.000	0.000	0.047
C_d of the trailing sphere	0.114	0.194	0.314
C_l of the trailing sphere	0.000	0.000	0.033

만, 2개의 구주위의 유동은 l/d 에 따라 각각 정상 축대칭 유동(steady axisymmetric flow), 정상 면대칭 유동이 된다.

Fig. 8은 정상 축대칭 유동이 관찰된 $l/d=0.05$, $l/d=0.65$ 의 경우 유선을 나타내었다. Fig. 9는 $l/d=1.56$ 인 경우 $x-y$, $x-z$ 평면에서 유선을 보여준다. Fig. 10은 $Re=220$ 에서 Jeong & Hussain⁽¹⁷⁾이 제시한 방법으로 나타낸 l/d 에 따른 3차원 와류 구조이다. Fig. 10(a), (b)에서처럼 정상 축대칭 유동인 경우 와홀림 현상이 보이지 않지만 Fig. 10(c)에서 면대칭 구조가 되면서 앞의 구와 뒤의 구 사이에서 와홀림에 의한 한 쌍의 와류 구조가 생겨난다. Table 2는 l/d 에 따른 앞에 놓인 구와

뒤에 놓인 구의 항력계수와 양력 계수의 변화를 보여준다.

l/d 의 변화에 따른 구와 구 사이의 와류구조의 변화는 뒤에 위치한 구가 앞에 있는 구에 의한 와흘림을 억제하여 안정화시키기 때문이다. 즉 와흘림이 발생하는 공간을 줄여 주기 때문이다.

뒤의 구 후류에서는 모든 계산에서 vortex shedding이 발생하지 않았다. 이는 앞의 구에 의해 뒤에 위치한 구 주위에서의 평균 속도가 낮아져 낮은 Re 효과를 가져왔기 때문으로 생각된다.

3.3 두 개의 구를 지나는 비정상 유동($Re=300$)

$Re=300$ 에서 2개의 구를 지나는 유동은 l/d 에 따라 1개의 구를 지나는 유동 상태인 비정상 면대칭 유동뿐만 아니라 다양한 와류구조와 유동 특성들을 가진다. 본 연구에서는 l/d 가 각각 0.05, 1.0, 2.0, 3.0인 경우에 대하여 연구를 수행하였다.

$l/d=0.05$ 인 경우 한 개의 구를 지나는 유동과는 달리 와흘림이 발생하지 않고 정상 축대칭 유동 (steady axisymmetric flow)이 된다. 앞에 놓인 구와 뒤에 놓인 구의 C_d 는 각각 0.656, 0.055으로 측정되었다. Fig. 11(a)는 $l/d=0.05$ 에서의 3차원 와류구조를 나타내며 축대칭 와류구조를 볼 수 있다.

$l/d=1.0$ 인 경우 구과 구 사이에서 와흘림이 발생한 후 유동이 변하지 않는 정상 면대칭 유동 (steady planar-symmetric flow)가 된다. 뒤에 놓인 구 후류에서는 와흘림이 발생하지 않는다. 앞에 놓인 구와 뒤에 놓인 구의 C_d 는 각각 0.635, 0.187이며 C_l 은 각각 0.080, 0.054으로 양력의 방

향은 앞의 구와 뒤의 구가 서로 반대 방향이다. Fig. 11(b)는 $l/d=1.0$ 인 경우에 3차원 와류구조이며 구와 구 사이에서 면대칭 와흘림에 의한 와류구조를 관찰할 수 있다.

$l/d=2.0$ 인 유동에서는 비정상 면대칭 유동 (unsteady planar-symmetric flow)이 된다. Fig. 12는 앞에 놓인 구와 뒤에 놓인 구의 항력계수를 나타낸다. 뒤에 놓인 구의 항력계수의 진폭이 앞에 놓인 구보다 크게 나타나며 그 이유는 앞에 놓인 구 후류에서 뒤에 있는 구가 유동을 안정화시키기 때문이다. 즉 뒤에 놓인 구가 후류에서 장애물 역할을 함으로서 앞에 놓인 구 후류에서 주기적인 와흘림을 방해한 것이다. Fig. 13은 앞에 놓인 구와 뒤에 놓인 구에서의 양력계수를 나타낸다. Fig. 13에서도 뒤에 놓인 구의 진폭이 앞에

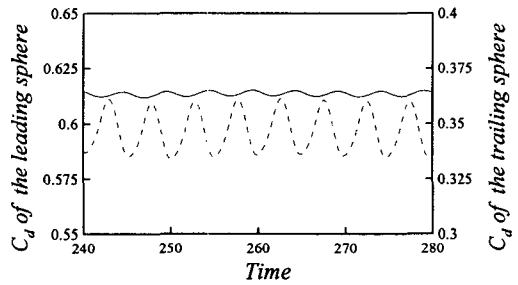


Fig. 12 Drag coefficients of the two spheres at $Re = 300$ and $l/d=2.0$: ———, C_d of the leading sphere; - - - - - , C_d of the trailing sphere

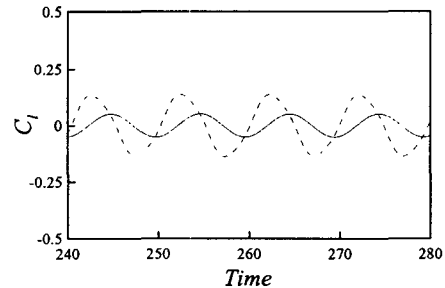


Fig. 13 Lift coefficients of the two spheres at $Re = 300$ and $l/d=2.0$: ———, C_l of the leading sphere; - - - - - , C_l of the trailing sphere

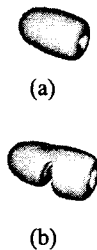


Fig. 11 Vortical structures of the flow past two spheres at $Re = 300$, contours of $Q=0.001^{(17)}$: (a) $l/d = 0.05$; (b) $l/d = 1.0$

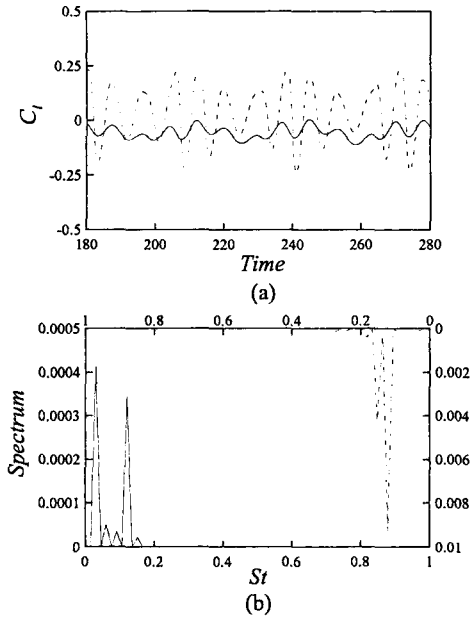


Fig. 14 Lift characteristics at $Re = 300$ and $l/d=3.0$: (a) lift coefficients of two spheres; —, C_l of the leading sphere; - - -, C_l of the trailing sphere; (b) power spectrum; —, the leading sphere; - - -, the trailing sphere

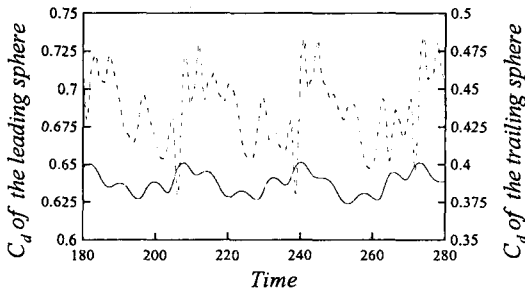


Fig. 15 Drag coefficients of the two spheres at $Re = 300$ and $l/d=3.0$: —, C_d of the leading sphere; - - -, C_d of the trailing sphere

놓인 구보다 크게 나타난다. 또한 한 개의 구와는 다르게 양력계수의 평균이 0이 된다. 즉 구의 중심축을 기준으로 주기적인 와홀림이 발생됨을

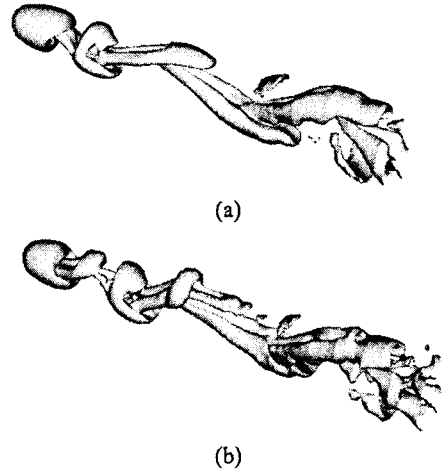


Fig. 16 Vortical structures of the flow past two spheres at $Re = 300$, contours of $Q=0.001^{(17)}$: (a) $l/d = 2.0$; (b) $l/d = 3.0$

알 수 있다. 측정된 평균 항력계수 C_d 는 앞의 구에서 0.614, 뒤의 구에서 0.348이며 Ω 는 0.101이다. Ω 가 한 개의 구를 지나는 유동($\Omega=0.137$)보다 작아졌는데 이는 뒤에 놓인 구의 영향으로 유동장이 보다 안정화 됐기 때문이다.

$l/d=3.0$ 인 유동에서는 2개의 지배적인 진동수를 가진 유동이 된다. Fig. 14(a)에서 나타낸 양력계수들의 변화처럼 앞에 놓인 구 뒤에서의 주기적인 와홀림과 뒤에 놓인 구에서의 주기적인 와홀림이 상호 영향을 미쳐 2개의 지배적인 진동수를 가진 유동이 된다. Fig. 14(b)는 C_l 에 대한 power spectrum를 나타내며 측정된 지배적인 Ω 는 앞의 구에 대하여 0.030, 0.121 뒤의 구에 대하여 0.121, 0.152이다. 구와 구 사이에서의 유동은 $l/d=2.0$ 인 경우보다 큰 진폭을 가진 와홀림을 이룬다. 앞에 놓인 구에서 양력계수의 평균값이 뒤에 위치한 구의 평균값보다 커졌다. 즉 한쪽으로 치우쳐서 주기적인 와홀림을 이룬다. 하지만 앞과 뒤에 위치한 구 모두 비정상 면대칭 유동이다. Fig. 15는 앞에 놓인 구와 뒤에 놓인 구에서 항력계수의 변화를 나타낸다. 측정된 평균 항력계수는 앞의 구에서 0.638, 뒤의 구에서 0.430이다. Fig. 16(a), (b)는 l/d 가 각각 2.0, 3.0인 경우에 3차원 와류 구조를 나타낸다. l/d 가 3.0인 경우의 와류 구조가 2.0인 경우보다 좀 더 복잡한 구조를 이루는 것을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 가상경계법을 이용하여 $Re \leq 300$ 에서 유동 방향으로 나란히 배치된 2개의 구 주위의 유동에 대한 수치 해석적 연구를 수행하였다.

$Re=54, 92, 145$ 인 2개의 구를 지나는 정상 축대칭 유동에서 후류에 위치한 구의 항력이 1개의 구의 항력보다 80%까지 감소하였으며 앞에 위치한 구의 항력도 10%까지 감소하였다.

$Re=220$ 인 경우 2개의 구 주위의 유동은 l/d 의 변화에 따라 정상 축대칭 유동, 정상 면대칭 유동이 되는 것을 확인하였다.

$Re=300$ 에서는 l/d 의 변화에 따라 정상 축대칭 유동, 정상 면대칭 유동, 비정상 면대칭 유동의 구조가 나타나며 $l/d=3.0$ 인 경우 2개의 지배적인 진동수가 나타나는 것을 확인 하였다.

전반적으로 l/d 의 변화에 따라 다양한 와류구조를 발견할 수 있었으며 l/d 가 작을수록 뒤에 놓인 구가 유동장을 더욱 안정화 되는 것을 확인 하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적 기초 연구(R01-2002-000-00060-0) 지원으로 수행되었다.

참고문헌

- (1) Taneda, S., 1956, "Experimental Investigation of the Wake Behind a Sphere at Low Reynolds Numbers," *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 11, pp. 1104~1108.
- (2) Magarvey, R. H. and Bishop, R. L., 1961, "Transition Ranges for Three-Dimensional Wakes," *Can. J. Phys.*, Vol. 39, pp. 1418~1422.
- (3) Roos, F. W. and Willmarth, W. W., 1971, "Some Experimental Results on Sphere and Disk Drag," *AIAA J.*, Vol. 9, No. 2, pp. 285~291.
- (4) Tomboulides, A. G., 1993, "Direct and Large-Eddy Simulation of Wake Flows: Flow Past a Sphere," *PhD Thesis*, Princeton University.
- (5) Johnson, T. A. and Patel, V. C., 1999, "Flow Past a Sphere up to a Reynolds Numbers of 300," *J. Fluid Mech.*, Vol. 378, pp. 19~70.
- (6) Constantinescu, G. S. and Squires, K. D., 2000, "LES and DES Investigations of Turbulent Flow over a Sphere," *AIAA J.*, 0540.
- (7) Sakamoto, H. and Haniu, H., 1990, "A Study on Vortex Shedding from Spheres in a Uniform Flow," *ASME: J. Fluids Eng.*, Vol. 112, pp. 386~392.
- (8) Rowe, P. N. and Henwood, G. A., 1961, "Drag Forces in Hydraulic Model of a Fluidised Bed-Part I," *Transactions of the Institute of Chemical Engineers*, Vol. 39, pp. 43~54.
- (9) Lee, K. C., 1979, "Aerodynamic Interaction Between Two Spheres at Reynolds Numbers Around 10^4 ," *Aero. Q.*, Vol. 30, pp. 371~385.
- (10) Tsuji, Y., Morikawa, Y. and Terashima, K., 1982, "Fluid-Dynamic Interaction Between Two Spheres," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 8, pp. 71~82.
- (11) Zhu, C., Liang, S.-C. and Fan, L.-S., 1994, "Particle Wake Effects on the Drag Force of an Interactive Particle," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 20, pp. 117~129.
- (12) Chen, R. C. and Lu, Y.N., 1999, "The Flow Characteristics of an Interactive Particle at Low Reynolds Numbers," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 25, pp. 1645~1655.
- (13) Chen, R. C. and Wu, J. L., 2000, "The Flow Characteristics Between Two Interactive Spheres," *Chemical Engineering Science*, Vol. 55, pp. 1143~1158.
- (14) Kim, I., Elghobashi, S. and Sirignano, W. A., 1993, "Three-Dimensional Flow over Two Spheres Placed Side by Side," *J. Fluid Mech.*, Vol. 46, pp. 465~488.
- (15) Schouveiler, L., Brydon, A., Leweke, T. and Thompson, M.C., 2004, "Interactions of the Wakes of Two Spheres Placed Side by Side," *Eur. J. Mech. B Fluids*, Vol. 23, pp. 137~145.
- (16) Kim, J., Kim, D. and Choi, H., 2001, "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of flow in Complex Geometries," *J. Comp. Phys.*, Vol. 171, pp. 132~150.
- (17) Jeong, J. and Hussain, F., 1995, "On the Identification of a Vortex," *J. Fluid Mech.*, Vol. 285, pp. 69~94.